

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Учебное пособие

Изложены материалы по анализу и синтезу кулачковых механизмов в соответствии с курсом «Теория механизмов и механика машин». Рассмотрены основы расчета параметров и методики проектирования кулачковых механизмов. Приведены контрольные вопросы, задачи и варианты заданий курсового проектирования.

Предназначено для подготовки студентов технических специальностей вузов по направлениям «Машиностроение», «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Энергетическое машиностроение», «Технологические машины и оборудование».

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
1. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ	6
2. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ	10
3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ	14
3.1. Кулакковый механизм с поступательным роликовым толкателем	15
3.2. Плоский кулакковый механизм с коромыслом	19
3.3. Кулакковый механизм с плоским толкателем	21
4. СИЛОВАЯ РАБОТОСПОСОБНОСТЬ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ	26
4.1. Угол давления и угол передачи движения	26
4.2. Влияние угла давления и угла передачи движения на работу кулаккового механизма	27
4.3. Определение угла давления (угла передачи)	29
4.4. Определение угла давления (передачи) с помощью совмещенного графика	32
5. ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ ВЫХОДНЫХ ЗВЕНЬЕВ	40
5.1. Требования к законам движения и их особенности	40
5.2. Особенности и характеристики некоторых типовых законов движения	42
5.2.1. Линейный закон движения	42
5.2.2. Параболический закон движения	43
5.2.3. Синусоидальный закон движения	49
5.2.4. Косинусоидальный закон движения	53
5.2.5. Трапециoidalный закон изменения ускорения выходного звена	57
6. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ	64
6.1. Определение основных размеров кулаккового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем	65
6.1.1. Построение профиля кулачка	67
6.1.2. Определение размеров ролика толкателя	69

6.2. Определение основных размеров кулачка с роликовым коромыслом	70
6.3. Определение минимальных размеров кулачка с поступательно движущимся плоским толкателем	74
6.3.1. Метод профессора Я.Л. Геронимуса	75
6.3.2. Метод суммирования ординат графиков	77
6.3.3. Профилирование кулачка с плоским толкателем	79
7. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ	82
7.1. Проектирование кулачкового механизма с роликовым толкателем	82
7.1.1. Определение основных размеров	82
7.1.2. Расчет центрового и действительного профиля кулачка с роликовым толкателем	86
7.2. Проектирование кулачкового механизма с роликовым коромыслом	89
7.2.1. Определение основных размеров	89
7.2.2. Расчет профиля кулачка с роликовым коромыслом	93
7.3. Проектирование кулачкового механизма с плоским толкателем	96
8. ЭЛЕМЕНТЫ ДИНАМИКИ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ	99
8.1. Силовые инерционные характеристики выходных звеньев кулачковых механизмов	99
8.2. Определение коэффициента жесткости пружины при силовом замыкании	100
8.3. Выбор профиля кулачка с учетом упругости толкателя.....	103
9. ЗАДАНИЯ НА КУРСОВОЙ ПРОЕКТ.....	110
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	118

*Посвящается кафедре ТММ ППИ (1961–1997)
и ее бессменному руководителю
д-ру техн. наук, профессору
Н.М. Постникову*

ПРЕДИСЛОВИЕ

В учебном пособии изложены основные методы анализа и синтеза плоских кулачковых механизмов. Рассмотрены вопросы классификации, кинематического анализа, силовой работоспособности и синтеза таких механизмов. В конце каждой главы приведены контрольные вопросы и задачи, решение которых способствует качественному усвоению материалов. Приведены как графические, так и аналитические методы исследования кулачковых механизмов. Сформированы задания для расчетных и курсовых работ, которые могут быть выполнены на основе теоретического материала пособия.

Материалы пособия систематизированы и изложены в соответствии с курсом «Теория механизмов и механика машин» и базируются на механико-математической подготовке студентов, в частности, на дисциплинах: «Высшая математика», «Теоретическая механика» и др.

Данное пособие может быть использовано в учебном процессе, в практике конструирования и эксплуатации машин и механизмов, а также при проведении исследовательских работ с элементами математического моделирования.

1. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Кулачком называется звено, содержащее элемент высшей кинематической пары в виде поверхности переменной кривизны. Механизм, в состав которого входит кулачок, называется кулачковым. В таких механизмах кулачок является входным звеном, а движение выходного звена воспроизводится по определенному закону за счет профиля кулачка [1–3]. Выходное звено, называемое толкателем, может совершать возвратно-поступательное или качательное движение. В последнем случае такое звено принято называть коромыслом.

Применение кулачковых механизмов особенно рационально в тех случаях, когда выходное звено должно временно останавливаться при непрерывном движении входного звена. Это позволяет широко их использовать в механизмах подачи инструмента в станках, в автоматах, системах управления, текстильных и швейных машинах, копировальных аппаратах, системах газораспределения, в двигателях внутреннего сгорания, в механизмах раскладки кабельной продукции и других различных машинах.

Кулачковые механизмы подразделяются на *плоские* и *пространственные*.

В пространственных кулачковых механизмах движения входного и выходного звеньев происходят в разных непараллельных плоскостях (рис. 1.1).

На рис. 1.1, *а* вращение цилиндрического кулачка и движение толкателя происходят во взаимно перпендикулярных плоскостях, а на рис. 1.1, *б* конический кулачок и толкатель перемещаются в плоскостях, расположенных под произвольным углом друг к другу.

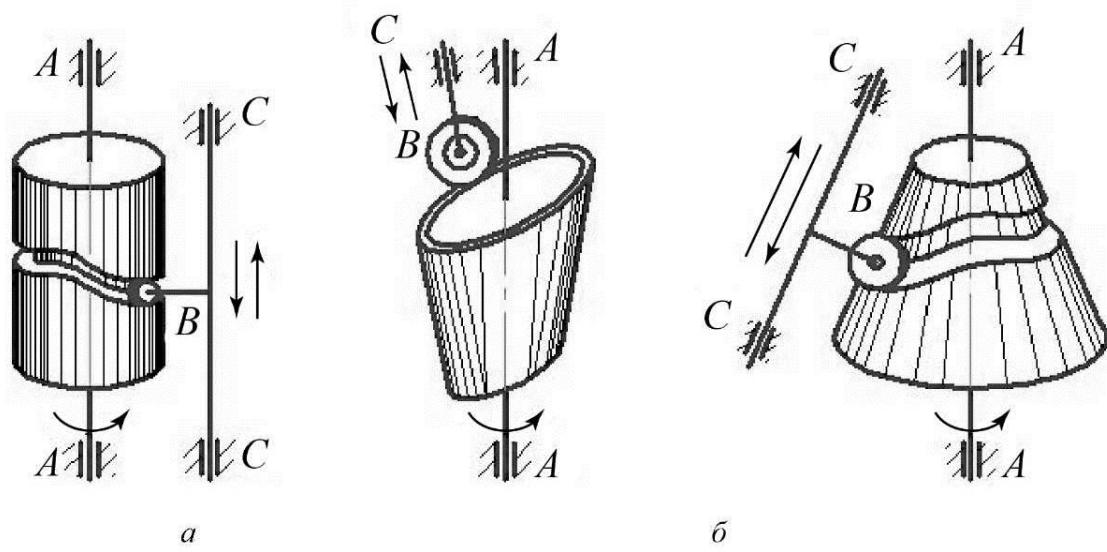


Рис. 1.1. Виды пространственных кулачковых механизмов

В пространственных механизмах кроме цилиндрических и конических применяются сферические, глобоидальные и другие виды кулачков.

В плоских кулачковых механизмах все точки звеньев механизма движутся в одной или в параллельных плоскостях. Классификация плоских кулачковых механизмов представлена на рис. 1.2.

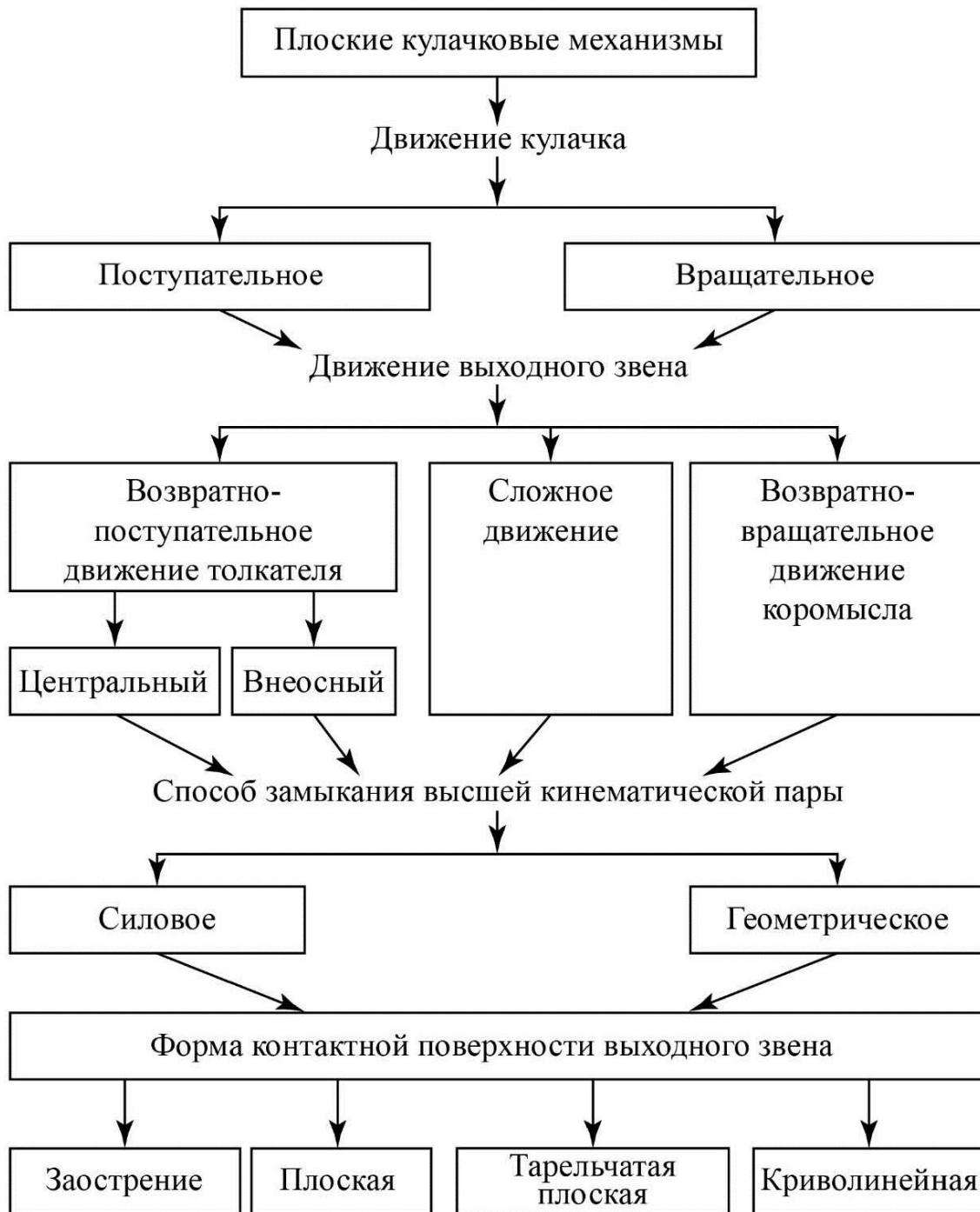


Рис. 1.2. Классификация плоских кулачковых механизмов

В большей своей части эта классификация характерна и для пространственных кулачковых механизмов.

В соответствии с этой классификацией на рис. 1.3 показаны схемы ряда плоских кулачковых механизмов.

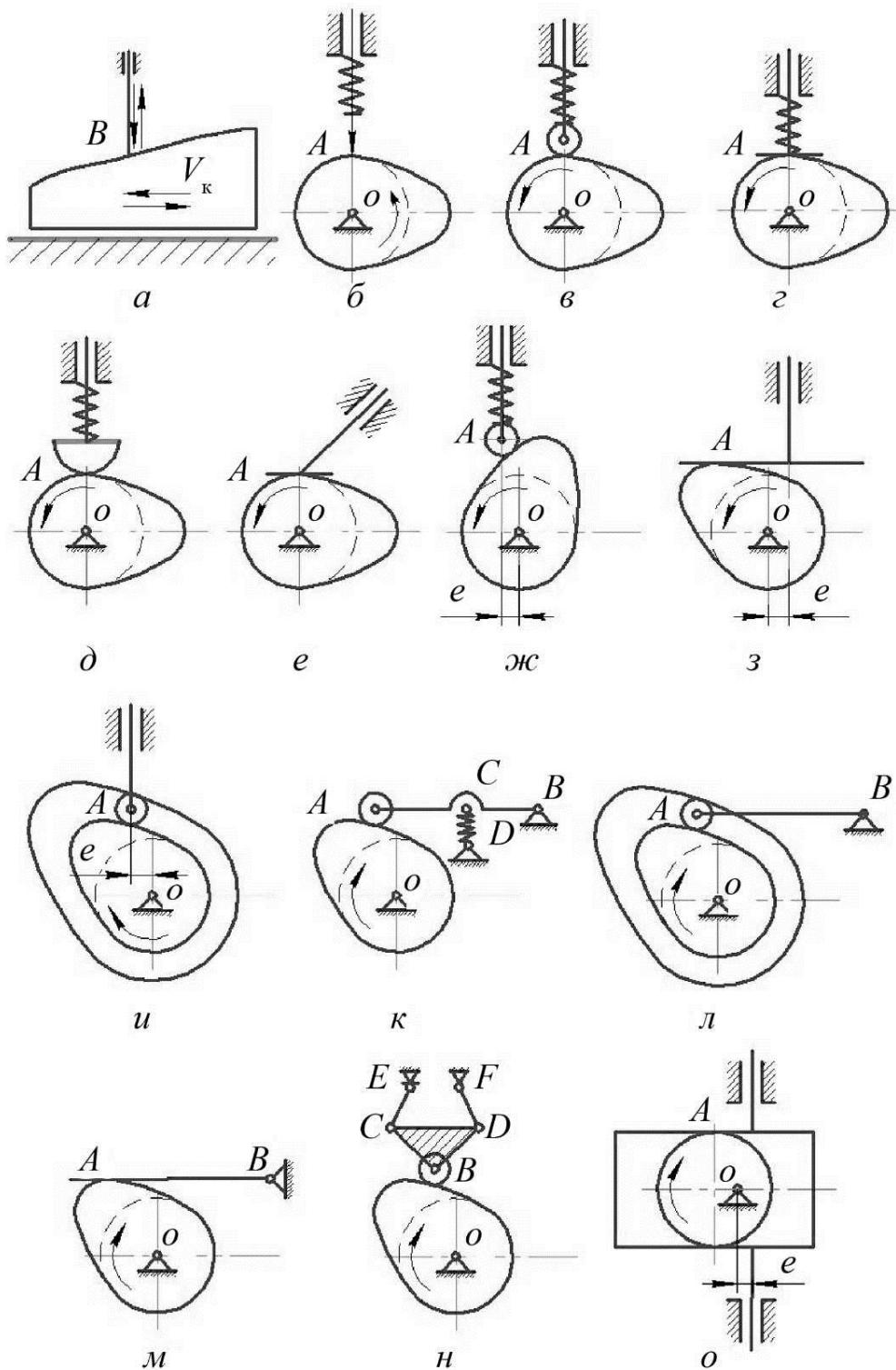


Рис. 1.3. Виды плоских кулачковых механизмов

Схема механизма с поступательно движущимся кулачком представлена на рис. 1.3 *a*, а на остальных рисунках – с вращающимся кулачком.

Схемы рис. 1.3, *b–i*, *o* соответствуют возвратно-поступательному движению толкателя, а рис. 1.3, *k–m* – качательному движению коромысла. Причем возможен случай плоскопараллельного (сложного) движения выходного звена (рис. 1.3, *n*).

Если ось движения толкателя проходит через центр вращения кулачка, то такой тип механизма – *центральный* (см. рис. 1.3, *b–d*). В случае смещения оси толкателя относительно центра вращения кулачка – механизм *нецентральный* (внеосный, см. рис. 1.3, *ж–и, o*). Внесоосность характеризуется эксцентризитетом (смещением) *e*.

Постоянное соприкосновение элементов высшей кинематической пары может обеспечиваться *силовым* замыканием с помощью упругого элемента или силами тяжести, а также силами давления жидкости или газа (см. рис. 1.3, *b–d, ж, к*). В случае *геометрического* замыкания – с помощью пазов на профиле кулачка или, например, толкателя в виде рамки (см. рис. 1.3, *и, л, о*), а также другими конструктивными оформлениями.

Элемент выходного звена, входящий в контакт с кулачком, может быть плоским, криволинейным, в виде острия, а также может заканчиваться роликом (см. рис. 1.3).

За счет ролика уменьшается эффект трения скольжения, сменяясь на трение качения.

Следует отметить, что выходные звенья, оканчивающиеся плоскостью, могут работать только с плоским кулачком, имеющим *выпуклый* профиль. Если выходное звено оканчивается криволинейной поверхностью, то оно может работать со всеми типами кулачков, но при правильных соотношениях между кривизной его площадки и профиля кулачка.

В плоских кулачковых механизмах, как правило, применяются дисковые кулачки.

Как кулачок, так и толкатель могут быть либо ведущим, либо ведомым звеном. В случае геометрического замыкания кулачок во все время движения является ведущим. При силовом замыкании кулачок – ведущее звено во время подъема толкателя, а при опускании толкателя может быть как ведущим, так и ведомым в зависимости от соотношения между замыкающей и внешней силами, действующими на кулачок [2, 5].

Достоинством кулачковых механизмов является простота конструкции, надежность, компактность, относительно высокий КПД, возможность получения практически любого закона движения выходного звена с точ-

ными остановками заданной продолжительности, что важно для автоматических устройств.

Недостатками кулачковых механизмов являются:

- а) ограниченность передаваемых нагрузок из-за больших удельных давлений, износа соприкасающихся поверхностей высшей кинематической пары и высоких относительных скоростей;
- б) ограниченность применения при повышенных скоростях ввиду возникновения динамических нагрузок;
- в) трудности изготовления кулачков сложного профиля.

Дальнейшее изложение материала связано с особенностями анализа и синтеза плоских кулачковых механизмов.

Контрольные вопросы

1. Какое звено называется кулачком?
2. Охарактеризовать состав простейшего кулачкового механизма.
3. Каковы достоинства и недостатки кулачковых механизмов?
4. С какой целью выходное звено кулачкового механизма снабжается роликом?
5. В чем отличие плоских кулачковых механизмов от пространственных?
6. По каким признакам классифицируются кулачковые механизмы?
7. За счет чего реализуется заданный закон движения выходного звена кулачкового механизма?
8. Охарактеризовать возможные движения выходных звеньев кулачковых механизмов.
9. Как реализуется постоянный контакт элементов высшей кинематической пары кулачкового механизма?
10. Области применения кулачковых механизмов.

2. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Линия пересечения боковой поверхности кулачка плоскостью перпендикулярной оси вращения (или параллельной оси движения при поступательном движении кулачка) называется профилем кулачка.

В кулачковых механизмах различают два профиля:

- 1) *действительный* (практический) профиль (рис. 2.1), контактирующий с выходным звеном, оканчивающимся роликом;

2) центровой (теоретический) профиль – траектория центра ролика (или закругления толкателя) относительно кулачка.

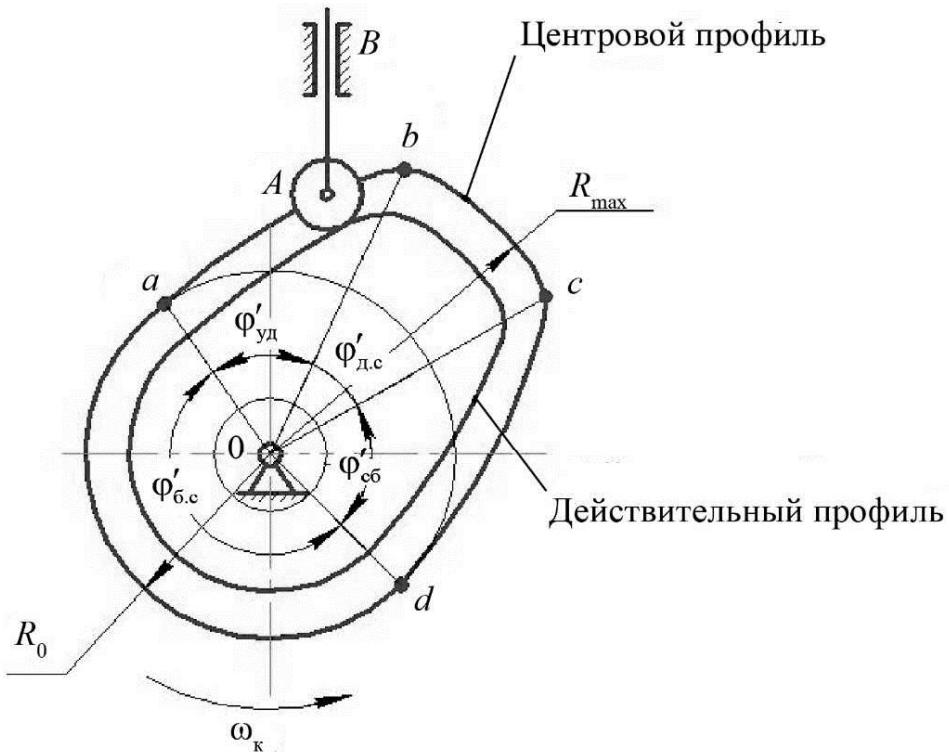


Рис. 2.1. Геометрические параметры кулачкового механизма

Таким образом, центровой профиль кулачка работает с выходным звеном, оканчивающимся острием, и обеспечивает такой же закон движения выходного звена, что и действительный профиль.

Действительный и центровой профили являются эквидистантными кривыми, которые отстоят друг от друга по нормали на величину радиуса ролика.

За начальный (минимальный) радиус кулачка R_0 принимается наименьшее расстояние от точек центрового профиля до центра вращения кулачка. Окружность начального (минимального) радиуса может соприкасаться с профилем как в одной или нескольких точках, так и с частью профиля кулачка (см. рис. 2.1).

Минимальный радиус R действительного профиля кулачка:

$$R = R_0 - r_p,$$

где r_p – радиус ролика.

Так как ролик не влияет на закон движения выходного звена, то для удобства исследований можно рассматривать движение толкателя, оканчивающегося острием, относительно центрового профиля кулачка (см. рис. 2.1 и рис. 2.2).

В общем случае за один оборот кулачка выходное звено последовательно удаляется от центра вращения кулачка, затем может останавливаться, далее приближается к центру кулачка, вновь может останавливаться, снова повторяя весь цикл движения. Эти этапы движения называются фазами движения, соответственно:

- на *фазе удаления* выходное звено движется от центра вращения кулачка;
- на *фазе дальнего стояния* выходное звено неподвижно и наиболее удалено от центра вращения кулачка;
- на *фазе сближения* выходное звено приближается к центру вращения кулачка;
- на *фазе ближнего стояния* выходное звено неподвижно и наиболее близко расположено к центру вращения кулачка.

Участки центрового профиля кулачка, соответствующие фазе дальнего стояния, представляют дугу окружности максимальным радиусом R_{\max} , центр которой совпадает с центром вращения кулачка. Участки, соответствующие ближнему стоянию, совпадают с окружностью начальным (минимальным) радиусом R_0 (см. рис. 2.1). В некоторых кулачковых механизмах фазы ближнего и дальнего стояния могут отсутствовать (сразу обе или одна).

Центральные углы, заключающие участки профиля соответствующие каждой фазе движения, называются *профильными углами* кулачка: $\Phi'_{уд}$, $\Phi'_{д.с}$, $\Phi'_{с.б}$, $\Phi'_{б.с}$ (см. рис. 2.1, 2.2). Эти углы характеризуют *геометрию кулачка*.

Центральные углы, заключающие участки профиля соответствующие каждой фазе движения, называются *профильными углами* кулачка: $\Phi'_{уд}$, $\Phi'_{д.с}$, $\Phi'_{с.б}$, $\Phi'_{б.с}$ (см. рис. 2.1, 2.2). Эти углы характеризуют *геометрию кулачка*.

Участок (ab) соответствует фазе удаления, (bc) – ближнего стояния, (cd) – сближения, (da) – ближнего стояния.

Углы, на которые поворачивается кулачок за время каждой фазы, называются *фазовыми углами*. Они являются

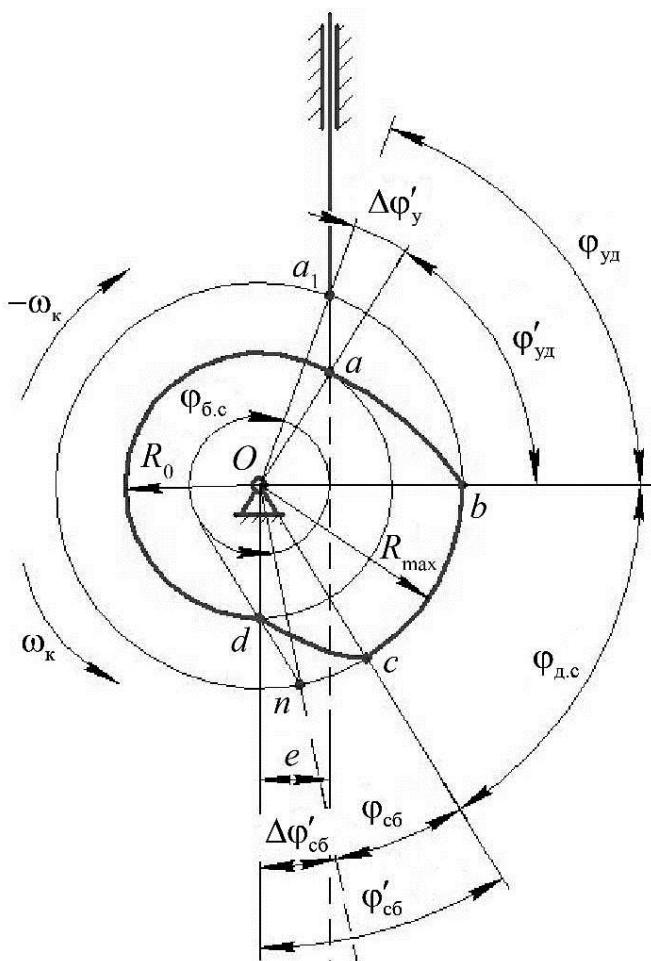


Рис. 2.2. Фазовые и профильные углы

параметрами *движения* кулачка. Соответственно на рис. 2.2 $\varphi_{уд}$ – угол удаления, $\varphi_{сб}$ – угол сближения, $\varphi_{д.с}$, $\varphi_{б.с}$ – углы дальнего и ближнего стояния.

В общем случае фазовые и профильные углы не совпадают по величине (см.рис. 2.2). Их совпадение возможно только для *центрального* кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем.

Сумма трех фазовых углов $\varphi_{уд}, \varphi_{д.с}, \varphi_{сб}$ равна рабочему углу φ_p :

$$\varphi_{уд} + \varphi_{д.с} + \varphi_{сб} = \varphi'_{уд} + \varphi'_{д.с} + \varphi'_{сб} = \varphi_p.$$

Большинство кулачковых механизмов относятся к цикловым:

$$\varphi_{уд} + \varphi_{д.с} + \varphi_{сб} + \varphi_{б.с} = \varphi_{ц},$$

где $\varphi_{ц}$ – цикловой угол, чаще всего $\varphi_{ц} = 2\pi$.

На примере *нецентрального* кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем и со смещением (эксцентрикитетом) *e* фазовые углы определяются с помощью метода обращенного движения следующим образом (см. рис. 2.2).

Всем звеньям механизма сообщается угловая скорость $(-\omega_k)$, где ω_k – угловая скорость кулачка. Кулачок останавливается, а толкатель с направляющей будет вращаться с угловой скоростью $(-\omega_k)$.

В любом положении направление движения толкателя всегда будет касательным к окружности радиусом *e* с центром *O*.

На фазе удаления угол $\varphi_{уд}$ заключен между центральными лучами, соединяющими точку *b* профиля дальнего стояния и точку *a₁* пересечения окружности радиусом R_{max} с осью движения толкателя (см. рис. 2.2): $\angle bOa_1 = \varphi_{уд}$.

Центральный угол $\angle bOc = \varphi_{д.с}$. Затем на профиле кулачка определяют точки *c* и *d*, соответствующие началу и концу фазы сближения. Через точку *d* в обращенном движении проводят касательную к окружности радиусом *e* до пересечения с дугой радиусом R_{max} в точке *n*. Тогда центральный угол $\angle cOn = \varphi_{сб}$ (см. рис. 2.2).

Методика определения фазовых углов для кулачкового механизма с коромыслом приведена в главе 3 (см. рис. 3.3).

Контрольные вопросы

1. В чем отличия действительного профиля кулачка от центрового?
2. Минимальный радиус действительного профиля кулачка $R = 120$ мм; начальный радиус $R_0 = 130$ мм. Чему равен диаметр ролика?

3. Охарактеризовать фазы движения выходного звена.
4. В чем отличия профильных углов от фазовых углов кулачкового механизма?
5. Определить величины фазовых углов, если $\varphi_{y_1} : \varphi_{d,c} : \varphi_{e,b} : \varphi_{b,c} = 5 : 2 : 3 : 2$. Цикл работы кулачкового механизма соответствует полному обороту.
6. Определить величины фазовых углов, если $\varphi_{y_1} : \varphi_{d,c} : \varphi_{e,b} = 5 : 2 : 4$. Рабочий угол $\varphi_p = 330^\circ$. Цикл работы соответствует полному обороту кулачка.
7. В чем суть метода обращенного движения?
8. Чем вызван переход к рассмотрению центрового профиля кулачка при анализе и синтезе кулачковых механизмов?
9. По каким кривым очерчен профиль кулачковой шайбы на фазах ближнего и дальнего стояния?
10. Суть методики определения фазовых углов для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем.

3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Задача кинематического анализа кулачковых механизмов заключается в том, что по заданному закону движения входного звена (кулачка) и его профилю требуется определить:

- а) перемещение выходного звена (толкателя или коромысла);
- б) скорости точек выходного звена;
- в) ускорения точек выходного звена.

Прежде чем непосредственно приступить к изучению кинематики, определяется степень свободы кулачкового механизма. Для схем рис. 1.3, в которых выходное звено снабжено круглым роликом, степень свободы определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_s - p_r = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 2.$$

Круглый ролик не влияет на движение выходного звена, внося лишнюю (местную) степень свободы. Поэтому в соответствии с методами [2, 5] удобно рассматривать движение центра ролика по центровому (теоретическому) профилю кулачка (см. рис. 1.3, а, б). Тогда

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1.$$

Для остальных схем рис. 1.3 значение W также равно 1. Таким образом, со степенью свободы $W = 1$ осуществляется преобразование движения выходного звена по заданному закону.

Кинематика кулачковых механизмов изучается с помощью аналитических или графических методов [1, 2, 3, 5]. В настоящем пособии рассматривается графический метод обращенного движения, как относительно наглядный и простой, когда профиль кулачка вычерчивается только один раз в отличие от метода положений.

3.1. Кулачковый механизм с поступательным роликовым толкателем

Методом обращенного движения решается задача о положениях, т.е. перемещение острия толкателя, работающего с центровым профилем кулачка определяется следующим образом.

1. С учетом масштабного коэффициента μ_s вычерчивают кулачковый механизм при заданном направлении вращения кулачка так, чтобы острие толкателя находилось на кривой профиля, соответствующей началу удаления толкателя от центра кулачка (рис. 3.1). Всем звеньям сообщается угловая скорость $(-\omega_k)$, где ω_k – угловая скорость кулачка. Толкатель с направляющей будет вращаться с угловой скоростью $(-\omega_k)$ вокруг неподвижного кулачка.

2. Точки A_0 и A_6 профиля кулачка соответствуют началу и концу фазы удаления, а точки A'_6 и A'_0 – началу и концу фазы сближения. По методике, изложенной в главе 2, определяют фазовые углы.

3. Из точки O радиусом OA_6 проводят окружность до пересечения с осью движения толкателя в точке B_6 . Дуги этой окружности, соответствующие углам удаления и сближения, делят на равное количество частей. Например, на рис. 3.1 дуга B_6A_6 на фазе удаления разделена на шесть равных частей в направлении, противоположном вращению кулачка. Через точки 1, 2, 3, ..., A_6 деления этой дуги строят касательные к окружности радиусом e , пересекающие профиль кулачка в точках A_1, A_2, \dots, A_6 .

4. Затем из центра вращения кулачка O через эти точки проводят дуги до пересечения с осью толкателя. Полученные точки B_1, B_2, \dots, B_6 – положения острия толкателя на фазе удаления при повороте кулачка на равные углы. Отрезок A_0B_6 (B_0B_6) соответствует максимальному перемещению h_{\max} толкателя, $h_{\max} = \mu_s \cdot (B_0B_6)$.

На фазе сближения положения острия толкателя получают аналогичным образом.

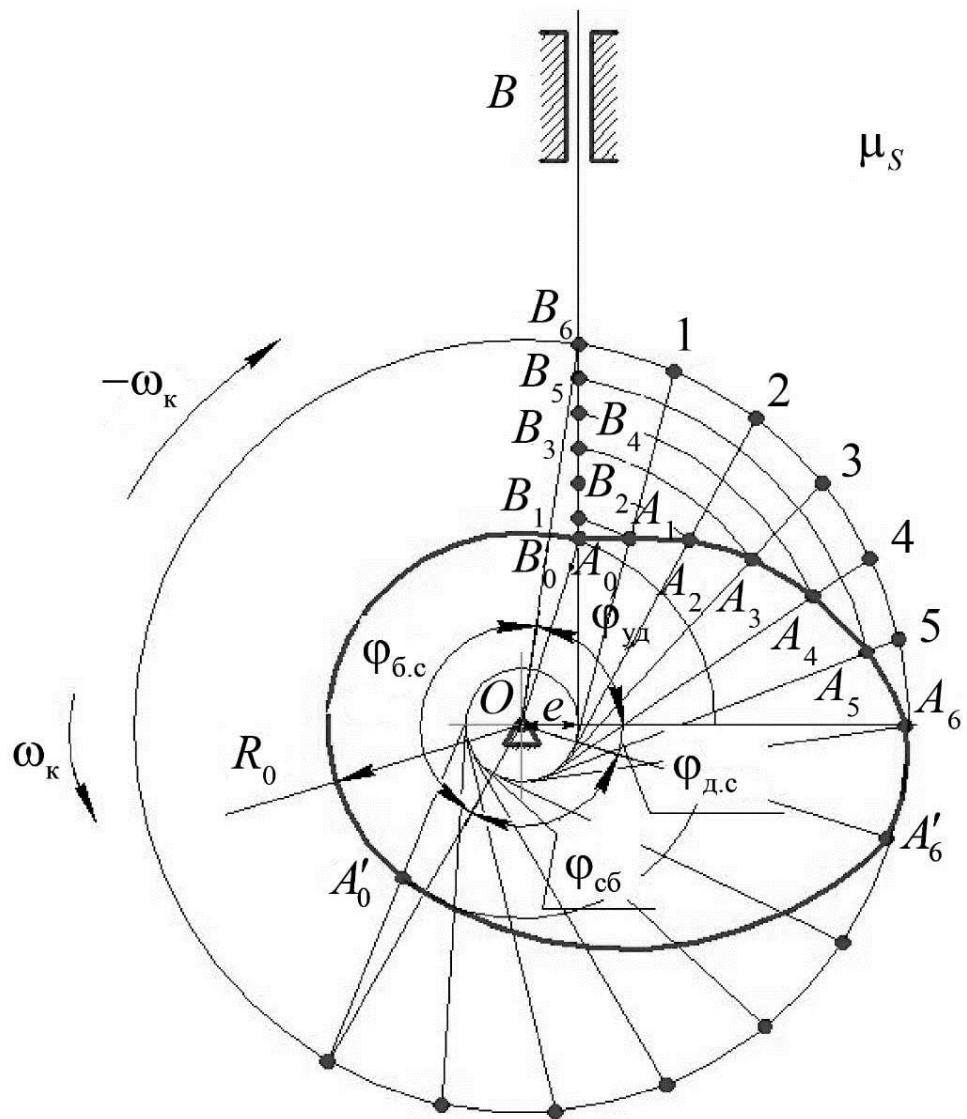


Рис. 3.1. Схема кулачкового механизма со смешанным толкателем, оканчивающимся острием

5. По положениям B_1, B_2, \dots строят закон движения толкателя в виде графика $S = f(\phi)$, где ϕ – угол поворота кулачка. Для этого на оси абсцисс прямоугольной системы координат откладывают отрезки, соответствующие фазовым углам $\Phi_{уд}, \Phi_{д.с}, \Phi_{сб}, \Phi_{б.с}$ с масштабным коэффициентом μ_ϕ (рис. 3.2).

Каждый из этих отрезков делят на такое же число частей, как и соответствующие им углы на схеме механизма (см. рис. 3.1). Из точек деления 1, 2, 3 и т.д. проводят ординаты, на которых с учетом масштабного коэффициента μ_s откладывают соответствующие перемещения острия толкателя от его начального положения. Соединив эти ординаты кривой, получают график перемещения толкателя $S = f(\phi)$ (см. рис. 3.2).

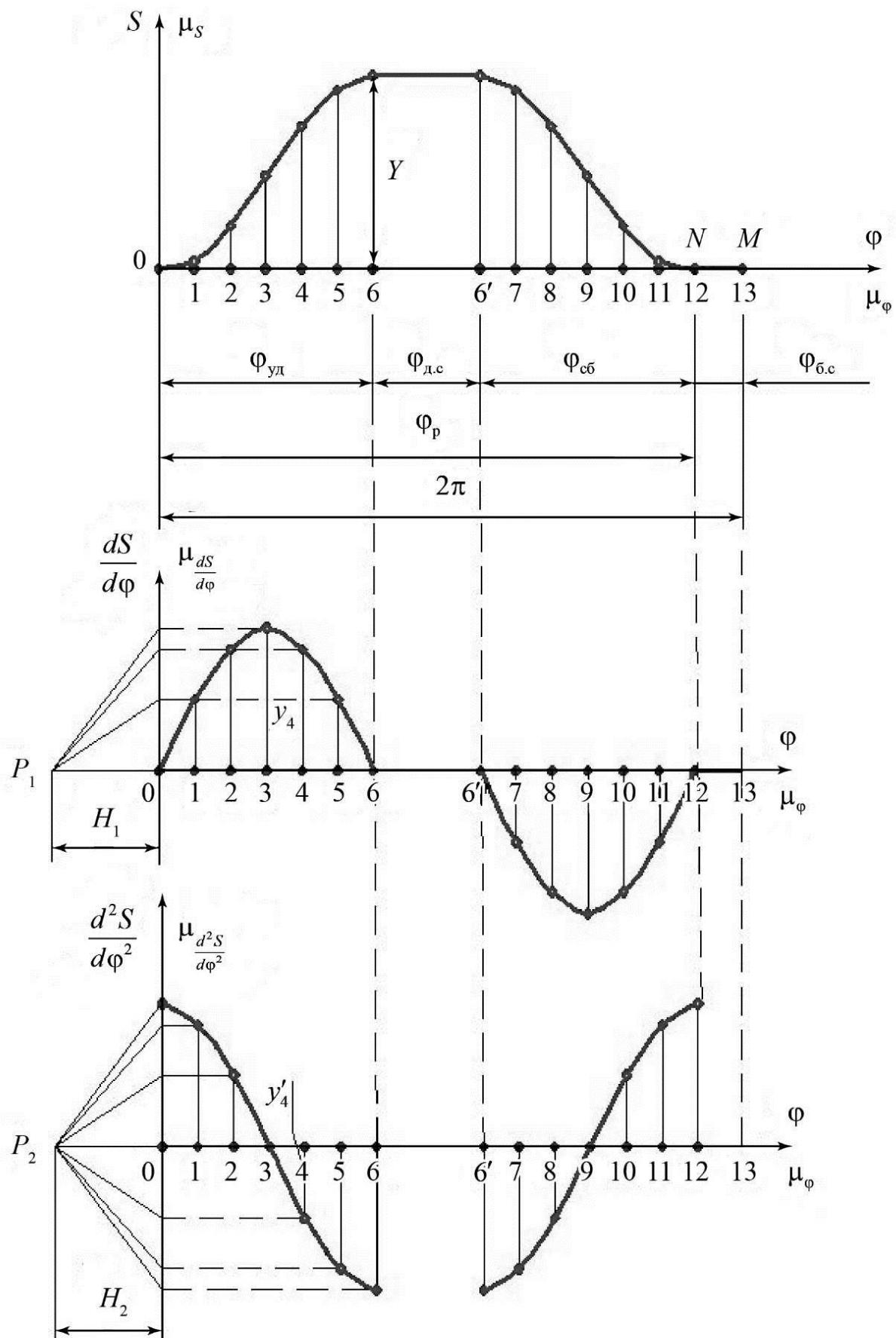


Рис. 3.2. Графики изменения перемещения (а);
аналога скорости (б); аналога ускорения толкателя (в)

6. Последовательно графически дифференцируя график $S = f(\phi)$, получают графики аналогов скорости $V_\phi = \frac{dS}{d\phi} = f'(\phi)$ и ускорения $a_\phi^\tau = \frac{d^2S}{d\phi^2} = f''(\phi)$. Масштабные коэффициенты могут быть вычислены по следующим формулам^{*}:

$\mu_S = \frac{h_{\max}}{Y} \left[\frac{\text{М}}{\text{мм}} \right];$ $\mu_{V_\phi} = \mu_{\frac{dS}{d\phi}} = \frac{\mu_S}{\mu_\phi \cdot H_1} \left[\frac{\text{М}}{\text{мм}} \right];$ $\mu_{V'} = \frac{\mu_S \cdot \omega_k}{\mu_\phi \cdot H_1} \left[\frac{\text{М} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}} \right];$	$\mu_\phi = \frac{\phi_p}{(ON)} \left[\frac{\text{рад}}{\text{мм}} \right]$ или $\mu_\phi = \frac{2\pi}{(OM)} \left[\frac{\text{рад}}{\text{мм}} \right];$ $\mu_{a_\phi} = \mu_{\frac{d^2S}{d\phi^2}} = \frac{\mu_{dS}}{d\phi} \left[\frac{\text{М}}{\text{мм}} \right];$ $\mu_a = \frac{\mu_{V'} \cdot \omega_k}{\mu_\phi \cdot H_2} \left[\frac{\text{М} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}} \right],$
---	--

(3.1)

где Y – максимальная ордината (в мм) на графике $S = f(\phi)$, соответствующая h_{\max} (см. рис. 3.2); $\phi_p = \phi_{уд} + \phi_{д.с} + \phi_{сб}$; (ON) – длина отрезка, мм, соответствующего ϕ_p ; $\omega_k = \text{const}$; H_1 , H_2 – базовые расстояния, мм.

В случае $\omega_k = \text{const}$ по оси абсцисс можно откладывать время, так как оно пропорционально углам поворота кулачка.

С помощью соотношений

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \frac{dS}{d\phi} \cdot \omega_k = V_\phi \cdot \omega_k,$$

$$a = a^\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{d\phi^2} \cdot \omega_k^2 = a_\phi^\tau \cdot \omega_k^2$$

получают значения скорости и тангенциального ускорения толкателя. При этом ω_k – угловая скорость кулачка (принята постоянной), V и a – скорость и ускорение толкателя.

В случае центрального кулачкового механизма кинематический анализ упрощается. Окружность радиусом e обращается в точку. Все касательные лучи обращаются в радиальные прямые. Определение закона движения ничем не отличается от описанного выше. При одинаковом профиле ку-

^{*} В квадратных скобках указаны единицы измерения.

лачка в механизмах с центральным расположением толкателя ход h_{\max} будет меньше, чем при смещенном толкателе. При этом законы и фазы движения центрального и нецентрального механизмов будут различными.

3.2. Плоский кулачковый механизм с коромыслом

На основе метода обращенного движения кинематический анализ проводят в следующей последовательности.

1. Выбрав масштабный коэффициент μ_s , вычерчивают кулачковый механизм в положении, соответствующем началу подъема коромысла (рис. 3.3). На профиле кулачка определяют точки A_0 и A_6 , соответствующие фазе удаления, а также точки A'_6 и A'_0 , соответствующие фазе сближения. Эти точки определяются как граничные при касании окружностей радиусами R_0 и R_{\max} с профилем кулачка.

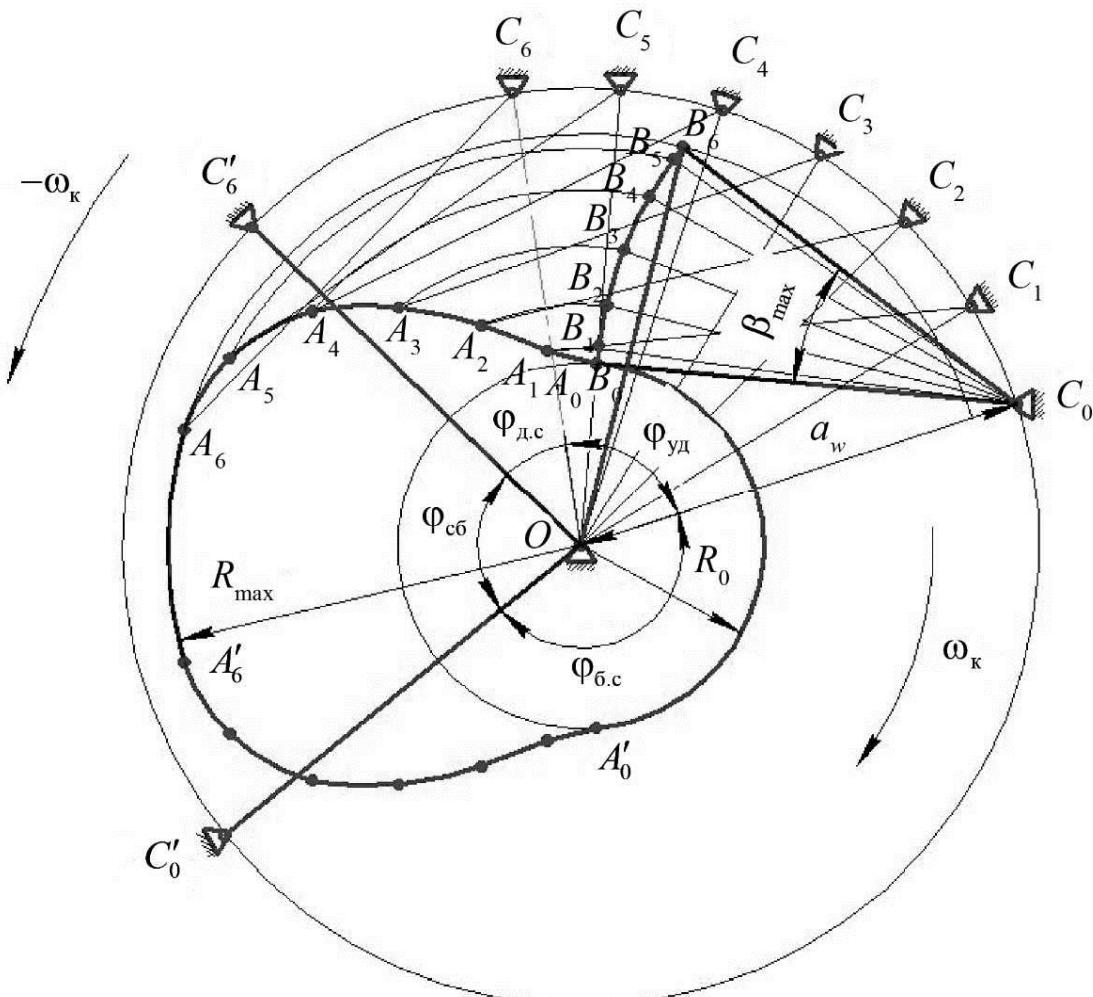


Рис. 3.3. Схема кулачкового механизма с коромыслом

2. Затем определяется максимальный угол качания коромысла β_{\max} . Для этого из точки C_0 как из центра проводят дугу радиусом C_0B_0 (мм):

$$C_0B_0 = C_0A_0 = \frac{l_k}{\mu_s} \quad (l_k - \text{длина коромысла, м}). \text{ Эта дуга пересекается с дугой}$$

радиусом $OA_6 = \frac{R_{\max}}{\mu_s}$ в точке B_6 . Угол $\angle B_6C_0B_0$ – максимальный угол качания коромысла β_{\max} .

3. Далее определяют фазовые углы. Из центра O радиусом OC (мм): $OC = \frac{a_w}{\mu_s}$, где a_w – межосевое расстояние, м, проводится окружность. На этой окружности делают засечки из точек A_0 и A_6 , A'_0 и A''_0 профиля в направлении, противоположном вращению кулачка.

Получают точки C_0, C_6, C'_0, C''_0 . В результате – центральные углы $\angle C_0OC_6 = \Phi_{уд}$; $\angle C'_0OC''_0 = \Phi_{д.с}$; $\angle C''_0OC'_0 = \Phi_{сб}$; $\angle C_0OC'_0 = \Phi_{б.с}$ (см. рис. 3.3).

Следует отметить, что согласно методу обращенного движения фазовые углы откладываются от прямой OC_0 в направлении, противоположном вращению кулачка. Полученные углы делят, например, на 6 равных частей.

4. Из точек деления C_1, C_2 и т.д. радиусом, равным $\frac{l_k}{\mu_s} = C_0B_0 = C_0A_0$ [мм], производят засечки на профиле кулачка, получая точки A_1, A_2, A_3 и т.д. Затем эти точки из центра O радиусами OA_0, OA_1, OA_2 и т.д. сносятся на дугу качания коромысла. В результате получают точки B_0, B_1, B_2 и т.д.

5. Соединив эти точки с центром качания коромысла C_0 , получают $\beta_i = \angle B_iC_0B_0$ – текущие углы отклонения коромысла от начального положения (см. рис. 3.3).

6. Зная углы поворота кулачка ϕ_i и соответствующие им углы β_i , строят диаграмму функции положения $\beta = f(\phi)$. Наряду с этим вместо полученной зависимости можно построить график $S = f(\phi)$, где $S_i = \frac{l_k}{\mu_s} \cdot \beta_i$ – перемещение конца коромысла, мм (длина дуг B_0B_1, B_0B_2, B_0B_3 и т.д.) (см. рис. 3.2, 3.3).

7. Проводя последовательно графическое дифференцирование графика $S = f(\phi)$, получают графики аналогов скорости $V_\phi = \frac{dS}{d\phi} = f'(\phi)$ и тангенци-

ального ускорения $a_\varphi^\tau = \frac{d^2S}{d\varphi^2} = f''(\varphi)$ точки B конца коромысла

(см. рис. 3.2) в масштабах формул (3.1).

Значения аналога скорости и аналога ускорения находятся из соответствующих графиков. Например, для четвертого положения (см. рис. 3.2):

$$\left(\frac{dS}{d\varphi} \right)_4 = \mu_{\frac{dS}{d\varphi}} \cdot y_4; \quad \left(\frac{d^2S}{d\varphi^2} \right)_4 = \mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}} \cdot y'_4, \text{ где } y_4 \text{ и } y'_4 - \text{ординаты графи-}$$

ков, мм.

Величина полного ускорения точки B конца коромысла для любого положения кулачкового механизма при $\omega_k = \text{const}$ определяется формулой

$$a_B = \sqrt{(a_B^n)^2 + (a_B^\tau)^2} = \sqrt{\left(\frac{V_B^2}{l_k} \right)^2 + (a_B^\tau)^2} = \omega_k^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\left(\frac{dS}{d\varphi} \right)^2}{l_k} \right)^2 + \left(\frac{d^2S}{d\varphi^2} \right)^2}. \quad (3.2)$$

3.3. Кулачковый механизм с плоским толкателем

Толкатель совершает поступательное движение, поэтому для установления закона движения достаточно рассмотреть перемещение любой его точки. За такую точку принимается точка B_1 пересечения плоскости толкателя с прямой параллельной оси его движения, проходящей через центр вращения кулачка (рис. 3.4).

Таким образом, вместо смещенной оси толкателя вводится ось, проходящая через центр O , так как $O_1B = OB_1$. Следовательно, при наличии эксцентриситета $e \neq 0$ выполняются построения такие же, как и при $e = 0$.

Определение закона движения для случая, когда ось толкателя и плоскость тарелки перпендикулярны и пересекаются в точке B (см. рис. 3.4), показано на рис. 3.5. Последовательность построений следующая:

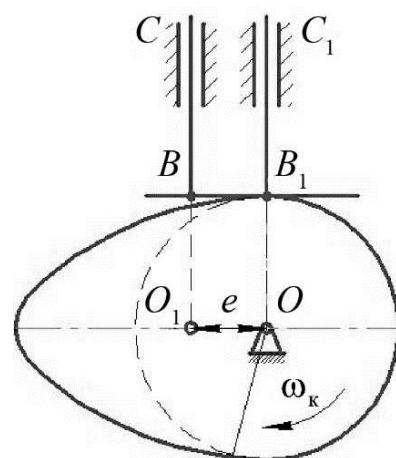


Рис. 3.4. Кулачковый механизм с плоским толкателем

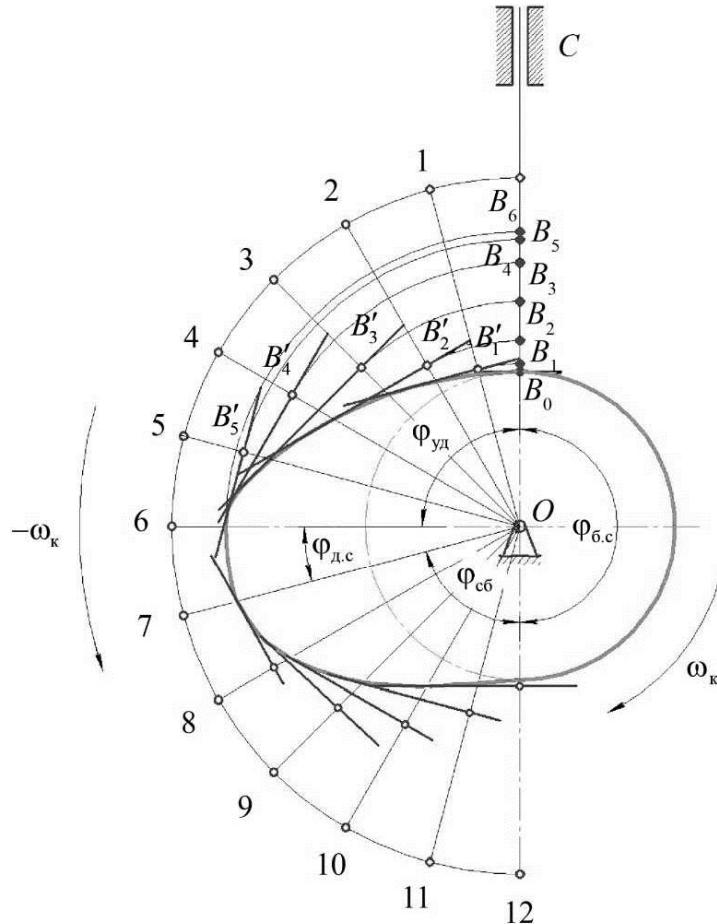


Рис. 3.5. Схема кулачкового механизма с толкателем, оканчивающимся плоскостью

1. В обращенном движении плоскость толкателя всегда скользит по профилю кулачка. При этом ось толкателя последовательно занимает положения 1, 2, 3 и т.д., получаемые при делении соответствующих фазовых углов (см. рис. 3.5). Касательные к профилю кулачка, образующие заданные углы с осью толкателя (в данном случае 90°), определяют соответствующие положения $B'_1, B'_2, B'_3 \dots$ точки B_1 тарелки толкателя.

2. Затем дугами с центром O через точки $B'_1, B'_2, B'_3 \dots$ делают засечки на начальном положении оси толкателя. Получают точки B_1, B_2, B_3 и т.д. (см. рис. 3.5). Зная положения точки B_i , строят диаграммы движения, как и для предыдущих случаев (см. рис. 3.2).

Все построения остаются без изменения и в том случае, если плоскость тарелки с осью толкателя составляет угол $\gamma \neq 90^\circ$. Тогда под углом γ к каждому из положений оси толкателя в обращенном движении проводят касательную к профилю кулачка.

Замечание. Точки касания профиля кулачка и плоскости тарелки изменяют свое положение относительно оси толкателя. В этом случае мини-

мальная длина тарелки толкателя определяется наиболее удаленными точками касания.

Контрольные вопросы

1. Цель и задачи кинематического анализа кулачковых механизмов.
2. В чем преимущества метода обращенного движения в сравнении с методом положений?
3. Алгоритм решения задачи о положениях кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем.
4. Чем обусловлен при кинематическом анализе переход от кулачкового механизма с роликовым толкателем к кулачковому механизму с толкателем, оканчивающимся острием?
5. Как по диаграмме перемещения поступательно движущегося толкателя получить диаграммы аналога скорости и аналога ускорения?
6. Для схем на рис. 1 определить масштабные коэффициенты $\mu_{\frac{dS}{d\varphi}}$, $\mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}}$.

Данные для расчета: $h_{\max} = 0,2 \text{ м}$, $Y_{s\max} = 50 \text{ мм}$, $\varphi_p = \frac{3}{5}\pi$, $ON = 216 \text{ мм}$,

$H_1 = 40 \text{ мм}$, $H_2 = 30 \text{ мм}$, $\pi \approx 3$.

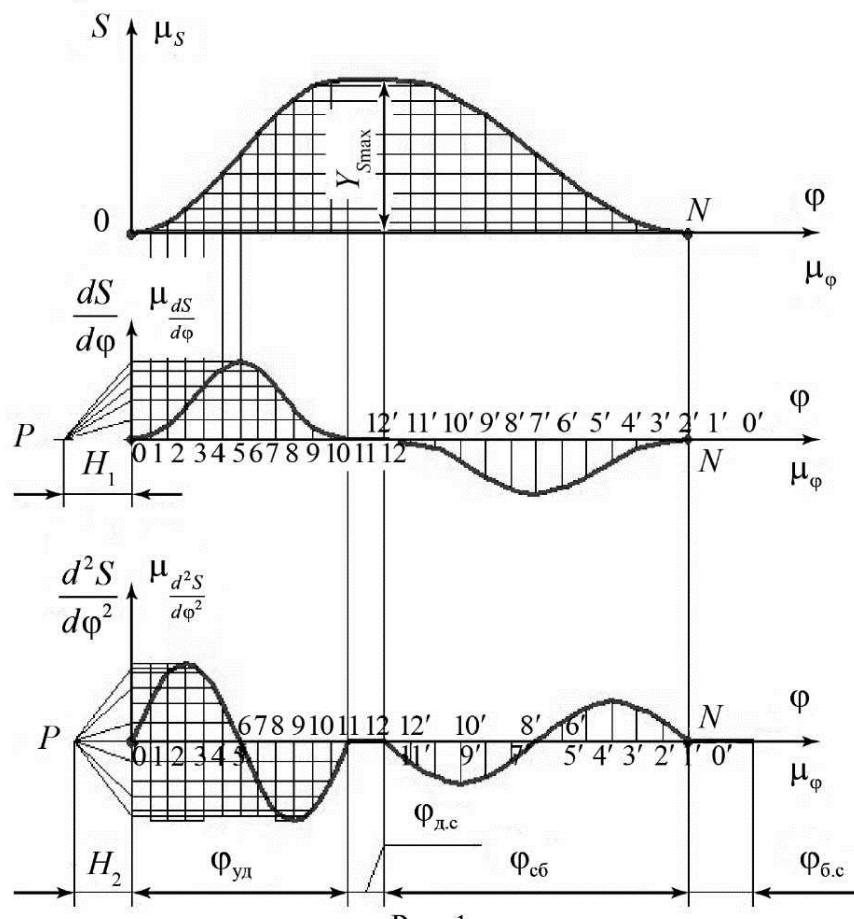


Рис. 1

7. Алгоритм решения задачи о положениях для кулачкового механизма с коромыслом.

8. Как определяется максимальный угол качания коромысла β_{\max} ?

9. Какой из графиков ускорения a толкателя соответствует графику скорости V (рис. 2)?

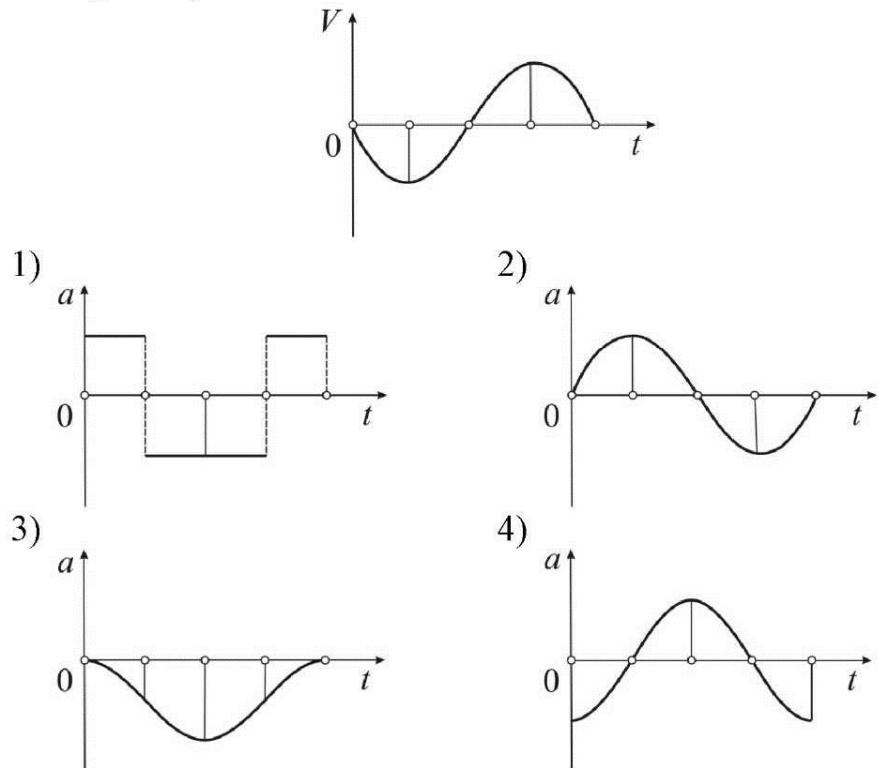


Рис. 2

10. Определить величину ускорения поступательно движущегося толкателя во втором положении (рис. 3). Данные для расчета: $\omega_k = 20$ рад/с = const, $y = 10$ мм, $H_2 = 20$ мм, $\mu_\varphi = 0,05$ рад/мм, $\mu_{V_\varphi} = 0,08$ м/мм.

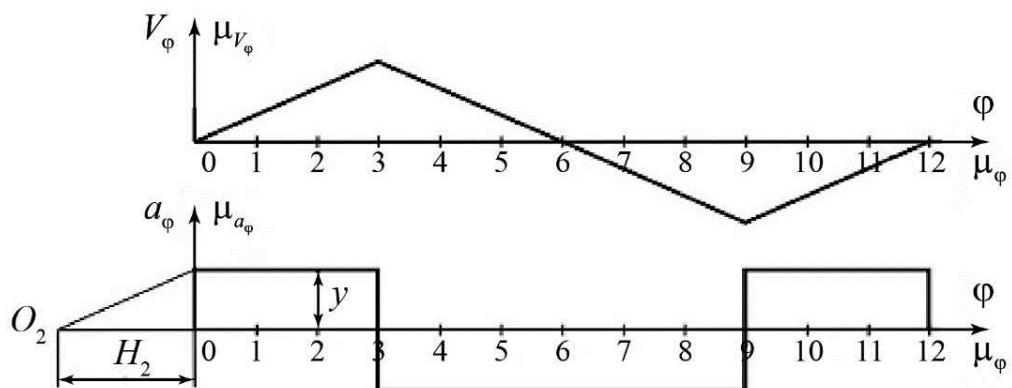


Рис. 3

11. Определить величину ускорения конца коромысла во втором положении кулачкового механизма (рис. 4). Данные для расчета:

$$\omega_k = 15 \frac{1}{c} = \text{const}, \quad \mu_{\frac{dS}{d\phi}} = 0,01 \text{ м/мм}, \quad \mu_\phi = 0,026 \text{ рад/мм}, \quad H = 30 \text{ мм},$$

$$y_1 = 15 \text{ мм}, \quad y_2 = 10 \text{ мм}, \quad l_k = 0,3 \text{ м.}$$

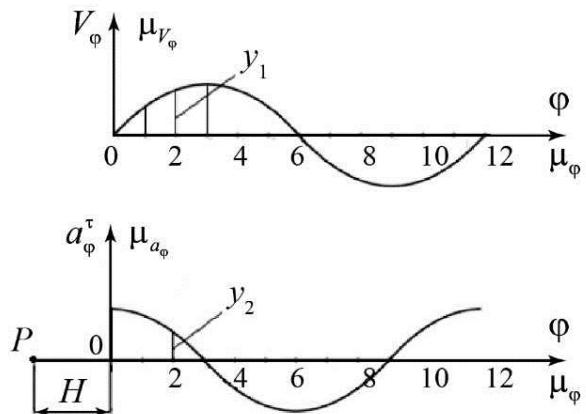


Рис. 4

12. Определить величину угловой скорости и углового ускорения коромысла в 1 положении кулачкового механизма (рис. 5). Данные для расчета: $l_k = 0,3 \text{ м}$, $\omega_k = 4 \text{ рад/с} = \text{const}$, $\mu_{V_\phi} = 0,008 \text{ м / мм}$, $\mu_{\frac{dV_\phi}{d\phi}} = 0,15 \text{ м/мм}$

$$y_1 = 15 \text{ мм}, \quad y_2 = 10 \text{ мм.}$$

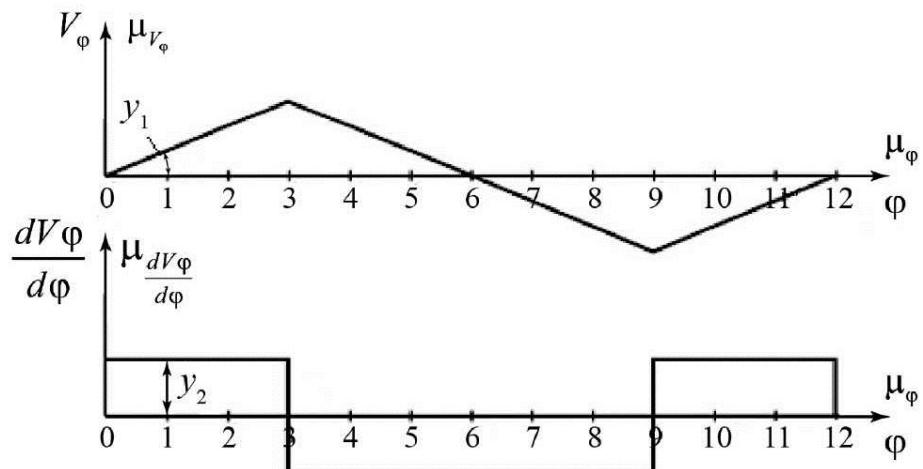


Рис. 5

13. Сравнить алгоритм решения задачи о положениях для кулачковых механизмов с роликовым толкателем и с толкателем, оканчивающимся плоскостью.

14. Как с помощью графического решения задачи о положениях оценить минимальную длину тарелки толкателя, исходя из требований к профилю кулачка?

15. Влияет ли угол наклона плоскости толкателя к оси его движения на кинематический анализ кулачкового механизма?

16. Как соотносятся профильные и фазовые углы кулачкового механизма с плоским толкателем?

17. Где возможно применение результатов кинематического анализа кулачковых механизмов?

4. СИЛОВАЯ РАБОТОСПОСОБНОСТЬ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Для оценки усилий, возникающих при работе кулачкового механизма, а также при определении КПД необходимо проводить анализ его силовой работоспособности. Одним из основных параметров такого анализа является угол давления или угол передачи движения.

4.1. Угол давления и угол передачи движения

Острый угол δ между направлениями абсолютной скорости точки выходного звена, соприкасающейся с профилем кулачка, и нормалью к профилю кулачка в этой точке называется углом давления (рис. 4.1), \bar{V}_A – абсолютная скорость; NN – нормаль к профилю кулачка в точке контакта.

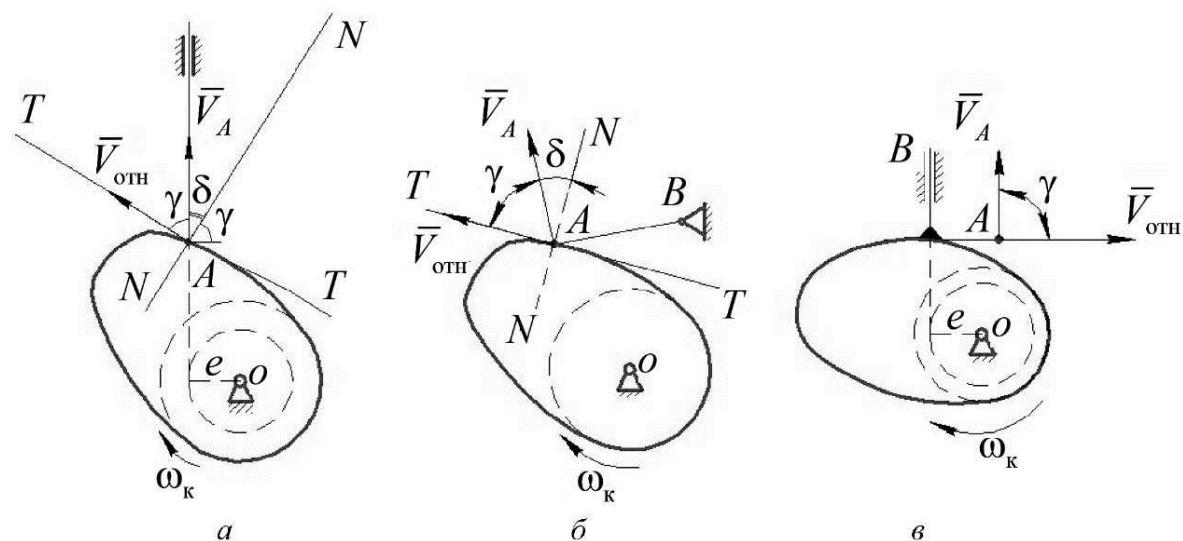


Рис. 4.1. К определению угла давления и угла передачи: *а* – с толкателем, оканчивающимся острием; *б* – с коромыслом; *в* – с толкателем, оканчивающимся плоскостью

Без учета трения вектор движущей силы \bar{P} со стороны кулачка на выходное звено передается по нормали NN (рис. 4.2).

Наряду с углом δ важным параметром в кулачковых механизмах является угол передачи движения γ – острый угол между направлениями абсолютной и относительной скорости точки выходного звена, соприкасающейся с профилем кулачка (см. рис. 4.1). $\bar{V}_{\text{отн}}$ – относительная скорость, направленная вдоль касательной TT к профилю кулачка. Углы δ и γ могут быть отрицательными (знак зависит от расположения нормали относительно скорости выходного звена).

$$|\gamma| + |\delta| = 90^\circ. \quad (4.1)$$

Углы давления и передачи являются переменными величинами, так как в процессе движения кулачка положения нормали и касательной изменяются. Исключением является кулачковый механизм с толкателем, оканчивающимся плоскостью. В этом случае $\delta = \text{const}$; $\gamma = \text{const}$ (см. рис. 4.1, в).

4.2. Влияние угла давления и угла передачи движения на работу кулачкового механизма

Для оценки влияния этих углов на работу кулачкового механизма усилие \bar{P} раскладывается по двум направлениям: вдоль перемещения толкателя с острием и перпендикулярно ему (рис. 4.2, а), а для механизма с коромыслом перпендикулярно коромыслу и вдоль него (рис. 4.2, б).

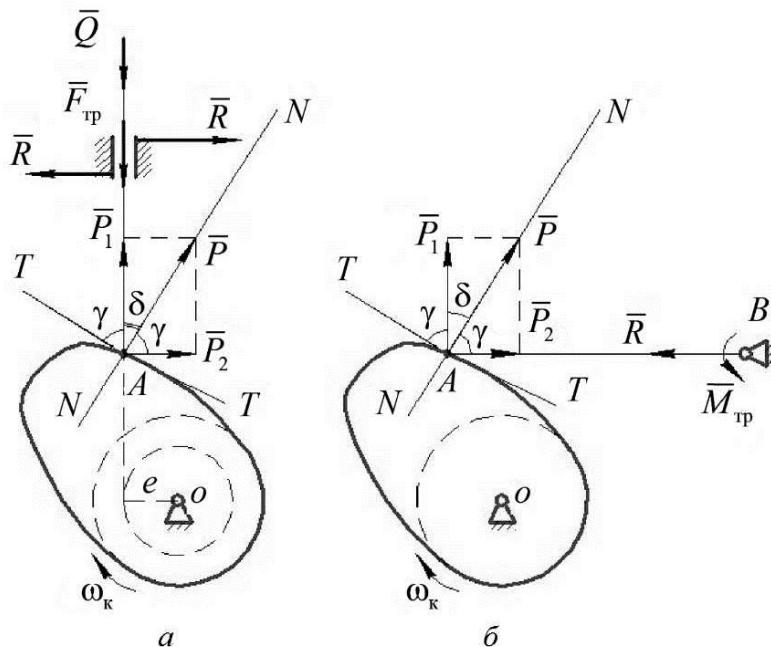


Рис. 4.2. Силы, действующие в кулачковых механизмах:
с толкателем (а) и коромыслом (б)

Рассмотрим кулачковый механизм с толкателем. В соответствии с рис. 4.2, *a* на толкатель действуют следующие факторы: сила \bar{Q} – равнодействующая приведенных к толкателю сил ($\bar{Q}_{\text{п.с}}$ – полезного сопротивления, $\bar{Q}_{\text{пр}}$ – давления пружины, \bar{G}_T – веса толкателя, $\bar{P}_{\text{и.т}}$ – инерции толкателя и т.п.).

Величина силы $P_1 = P \cos \delta$, а сила $P_2 = P \sin \delta$.

Сила \bar{P}_1 совершает полезную работу, преодолевая действие силы \bar{Q} и силы трения $\bar{F}_{\text{тр}} = f_{\text{тр}} \bar{R}$, где $f_{\text{тр}}$ – коэффициент трения толкателя в направляющих, \bar{R} – реакция в опорах. Сила \bar{P}_2 , изгибающая толкатель, увеличивает реакции \bar{R} , а следовательно, и силу трения в направляющих. В механизме с коромыслом сила \bar{P}_2 вызывает возникновение реакции \bar{R} в подшипнике *B* и момента трения $\bar{M}_{\text{тр}}$, препятствующего вращению коромысла (см. рис. 4.2, *b*).

Из соотношений для величин P_1 и P_2 следует, что при одной и той же силе давления \bar{P} сила \bar{P}_2 тем больше, чем больше угол давления (меньше угол передачи), что приводит к увеличению опорных реакций \bar{R} , сил трения $\bar{F}_{\text{тр}}$, износу кинематических пар, уменьшению КПД механизма.

Для нормальной работы кулачкового механизма необходимо соблюдение условия: $P_1 \geq Q$. Если это условие не выполнено, то при больших значениях угла давления (малых значениях угла передачи) усилие \bar{P} со стороны кулачка не сможет сдвинуть поступательно движущийся толкатель, и выходное звено «заклинит» в направляющих. В случае, когда выходное звено является коромыслом, возникнет большой момент трения $\bar{M}_{\text{тр}}$ в его опоре. Отсюда следует условие силовой работоспособности $\delta \leq \delta_{\text{доп}} = \delta_{\text{max}}$ или $\gamma \geq \gamma_{\text{доп}} = \gamma_{\text{min}}$, где индекс «доп» означает допускаемый.

Из практики исследований [2, 5, 6] установлено, что силовая работоспособность кулачкового механизма обеспечивается при максимальных значениях угла давления $\delta_{\text{доп}} = 30\dots35^\circ$ для механизмов с толкателем и $\delta_{\text{доп}} = 40\dots45^\circ$ для механизмов с коромыслом. При этом соответственно для угла передачи $\gamma_{\text{min}} = 50\dots60^\circ$ и $\gamma_{\text{min}} = 40\dots50^\circ$.

Также силовая работоспособность зависит от типа кулачкового механизма и вида замыкания контакта в высшей кинематической паре.

4.3. Определение угла давления (угла передачи)

Кулачковый механизм с поступательно движущимся роликовым толкателем

В соответствии с рис. 4.3, *a* контакт профиля происходит на расстоянии l_{OA} от центра вращения кулачка. В точке *A* контакта строится касательная *TT* и нормаль *NN* к профилю кулачка. Из точки *O* проводится окружность начальным (минимальным) радиусом R_0 . Отрезок *OD* = e – эксцентриситет.

План скоростей для данного положения (рис. 4.3, *б*) строится на основании уравнений:

$$\begin{cases} \bar{V}_{A_2} = {}_0\bar{V}_{XX} + \bar{V}_{A_{2X}}, \\ \bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1}. \end{cases} \quad (4.2)$$

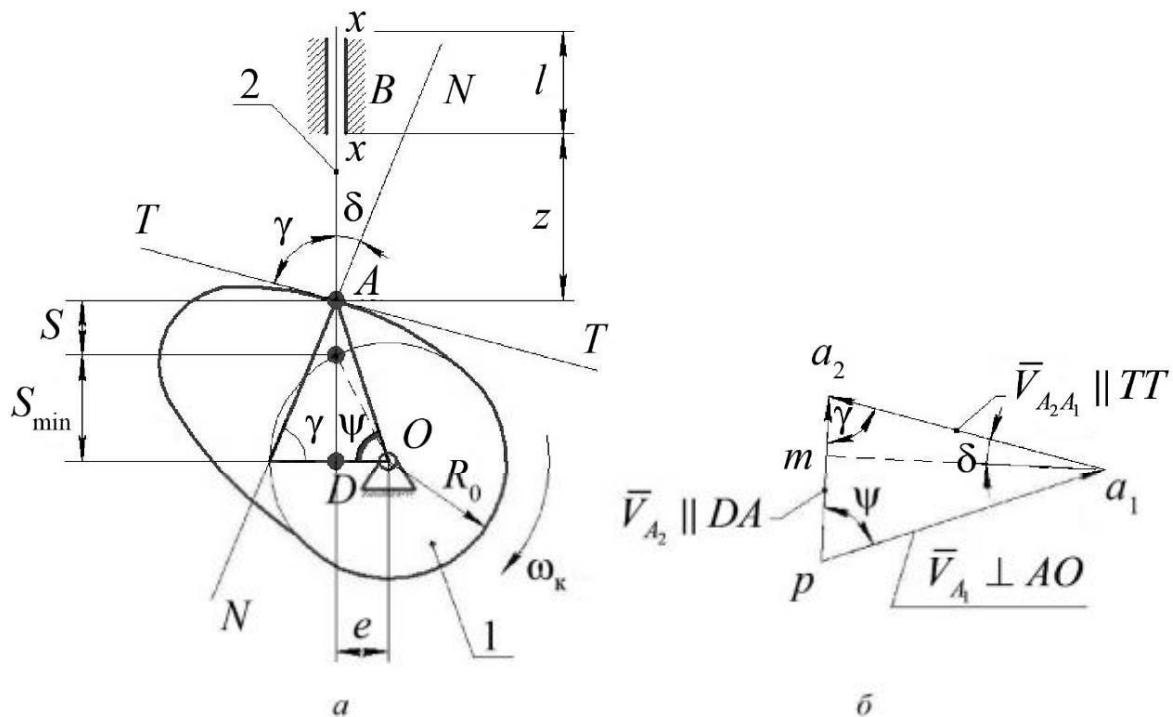


Рис. 4.3. Определение угла давления и угла передачи движения для кулачкового механизма с толкателем

Тогда из треугольника Δpma_1 следует, что

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{V_{A_2} - (pm) \cdot \mu_V}{(ma_1) \cdot \mu_V} = \frac{V_{A_2} - V_{A_1} \cdot \cos\psi}{V_{A_1} \cdot \sin\psi} = \frac{\frac{dS}{dt} - \omega_1 l_{OA} \cos\psi}{\omega_1 l_{OA} \sin\psi} =$$

$$=\frac{\frac{dS}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt} - \omega_1 l_{OA} \cos \psi}{\omega_1 l_{OA} \sin \psi} = \frac{\frac{dS}{d\phi} - e}{S_{\min} + S},$$

так как $l_{OA} \cos \psi = e$ и $l_{OA} \sin \psi = S_{\min} + S$ (см. рис. 4.3, а), где S_{\min} характеризует нижнее положение толкателя относительно оси вращения кулачка, S – текущее значение перемещения толкателя.

С учетом положительного или отрицательного смещения e величина угла давления для i -го положения (или угла передачи) примет вид

$$\operatorname{tg} \delta_i = \frac{\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i \pm e}{S_{\min} + S_i} \text{ или } \operatorname{tg} \gamma_i = \frac{S_{\min} + S_i}{\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i \pm e}, \quad (4.3)$$

где $S_{\min} = \sqrt{R_0^2 - e^2}$.

Знак «–» в формуле (4.3) ставится в случае, если скорость толкателя на фазе удаления составляет острый угол со скоростью точки контакта на кулачке. Перемещение толкателя и фазовые углы отсчитываются от начала фазы удаления. В противном случае ставится знак «+».

Для центрального кулачкового механизма

$$\operatorname{tg} \delta_i = \frac{\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i}{S_i + R_0} \text{ или } \operatorname{tg} \gamma_i = \frac{S_i + R_0}{\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i}. \quad (4.4)$$

Из формул (4.3), (4.4) следует, что угол давления и угол передачи зависят от значения начального радиуса R_0 , величины перемещения толкателя S , смещения e и аналога скорости толкателя $\frac{dS}{d\phi}$.

Угол давления δ можно уменьшить за счет эксцентрикитета, но это приводит к его росту на фазе сближения, что в случае силового замыкания допустимо. Также угол давления δ уменьшится, если увеличить R_0 , что приводит к росту габаритов механизма.

Обычно допускаемый угол давления определяют согласно двум условиям: малым габаритам механизма и высокому КПД. При уменьшении R_0 (уменьшение габаритов) возрастает угол давления δ и, как следствие, про-

исходит рост реакций в кинематических парах. Этот эффект оценивается введенным Л.Н. Решетовым [2, 5, 7] коэффициентом возрастания усилий $v = \frac{P}{R_c}$, где P – усилие со стороны кулачка на толкатель; R_c – сила сопротивления, включая силу инерции.

Для схемы рис. 4.3

$$v = \frac{1}{\left(1 - f \cdot \left(1 + \frac{2z}{l}\right) \cdot \operatorname{tg} \delta\right) \cdot \cos \delta}. \quad (4.5)$$

Мгновенный коэффициент полезного действия

$$\eta = 1 - f \cdot \left(1 + \frac{2z}{l}\right) \cdot \operatorname{tg} \delta, \quad (4.6)$$

где f – коэффициент трения в направляющих; l – длина направляющей xx ; z – вылет толкателя (см. рис. 4.3, а).

Если нет жестких ограничений на габариты, то начальный радиус R_0 увеличивают.

При силовом замыкании на фазе сближения эффект заклинивания или самоторможения отсутствует. Поэтому можно задавать $\delta > \delta_{\text{доп}}$. Рекомендуемые значения $v \leq 2$.

Кулачковый механизм с коромыслом

Для кулачкового механизма с коромыслом значения углов давления и передачи определяются соотношением, полученным из рис. 4.4:

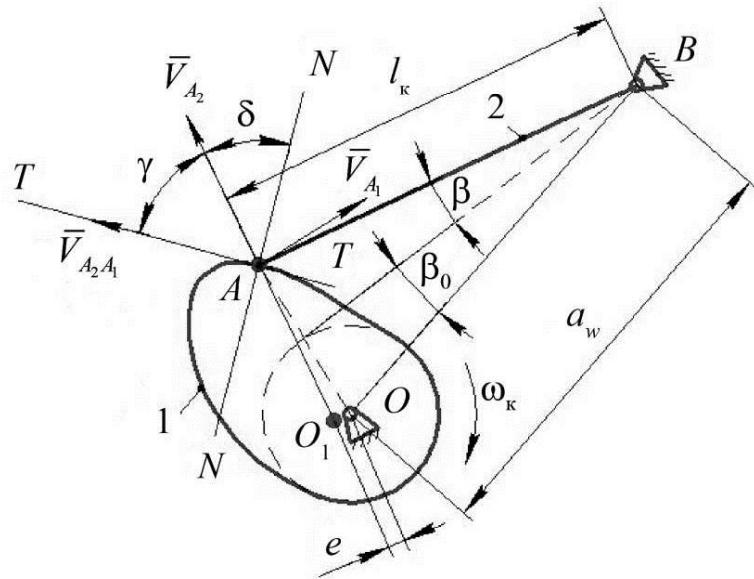


Рис. 4.4. Определение угла давления и угла передачи для кулачкового механизма с коромыслом

$$\operatorname{tg}\delta_i = \frac{l_k \cdot \left(\frac{d\beta}{d\phi} \right)_i \pm e}{a_w \sin(\beta_0 + \beta_i)} \text{ или } \operatorname{tg}\gamma_i = \frac{a_w \sin(\beta_0 + \beta_i)}{l_k \cdot \left(\frac{d\beta}{d\phi} \right)_i}, \quad (4.7)$$

где a_w – межцентровое расстояние; l_k – длина коромысла; e – условный эксцентриситет (переменная величина, см. рис. 4.4);

Знак «+» или «–» берется в зависимости от относительного положения точек O_1 и O , т.е. смещения относительно центра вращения кулачка (справа или слева). Для рис. 4.4 в формуле (4.7) перед эксцентриситетом e ставится знак «–». Правило знаков то же, что и в формуле (4.3).

Эксцентриситет e при повороте кулачка будет изменяться. Формула (4.7) является аналогом формулы (4.3), так как

$$S + S_{\min} = a_w \cdot \sin(\beta_0 + \beta); \quad l_k \frac{d\beta}{d\phi} = \frac{dS}{d\phi}.$$

4.4. Определение угла давления (передачи) с помощью совмещенного графика

Соотношения (4.3), (4.7) имеют определенный геометрический смысл.

Пусть известны параметры, и задан закон движения выходного звена кулачкового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем. В зависимости от схемы механизма на расстоянии $\pm e$ от центра O вращения кулачка проводится ось движения толкателя. На пересечении этой оси и дуги радиусом R_0 , проведенной из центра O , фиксируется точка O_0 , характеризующая начальное положение толкателя и принимаемая за начало системы координат $\left(\frac{dS}{d\phi}; S \right)$ (рис. 4.5).

С использованием зависимостей $S = S(\phi)$, $\frac{dS}{d\phi} = \frac{dS}{d\phi}(\phi)$ в выбранной системе координат по текущим значениям перемещения и аналога скорости строится замкнутая кривая за полный оборот кулачка. Полученная кривая называется *совмешенным графиком*. При этом следует выровнять масштабные коэффициенты таким образом, чтобы $\mu_S = \mu_{\frac{dS}{d\phi}}$.

С помощью совмещенного графика можно определить углы δ или γ в любом положении кулачка (см. рис. 4.5), исходя из следующих рассуждений.

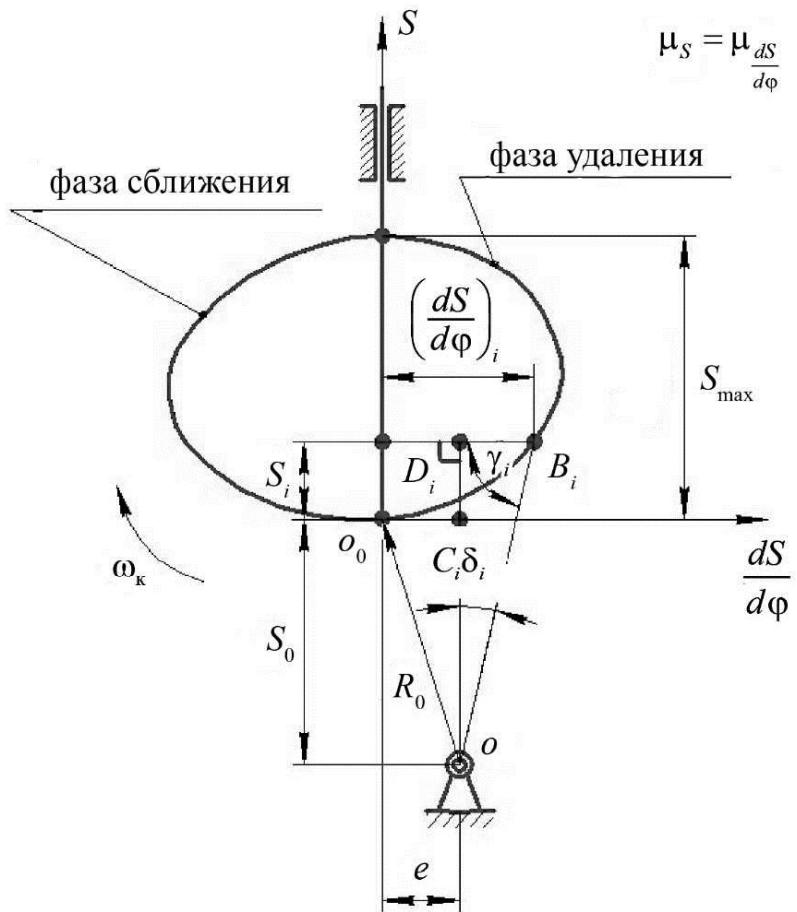


Рис. 4.5. Определение углов давления и передачи с помощью совмещенного графика для кулачкового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем

Текущему углу поворота кулачка φ_i в полученной системе координат соответствует точка B_i . Тогда угол давления δ_i (угол передачи γ_i) в i -м положении при $\mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\varphi}}$ соответствует углу между прямой OD_i , перпендикулярной оси $\frac{dS}{d\varphi}$

и прямой B_iO , так как из $\Delta OD_i B_i$ следует, что

$$\tg \angle D_i O B_i = \frac{D_i B_i}{O D_i} = \frac{\left(\left(\frac{dS}{d\varphi} \right)_i - e \right)}{\left(S_0 + S_i \right)} \sqrt{\frac{1}{\mu_s}} = \frac{\left(\frac{dS}{d\varphi} \right)_i - e}{\sqrt{R_0^2 - e^2} + S_i} = \tg \delta_i.$$

Таким образом, $\angle D_i O B_i = \delta_i$, а $\angle O B_i D_i = \gamma_i$. При этом учитываются замечания по выбору знака эксцентрикитета, изложенные в подразд. 4.3.

Следовательно, при определении угла давления достаточно измерить *острый* угол между отрезком, соединяющим центр вращения кулачка

с точкой совмещенного графика и прямой, проведенной из этой точки перпендикулярно $\frac{dS}{d\phi}$, а для угла передачи – с прямой, проведенной из данной

точки параллельно оси $\frac{dS}{d\phi}$ (см. рис. 4.5).

В случае кулачкового механизма с коромыслом выполняются следующие построения. Из центра O вращения кулачка проводится дуга радиусом R_0 до пересечения с дугой радиусом $BA_0 = \frac{l_k}{\mu_s}$, проведенной из

т. B центра вращения коромысла (рис. 4.6). Точка A_0 пересечения этих дуг соответствует начальному положению конца коромысла. Выбирая масштабные коэффициенты $\mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\phi}}$, откладывают от точки A_0 вдоль дуги

радиусом BA_0 отрезки $S_i = \cup A_0A_i$ перемещения конца коромысла, а вдоль луча BA_i – соответствующие им значения аналога скорости $\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i$. Получают точки C_i совмещенного графика (см. рис. 4.6).

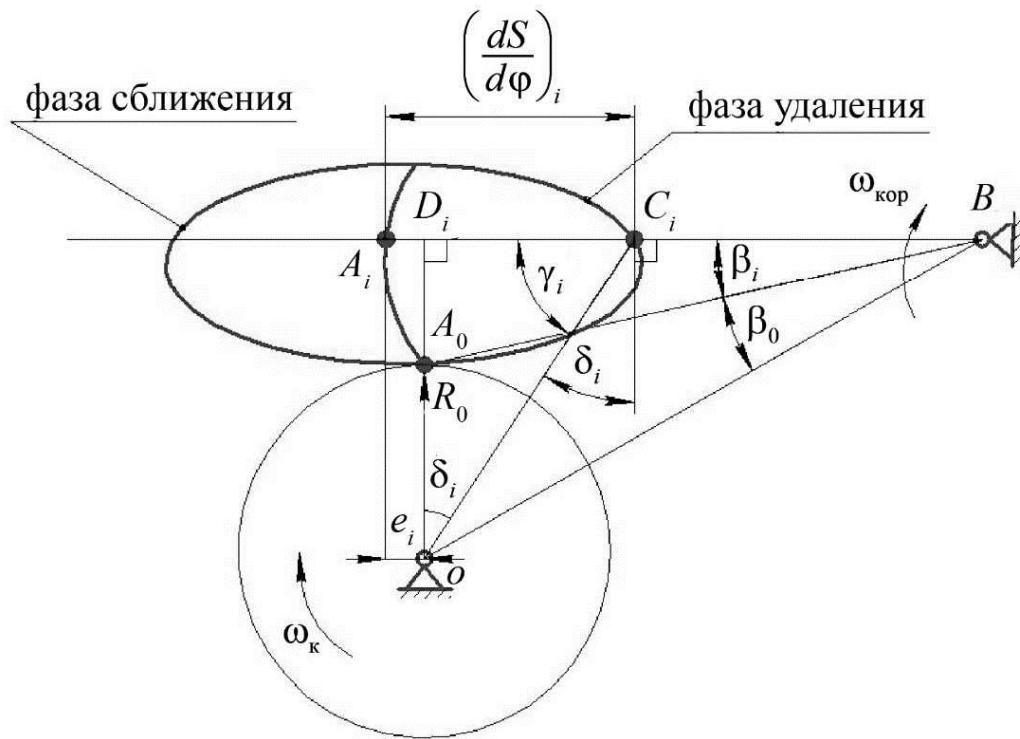


Рис. 4.6. Определение углов давления и передачи с помощью совмещенного графика для кулачкового механизма с коромыслом

Из ΔBD_iO следует, что

$$\operatorname{tg} \angle D_i O C_i = \frac{D_i C_i}{O D_i} = \frac{\left(l_k \left(\frac{d\beta}{d\phi} \right)_i - e_i \right) / \mu_{\frac{dS}{d\phi}}}{(OB \cdot \sin(\beta_0 + \beta_i)) / \mu_s} = \frac{l_k \left(\frac{d\beta}{d\phi} \right)_i - e_i}{OB \cdot \sin(\beta_0 + \beta_i)} = \operatorname{tg} \delta_i.$$

Следовательно, угол $\angle D_i O C_i = \delta_i$, а угол $\angle D_i C_i O = \gamma_i$.

Таким образом, с помощью совмещенного графика (см. рис. 4.6) определяется угол давления (угол передачи) для кулачкового механизма с коромыслом. В случае угла давления – это острый угол между прямой, соединяющей центр вращения O кулачка с точкой C_i , совмещенного графика и перпендикуляром в точке C_i к коромыслу в данном положении. Угол передачи движения – острый угол между прямой OC_i и коромыслом в i -м положении.

Рассмотренные методики графического определения углов δ или γ используются в процессе проектирования кулачковых механизмов (см. главу 6).

Контрольные вопросы

1. Что подразумевается под силовой работоспособностью кулачкового механизма?
2. Понятие об углах давления и передачи движения в кулачковых механизмах.
3. Оценить влияние угла давления (передачи) на силовую работоспособность кулачковых механизмов.
4. Что представляет собой совмещенный график?
5. Методика определения угла давления (передачи) с помощью совмещенного графика для различных видов кулачковых механизмов.
6. В кулачковом механизме с роликовым толкателем приведенная сила полезного сопротивления на выходном звене на фазе удаления $Q_{\max} = 100 \text{ Н}$. Сила давления со стороны кулачка $P = 120 \text{ Н}$. При каком наименьшем угле давления (наибольшем угле передачи) обеспечивается силовая работоспособность механизма (трение в направляющих не учитывать)?
7. Определить величину угла давления (передачи) в третьем положении механизма (рис. 1). Данные для расчета: $\mu_s = 0,005 \text{ м/мм}$, $y_3 = 15 \text{ мм}$, $\mu_{\frac{dS}{d\phi}} = 0,003 \text{ м/мм}$, $y'_3 = 25 \text{ мм}$, $R_0 = 50 \text{ мм}$, $e = 30 \text{ мм}$.

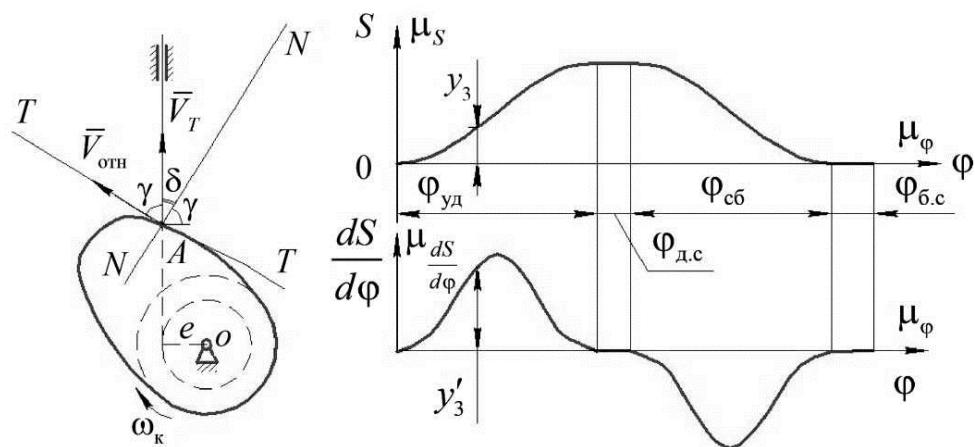


Рис. 1

8. Из каких соображений выбирается допускаемое значение угла давления (передачи)?

9. Оценить влияние кинематических и геометрических параметров на величину угла давления (передачи) в кулачковых механизмах.

10. Почему при определении угла давления (передачи) при помощи совмещенного графика выполняется условие $\mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\phi}}$?

11. Оценить влияние величины эксцентрикитета кулачкового механизма с роликовым толкателем на силовую работоспособность.

12. Чем определяется угол давления (передачи) в кулачковых механизмах с поступательно движущимся толкателем, оканчивающимся плоскостью?

13. Определить величину угла давления (передачи) в третьем положении механизма (рис. 2). Данные для расчета: $l_k = 0,15\text{м}$, $\beta_0 = 25^\circ$, $\beta_3 = 5^\circ$, $y'_3 = 40\text{ мм}$, $a_w = 0,2\text{ м}$, $e = 10\text{ мм}$, $\mu_{\frac{d\beta}{d\phi}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/мм}$.

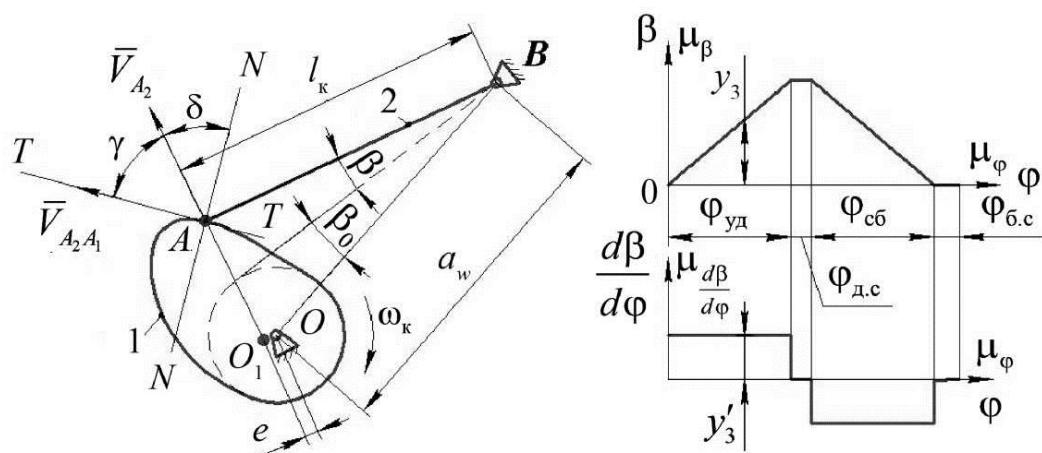


Рис. 2

14. Выразить величину угла давления (передачи) через кинематические параметры механизма (рис. 3).

15. В чем различия требований к углу давления (передачи) для кулачковых механизмов с силовым и геометрическим замыканием?

16. Охарактеризовать эффект «заклинивания» в кулачковых механизмах.

17. Как влияет реверсивное движение кулачка на величину угла давления?

18. Определить величину угла давления при $\varphi = 40^\circ$. Максимальный ход толкателя равен 0,036 м, $R_0 = 0,02$ м. Использовать метод графического интегрирования и геометрический смысл интеграла [8] (рис. 4).

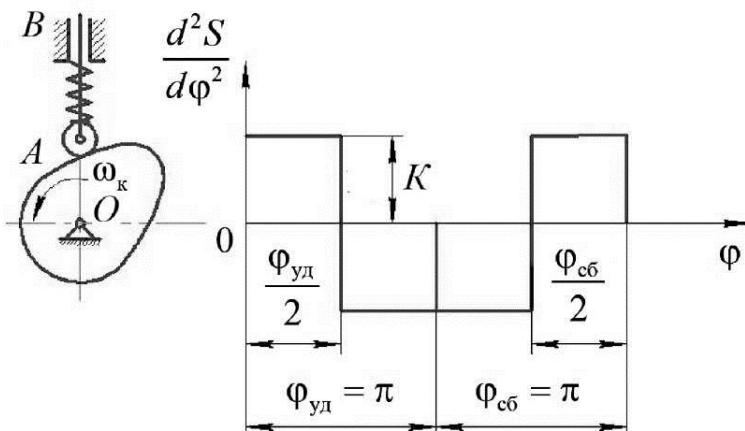


Рис. 4

19. Определить величину угла давления при повороте кулачка на угол $\varphi = 45^\circ$. $l_k = 0,09$ м, $a_w = 0,12$ м, $\beta_0 = 30^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $e = 0,01$ м [8] (рис. 5).

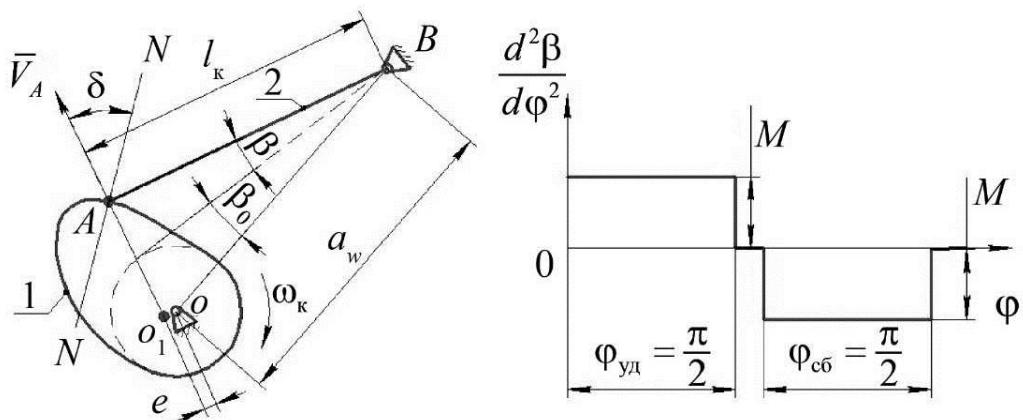


Рис. 5

20. Указать угол давления (передачи) в кулачковом механизме (рис. 6).

21. Указать угол давления (передачи) в кулачковом механизме (рис. 7).

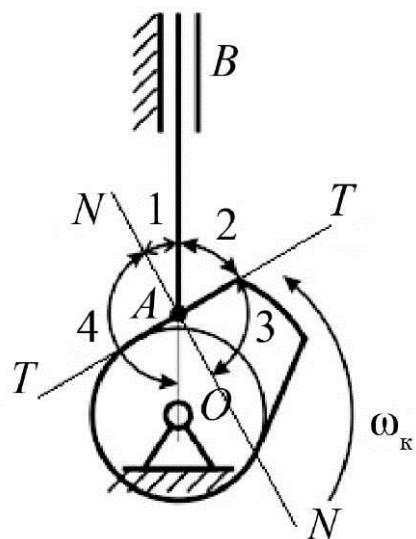


Рис. 6

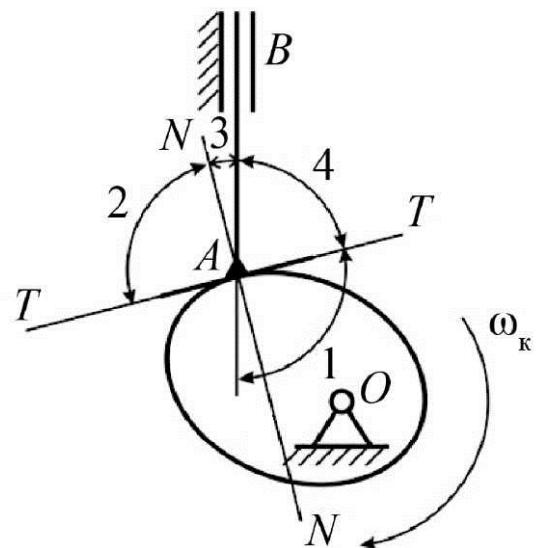


Рис. 7

22. Какой из углов схемы (рис. 8) является углом давления?

23. Какой из углов схемы (рис. 9) является углом давления?

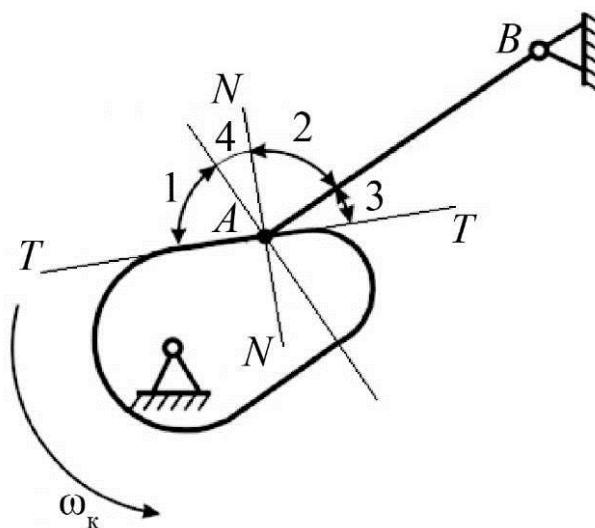


Рис. 8

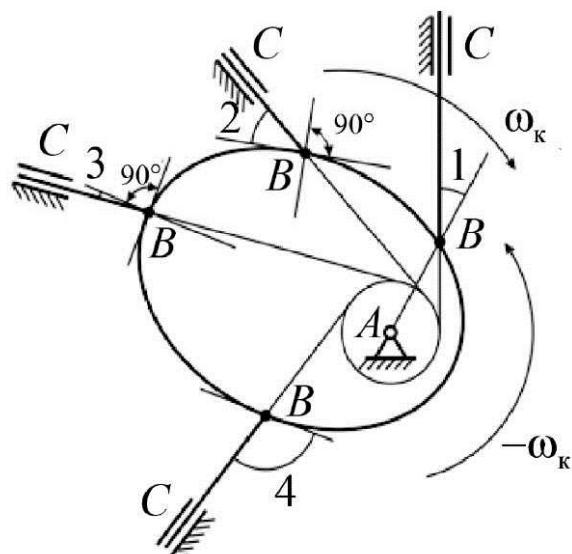


Рис. 9

24. Вычислить $\operatorname{tg} \delta_1$ (рис. 10). Данные для расчета: $\mu_s = 0,005 \text{ м/мм}$, $y_1 = 8 \text{ мм}$, $\mu_{V_\phi} = 0,0025 \text{ м/мм}$, $y_{\max} = 16 \text{ мм}$, $R_0 = 0,2 \text{ м}$, $\varphi_1 = \pi / 4$.

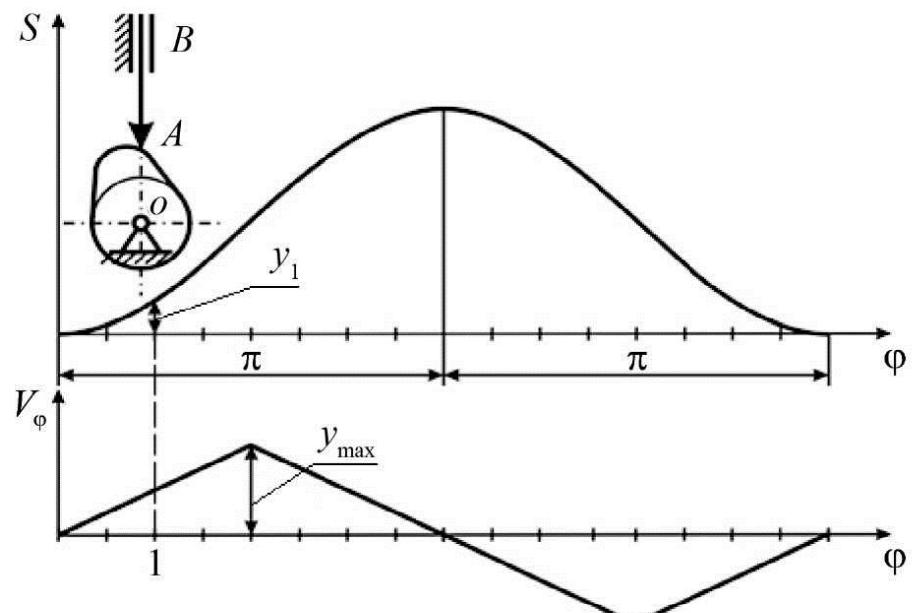


Рис. 10

25. Какой из углов схемы (рис. 11) является углом давления?

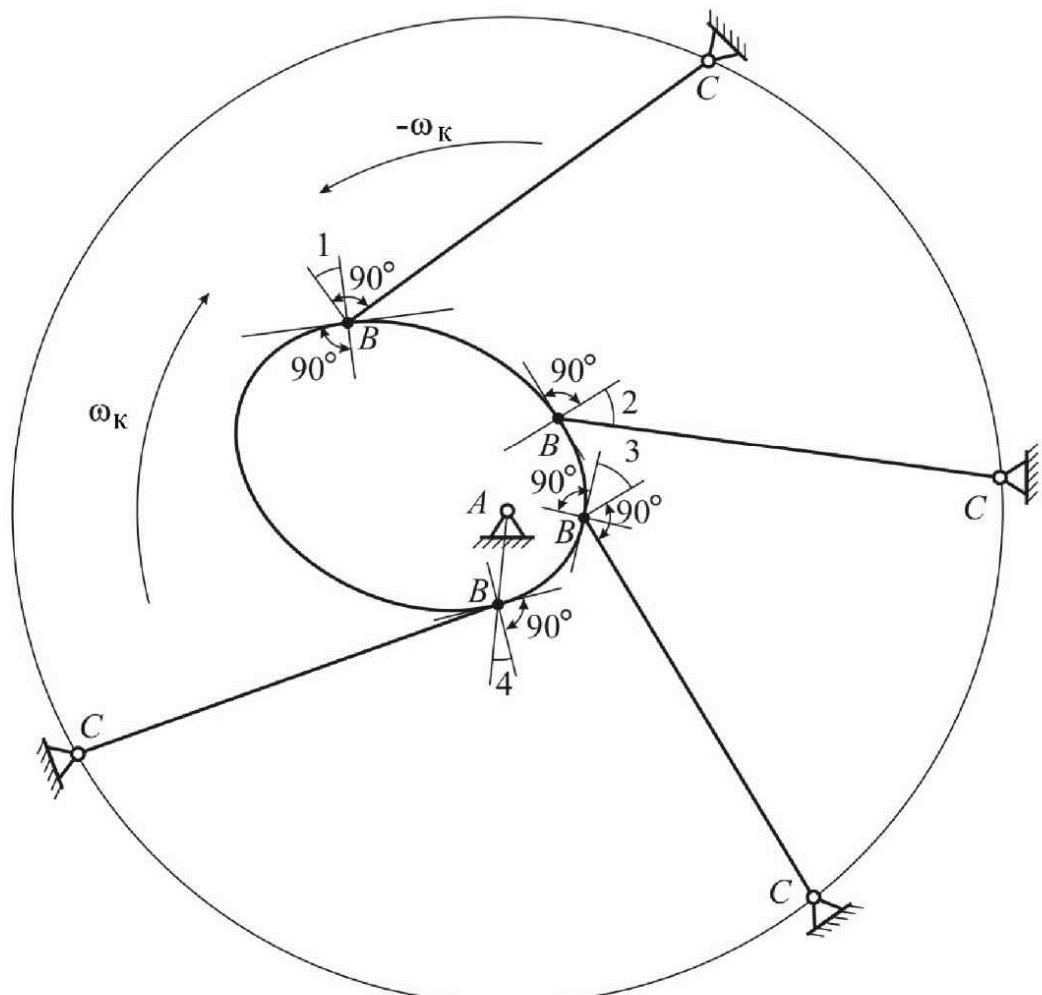


Рис. 11

5. ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ ВЫХОДНЫХ ЗВЕНЬЕВ

5.1. Требования к законам движения и их особенности

Закон движения выходного звена кулачкового механизма формируется исходя из особенностей технологического процесса машины. При этом могут учитываться требования по надежности, долговечности, быстродействию, точности и др. [1, 2, 3, 6].

Закон движения представляется функциональными зависимостями перемещения, скорости или ускорения выходного звена от времени:

$$S = f(t); \quad V = f'(t); \quad a^t = f''(t).$$

В случае равномерного движения кулачка это зависимости перемещения, аналогов скорости и ускорения выходного звена от обобщенной координаты:

$$S = f(\phi); \quad V_\phi = f'(\phi); \quad a_\phi^t = f''(\phi)$$

Функциональные зависимости могут задаваться графически, аналитически или таблично.

Некоторые законы сопровождаются мгновенными скачками скоростей или ускорений, так называемыми «ударами». Случай конечного скачка – «мягкий удар», случай бесконечного скачка – «жесткий удар».

При функционировании машин различного назначения реализуются самые разнообразные законы движения выходных звеньев кулачковых механизмов. Например, в металлорежущих станках кулачки применяются для реализации постоянной скорости подачи резца. В текстильных и швейных машинах кулачковые механизмы служат для направления нити при ее наматывании на катушку. Равномерность распределения провода или кабеля по всей рабочей длине катушки или барабана в электротехнической и кабельной промышленности обеспечивается механизмом раскладчика, в состав которого входит кулачковый механизм. Следует отметить подбор закона движения выходного звена кулачковых механизмов распределения тепловых двигателей, двигателей внутреннего сгорания и т.п. В этом случае закон движения выходного звена должен удовлетворять условию максимальной возможной характеристики «время сечения», пропорциональной площади ограниченной кривой (S, ϕ) на графике перемещений. Тогда не затягивается подъем клапана и не происходит изменение свойств пара или газа [1, 2, 4, 6].

В быстроходных механизмах большое значение имеют инерционные нагрузки. Поэтому задаются законом движения в форме $\frac{d^2S}{d\phi^2} = f''(\phi)$ с плавным изменением ускорения и его небольшой величиной, получая $V_\phi = f'(\phi)$ и $S = f(\phi)$ с помощью интегрирования.

В тихоходных механизмах исходят из технологических требований. Если они не играют ответственной роли в рабочем процессе, то задаются зависимостью $S = f(\phi)$. Значения $V_\phi = f'(\phi)$ и $a_\phi^\tau = f''(\phi)$ получают последовательным дифференцированием $S = f(\phi)$. Тогда могут применяться законы с «мягкими» или «жесткими» ударами, так как звенья механизма обладают определенной упругостью, в какой-то мере снижая эффект «удара».

Одним из методов аналитического задания законов движения является введение безразмерных функций: $S(k)$, $V_\phi(k)$, $a_\phi^\tau(k)$, в которых безразмерный аргумент $k \in [0; 1]$ [2, 3, 6].

На фазе удаления $k = k_y = \frac{\Phi_i}{\Phi_{y\text{уд}}}$, на фазе сближения $k = k_{\text{сб}} = \frac{(\Phi_p - \Phi_i)}{\Phi_{\text{сб}}}$,

где Φ_i – текущий угол поворота кулачка на соответствующей фазе.

При равномерном движении кулачка, например, на фазе удаления

$$S(\phi) = h_{\max} \cdot S(k); V_\phi(\phi) = \frac{h_{\max}}{\Phi_{y\text{уд}}} \cdot S'(k); a_\phi^\tau(\phi) = \frac{h_{\max}}{\Phi_{y\text{уд}}^2} \cdot S''(k).$$

Функции $S(k)$, $S'(k)$, $S''(k)$ разнообразны и могут представляться степенными полиномами, а также различными тригонометрическими выражениями. Коэффициенты безразмерных функций определяются из начальных и граничных условий, обычно в начале и конце соответствующих фаз. Законы движения на основе безразмерных функций изложены в работах [2, 3, 6].

Довольно часто применяются комбинированные законы движения, когда на соответствующих фазах законы разные или реализуются их комбинации.

В этой главе рассматриваются особенности наиболее распространенных типовых законов движения, представленных как в аналитической, так и графической форме.

5.2. Особенности и характеристики некоторых типовых законов движения*

5.2.1. Линейный закон движения

Аналитическое выражение для линейного закона можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} \text{для фазы удаления} \\ S = h_{\max} \frac{\phi}{\Phi_{уд}}; \frac{dS}{d\phi} = \frac{h_{\max}}{\Phi_{уд}} = \text{const}; 0 \leq \phi \leq \Phi_{уд}; \\ \text{для фазы сближения} \\ S = h_{\max} \cdot \left(1 - \frac{\phi}{\Phi_{сб}}\right); \frac{dS}{d\phi} = -\frac{h_{\max}}{\Phi_{сб}} = \text{const}; 0 \leq \phi \leq \Phi_{сб}, \end{cases} \quad (5.1)$$

где ϕ – текущая угловая координата поворота кулачка, отсчитываемая от начала соответствующей фазы движения; h_{\max} – максимальный ход толкателя (для коромысла $h_{\max} = l_k \beta_{\max}$).

Диаграмма перемещения $S = f(\phi)$ строится в виде наклонных прямых по заданному максимальному перемещению h_{\max} выходного звена соответственно в конце фазы удаления и начале фазы сближения (рис. 5.1).

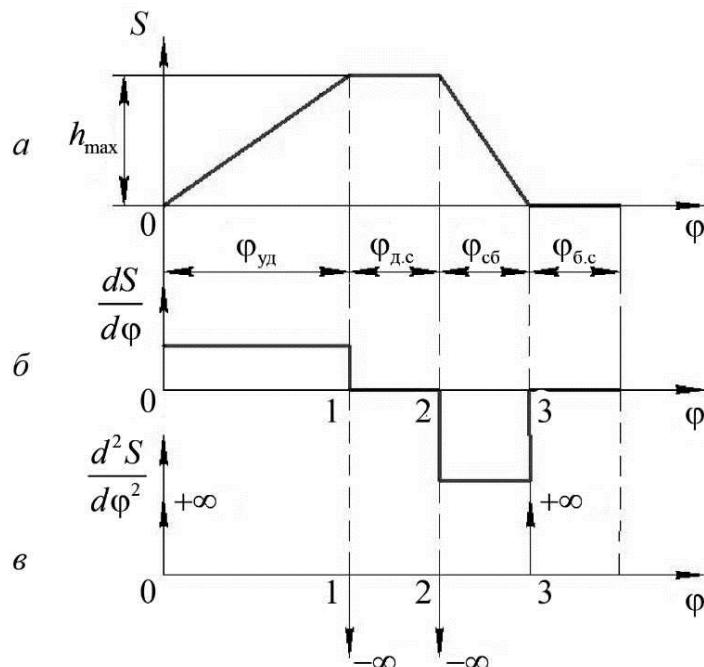


Рис. 5.1. Линейный закон движения

* Материалы для курсового проектирования.

Этот закон обеспечивает равномерное движение выходного звена. Из диаграмм на рис. 5.1 следует, что величина аналога скорости (скорость) остается в пределах фаз удаления и сближения постоянной. В начале и в конце каждой фазы (точки 0, 1, 2, 3, рис. 5.1, б) величина $\frac{dS}{d\phi}$ изменяется конечным скачком. В этих точках мгновенно возрастает ускорение (в данном случае аналог ускорения $\frac{d^2S}{d\phi^2}$) теоретически до бесконечно большой величины (рис. 5.1, в). Происходят «жесткие» удары, что приводит при больших скоростях вращения кулачка к динамическим перегрузкам.

В действительности звенья механизма обладают упругостью, смягчающей удар, вследствие чего в точках 0, 1, 2, 3 скорость меняется не мгновенно. Ускорения будут значительными, не достигая бесконечно больших величин.

Применение линейного закона движения (см. рис. 5.1) возможно только в тихоходных кулачковых механизмах, так как в случае больших ускорений возникают значительные инерционные нагрузки.

Замечание. Для уменьшения ударов закон модернизируют, сопрягая в точках 0, 1, 2, 3 линейные зависимости дугами окружностей, вследствие чего скорость изменяется плавно. С увеличением радиуса дуг плавность увеличивается. Ускорение (в данном случае аналог ускорения $\frac{d^2S}{d\phi^2}$) выходитного звена на этих участках меняется конечными скачками. Удары смягчаются. Динамическая нагрузка уменьшается.

5.2.2. Параболический закон движения

Аналитическая форма представления

Параболический закон движения можно представить диаграммами (рис. 5.2). График перемещения на фазах удаления и сближения состоит из двух участков таких, что

$$\Phi_{уд} = \Phi'_y + \Phi''_y; \quad \Phi_{об} = \Phi'_c + \Phi''_c.$$

Например, на фазе удаления график состоит из двух парабол, которые сопрягаются в точке *B* (см. рис. 5.2).

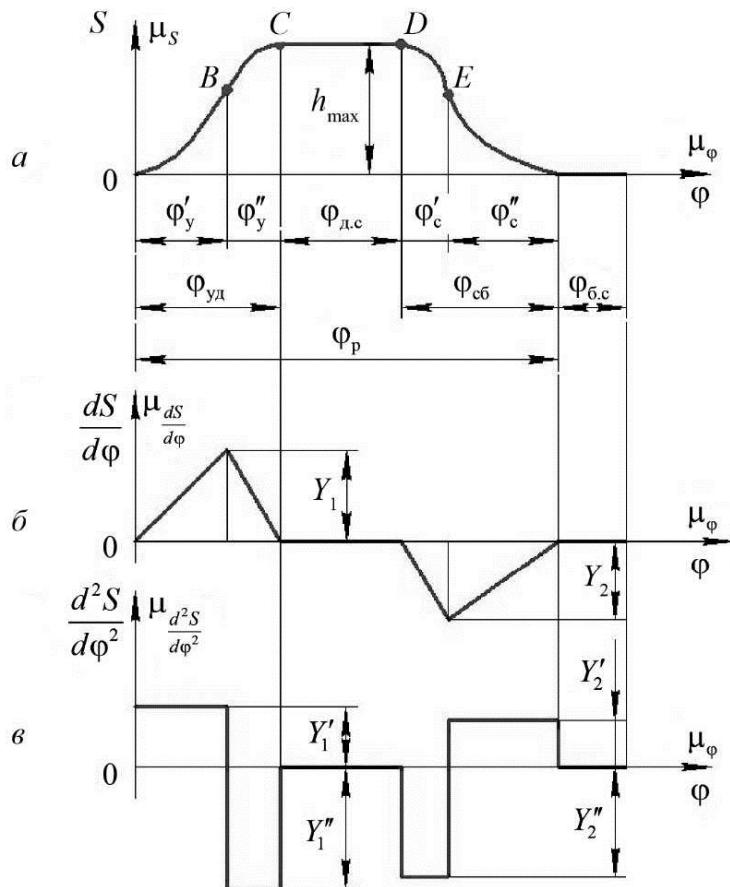


Рис. 5.2. Параболический закон движения

Закон движения для фазы удаления представляется аналитическими зависимостями:

$$\begin{cases} S = h_{\max} \cdot \frac{\phi^2}{\phi'_y \cdot \phi_{\text{уд}}}, & 0 \leq \phi \leq \phi'_y; \\ S = \frac{h_{\max}}{\phi''_y \cdot \phi_{\text{уд}}} (-\phi^2 + 2\phi_{\text{уд}} \cdot \phi - \phi'_y \cdot \phi_{\text{уд}}), & \phi'_y \leq \phi \leq \phi_{\text{уд}}; \\ \frac{dS}{d\phi} = \frac{2h_{\max}\phi}{\phi'_y \cdot \phi_{\text{уд}}}, & 0 \leq \phi \leq \phi'_y; \\ \frac{dS}{d\phi} = \frac{2h_{\max}}{\phi''_y \cdot \phi_{\text{уд}}} (\phi_{\text{уд}} - \phi), & \phi'_y \leq \phi \leq \phi_{\text{уд}}; \\ \frac{d^2S}{d\phi^2} = \frac{2h_{\max}}{\phi'_y \cdot \phi_{\text{уд}}} = \text{const}, & 0 \leq \phi \leq \phi'_y; \\ \frac{d^2S}{d\phi^2} = -\frac{2h_{\max}}{\phi''_y \cdot \phi_{\text{уд}}} = \text{const}, & \phi'_y \leq \phi \leq \phi_{\text{уд}}. \end{cases} \quad (5.2)$$

Для фазы сближения, соответствующей углу $\varphi_{\text{сб}}$, все параметры движения рассчитываются по уже выведенным формулам с соответствующей заменой φ'_y, φ''_y на φ'_c, φ''_c . Причем значение угла φ заменяется на $(\varphi_{\text{сб}} - \varphi)$. Отсчет текущих значений угла φ идет от начала фазы сближения в диапазоне $0 \leq \varphi \leq \varphi'_c$ и $\varphi'_c \leq \varphi \leq \varphi_{\text{сб}}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} S = h_{\max} \left(1 - \frac{\varphi^2}{\varphi'_c \cdot \varphi_{\text{сб}}} \right), \quad 0 \leq \varphi \leq \varphi'_c; \\ S = h_{\max} \left(1 + \frac{\varphi^2 - 2\varphi_{\text{сб}} \cdot \varphi + \varphi'_c \cdot \varphi_{\text{сб}}}{\varphi''_c \cdot \varphi_{\text{сб}}} \right), \quad \varphi'_c \leq \varphi \leq \varphi_{\text{сб}}; \\ \frac{dS}{d\varphi} = -\frac{2h_{\max} \cdot \varphi}{\varphi'_c \cdot \varphi_{\text{сб}}}, \quad 0 \leq \varphi \leq \varphi'_c; \\ \frac{dS}{d\varphi} = 2h_{\max} \frac{(\varphi - \varphi_{\text{сб}})}{\varphi''_c \cdot \varphi_{\text{сб}}}, \quad \varphi'_c \leq \varphi \leq \varphi_{\text{сб}}; \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} = -\frac{2h_{\max}}{\varphi'_c \cdot \varphi_{\text{сб}}}, \quad 0 \leq \varphi \leq \varphi'_c; \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{2h_{\max}}{\varphi''_c \cdot \varphi_{\text{сб}}}, \quad \varphi'_c \leq \varphi \leq \varphi_{\text{сб}}. \end{array} \right. \quad (5.2^*)$$

Внутри фаз удаления и сближения изменение аналогов ускорения сопровождается конечными скачками с изменением знака, что приводит к «мягким» ударам, скачкообразному изменению инерционных нагрузок, возникновению вибраций и т.п. Такой закон движения целесообразно назначать в *тихоходных* механизмах.

В случае, когда $\varphi'_y = \varphi''_y$, $\varphi'_c = \varphi''_c$, соотношения (5.2), например, для фазы удаления принимают следующий вид:

<ul style="list-style-type: none"> • при $0 \leq \varphi \leq \frac{\varphi_{\text{уд}}}{2}$ $\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{2h_{\max}\varphi^2}{\varphi_{\text{уд}}^2}, \\ \frac{dS}{d\varphi} = \frac{4h_{\max}\varphi}{\varphi_{\text{уд}}^2}, \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{4h_{\max}}{\varphi_{\text{уд}}^2}; \end{array} \right.$	<ul style="list-style-type: none"> • при $\frac{\varphi_{\text{уд}}}{2} \leq \varphi \leq \varphi_{\text{уд}}$ $\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{2h_{\max}}{\varphi_{\text{уд}}^2} (-\varphi^2 + 2\varphi_{\text{уд}}\varphi - \frac{\varphi_{\text{уд}}^2}{2}), \\ \frac{dS}{d\varphi} = \frac{4h_{\max}}{\varphi_{\text{уд}}^2} (\varphi_{\text{уд}} - \varphi), \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} = -\frac{4h_{\max}}{\varphi_{\text{уд}}^2}. \end{array} \right.$
--	--

(5.3)

Аналогично формируется закон движения для фазы сближения.

Графический способ построения параболического закона движения

График перемещения строится как две сопряженные ветви парабол. На фазе удаления точка вершины одной из них находится в начале координат, другой – в точке с координатами ($\phi_{y\text{д}}; h_{\max}$).

Выбрав масштабный коэффициент μ_s (м/мм), на оси $0S$ (рис. 5.3, а) откладывают отрезок Y (мм), соответствующий максимальному ходу выходного звена: $Y = \left(\frac{h_{\max}}{\mu_s} \right)$. На оси Φ углов поворота кулачка откладывается фазовый угол удаления в масштабе μ_ϕ . Из точки, соответствующей ϕ'_y , восстанавливают перпендикуляр и на нем откладывается отрезок Y_y (мм), $Y_y = \left(\frac{h_{\max}}{\mu_s} \cdot \frac{\phi'_y}{\Phi_{y\text{д}}} \right)$. Этот отрезок разбивается на несколько равных частей.

На такое же количество частей делится отрезок $[0; \phi'_y]$. Далее, из начала координат проводят лучи через точки деления вертикального отрезка $\left[0; \frac{h_{\max}}{\mu_s} \cdot \frac{\phi'_y}{\Phi_{y\text{д}}} \right]$. Каждый луч, пересекаясь с одноименной ординатой, проведенной через деление отрезка соответствующего участка $[0; \phi'_y]$, дает точку первой ветви параболы на участке $[0; \phi'_y]$ фазы удаления (см. рис. 5.3, а).

Аналогично строится сопряженная с первой второй ветвь параболы на участке ϕ''_y . Из точки $\left(\phi_{y\text{д}}; \frac{h_{\max}}{\mu_s} \right)$ проводят лучи до пересечения с точками, на которые равномерно разделен отрезок $\left[\frac{h_{\max}}{\mu_s} \cdot \frac{\phi'_y}{\Phi_{y\text{д}}}; \frac{h_{\max}}{\mu_s} \right]$.

Точками параболы будут точки пересечения этих лучей с перпендикулярами, восстановленными из точек участка ϕ''_y , который также разделен на равные части. Таким образом, точка сопряжения двух ветвей парабол имеет координаты $\left(\phi'_y; \frac{h_{\max}}{\mu_s} \cdot \frac{\phi'_y}{\Phi_{y\text{д}}} \right)$ (см. рис. 5.3, а).

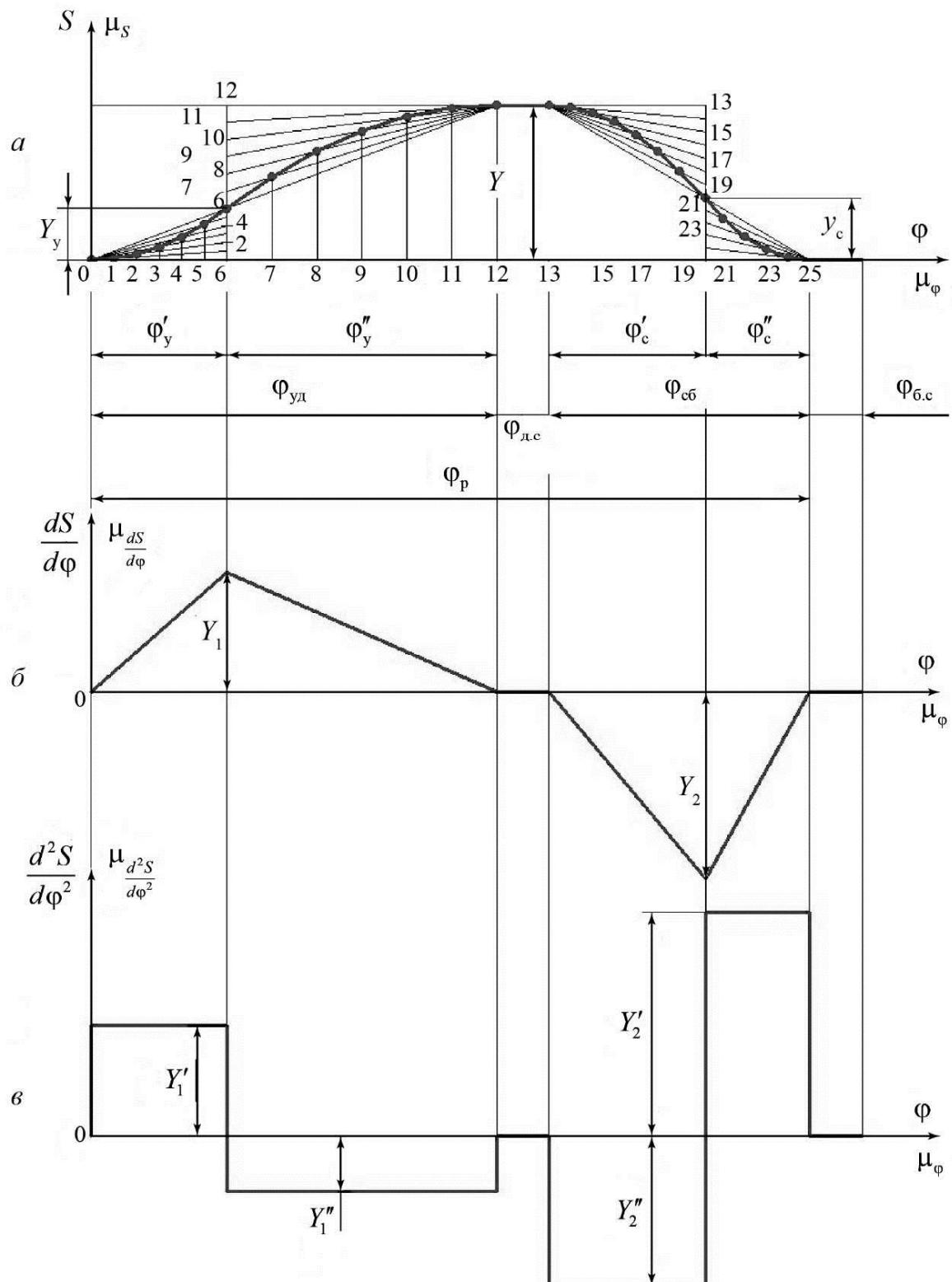


Рис. 5.3. Построение диаграмм параболического закона движения

График аналога скоростей $\frac{dS}{d\phi}$ удобно строить, отложив в точке φ'_y оси 0φ отрезок $\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_{\max} = \left(\frac{2h_{\max}}{\mu_s \cdot \varphi_{y\text{уд}}}\right)$ (в мм) вдоль оси ординат. Для графика $\frac{d^2S}{d\phi^2}$

в точке φ'_y вдоль оси ординат откладывают $\left(\frac{d^2S}{d\phi^2}\right)_{\max} = \left(\frac{2h_{\max}}{\mu_s \cdot \varphi'_y \cdot \varphi_{y\text{уд}}}\right)$ (в мм) и ниже оси абсцисс отрезок $\left(\frac{d^2S}{d\phi^2}\right)_{\max} = \left(\frac{2h_{\max}}{\mu_s \cdot \varphi''_y \cdot \varphi_{y\text{уд}}}\right)$ (в мм) (см. рис. 5.3, б, в).

Построение на фазе сближения осуществляется аналогичным образом, но имеется ряд особенностей. Деление участка $\varphi_{cб}$ вдоль оси 0φ проводится от точки $(\varphi_p; 0)$ к началу координат. Вертикальный отрезок $Y_c = \left(\frac{h_{\max}}{\mu_s} \cdot \frac{\varphi'_c}{\varphi_{cб}}\right)$ (в мм) откладывается из точки $(\varphi'_c; 0)$. Прямые из точки $(\varphi_p; 0)$, пересекающие точки деления этого отрезка, проводятся по аналогии с построениями на фазе удаления (см. рис. 5.3).

В результате построений $\mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\phi}} = \mu_{\frac{d^2S}{d\phi^2}}$, что удобно при построении совмещенного графика и синтезе механизма. При этом (см. рис. 5.3, б, в)

$$\left(\frac{Y_1}{Y_2}\right) = \frac{\varphi_{cб}}{\varphi_{y\text{уд}}}, \quad \left(\frac{Y'_1}{Y'_2}\right) = \frac{\varphi_{cб} \cdot \varphi''_c}{\varphi_{y\text{уд}} \cdot \varphi''_y}.$$

Также графики $\frac{dS}{d\phi}$ и $\frac{d^2S}{d\phi^2}$ можно получить графическим дифференцированием графика $S = S(\varphi)$.

Когда $\varphi'_y = \varphi''_y$, точка сопряжения парабол имеет координаты $\left(\frac{\varphi_{y\text{уд}}}{2}, \frac{h_{\max}}{2\mu_s}\right)$.

В этом случае величины отрезков, соответствующие максимальным значениям аналога скорости и ускорения на фазе удаления определяются соотношениями:

$$\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_{\max} = \left(\frac{2h_{\max}}{\mu_s \cdot \varphi_{y\text{уд}}}\right) [\text{мм}]; \quad \left(\frac{d^2S}{d\phi^2}\right)_{\max} = \left(\frac{4h_{\max}}{\mu_s \cdot \varphi_{y\text{уд}}^2}\right) [\text{мм}].$$

Их ординаты на фазе удаления и сближения при $\phi'_c = \phi''_c$ соотносятся как

$$\left(\frac{Y_1}{Y_2} \right) = \left(\frac{\Phi_{c6}}{\Phi_y} \right) \text{ и } \left(\frac{Y'_1}{Y'_2} \right) = \left(\frac{\Phi_{c6}}{\Phi_y} \right)^2,$$

где Y_1 и Y_2 – значения максимальных ординат на графике $\frac{dS}{d\phi}$, соответствующие фазам удаления и сближения; Y'_1 и Y'_2 – максимальные значения ординат на графике $\frac{d^2S}{d\phi^2}$, соответствующие фазам удаления и сближения (см. рис. 5.3).

5.2.3. Синусоидальный закон движения

Аналитическая форма представления

Ускорение изменяется по закону синуса. Функциональные зависимости для фаз удаления и сближения, например, при $\phi'_y = \phi''_y$ и $\phi'_c = \phi''_c$ представляются соотношениями:

<p>• при $0 \leq \phi \leq \Phi_{yд}$</p> $S = h_{\max} \left(\frac{\phi}{\Phi_{yд}} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\Phi_{yд}} \phi \right),$ $\frac{dS}{d\phi} = \frac{h_{\max}}{\Phi_{yд}} \left(1 - \cos \frac{2\pi\phi}{\Phi_{yд}} \right),$ $\frac{d^2S}{d\phi^2} = \frac{2\pi h_{\max}}{\Phi_{yд}^2} \sin \frac{2\pi}{\Phi_{yд}} \phi;$	<p>• при $0 \leq \phi \leq \Phi_{cб}$</p> $S = h_{\max} \left(\left(1 - \frac{\phi}{\Phi_{cб}} \right) - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi \left(1 - \frac{\phi}{\Phi_{cб}} \right) \right),$ $\frac{dS}{d\phi} = -\frac{h_{\max}}{\Phi_{cб}} \left(1 - \cos 2\pi \left(1 - \frac{\phi}{\Phi_{cб}} \right) \right),$ $\frac{d^2S}{d\phi^2} = \frac{2\pi h_{\max}}{\Phi_{cб}^2} \sin 2\pi \left(1 - \frac{\phi}{\Phi_{cб}} \right).$
---	---

(5.4)

Текущие углы ϕ отсчитываются от начала соответствующих фаз.

Синусоидальный закон движения можно представить в виде графиков (рис. 5.4).

Амплитуды графиков на соответствующих фазах связаны соотношениями

$$\left(\frac{Y_1}{Y_2} \right) = \left(\frac{\Phi_{cб}}{\Phi_{yд}} \right) \text{ и } \left(\frac{Y'_1}{Y'_2} \right) = \left(\frac{\Phi_{cб}}{\Phi_{yд}} \right)^2.$$

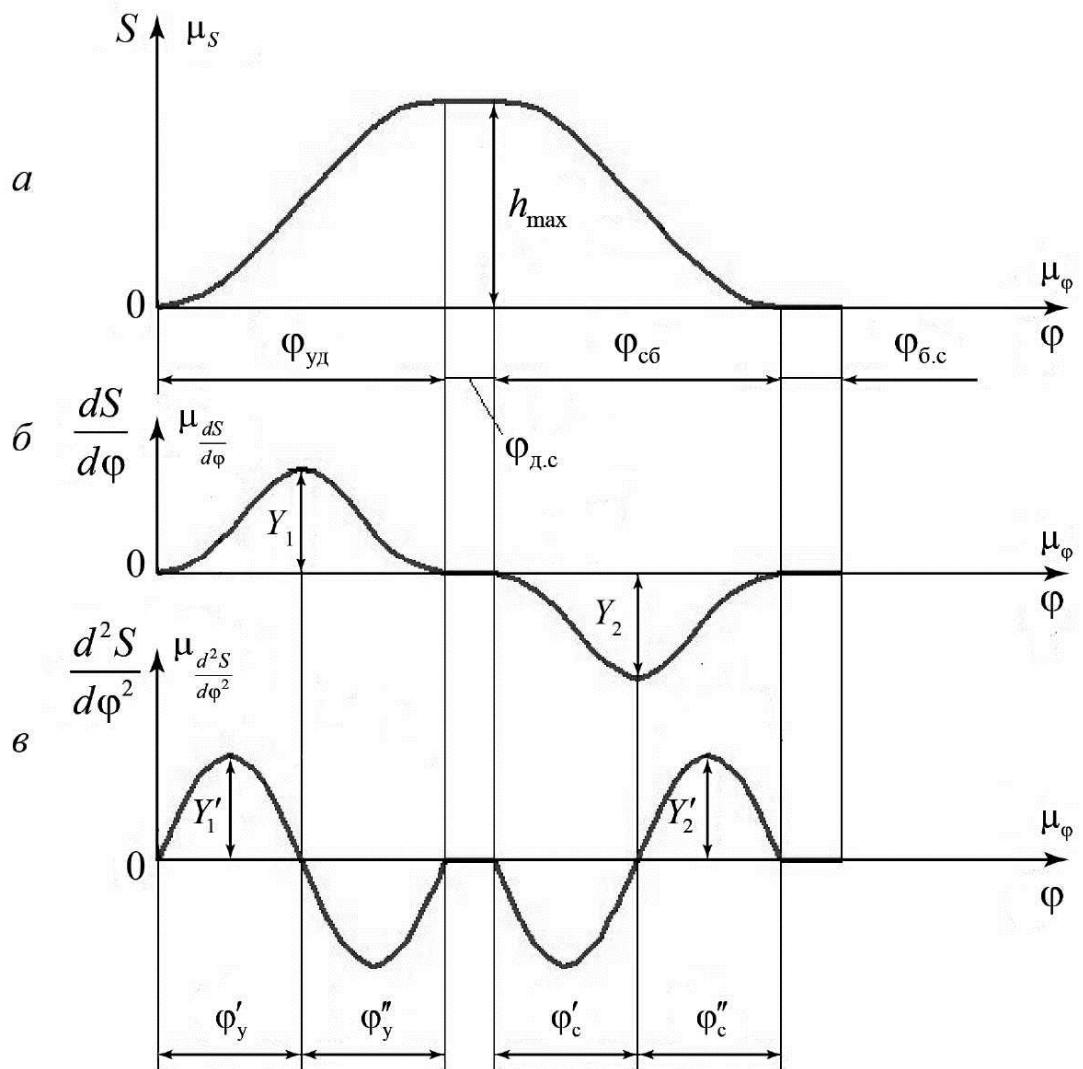


Рис. 5.4. Синусоидальный закон движения

Величины ординат графиков $\frac{dS}{d\phi}$ и $\frac{d^2S}{d\phi^2}$ на фазе сближения иначе можно определить путем пропорционального изменения ординат соответствующего графика на фазе удаления.

В начале и конце фаз движения аналоги скорости и ускорения равны 0, что и определяет безударную работу кулачкового механизма.

Достоинство синусоидального закона заключается в плавном изменении ускорения выходного звена. Соответственно плавно изменяются инерционные нагрузки, действующие на это звено.

Для клапанных механизмов этот закон имеет недостаток, так как кривая подъема слишком плавно подходит к оси 0φ. Подъем клапана замедляется, негативно влияя на изменение свойств рабочей смеси (газа или пара) [2, 3, 5].

Графический способ построения синусоидального закона движения

Построение графика $S = f(\phi)$ для фазы удаления показано на рис. 5.5, а. Участок фазы удаления по оси 0ϕ делят, например, на 12 равных частей. В точках деления восстанавливают перпендикуляры.

1. Выбрав масштабный коэффициент μ_s , из начала координат проводят полуокружность радиусом $r = \left(\frac{h_{\max}}{2\pi \cdot \mu_s} \right) [\text{мм}]$. Эту полуокружность делят на 6 равных частей. Точки деления проектируют на ось $0S$ (см. рис. 5.5, а).

2. Начало координат соединяется прямой с точкой $\left(\Phi_{уд}; \frac{h_{\max}}{\mu_s} \right)$. Из остальных точек проводят прямые, параллельные данной до пересечения с соответствующими ординатами, получая точки графика $S = f(\phi)$. Для фазы сближения методика построения аналогична. Только полуокружность радиусом $r = \left(\frac{h_{\max}}{2\pi \cdot \mu_s} \right) [\text{мм}]$ проводят из точки $(\phi_p; 0)$. Затем построения осуществляют так же, как и на фазе удаления (см. рис. 5.5, а).

3. При построении графика $\frac{dS}{d\phi} = f'(\phi)$ (рис. 5.6, б) на оси $\frac{dS}{d\phi}$ от начала координат откладывают отрезок $\left(\frac{2h_{\max}}{\Phi_{уд} \cdot \mu_s} \right)$, мм ($\Phi_{уд}$, рад), на котором как на диаметре, строят полуокружность радиусом $r_1 = \left(\frac{h_{\max}}{\Phi_{уд} \cdot \mu_s} \right)$, мм, которую делят на 6 равных частей.

4. Через точки деления проводят прямые, параллельные оси 0ϕ , которые, пересекаясь с соответствующими ординатами, дают точки графика $\frac{dS}{d\phi} = f'(\phi)$.

Для фазы сближения строят полуокружность радиусом $r'_1 = \left(\frac{h_{\max}}{\Phi_{сб} \cdot \mu_s} \right)$ [мм], которая располагается ниже полуокружности радиусом r_1 и центр которой в точке $(\phi_p; -r'_1)$. Далее построения аналогичны построениям для фазы удаления (см. рис. 5.5, б).

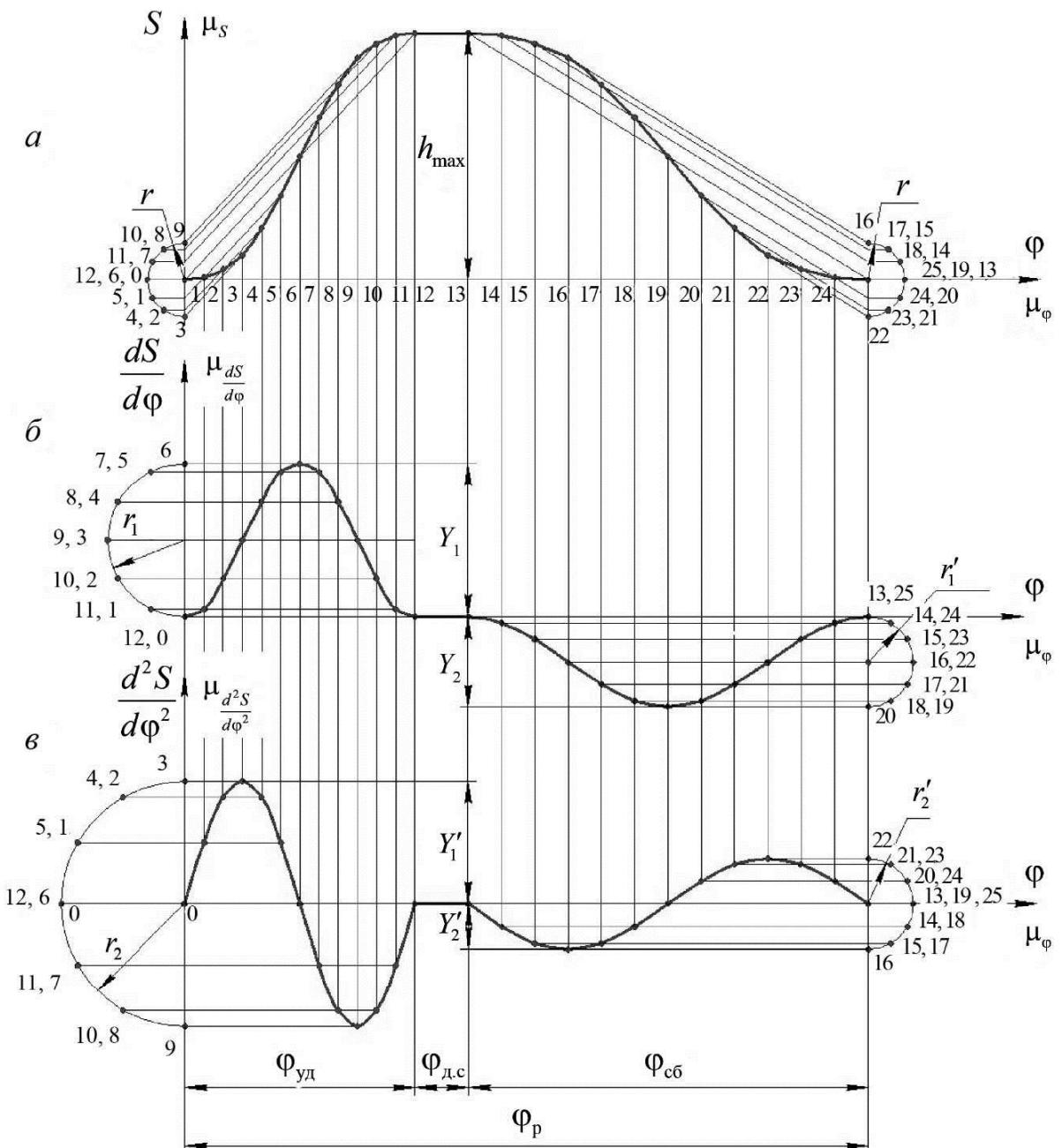


Рис. 5.5. Построение диаграмм синусоидального закона движения

5. При построении графика $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = f''(\varphi)$ (см. рис. 5.5, в) из начала координат на фазе удаления проводят полуокружность радиусом $r_2 = \left(\frac{2\pi h_{\max}}{\varphi_{\text{уд}} \cdot \mu_s} \right)$ [мм]. Ее делят на 6 равных частей.

6. Из точек деления проводят прямые параллельные оси $O\phi$ до пересечения с соответствующими ординатами, получая точки графика. На фазе сближения полуокружность радиусом $r'_2 = \left(\frac{2\pi h_{\max}}{\Phi_{\text{сб}}^2 \cdot \mu_s} \right) [\text{мм}]$ имеет центр $(\varphi_p; 0)$. Все дальнейшие построения аналогичны предыдущим (см. рис. 5.5, в). В результате построений $\mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\phi}} = \mu_{\frac{d^2S}{d\phi^2}}$.

5.2.4. Косинусоидальный закон движения

Аналитическая форма представления

Для наиболее часто встречающегося случая, когда $\Phi'_y = \Phi''_y = \frac{\Phi_{\text{уд}}}{2}$, $\Phi'_c = \Phi''_c = \frac{\Phi_{\text{сб}}}{2}$, зависимости перемещения, аналогов скорости и ускорения по углу поворота кулачка для фаз движения представлены соотношениями:

<ul style="list-style-type: none"> • при $0 \leq \phi \leq \Phi_{\text{уд}}$ $\begin{cases} S = \frac{h_{\max}}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\Phi_{\text{уд}}} \phi \right); \\ \frac{dS}{d\phi} = \frac{h_{\max} \pi}{2 \Phi_{\text{уд}}} \sin \frac{\pi}{\Phi_{\text{уд}}} \phi; \\ \frac{d^2S}{d\phi^2} = \frac{h_{\max}}{2} \frac{\pi^2}{\Phi_{\text{уд}}^2} \cos \frac{\pi}{\Phi_{\text{уд}}} \phi; \end{cases}$	<ul style="list-style-type: none"> • при $0 \leq \phi \leq \Phi_{\text{сб}}$ $\begin{cases} S = \frac{h_{\max}}{2} \left(1 - \cos \left(\pi \cdot \left(1 - \frac{\phi}{\Phi_{\text{сб}}} \right) \right) \right); \\ \frac{dS}{d\phi} = -\frac{h_{\max} \pi}{2 \Phi_{\text{сб}}} \sin \left(\pi \cdot \left(1 - \frac{\phi}{\Phi_{\text{сб}}} \right) \right); \\ \frac{d^2S}{d\phi^2} = \frac{h_{\max}}{2} \frac{\pi^2}{\Phi_{\text{сб}}^2} \cos \left(\pi \cdot \left(1 - \frac{\phi}{\Phi_{\text{сб}}} \right) \right). \end{cases}$
--	---

(5.5)

Текущие углы ϕ отсчитываются от начала соответствующих фаз. Иллюстрация закона представлена на рис. 5.6.

Ускорение выходного звена меняется по закону косинуса в пределах удаления и сближения. Внутри фазы удаления и сближения оно изменяется плавно. Но в начале и конце этих фаз движения значения ускорений скачком возрастают от 0 до максимального значения, что приводит к появлению «мягких» ударов (рис. 5.6, в).

Применение данного закона движения возможно в *тихоходных* и в механизмах с *умеренными* скоростями звеньев.

По аналогии с предыдущим материалом ординаты амплитуд на фазах удаления и сближения соотносятся как (см. рис. 5.6)

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \left(\frac{\Phi_{c6}}{\Phi_{yд}} \right) \quad \text{и} \quad \frac{Y'_1}{Y'_2} = \left(\frac{\Phi_{c6}}{\Phi_{yд}} \right)^2.$$

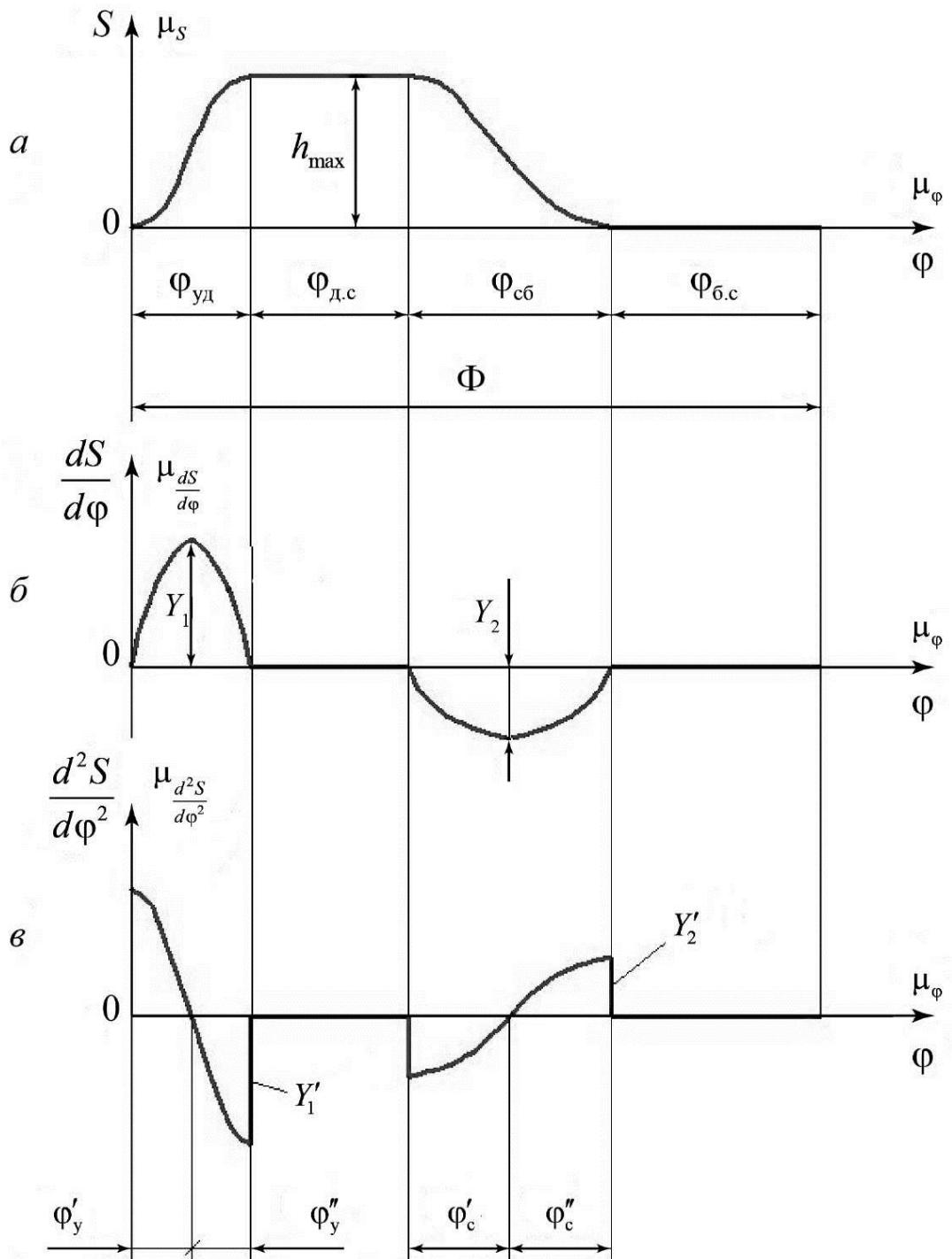


Рис. 5.6. Косинусоидальный закон движения

Также при построениях можно использовать способ пропорционального изменения ординат графиков на фазах удаления и сближения.

Графический способ построения косинусоидального закона движения

1. Выбрав масштабный коэффициент μ_ϕ , фазовые углы на каждой фазе движения делят, например, на 12 равных частей. Задав масштабный коэффициент μ_S , по оси $0S$ откладывают отрезок $\left(\frac{h_{\max}}{\mu_S}\right)$, мм (рис. 5.7, а).

2. На нем, как на диаметре, строят полуокружности соответственно на фазах удаления и сближения. Эти полуокружности радиусами $r = \left(\frac{h_{\max}}{2\mu_S}\right)$, [мм], также делят, например на 12 равных частей, начиная с начала координат для фазы удаления и из точки $(\phi_p; 0)$ для фазы сближения.

3. От точек деления полуокружностей проводят прямые параллельные оси 0ϕ . В результате их пересечения с соответствующими ординатами получают график перемещения $S = f(\phi)$ (см. рис. 5.7, а).

4. При построении графика $\frac{dS}{d\phi} = f'(\phi)$ из начала координат для фазы удаления проводят четверть окружности радиусом $r_1 = \left(\frac{\pi h_{\max}}{2\phi_{\text{уд}}\mu_S}\right)$ [мм], а на фазе сближения – из точки $(\phi_p; 0)$ четверть окружности радиусом $r'_1 = \left(\frac{\pi h_{\max}}{2\phi_{\text{сб}}\mu_S}\right)$ [мм], $\phi_{\text{уд}}$ и $\phi_{\text{сб}}$ – в радианах. Причем эта четверть окружности располагается ниже оси 0ϕ . Четверти окружностей делятся на 12 равных частей.

5. Из точек деления проводят прямые параллельные оси 0ϕ до пересечения с соответствующими ординатами и получения точек графика (рис. 5.7, б).

6. При построении графика $\frac{d^2S}{d\phi^2}$ на соответствующих фазах проводятся полуокружности радиусом $r_2 = \left(\frac{\pi^2 h_{\max}}{2\phi_{\text{уд}}^2 \mu_S}\right)$ [мм] из начала координат для фазы удаления и радиусом $r'_2 = \left(\frac{\pi^2 h_{\max}}{2\phi_{\text{сб}}^2 \mu_S}\right)$ [мм] с центром в точке $(\phi_p; 0)$. Полуокружности делят также на 12 равных частей.

7. Из точек деления проводят прямые, параллельные оси 0φ , до пересечения с соответствующими ординатами. В результате получают график $\frac{d^2S}{d\varphi^2}$ (рис. 5.7, в).

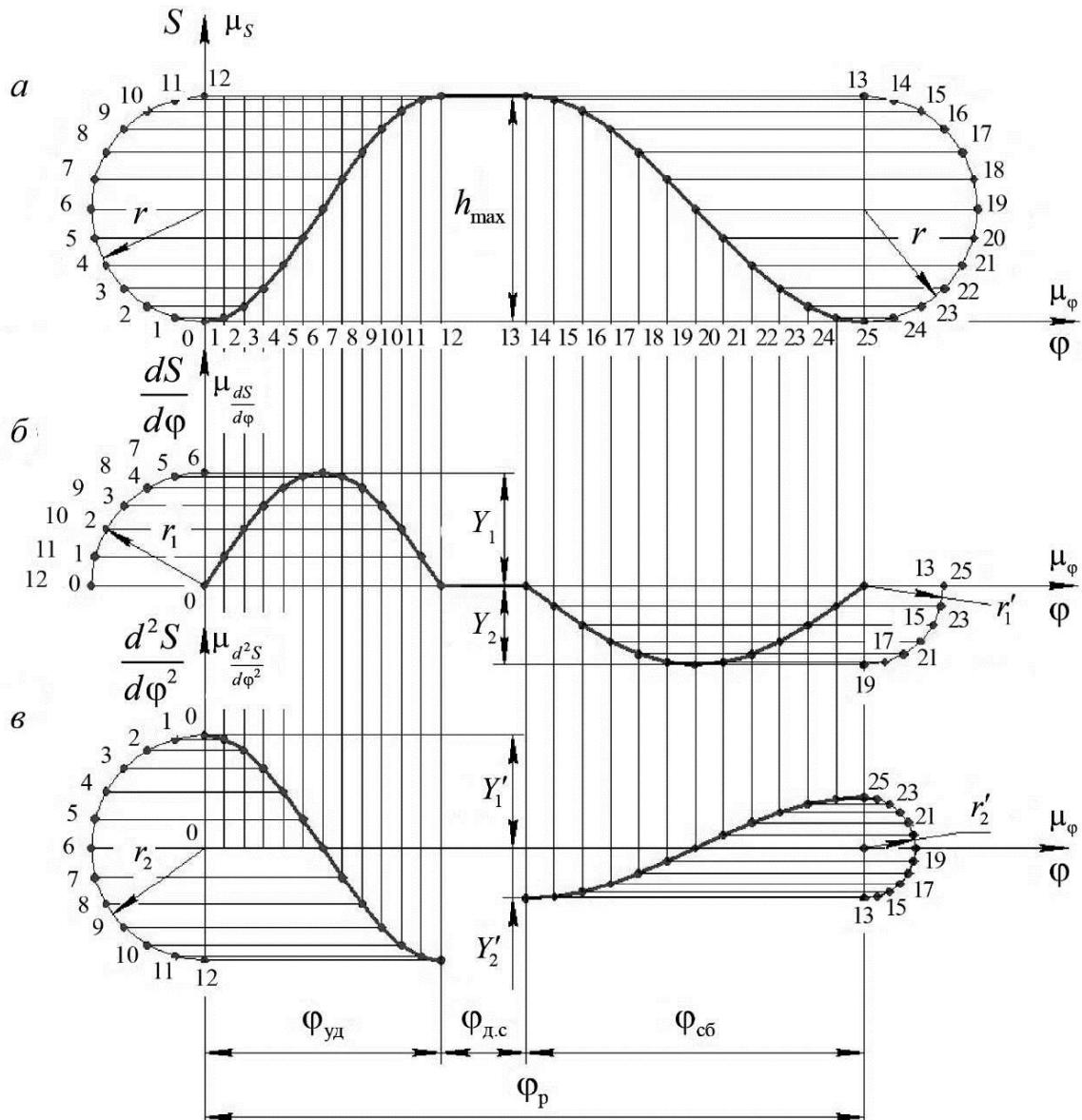


Рис. 5.7. Построение диаграмм косинусоидального закона движения

При таких построениях $\mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}}$, что применяется при построении совмещенного графика и проектировании кулачковых механизмов.

Между величинами амплитуд Y_1, Y_2, Y'_1, Y'_2 соотношения те же, что и при синусоидальном законе движения.

5.2.5. Трапецидальный закон изменения ускорения выходного звена

Графическая форма представления закона движения

Ускорение (аналог ускорения) изменяется по трапецидальной кривой (рис. 5.8, *а*). Кривая скоростей (аналогов скоростей) состоит из частей парабол и отрезков прямых, а кривая перемещений – из сопряженных отрезков кубических и простых парабол (рис. 5.8, *б*, *в*).

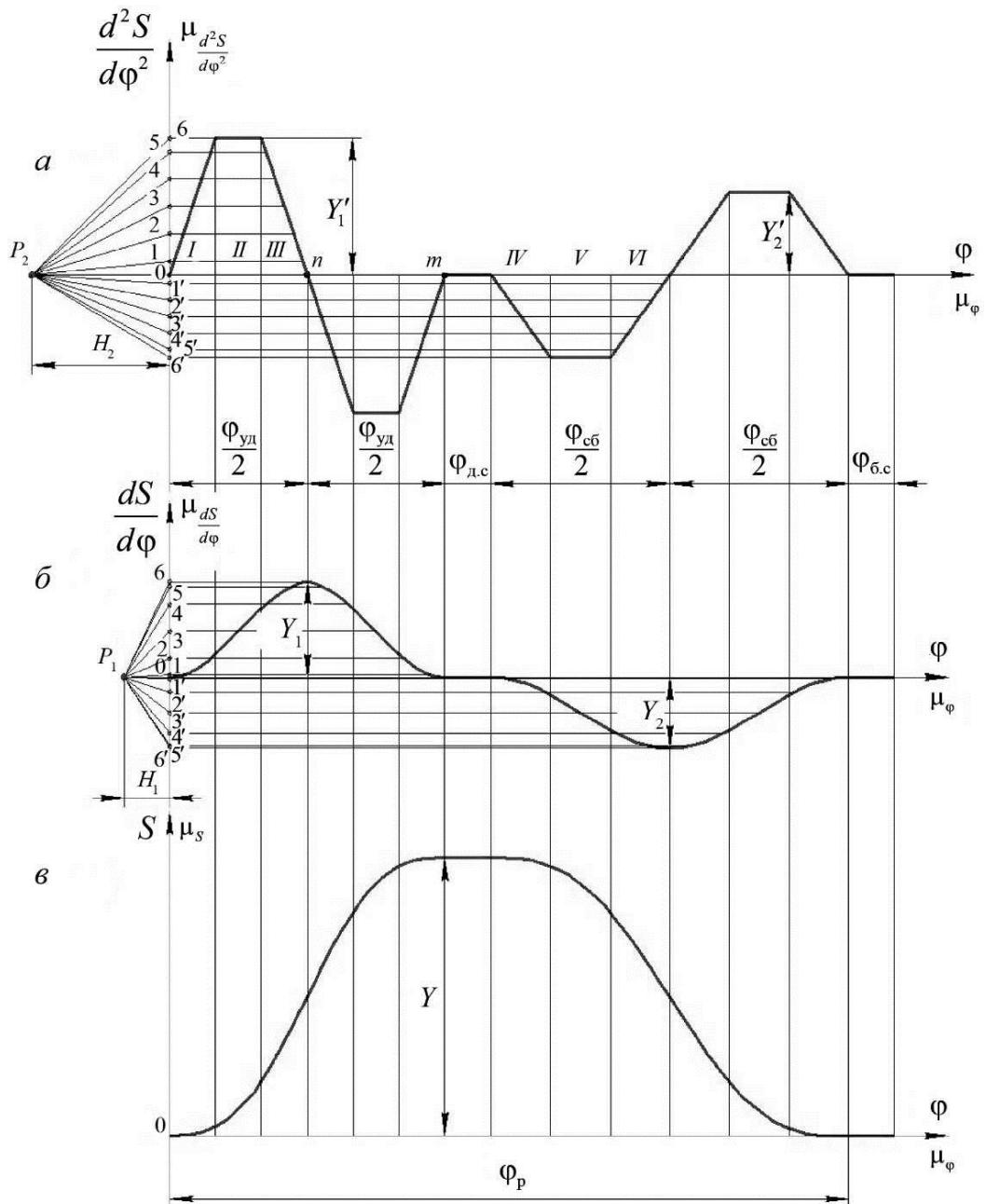


Рис. 5.8. Диаграммы трапецидального закона движения

При определенных параметрах трапеции получаются достаточно удовлетворительные характеристики для работы кулачковых механизмов при высоких скоростях.

Трапециoidalный закон является вариацией параболического. Участки трапеции и переходы между ее прямыми зависят от величины коэффициента k (см. рис. 5.8). Коэффициент k характеризует соотношения между углами участков I и III на фазе удаления и углами участков IV и VI на фазе сближения, где соответственно растет и убывает аналог ускорения.

В случае, когда участки $I = III$ и $IV = VI$ (см. рис. 5.8), их величины будут следующими:

$$\begin{aligned} I &= \frac{k_y \Phi_{y\text{уд}}}{2} = III; \quad II = \frac{\Phi_{y\text{уд}}}{2}(1 - 2k_y); \\ IV &= k_c \cdot \frac{\Phi_{c\text{б}}}{2} = VI; \quad V = \frac{\Phi_{c\text{б}}}{2}(1 - 2k_c). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Величины $k_y, k_c \in [0; 0,5]$. При $k_y = k_c = 0$ получают параболический закон движения, т.е. прямоугольную кривую ускорения. Если $k_y = k_c = 0,5$, то $\Phi_{y1} = \Phi_{y2} = \frac{\Phi_{y\text{уд}}}{4}$ и $\Phi_{c1} = \Phi_{c2} = \frac{\Phi_{c\text{б}}}{4}$. Диаграмма ускорения (аналога ускорения) имеет вид равнобедренных треугольников (рис. 5.9).

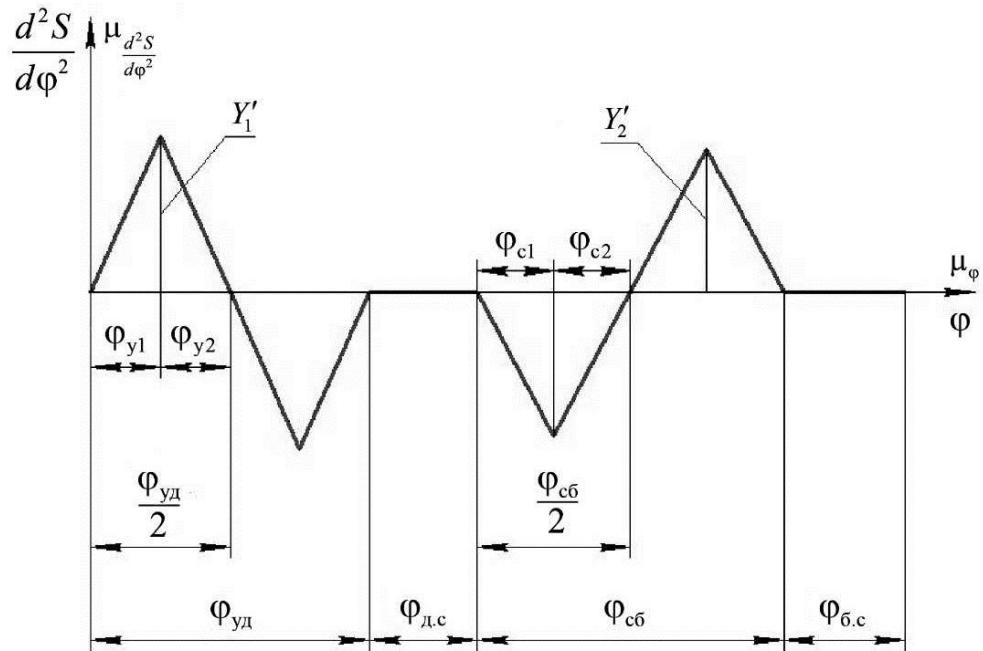


Рис. 5.9. Частный случай трапециoidalного закона движения ($k_y = k_c = 0,5$)

При $k_y = k_c = 0,25$ получается достаточно удовлетворительный закон движения выходного звена (см. рис. 5.8).

Диаграммы трапецидального закона движения удобно строить графическим интегрированием, используя различные методики [2, 4, 6].

Трапецидальная кривая ускорения (см. рис. 5.8) имеет преимущества в сравнении с другими графиками движения: исчезает явление удара, ограничиваются износ и вибрации по сравнению с параболическим законом. При этом законе движения величина максимального ускорения может быть сделана меньшей, чем при синусоидальном законе.

Аналитическая форма представления закона движения

Двойным интегрированием по участкам линейных зависимостей аналога ускорения получают диаграммы аналога скорости и перемещения выходного звена. При этом учитываются граничные условия, обусловленные переходами между прямыми исходной диаграммы (см. рис. 5.8, а).

В случае симметричности диаграммы аналога ускорения на участках фаз удаления и сближения, когда выполнены условия (5.6) введем обозначения: $a = \frac{k_y \Phi_{уд}}{2}$; $b = \frac{\Phi_{уд}}{2} (1 - 2k_y)$; $A = \frac{8h_{\max}}{k_y \Phi_{уд}^3 (1 - k_y)}$. Тогда закон движения, например, для фазы удаления представляется следующими соотношениями:

Участок $[0; n]$:	Участок $[n; m]$:
$\begin{cases} S_I = \frac{A\varphi^3}{6}, \\ \frac{dS_I}{d\varphi} = \frac{A\varphi^2}{2}, \\ \frac{d^2S_I}{d\varphi^2} = A\varphi \text{ при } 0 \leq \varphi \leq a; \end{cases}$	$\begin{cases} S = h_{\max} - f_I \left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \varphi \right), \\ \frac{dS}{d\varphi} = f'_I \left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \varphi \right), \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} = -f''_I \left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \varphi \right) \text{ при } 0 \leq \varphi \leq a; \end{cases}$
$\begin{cases} S_{II} = \frac{A \cdot a}{2} \cdot \left(\varphi^2 + a \cdot \varphi + \frac{a^2}{3} \right), \\ \frac{dS_{II}}{d\varphi} = \frac{A \cdot a}{2} \cdot (2\varphi + a), \\ \frac{d^2S_{II}}{d\varphi^2} = A \cdot a \text{ при } 0 \leq \varphi \leq b; \end{cases}$	$\begin{cases} S = h_{\max} - f_{II} \left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \varphi \right), \\ \frac{dS}{d\varphi} = f'_{II} \left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \varphi \right), \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} = -f''_{II} \left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \varphi \right) \text{ при } 0 \leq \varphi \leq b; \end{cases}$

Участок $[0; n]$:	Участок $[n; m]$:
$S_m = A \cdot \left(-\frac{\Phi^3}{6} + \frac{a}{2} \cdot (\Phi^2 + (\Phi_{уд} - 3a) \cdot \Phi + \frac{7}{3}a^2 - \frac{3}{4}a \cdot \Phi_{уд} + \frac{\Phi_{уд}^2}{8}) \right),$ $\frac{dS_m}{d\Phi} = A \cdot \left(-\frac{\Phi^2}{2} + \frac{a}{2} \cdot (2\Phi + \Phi_{уд} - 3a) \right),$ $\frac{d^2S_m}{d\Phi^2} = A \cdot (-\Phi + a) \text{ при } 0 \leq \Phi \leq a.$	$S = h_{\max} - f_{III} \left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \Phi \right),$ $\frac{dS}{d\Phi} = f'_{III} \left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \Phi \right),$ $\frac{d^2S}{d\Phi^2} = -f''_{III} \left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \Phi \right) \text{ при } 0 \leq \Phi \leq a.$

В этих соотношениях $f_I(\Phi) = S_I$, $f_{II}(\Phi) = S_{II}$, $f_{III}(\Phi) = S_{III}$. В функциях f_I , f_{II} , f_{III} значение $\left(\frac{\Phi_{уд}}{2} - \Phi \right)$ является аргументом. Для фазы сближения соотношения получаются аналогичным образом.

Так же как и во всех вышерассмотренных законах движения, для ана-

логов скоростей $\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{\Phi_{сб}}{\Phi_{уд}}$; для аналогов ускорений $\frac{Y'_1}{Y'_2} = \left(\frac{\Phi_{сб}}{\Phi_{уд}} \right)^2$, где Y_1 ,

Y_2 , Y'_1 , Y'_2 – максимальные величины ординат на соответствующих фазах удаления и сближения (см. рис. 5.1–5.9).

Сравнительные характеристики законов движения, рассмотренных выше, представлены в табл. 5.1. При сравнении скоростей за базу принята

величина $\frac{h_{\max}}{\Phi_{уд}} \omega_k^2$, при сравнении ускорений – $\frac{h_{\max}}{\Phi_{уд}^2} \omega_k^2$.

Таблица 5.1

Максимальные скорости и ускорения для некоторых законов движения

Законы движения	Максимальная скорость выходного звена		Максимальное ускорение выходного звена	
	в функции основных параметров	в относительных единицах	в функции основных параметров	в относительных единицах
Равноускоренный	$\frac{2h_{\max}}{\Phi_{уд}} \cdot \omega_k$	2,00	$\frac{4h_{\max}}{\Phi_{уд}^2} \cdot \omega_k^2$	4,00
Синусоидальный	$\frac{2h_{\max}}{\Phi_{уд}} \cdot \omega_k$	2,00	$\frac{2\pi h_{\max}}{\Phi_{уд}^2} \cdot \omega_k^2$	6,28
Косинусоидальный	$\frac{\pi h_{\max}}{2\Phi_{уд}} \cdot \omega_k$	1,57	$\frac{\pi^2 h_{\max}}{2\Phi_{уд}^2} \cdot \omega_k^2$	4,93

По табл. 5.1 можно выбрать тот или иной закон движения, исходя из технологических и эксплуатационных условий, а также оценить их динамичность (см. главу 8).

Контрольные вопросы

1. Основные требования, предъявляемые к законам движения выходных звеньев кулачковых механизмов.
2. В чем сущность «мягких» и «жестких» ударов? Как они влияют на работу кулачковых механизмов?
3. В каких формах может задаваться закон движения выходного звена?
4. Охарактеризовать и дать сравнительную оценку типовых законов движения.
5. Какой из представленных законов движения характеризуется наличием «мягких» ударов (рис. 1)?

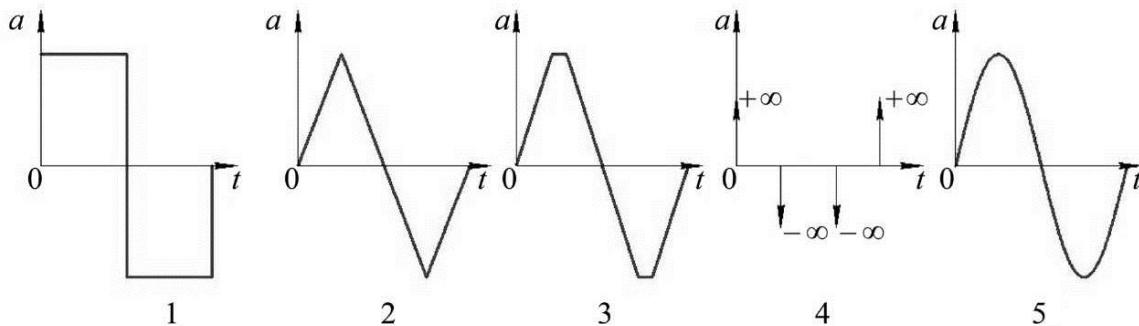


Рис. 1

6. Какой из представленных законов движения характеризуется «жесткими» ударами (рис. 2)?

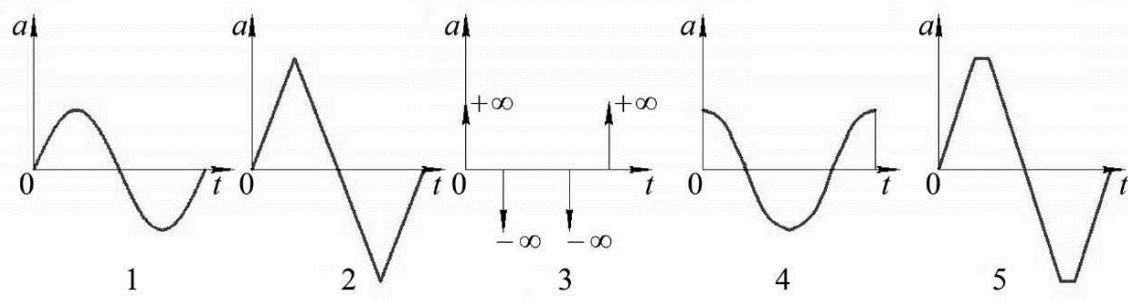


Рис. 2

7. Какой из представленных законов движения характеризуется отсутствием ударов (рис. 3)?

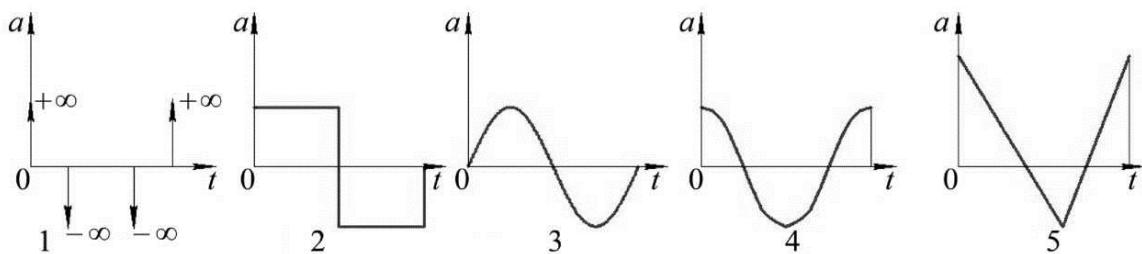


Рис. 3

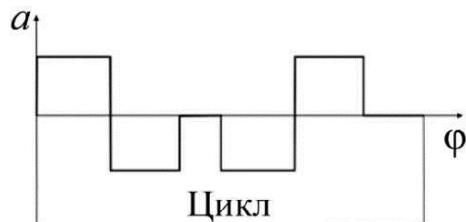


Рис. 4

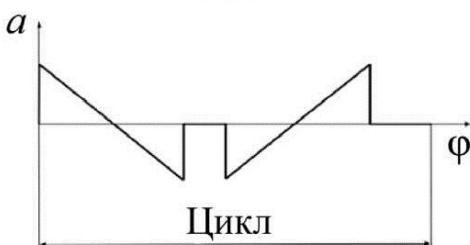


Рис. 5

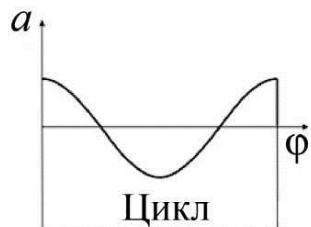


Рис. 7

8. Какие законы движения выходного звена рекомендуют для тихоходных и малонагруженных машин?

9. Оценить влияние изменения направления вращения кулачка на закон движения толкателя.

10. Чему равно количество «мягких» ударов в течение цикла работы кулачкового механизма (рис. 4)?

11. Чему равно количество «мягких» ударов в течение цикла работы кулачкового механизма (рис. 5)?

12. Чему равно количество «мягких» ударов в течение цикла работы кулачкового механизма (рис. 7)?

13. Какой из графиков $a(t)$ соответствует заданному графику $V(t)$ (рис. 8)?

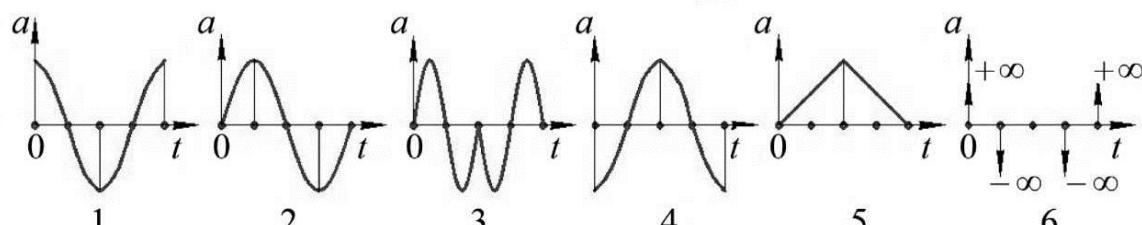
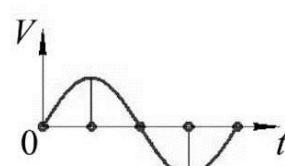


Рис. 8

14. Какой из графиков $V(t)$ соответствует заданному графику ускорению $a(t)$ (рис. 9)?

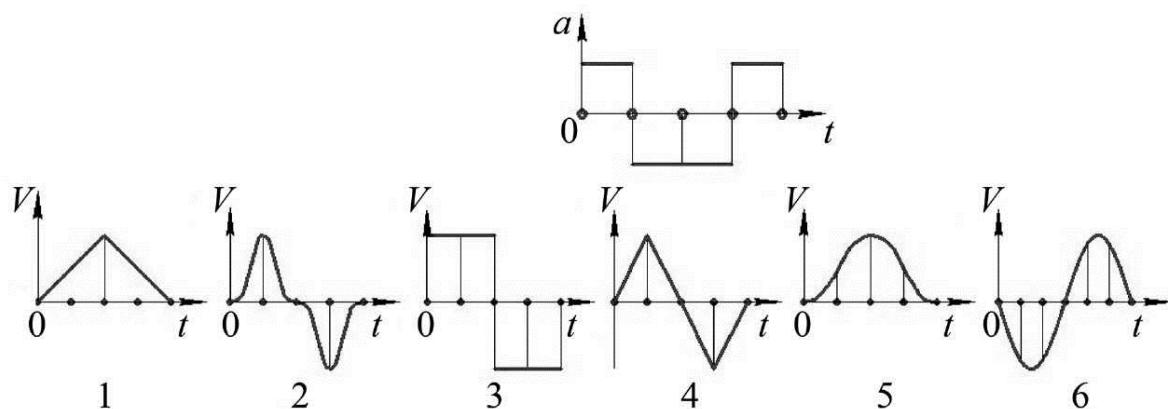


Рис. 9

15. Закон движения поступательно движущегося толкателя – косинусоидальный. $\Phi_{уд} = 120^\circ$; $\Phi_{д.с} = 40^\circ$; $\Phi_p = 260^\circ$; $\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_{\max \text{ сб}} = 0,05 \text{ м/мм}$.

Вычислить величину $\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_{\max \text{ сб}}$.

16. График $S = f(\phi)$ получен из графика $\left(\frac{dS}{d\phi}\right) = f'(\phi)$ графическим интегрированием, $\Phi_p = 300^\circ$. На оси 0ϕ ему соответствует отрезок $X = 240 \text{ мм}$. При каком базовом расстоянии H_1 выполняется условие $\mu_S = \mu_{\frac{dS}{d\phi}}$?

17. Охарактеризовать движение выходного звена (рис. 10).

18. В каком положении (положениях) механизма возникают «жёсткие удары» (рис. 11)?

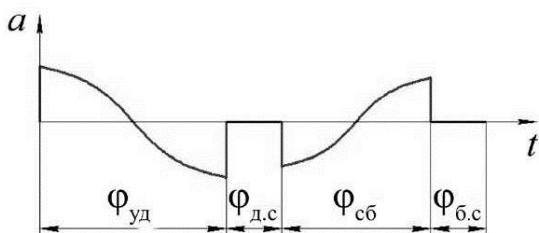


Рис. 10

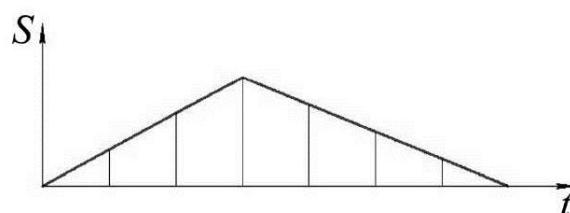


Рис. 11

19. Определить перемещение толкателя за время фазы удаления (рис. 12).

Данные для расчетов: $\phi_{уд} = \frac{2}{3}\pi$; $\mu_{V_\phi} = 0,012 \text{ м / мм}$; $\omega_k = 8 \frac{1}{\text{с}}$; $Y_1 = 10 \text{ мм}$.

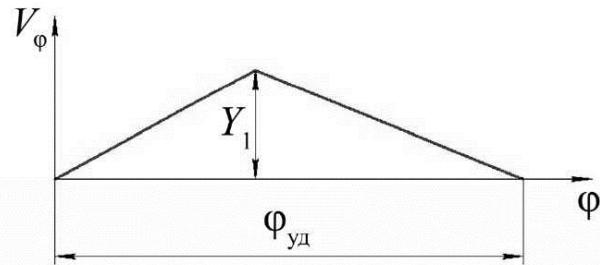


Рис. 12

6. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ*

При проектировании кулачковых механизмов решаются две задачи [2, 4, 5, 6].

Первая задача заключается в определении начального радиуса кулачка и смещения для механизма с толкателем, или начального радиуса и межцентрового расстояния для механизмов с коромыслом.

Одним из критериев выбора таких параметров является условие того, что при работе кулачкового механизма угол давления должен быть меньше или равен δ_{max} , а угол передачи движения больше или равен γ_{min} .

Вторая задача заключается в профилировании кулачка по заданному закону движения выходного звена. Если выходное звено снабжено роликом, то определяется радиус ролика.

При проектировании задаются:

- схема механизма и вид выходного звена;
- закон движения кулачка (обычно равномерный);
- закон движения выходного звена;
- фазы движения и соответствующие им фазовые углы;
- допускаемый максимальный угол давления δ_{max} или допускаемый минимальный угол передачи γ_{min} .

* Материалы для курсового проектирования.

6.1. Определение основных размеров кулачкового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем

Решение поставленной задачи проводится по следующему алгоритму:

1. Строятся диаграммы движения выходного звена в соответствии с заданным законом (см. главу 5).
2. По полученным значениям перемещения S и аналога скорости толкателя $\frac{dS}{d\phi}$ строится совмещенный график $S = f\left(\frac{dS}{d\phi}\right)$ при равенстве масштабных коэффициентов $\mu_S = \mu_{\frac{dS}{d\phi}}$ (рис. 6.1).

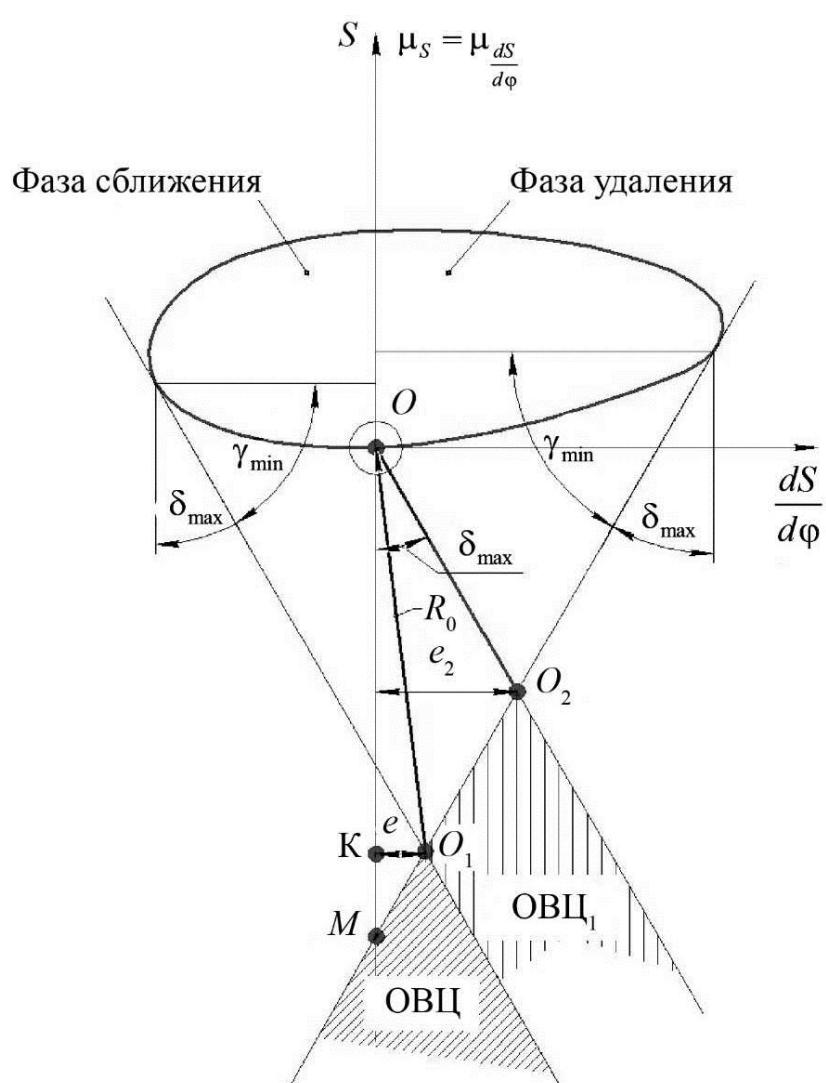


Рис. 6.1. Определение R_0 и e для различных областей возможных центров вращения кулачка (ОВЦ – область двустороннего вращения; ОВЦ₁ – область одностороннего вращения)

Если применялось графическое дифференцирование перемещения S , то полюсное расстояние $H = \frac{1}{\mu_\phi}$. Тогда $\mu_{\frac{dS}{d\phi}} = \frac{\mu_S}{\mu_\phi H} = \frac{\mu_S \cdot \mu_\phi}{\mu_\phi} = \mu_S$ (см. рис. 6.1).

По оси ординат откладываются перемещение S , а по оси абсцисс $\frac{dS}{d\phi}$.

При вращении кулачка по часовой стрелке отрезки аналога скорости для фазы удаления откладываются вправо от вертикальной оси, а для фазы сближения – влево, т.е. в ту сторону, куда будет направлен вектор скорости толкателя при повороте его на 90° в сторону вращения кулачка (см. рис. 6.1). При вращении кулачка против часовой стрелки $\frac{dS}{d\phi}$ на фазе удаления откладывается влево, а на фазе сближения – вправо по оси абсцисс.

3. Для кулачкового механизма с геометрическим замыканием высшей кинематической пары (см. главу 4) к кривой совмещенного графика слева и справа проводятся две касательные под углом δ_{\max} к вертикальной оси OS или под углом γ_{\min} к оси $\frac{dS}{d\phi}$. Точка O_1 – пересечение касательных (рис. 6.1), ограничивающих *область возможных центров вращения кулачка* (область ОВЦ заштрихована на рис. 6.1).

Соединив любую точку области ОВЦ с точкой O , получают значения начального радиуса кулачка и значения эксцентриситета. Например, *минимальное значение начального радиуса* $R_0 = (OO_1)\mu_S$; $e = (O_1K)\mu_S$. Следует отметить, что любая точка области ОВЦ может быть принята за центр вращения кулачка.

Если из выбранного центра вращения кулачка провести прямую через любую точку совмещенного графика, то острый угол между этой прямой и вертикалью, проведенной через эту точку, дает угол давления, который будет меньше δ_{\max} , а угол передачи движения будет больше минимального угла передачи движения γ_{\min} (см. рис. 6.1).

Таким образом, условие по допускаемому углу давления (углу передачи) выполняется для каждой фазы движения.

Кулачковый механизм со смешением имеет меньший R_0 , чем центральный механизм, так как $O_1O < MO$ (см. рис. 6.1). Отрезок MO изображает R_0 для центрального кулачкового механизма. Следовательно, габариты кулачкового механизма со смешением в данном случае будут меньше.

Замечание. При силовом замыкании в высшей кинематической паре, когда у кулачка одностороннее вращение, угол давления (передачи) на фазе сближения по сравнению с его величиной на фазе удаления не имеет решающего значения. При этом допускается некоторое увеличение угла δ (уменьшение угла γ), так как не происходит существенного изменения в работе кулачкового механизма. Следовательно, может быть допущен угол давления больший δ_{\max} (меньший угол γ_{\min}).

Тогда область возможных центров вращения кулачка определяется следующим образом. Проводится касательная под углом $\delta_{\max}(\gamma_{\min})$ только к кривой $S = f\left(\frac{dS}{d\phi}\right)$ на фазе удаления. А из точки O под углом δ_{\max} к вертикали (γ_{\min} – к горизонтали) проводится прямая до пересечения в точке O_2 с ранее проведенной касательной (см. рис. 6.1). Следовательно, центр вращения кулачка можно выбрать в точке O_2 , что позволит уменьшить начальный (минимальный) радиус и габариты кулачкового механизма. $R_0 = \mu_s \cdot (OO_2)$.

При этом выбор точки O_2 или точек в зоне ОВЦ₁ позволяет выдерживать на фазе удаления условия $\delta < \delta_{\max}$ ($\gamma > \gamma_{\min}$).

Следует отметить, что R_0 в случае силового замыкания меньше, чем при геометрическом замыкании. Смещение e толкателя в этом случае увеличилось. Таким образом, за счет соответствующего выбора смещения можно уменьшить размеры кулачковой шайбы. Выбор R_0 по различным условиям иллюстрируется рис. 6.1. В ряде случаев величиной эксцентризитета e задаются.

6.1.1. Построение профиля кулачка

Первоначально проводят построение центрового профиля кулачка, выбрав масштабный коэффициент μ_s и переведя известные геометрические параметры R_0 и e в отрезки чертежа. Порядок дальнейших построений.

1. Из произвольной точки O проводят окружности радиусами R_0 и e (рис. 6.2).
2. К окружности эксцентризитета проводят касательную, соответствующую оси движения толкателя (с учетом расположения эксцентризитета).
3. От точки B_0 пересечения этой касательной и начальной окружности (нижнее положение толкателя) откладывают текущие перемещения S_i конца толкателя на фазах удаления и сближения в соответствии с диаграммой $S-f(\phi)$ в масштабе μ_s .

4. Затем соединяют наиболее удаленную точку оси перемещений с центром вращения кулачка O и этим радиусом проводят окружность, на которой откладывают фазовые углы. Началом отсчета для фазовых углов служит радиус OB_7 . В соответствии с методом обращенного движения отсчет углов ведется против движения кулачка (на рис. 6.2 показано, что кулачок вращается против часовой стрелки).

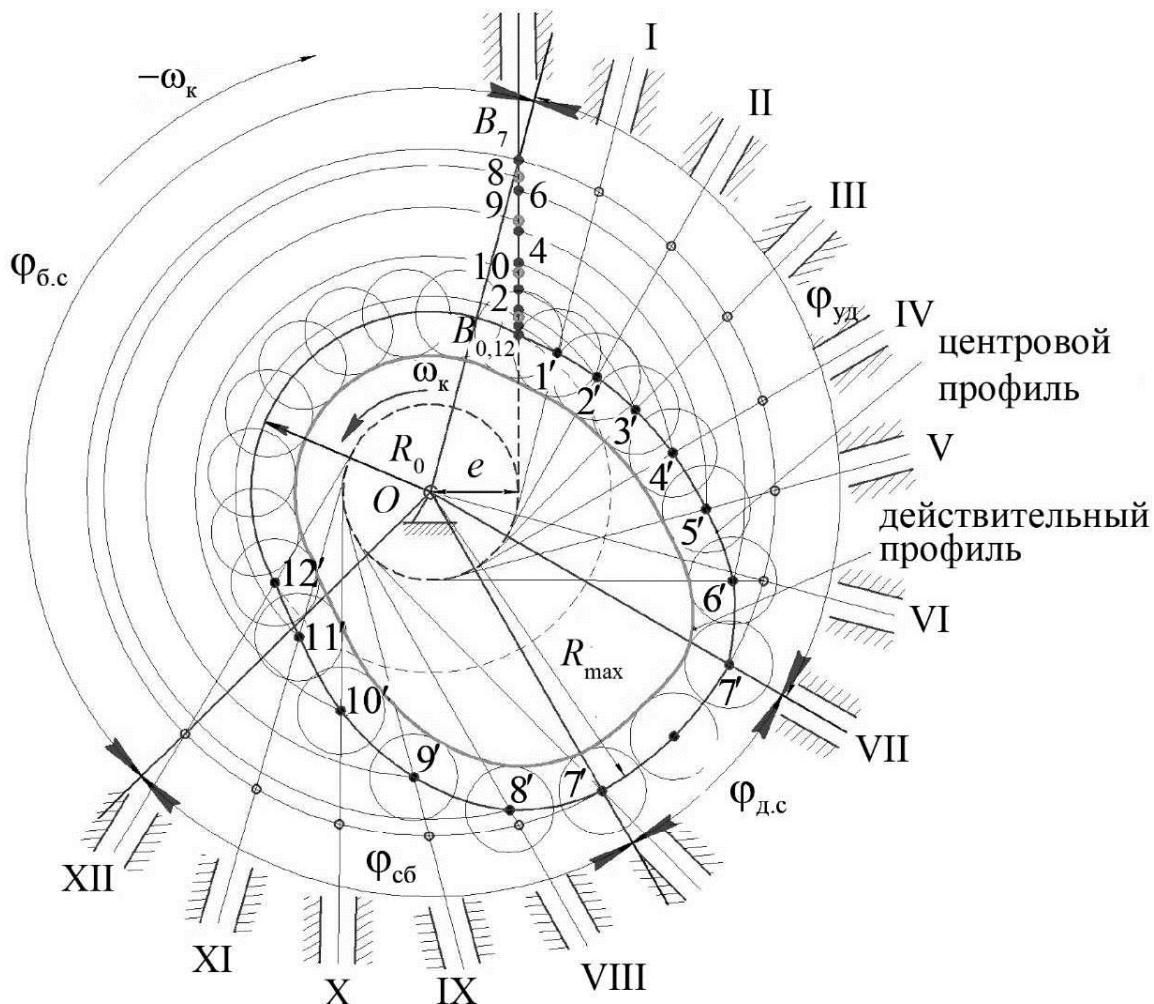


Рис. 6.2. Профилирование кулачка

5. Через точки деления фазовых углов проводят касательные к окружности эксцентрикитета e (необходимо учитывать знак смещения e).

Из центра вращения кулачка O проводят дуги OB_1, OB_2 и т.д. до пересечения с соответствующими касательными. Точки пересечения $1', 2', 3'$ являются точками центрального (теоретического) профиля кулачка (см. рис. 6.2).

6.1.2. Определение размеров ролика толкателя

Для повышения надежности, уменьшения износа и потерь на трение в высшей кинематической паре, на толкателье устанавливают ролик.

Радиус ролика выбирается из двух соображений:

$$\begin{cases} r_p \leq 0,4R_0, \\ r_p \leq (0,7 \div 0,8)\rho_{\min}, \end{cases} \quad (6.1)$$

где ρ_{\min} – минимальный радиус кривизны центрового профиля.

Первое условие (6.1) конструктивности обеспечивает одинаковую контактную прочность для звеньев, образующих высшую кинематическую пару. Кроме того, нарушение условия $r_p \leq 0,4R_0$ может привести к ослаблению вала вращающегося кулачка (рис. 6.3).

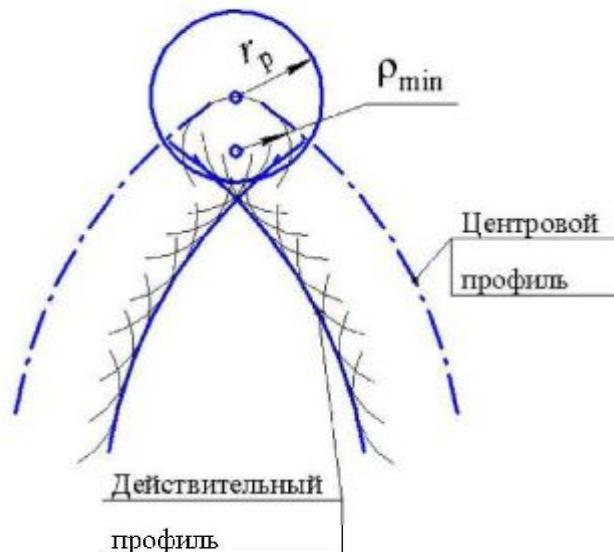


Рис. 6.3. К обоснованию выбора радиуса ролика

При выполнении второго условия (6.1) действительный профиль кулачка не заостряется и не самопересекается. Это способствует выполнению заданного закона движения, который в противном случае нарушается за счет заострения и самопересечения профиля, а работа механизма сопровождается значительным износом звеньев (см. рис. 6.3).

Минимальный радиус кривизны ρ_{\min} на центральном (теоретическом) профиле находят, проводя окружности через три точки. Эти точки располагают по возможности на близком расстоянии друг от друга в том месте теоретического профиля, где кривизна максимальна, а радиус кривизны минимален (см. рис. 6.3).

Наряду с условиями (6.1) следует учесть, что увеличение r_p приводит к увеличению массы толкателя, ухудшая динамические характеристики толкателя. Уменьшение r_p увеличивает габариты кулачка и его массу.

Действительный профиль кулачка получается как огибающая дуг окружностей радиусом r_p , имеющих центр на центральном (теоретическом) профиле (см. рис. 6.2).

Замечание. Если рабочий участок толкателя имеет криволинейную форму, то увеличение радиуса скругления не увеличивает габариты толкателя, а размеры действительного профиля могут быть уменьшены.

6.2. Определение основных размеров кулачка с роликовым коромыслом

Известны: закон движения кулачка и коромысла; максимальный угол давления δ_{\max} (минимальный угол передачи движения γ_{\min}); фазовые углы, длина коромысла l_k и максимальный угол качания коромысла β_{\max} .

Следует определить начальный радиус R_0 и межцентровое расстояние a_w между центрами вращения кулачка и коромысла.

Алгоритм решения задачи:

1. Странят диаграммы перемещения, первой и второй производных перемещения конца коромысла по углу поворота кулачка.

При этом текущее перемещение конца коромысла в i -м положении $S_i = l_k \beta_i$, где S_i – дуговое перемещение конца коромысла, м, при его отклонении на угол β_i , рад.

2. Изображают совмещенный график, соблюдая условия равенства масштабных коэффициентов $\mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\varphi}}$ (см. главы 4 и 5).

Если указанные масштабные коэффициенты на соответствующих диаграммах разные, то при их уравнивании ординаты соответствующих графиков следует преобразовать по методике, изложенной в главе 5.

Из произвольной точки C (рис. 6.4) радиусом, равным $B_0C = \frac{l_k}{\mu_s}$ [мм], проводят дугу B_0B . От точки B_0 по дуге B_0B с графика перемещения откладывают соответствующие отрезки $S_i = L_k \cdot \beta_i$, где $L_k = \frac{l_k}{\mu_s}$ [мм]. Текущие точки 0, 1, 2, ..., 24 (см. рис. 6.4) соответствуют положению центра ролика коромысла при заданных углах поворота кулачка.

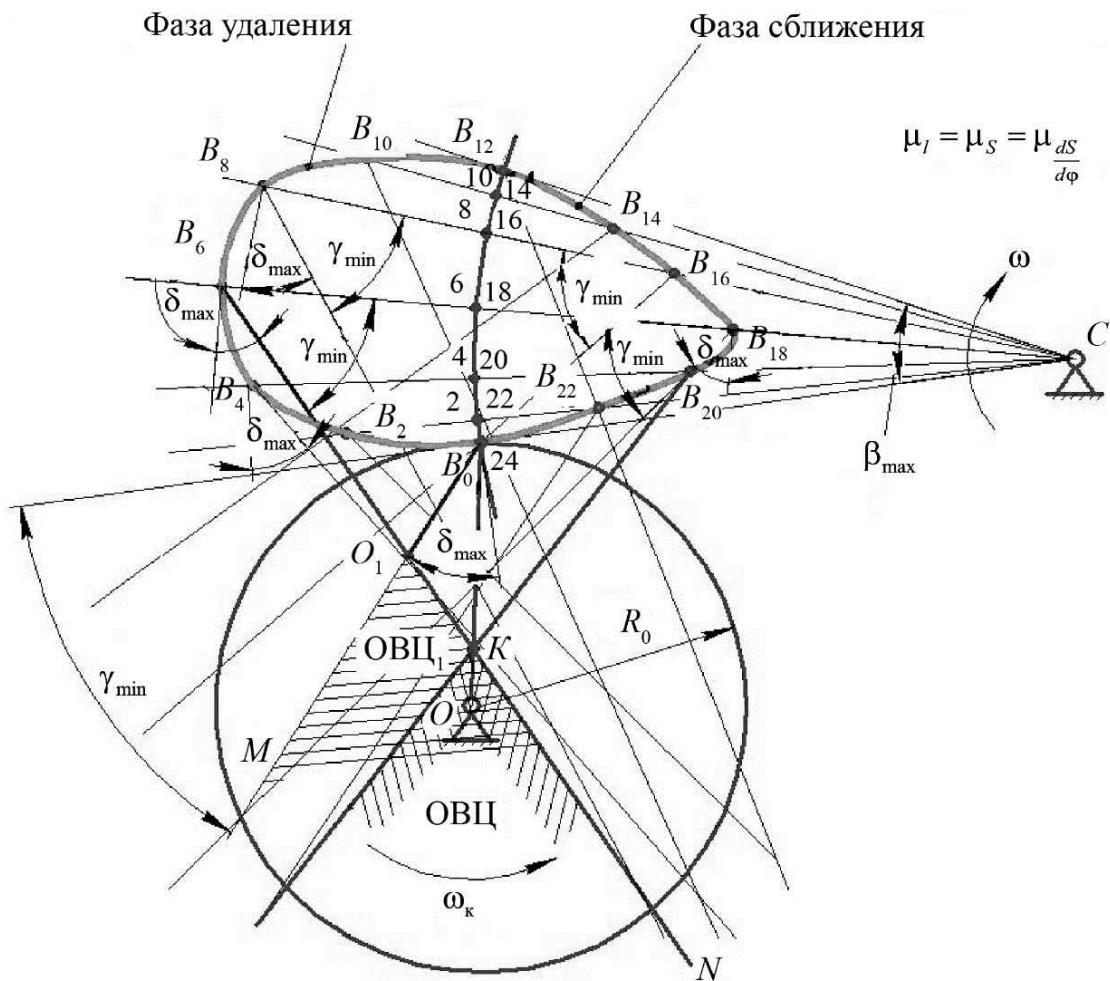


Рис. 6.4. Определение начального радиуса R_0 для кулачкового механизма с коромыслом

3. На лучах CB_0 , CB_1 , CB_2 и т.д. откладывают отрезки $\left(\frac{dS / d\phi}{\mu_s}\right)$ мм.

При этом следует придерживаться следующего *правила*: при вращении кулачка и коромысла в одном направлении на фазе удаления отрезки $(dS/d\phi)$ откладывают по соответствующим лучам от дуги B_0B в направлении C , а отрезки $(dS/d\phi)$ на фазе сближения – в сторону, противоположную точке C . При вращении кулачка и коромысла в противоположных направлениях

(см. рис. 6.4) отрезки $\left(\frac{dS / d\phi}{\mu_s}\right)$ на фазе удаления откладываются от дуги B_0B в сторону, противоположную центру C вращения коромысла, а на фазе сближения отрезки $\left(\frac{dS / d\phi}{\mu_s}\right)$ – в сторону точки C .

4. Через полученные точки B_i совмещенного графика проводят прямые под углом δ_{\max} к перпендикулярам лучей CB_i в этих точках (или проводят прямые под углом γ_{\min} к соответствующим лучам). Область, ограниченная этими прямыми (на рис. 6.4 она заштрихована), рассматривается как область возможных центров вращения кулачка. Для любой точки этой области выполняется условие, что в процессе работы кулачкового механизма угол давления δ на всех фазах движения не будет больше δ_{\max} (угол передачи γ на всех фазах не будет меньше γ_{\min}).

Выбрав за центр вращения кулачка, например, точку O , получают, что OB_0 дает величину $R_0 = OB_0 \cdot \mu_s$, причем $R_{0\min} = KB_0 \cdot \mu_s$. Межцентровое расстояние $a_w = OC \cdot \mu_s$ ($a_w = KC \cdot \mu_s$ в случае выбора точки K за центр вращения кулачка).

При проектировании кулачка одностороннего вращения в случае силового замыкания $\delta \leq \delta_{\max}$ ($\gamma \geq \gamma_{\min}$) выполняется только на фазе удаления. Поэтому из точки B_0 проводят луч под углом δ_{\max} к перпендикуляру отрезка CB_0 на фазе сближения.

Область центров вращения кулачка может быть принята в виде области ОВЦ_l, а точка O_1 – за центр вращения кулачка, тогда $R_{0\min} = O_1B_0 \cdot \mu_s$, $a_w = O_1C \cdot \mu_s$. Используя условие одностороннего вращения кулачка, можно уменьшить габариты кулачкового механизма.

Построение профиля кулачка

Определив начальный радиус R_0 и межцентровое расстояние a_w , строят центровой профиль кулачка.

1. Выбирают масштабный коэффициент μ_l . Из центра O проводят окружность радиусом $\left(\frac{a_w}{\mu_l}\right) = OC_0$ [мм], соответствующим межосевому расстоянию.

2. По методу обращенного движения от произвольной точки C_0 этой окружности, противоположно вращению кулачка откладывают фазовые углы, деля их на то же число равных частей в соответствии с диаграммой перемещения. Получают точки C_1, C_2 и т.д. (рис. 6.5).

3. Из центра O проводят начальную окружность радиусом $\left(\frac{R_0}{\mu_l}\right)$ [мм].

4. Радиусом $BC = \left(\frac{l_k}{\mu_l} \right)$ [мм], соответствующим длине коромысла, из

точки C_0 проводят дугу B_0B_7 . На дуге B_0B_7 откладывают текущие положения конца коромысла согласно диаграмме перемещения (см. рис. 6.5).

5. Из центра O проводят окружности радиусами OB_i через соответствующие точки деления дуги B_0B_7 , а из точек C_1, C_2 и т.д. радиусом BC делают засечки на соответствующих окружностях.

В результате пересечения этих дуг получают точки центрового (теоретического) профиля кулачка (см. рис. 6.5).

6. Радиус ролика выбирается в соответствии с методикой, изложенной в подразд. 6.1.2. Аналогично, как и в подразд. 6.1.2, строится действительный (практический) профиль кулачка, как огибающая положения ролика (см. рис. 6.5).

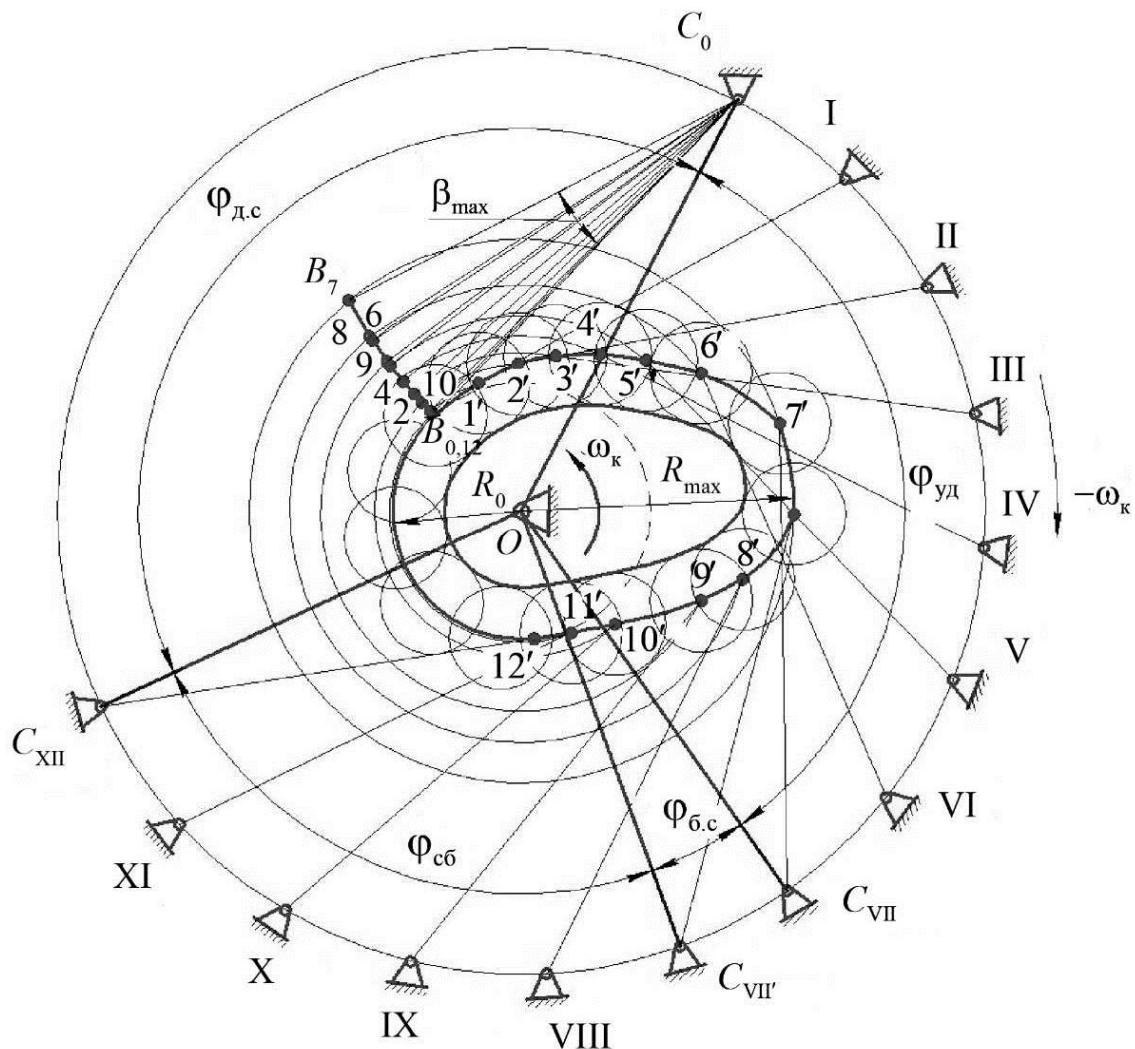


Рис. 6.5. Профилирование кулачка с коромыслом

График изменения угла давления δ (угла передачи движения γ) по углу поворота кулачка может быть построен методом, изложенным в главе 4: графическим способом или аналитически по зависимостям (4.3), (4.7).

При графическом определении угла δ (γ) все точки B_1, B_2 и т.д., совмещенного графика (см. рис. 6.4) соединяют с центром вращения кулачка O . Тогда острые углы, образованные этими прямыми с перпендикулярами в точках B_i к соответствующим лучам, являются углами давления δ_i , а острые углы между прямыми OB_i и лучами CB_i определяют углы передачи γ_i .

Профилирование кулачка представлено на рис. 6.5, а пример изменения угла давления – на рис. 6.6.

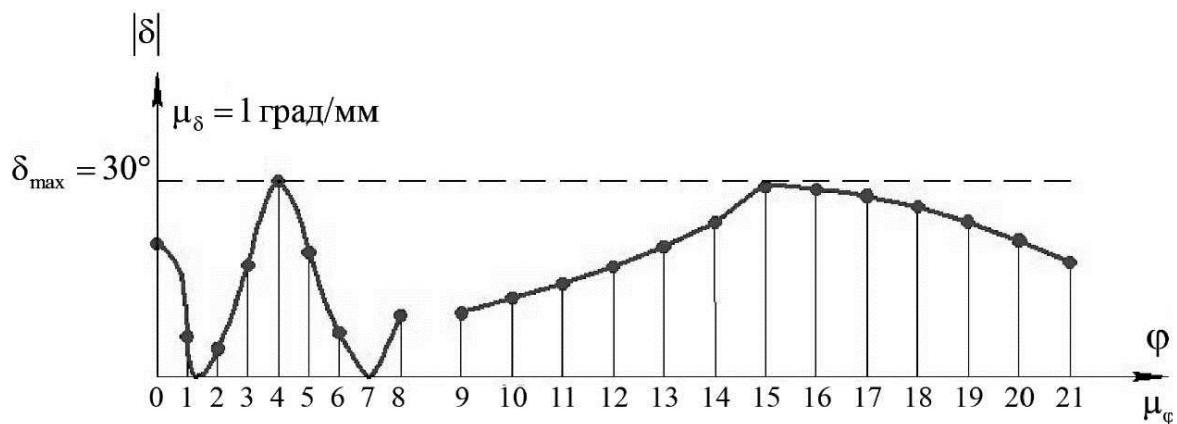


Рис. 6.6. График изменения величины угла давления

6.3. Определение минимальных размеров кулачка с поступательно движущимся плоским толкателем

В кулачковых механизмах с поступательно движущимся плоским толкателем угол давления (передачи) постоянен во время работы механизма. Наилучшая силовая работоспособность такого механизма достигается при угле давления $\delta = 0$ ($\gamma = 90^\circ$), когда плоскость толкателя перпендикулярна его оси движения.

Плоскость толкателя должна последовательно контактировать со всеми точками профиля кулачка. Это приводит к условию выпуклости профиля. Следовательно, необходимо, чтобы радиус кривизны профиля кулачка ρ был больше 0, т. е. $\rho > 0$.

6.3.1. Метод профессора Я.Л. Геронимуса

Радиус кривизны ρ определяется через геометрические и кинематические параметры кулачкового механизма [2, 4, 5]. Для этого строится заменяющий механизм OAC (рис. 6.7, a , \bar{b}), где точка A – центр кривизны профиля кулачка:

$$\rho = AK + R_0 + S_i,$$

где S_i – текущее значение перемещение толкателя.

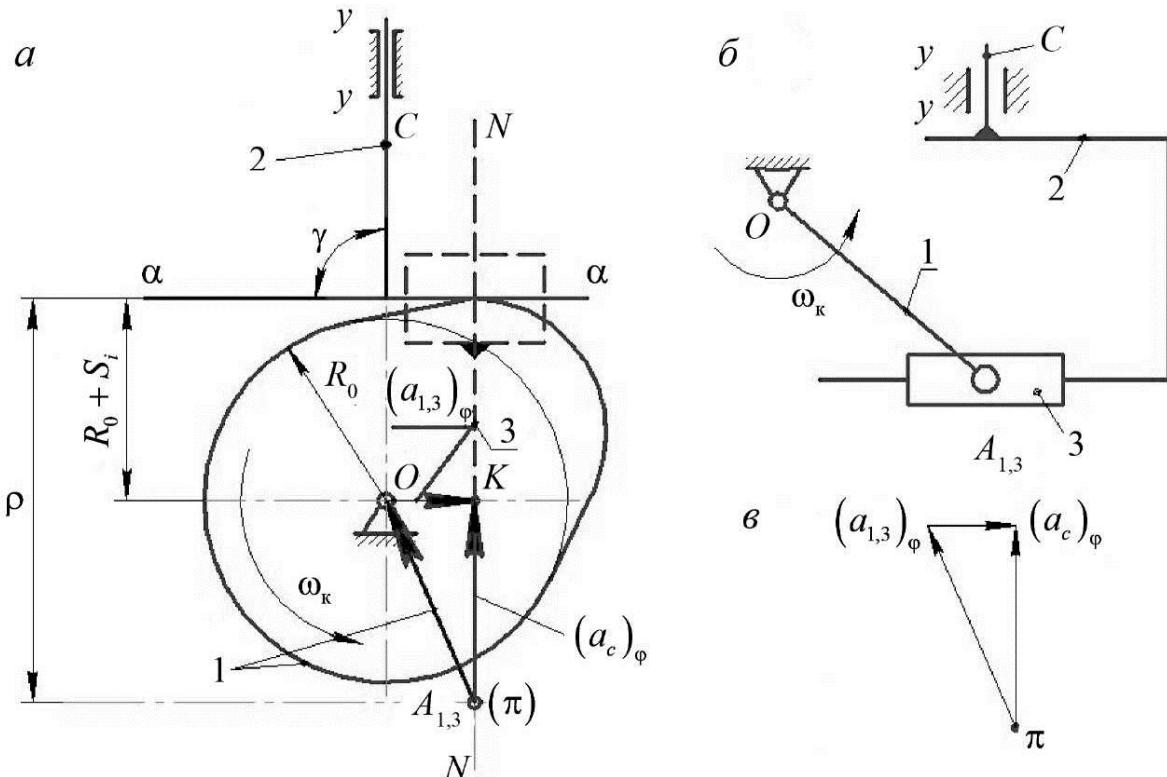


Рис. 6.7. Заменяющий механизм (a, \bar{b}) и план аналогов ускорения (c)

Отрезок AK (см. рис. 6.7, a) имеет определенный физический смысл и находится с помощью плана аналогов ускорений механизма OAC , который представлен на рис. 6.7, c . Уравнения плана аналога ускорений:

$$(a_{A_1})_\phi = \mu_l \cdot (OA) = (a_{A_3})_\phi, \quad (\bar{a}_{A_1})_\phi \parallel \overline{OA},$$

$$\begin{cases} (\bar{a}_C)_\phi = (\bar{a}_{A_3})_\phi + (\bar{a}_{CA_3}^k)_\phi + (\bar{a}_{CA_3}^r)_\phi, \\ (\bar{a}_C)_\phi = \cancel{(\bar{a}_{Cy})_\phi} + \cancel{(\bar{a}_{Cyy}^k)_\phi} + (\bar{a}_{Cyy}^r)_\phi. \end{cases} \quad (6.2)$$

Аналог ускорения Кориолиса $(a_{CA_3}^k)_\phi = 2(v_{CA_3})_\phi \cdot \omega_{3\phi} = 0$, так как $\omega_{3\phi} = 0$.

$(\bar{a}_{CA_3}^r)_\varphi \parallel OK$; $(a_{Cyy}^k)_\varphi = 2(v_{Cyy})_\varphi \cdot (\omega_{yy})_\varphi = 0$, так как угловая скорость неподвижной направляющей yy равна нулю; $(\bar{a}_{Cyy}^r)_\varphi \parallel yy$.

Выбрав масштабный коэффициент этого плана равным масштабному коэффициенту μ_s схемы механизма и поместив точку π плана в шарнир A , получают векторный треугольник πOK (см. рис. 6.7, а).

Следовательно, в соответствии с (6.2) $AK = a_{2\varphi} = (a_C)_\varphi = \frac{d^2S}{d\varphi^2} = (\pi K)$.

Таким образом, радиус кривизны в точке соприкосновения

$$\rho = R_0 + S_i + \left(\frac{d^2S}{d\varphi^2} \right)_i > 0.$$

В результате $R_0 + S_i > -\left(\frac{d^2S}{d\varphi^2} \right)_i$.

Разделив левую и правую части этого соотношения на $R_0 + S_i > 0$, получают

$$\frac{-\left(\frac{d^2S}{d\varphi^2} \right)_i}{R_0 + S_i} < 1 \text{ или } \frac{-\left(\frac{d^2S}{d\varphi^2} \right)_i}{R_0 + S_i} < \operatorname{tg} 45^\circ. \quad (6.3)$$

В силу этого по диаграммам $S = S(\varphi)$ и $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{d^2S}{d\varphi^2}(\varphi)$ строится совмещенный график $S = f\left(\frac{d^2S}{d\varphi^2}\right)$ (рис. 6.8). При построении масштабные коэффициенты μ_s и $\mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}}$ должны быть равными. Если при построении закона движения толкателя они были разными, то их следует выровнять с соответственным изменением ординат диаграмм. Причем, если μ_s или $\mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}}$ больше масштабного коэффициента совмещенного графика μ , то ор-

динаты S и $\frac{d^2S}{d\varphi^2}$ увеличиваются в $\frac{\mu_s}{\mu}$ и $\frac{\mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}}}{\mu}$ раз, и наоборот.

75

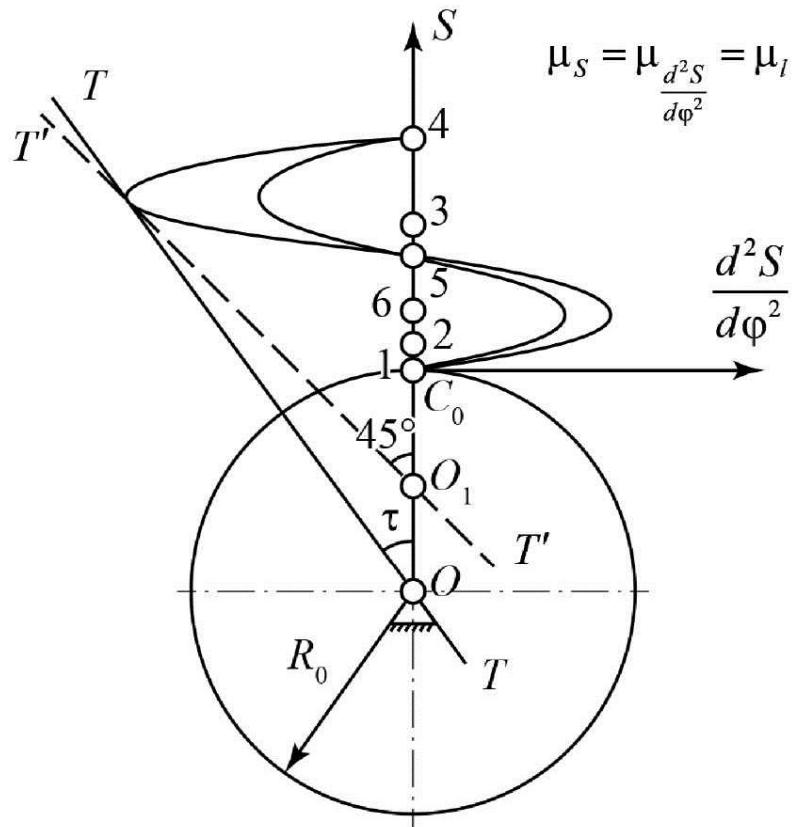


Рис. 6.8. Совмещенный график

В части совмещенной диаграммы (см. рис. 6.8), соответствующей максимальным по модулю отрицательным значениям $\frac{d^2S}{d\phi^2}$, проводят касательную $T' - T'$ под углом 45° к оси OS .

На основе условия (6.3) центр вращения O кулочка располагается ниже точки O_1 . Таким образом, например, $R_0 = (OC_0) \cdot \mu_l$.

6.3.2. Метод суммирования ординат графиков

Из (6.3) следует, что $R_0 > -\left(S + \frac{d^2S}{d\phi^2}\right)$. С учетом этого, графики $S = S(\phi)$ и $\frac{d^2S}{d\phi^2} = f(\phi)$ (рис. 6.9, a , \bar{o}) приводятся к одному масштабному коэффициенту μ_l (см. предыдущие разделы) и суммируются. Получают ординаты суммарного графика для определенных значений фазового угла ϕ (рис. 6.9, σ).

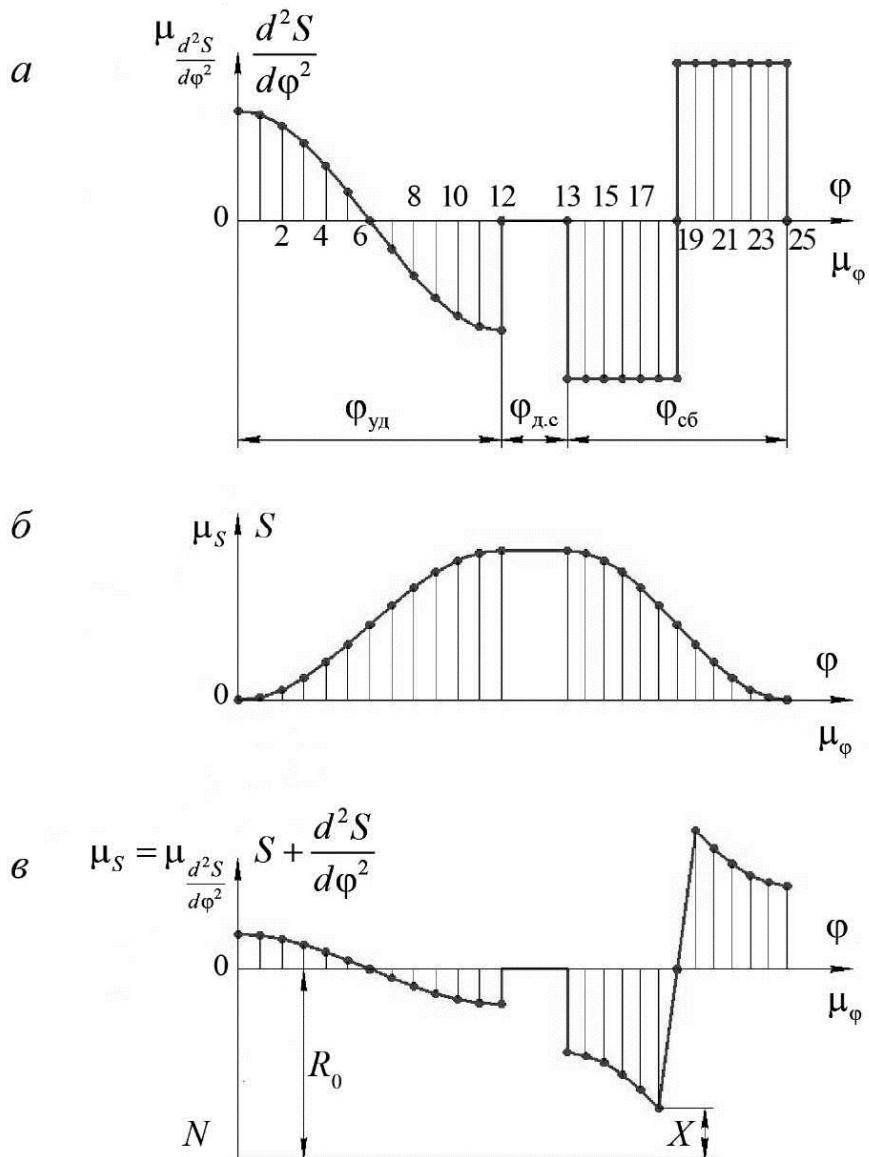


Рис. 6.9. Пример определения начального радиуса R_0 : *а* – аналог ускорения; *б* – диаграмма перемещений; *в* – суммарная диаграмма

Учитывая то, что должно выполняться условие $R_0 > -\left(S + \frac{d^2S}{d\phi^2}\right)$, ось абсцисс переносится в направлении отрицательных значений ординат на расстояние большее чем $-\left(S + \frac{d^2S}{d\phi^2}\right)$, например, на X , мм, в масштабе μ_S (см. рис. 6.9, *в*). Тогда $R_0 = (0N) \cdot \mu_l$, где $0N$ – расстояние, мм, между старой и новой осями абсцисс (см. рис. 6.9, *в*).

6.3.3. Профилирование кулачка с плоским толкателем

Алгоритм профилирования следующий:

- Строят окружность радиусом $\left(\frac{R_0}{\mu_l}\right)$ [мм] с центром в произвольной точке O (рис. 6.10).

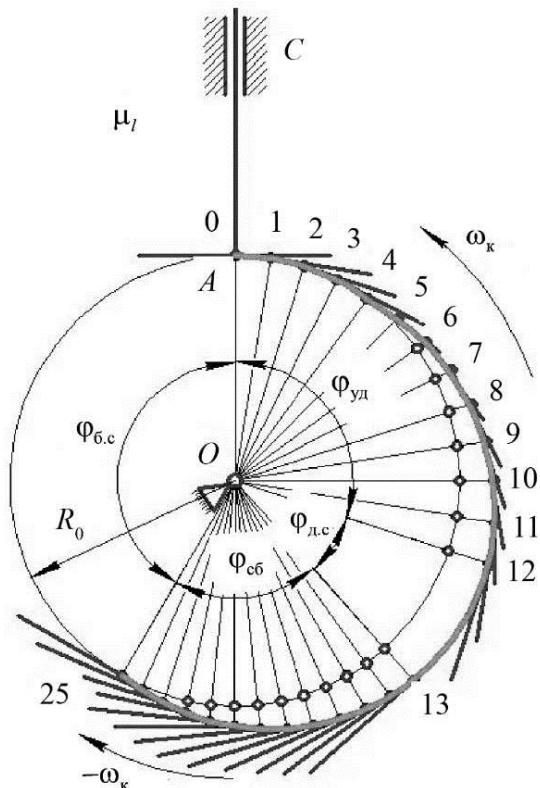


Рис. 6.10. Профилирование кулачка с плоским толкателем

- Согласно методу обращенного движения, в сторону, противоположную вращению кулачка, от точки O на этой окружности откладывают фазовые углы, которые делят на то же количество частей, что и на диаграмме $S = S(\varphi)$.

- В общем случае при наклоне оси толкателя к его плоскости под углом γ , расстояния от центра вращения кулачка до этой плоскости в любом положении равны $(R_0 + S_i \cdot \sin \gamma)$. Следовательно, через точки деления для каждого положения на фазе удаления и сближения проводят лучи из центра вращения кулачка и откладывают на них от точки O соответствующие расстояния $\left(\frac{R_0 + S_i \cdot \sin \gamma}{\mu_l}\right)$ [мм].

4. Из концов полученных отрезков проводят прямые под углом γ к оси движения толкателя (перпендикуляры к ним при $\gamma = 90^\circ$), определяя положения плоскости толкателя при его движении относительно кулачка.

5. Строят огибающую, вписанную в многоугольник, образованный при взаимном пересечении осей движения и тарелки толкателя. Таким образом, получают профиль кулачка. Точки касания огибающей и плоскости не лежат на радиусах деления. Они смещены на величину $\frac{dS}{d\phi}$ в масштабе построения. Размер плоскости (тарелки) толкателя при изготовлении механизма должен быть не меньше этой величины.

Направляющие в обращенном движении, в которых перемещается толкатель, определяются углом передачи γ по расположению к плоскости толкателя. На рис. 6.10 представлено профилирование центрального кулачка для случая, когда плоскость толкателя перпендикулярна его оси движения.

Рекомендуется диаметр тарелки толкателя выбирать вдвое больше величины максимального смещения точки контакта от оси толкателя.

Контрольные вопросы

1. Основные задачи проектирования кулачковых механизмов.

2. Какие параметры задаются при проектировании кулачковых механизмов разных видов?

3. Алгоритм определения основных размеров кулачкового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем.

4. В чем особенность определения R_0 для кулачковых механизмов при геометрическом и силовом замыкании высшей кинематической пары?

5. Минимальный радиус $R_0 = 0,15 \text{ м}$; $\delta_{\max} = 20^\circ$. Определить величину эксцентриситета в случае силового замыкания высшей кинематической пары (рис. 1).

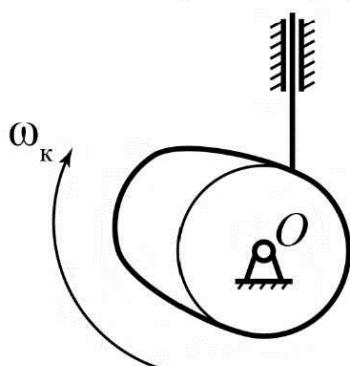


Рис. 1

6. В случае геометрического замыкания минимальный радиус $R_0 = 0,15 \text{ м}$; $e = 0,02 \text{ м}$; $\delta_{\max} = 20^\circ$ (рис. 2). Как изменится и чему будет равен начальный радиус центрального кулачкового механизма при том же законе движения выходного звена?

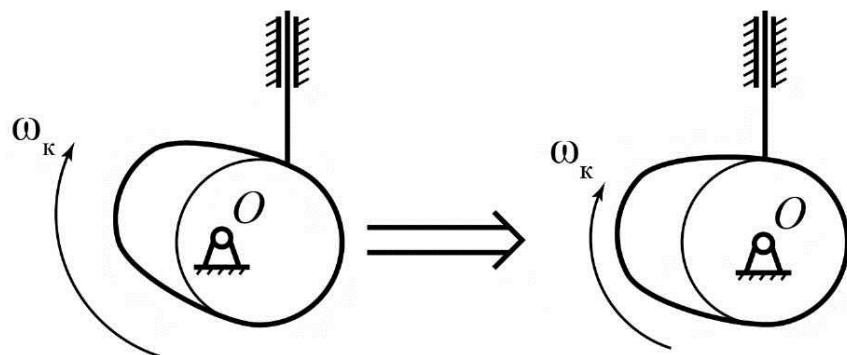


Рис. 2

7. Порядок построения центрового профиля кулачка с поступательно-движущимся толкателем.

8. Почему метод обращенного движения удобен при профилировании кулачка?

9. Критерии выбора радиуса ролика выходного звена кулачкового механизма.

10. Как влияют габариты ролика на характеристики толкателя и кулачка?

11. Алгоритм определения основных размеров кулачкового механизма с коромыслом.

12. Как выбрать минимальное значение начального радиуса R_0 в случае силового замыкания для кулачкового механизма с коромыслом?

13. Порядок построения центрового профиля кулачка с роликовым коромыслом.

14. Каково основное требование к профилю кулачка с плоским толкателем и чем оно вызвано?

15. Суть метода Я. Л. Геронимуса.

16. Максимальное по модулю отрицательное значение аналога ускорения во время движения плоского толкателя 0,2 м. Перемещение толкателя в этом положении 0,1 м. Выбрать величину R_0 .

17. Охарактеризовать метод суммирования диаграмм при определении начального радиуса кулачка, работающего с плоским толкателем (рис. 3).

18. Алгоритм профилирования кулачка с плоским толкателем.

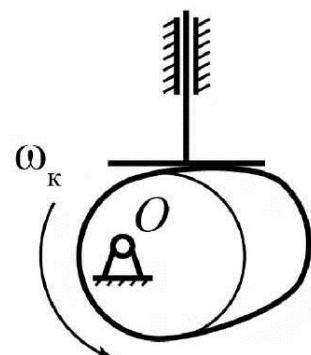


Рис. 3

7. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Современные информационные технологии позволяют решать задачи проектирования кулачковых механизмов с помощью ЭВМ.

Наряду с графическими способами определения габаритов кулачковых механизмов, реализуемых, например, в средах AutoCAD, КОМПАС и т.п., возможно применение численных методов с последующей их реализацией в программных продуктах языков высокого уровня [2, 6].

По заданному закону движения выходного звена и допускаемому углу давления δ (углу передачи γ) размеры кулачкового механизма находятся на основе совмещенного графика.

Для стандартных законов движения, заданных в аналитической форме, значения перемещения S и аналога скорости $\frac{dS}{d\phi}$ выходного звена для каждого текущего положения кулачка вычисляются в соответствии с известными формулами (см. главу 5).

В случае же задания законов в более сложной или графической форме необходимо применить численное дифференцирование (задано S) или численное интегрирование (задано S'' или S'). При численном дифференцировании используют методы Ньютона, Лагранжа, Стирлинга, Бесселя и др., а при численном интегрировании – методы трапеций, Симпсона, Гаусса, Ньютона–Котеса и т.п.

Следует обратить внимание на точность, которая зависит от шага и вида кривых при проведении этих операций, особенно при численном дифференцировании [2, 6].

Будем считать, что получены значения S_i и $\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i$ с достаточной точностью. Эти значения переведены в один масштаб, т.е. $\mu_S = \mu_{\frac{dS}{d\phi}}$.

7.1. Проектирование кулачкового механизма с роликовым толкателем

7.1.1. Определение основных размеров

Известны фазовые углы и закон движения толкателя. В случае геометрического замыкания область возможных центров вращения кулачка определяется пересечением прямых проведенных под углом $\delta_{\max}(\gamma_{\min})$ к со-

вмешенному графику на фазах удаления и сближения (см. рис. 6.1). Следовательно, необходимо сформировать систему уравнений этих прямых.

Расчетная схема представлена на рис. 7.1. Дополнительно к системе координат $\left(\frac{dS}{d\varphi} OS\right)$ вводится система координат (xOy) .

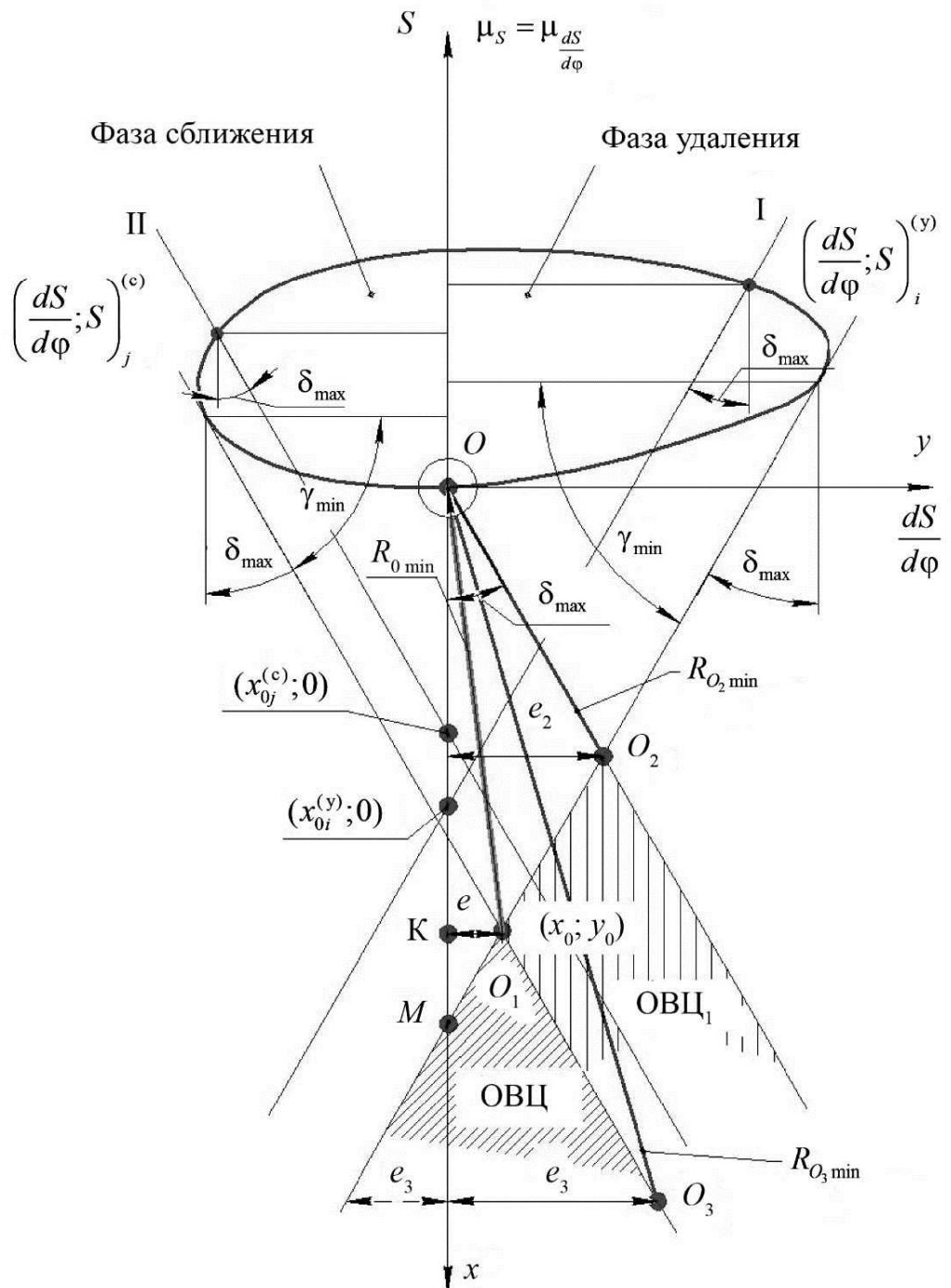


Рис. 7.1. Расчетная схема определения начального радиуса кулачкового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем

Алгоритм расчета следующий:

1. Задавшись угловым шагом $\Delta\phi_y$ и $\Delta\phi_c$ с достаточной для вычислений точностью, получают количество точек n_y и n_c , соответствующее текущим углам фаз удаления (у) и сближения (с). Значения координат точек совмещенного графика (в мм) схемы с учетом $\mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\phi}}$:

$$\left(\frac{dS}{d\phi}; S \right)_i^{(y)}, \quad i = \overline{1, n_y}; \quad \left(\frac{dS}{d\phi}; S \right)_j^{(c)}, \quad j = \overline{1, n_c}.$$

2. Уравнения прямых из данных точек под углом $\delta_{\max}(\gamma_{\min})$:

$$\begin{aligned} \text{I: } & y - \left(\frac{dS}{d\phi} \right)_i^{(y)} = -\operatorname{tg} \delta_{\max} \cdot (x - S_i^{(y)}), \quad i = \overline{1, n_y}; \\ \text{II: } & y - \left(\frac{dS}{d\phi} \right)_j^{(c)} = \operatorname{tg} \delta_{\max} \cdot (x - S_j^{(c)}), \quad j = \overline{1, n_c}. \end{aligned} \quad (7.1)$$

3. Абсцисса пересечения каждой из этих прямых с осью Ox :

$$\begin{aligned} x_{0i}^{(y)} &= \left(\frac{dS}{d\phi} \right)_i^{(y)} \cdot \operatorname{ctg} \delta_{\max} + S_i^{(y)}, \quad i = \overline{1, n_y}; \\ x_{0j}^{(c)} &= - \left(\frac{dS}{d\phi} \right)_j^{(c)} \cdot \operatorname{ctg} \delta_{\max} + S_j^{(c)}, \quad j = \overline{1, n_c}. \end{aligned} \quad (7.2)$$

4. Из совокупности полученных точек для каждой фазы движения определяются максимальные значения x :

$$x_0^{(y)} = \max x_{0i}^{(y)}, \quad i = \overline{1, n_y}; \quad x_0^{(c)} = \max x_{0j}^{(c)}, \quad j = \overline{1, n_c}.$$

Тогда уравнения прямых типа I и II через эти точки будут иметь вид

$$\begin{cases} \text{I: } y = -\operatorname{tg} \delta_{\max} (x - x_0^{(y)}), \\ \text{II: } y = \operatorname{tg} \delta_{\max} (x - x_0^{(c)}). \end{cases} \quad (7.3)$$

5. В результате решения системы (7.3), например, точка $O_1(x_0; y_0)$ пересечения этих прямых имеет координаты

$$\begin{cases} x_0 = \frac{x_0^{(y)} + x_0^{(c)}}{2}, \\ y_0 = \operatorname{tg} \delta_{\max} \cdot \left(\frac{x_0^{(y)} - x_0^{(c)}}{2} \right). \end{cases} \quad (7.4)$$

6. Минимальное значение начального радиуса и значение эксцентриситета:

$$\begin{aligned} R_{0\min} &= \frac{1}{2} \sqrt{\left(x_0^{(y)} + x_0^{(c)}\right)^2 + \left(x_0^{(y)} - x_0^{(c)}\right)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \delta_{\max} \cdot \mu_s}, \\ e &= \frac{1}{2} \left(x_0^{(y)} - x_0^{(c)}\right) \cdot \operatorname{tg} \delta_{\max} \cdot \mu_s. \end{aligned} \quad (7.5)$$

В случае силового замыкания, когда кулачок одностороннего вращения, координаты точки O_2 пересечения прямых типа I и II определяются системой уравнений

$$\begin{cases} \text{I: } y = \operatorname{tg} \delta_{\max} \cdot x, \\ \text{II: } y = -\operatorname{tg} \delta_{\max} \cdot \left(x - x_0^{(y)}\right). \end{cases} \quad (7.6)$$

В результате

$$\begin{cases} x_{O_2} = \frac{x_0^{(y)}}{2}, \\ y_{O_2} = \frac{1}{2} \cdot x_0^{(y)} \cdot \operatorname{tg} \delta_{\max}, \end{cases} \quad (7.7)$$

$$R_{O_2\min} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(x_0^{(y)}\right)^2 + \left(x_0^{(y)}\right)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \delta_{\max}} \cdot \mu_s = \frac{x_0^{(y)} \cdot \mu_s}{2 \cos \delta_{\max}}, \quad (7.8)$$

$$e_2 = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \delta_{\max} \cdot x_0^{(y)} \cdot \mu_s.$$

Если заданы эксцентриситет e_3 , схема его расположения (на рис. 7.1 показаны различные расположения эксцентриситета), то при определении $R_{0\min}$ координаты центра вращения кулачка O_3 вычисляются с помощью соотношений:

$$\begin{array}{ll} \text{для } e_3 > 0 & \text{для } e_3 < 0 \\ \begin{cases} x_{O_3} = x_0^{(c)} + \frac{e_3}{\mu_s} \operatorname{ctg} \delta_{\max}, \\ y_{O_3} = -\frac{e_3}{\mu_s}; \end{cases} & \begin{cases} x_{O_3} = x_0^{(y)} + \left| \frac{e_3}{\mu_s} \right| \operatorname{ctg} \delta_{\max}, \\ y_{O_3} = \left| \frac{e_3}{\mu_s} \right|. \end{cases} \end{array} \quad (7.9)$$

Окончательно

$$R_{O_3\min} = \sqrt{e_3^2 + \left(x_0^{(y)} \cdot \mu_s + \left| e_3 \right| \operatorname{ctg} \delta_{\max}\right)^2}. \quad (7.10)$$

Значения угла давления с учетом найденных геометрических параметров механизма вычисляются по формуле (4.3) (см. главу 4).

7.1.2. Расчет центрового и действительного профиля кулачка с роликовым толкателем

Исходные данные для профилирования: схема механизма, закон движения толкателя, начальный радиус R_0 , фазовые углы.

На основе метода обращенного движения первоначально строится центровой профиль кулачка [5]. Расчетная схема представлена на рис. 7.2.

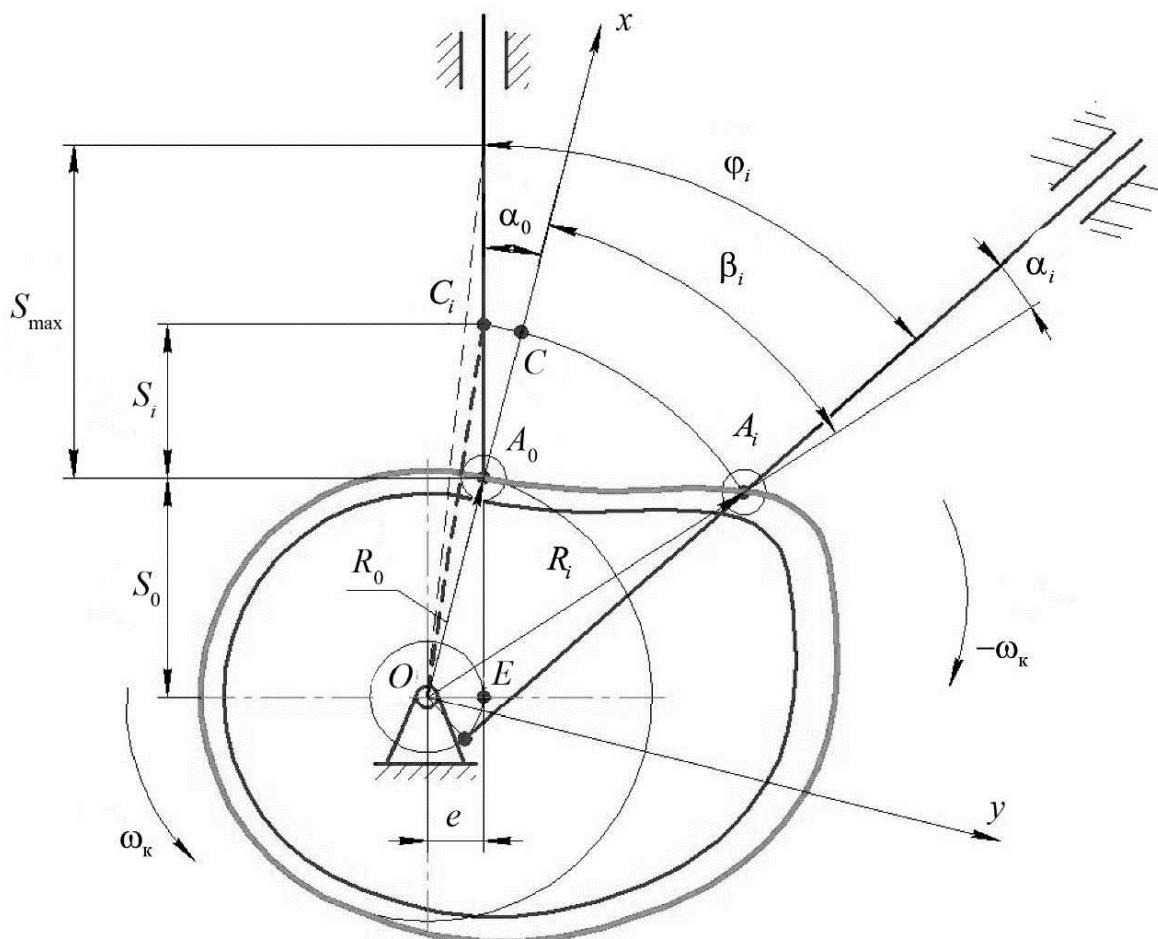


Рис. 7.2. Расчетная схема профилирования кулачка

Выбираются две системы координат: прямоугольная (xOy) с началом в центре вращения кулачка и полярная с углом β и осью Ox , проходящей через центр вращения кулачка и точку A_0 пересечения оси толкателя и начальной окружности (см. рис. 7.2) (нишнее положение толкателя с начала фазы удаления).

В i -м положении кулачка, характеризуемого углом поворота φ_i и полярным углом β_i для текущей точки A_i профиля

$$R_i^2 = (S_i + S_0)^2 + e^2 = S_i^2 + 2S_iS_0 + S_0^2 + e^2 \quad (\Delta C_i EO).$$

Так как $S_0^2 + e^2 = R_0^2$, то полярные координаты текущей i -й точки A_i центрового профиля:

$$\begin{cases} R_i = \sqrt{R_0^2 + S_i^2 + 2S_0S_i}, \\ \beta_i = \varphi_i \pm (\alpha_0 - \alpha_i), \end{cases} \quad (7.11)$$

где S_i – текущее положение толкателя; S_0 – расстояние от центра вращения кулачка до начальной окружности, $S_0 = \text{const}$.

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{|e|}{R_0}; \quad \alpha_i = \arcsin \frac{|e|}{R_i}; \quad 0 < \alpha_0, \alpha_i < \frac{\pi}{2}.$$

Знак «–» в (7.11) учитывается при положительном смещении e , знак «+» – при отрицательном. В случае если $e = 0$, то $\beta_i = \varphi_i$.

В выбранной прямоугольной системе координат (см. рис. 7.2):

$$\begin{cases} x_i = R_i \cdot \cos \beta_i, \\ y_i = R_i \cdot \sin \beta_i. \end{cases} \quad (7.12)$$

Получив центровой профиль кулачка, переходят к построению действительного профиля. Для этого определяют радиус ролика.

Радиус ролика определяется по соотношениям (6.1). Величину $0,4 \cdot R_0$ рассчитывают, зная R_0 . Значение ρ_{\min} – радиус наиболее выпуклого участка центрового профиля – определяют следующим образом (рис. 7.3).

Задавшись угловым шагом $\Delta\varphi$ достаточной точности, центровой профиль делят точками $A_i, i = \overline{1, n}$ на n равных частей.

Центр дуги, заключенной между текущими точками A_{i-1}, A_i, A_{i+1} , находится на пересечении срединных перпендикуляров, восстановленных к хордам $A_{i-1}A_i$ и A_iA_{i+1} (см. рис. 7.3).

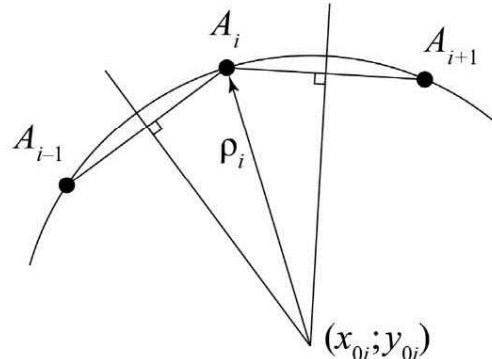


Рис. 7.3. Определение минимального радиуса кривизны центрового профиля

Координаты x_{0i}, y_{0i} этого центра вычисляются в результате решения линейной алгебраической системы уравнений срединных перпендикуляров:

$$\begin{cases} x_{0i} = \frac{y_{i-1,i} - y_{i,i+1} + \kappa_{i,i+1} \cdot x_{i,i+1} - \kappa_{i+1,i} \cdot x_{i+1,i}}{\kappa_{i,i+1} - \kappa_{i,i-1}}, \\ y_{0i} = y_{i-1,i} + \kappa_{i-1,i} \cdot x_{0i} - \kappa_{i-1,i} \cdot x_{i-1,i}, \end{cases} \quad (7.13)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_{i-1,i} &= -\frac{x_i - x_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}, \\ y_{i-1} &= \frac{y_{i-1} + y_i}{2}, \quad x_{i-1} = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}, \\ \kappa_{i,i+1} &= -\frac{x_{i+1} - x_i}{y_{i+1} - y_i}, \\ y_{i,i+1} &= \frac{y_i + y_{i+1}}{2}, \quad x_{i,i+1} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}, \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (7.14)$$

Радиус кривизны

$$\rho_i = \sqrt{(x_{0i} - x_i)^2 + (y_{0i} - y_i)^2}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Организовав циклический процесс, окончательно получают:

$$\rho_{\min} = \min \rho_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

Зная R_0 и ρ_{\min} , выбирают радиус ролика r_p из соотношений (6.1). В результате получают координаты действительного профиля кулачка. При этом используют элементы дифференциальной геометрии нахождения огибающей (действительного профиля) семейства кривых (окружностей) ролика), зависящих от параметра ϕ_i . С учетом (7.12) координаты действительного профиля x_{di} и y_{di} определяются соотношениями [1]:

$$\begin{cases} x_{di} = x_i \pm \frac{r_p \cdot \left(\frac{dy}{d\phi} \right)_i}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\phi} \right)_i^2 + \left(\frac{dy}{d\phi} \right)_i^2}}, \\ y_{di} = y_i \pm \frac{r_p \cdot \left(\frac{dx}{d\phi} \right)_i}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\phi} \right)_i^2 + \left(\frac{dy}{d\phi} \right)_i^2}}. \end{cases} \quad (7.15)$$

По правилу дифференцирования сложной функции

$$\begin{aligned}\left(\frac{dx}{d\phi}\right)_i &= \left(\frac{dR}{d\phi}\right)_i \cdot \cos\beta_i - \left(R_i \pm \frac{|e|}{S_0 + S_i} \cdot \left(\frac{dR}{d\phi}\right)_i\right) \cdot \sin\beta_i, \\ \left(\frac{dy}{d\phi}\right)_i &= \left(\frac{dR}{d\phi}\right)_i \cdot \sin\beta_i + \left(R_i \pm \frac{|e|}{S_0 + S_i} \cdot \left(\frac{dR}{d\phi}\right)_i\right) \cdot \cos\beta_i, \\ \left(\frac{dR}{d\phi}\right)_i &= \left(\frac{S_0 + S_i}{R_i}\right) \cdot \left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i.\end{aligned}$$

Окончательно

$$\begin{aligned}\left(\frac{dx}{d\phi}\right)_i &= a_i \cdot \cos\beta_i - b_i \cdot \sin\beta_i, \\ \left(\frac{dy}{d\phi}\right)_i &= a_i \cdot \sin\beta_i + b_i \cdot \cos\beta_i,\end{aligned}$$

где $a_i = \left(\frac{S_0 + S_i}{R_i}\right) \cdot \left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i$; $b_i = R_i \pm \frac{|e| \cdot \left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i}{R_i}$.

Из (7.15) следует возможность существования двух действительных профилей.

7.2. Проектирование кулачкового механизма с роликовым коромыслом

7.2.1. Определение основных размеров

Для кулачкового механизма с коромыслом расчетная схема представлена на рис. 7.4. Начало системы координат (xOy) выбирается в точке C .

Для случая геометрического замыкания, как более общего, алгоритм расчетов следующий:

1. По аналогии с подразд. 7.1 получают количество точек n_y и n_c , соответствующее значениям текущих углов поворота кулачка на фазах удаления и сближения.

2. Зная закон движения коромысла, по методикам, изложенным в главах 4 и 5, вычисляют перемещение и аналог скорости точки B конца коромысла:

$$\begin{aligned}S_i^{(y)} &= L_k \cdot \beta_i^{(y)}, \quad \left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i^{(y)} = L_k \cdot \left(\frac{d\beta}{d\phi}\right)_i^{(y)}, \quad i = \overline{1, n_y}, \\ S_j^{(c)} &= L_k \cdot \beta_j^{(c)}, \quad \left(\frac{dS}{d\phi}\right)_j^{(c)} = L_k \cdot \left(\frac{d\beta}{d\phi}\right)_j^{(c)}, \quad j = \overline{1, n_c},\end{aligned}\tag{7.16}$$

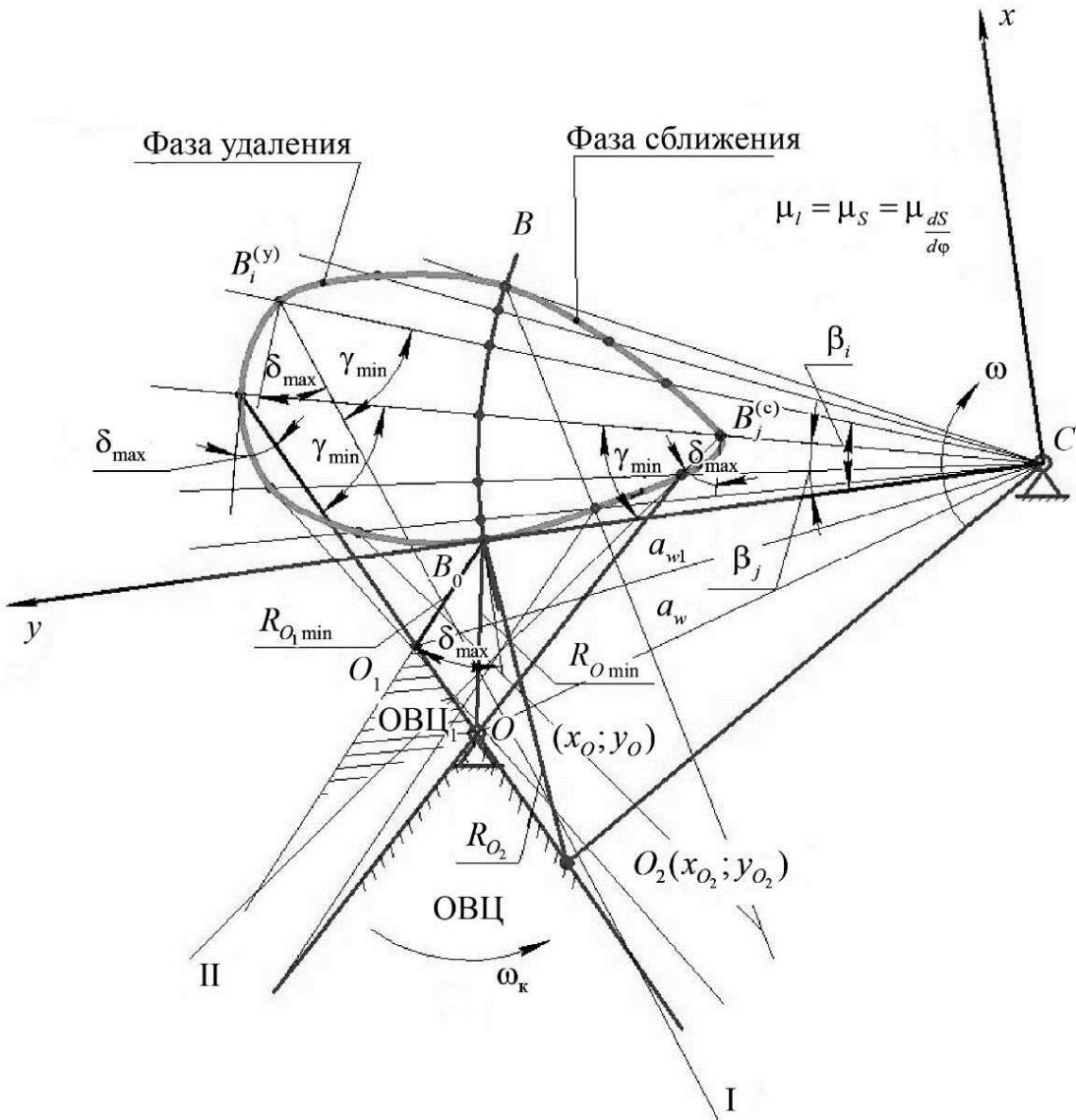


Рис. 7.4. Расчетная схема определения начального радиуса кулачкового механизма с коромыслом

где $L_K = \frac{l_K}{\mu_l}$ – длина коромысла на схеме, мм; $\beta_i^{(y)}, \beta_j^{(c)}$ – угловые отклонения коромысла, рад, от нулевого положения на фазах удаления и сближения.

3. Текущие координаты точек совмещенного графика в системе xCy в соответствии с рис. 7.4 определяют по соотношениям:

на фазе удаления

$$B_i^{(y)} \left(a_i^{(y)} \sin \beta_i; a_i^{(y)} \cos \beta_i \right), i = \overline{1, n_y}; \quad (7.17)$$

на фазе сближения

$$B_j^{(c)} \left(a_j^{(c)} \sin \beta_j; a_j^{(c)} \cos \beta_j \right), j = \overline{1, n_c},$$

где $a_i^{(y)} = L_K + \left(\frac{dS}{d\varphi}\right)_i^{(y)}$; $a_j^{(c)} = L_K - \left(\frac{dS}{d\varphi}\right)_j^{(c)}$.

4. Уравнения прямых, проходящих через эти точки под углом $\delta_{\max}(\gamma_{\min})$, следующие:

$$\begin{cases} \text{I: } y = \kappa_i^{(y)}x + b_i^{(y)}, & i = \overline{1, n_y}, \\ \text{II: } y = \kappa_j^{(c)}x + b_j^{(c)}, & j = \overline{1, n_c}, \end{cases} \quad (7.18)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_i^{(y)} &= \operatorname{tg}(\delta_{\max} - \beta_i); & b_i^{(y)} &= a_i^{(y)}(\cos \beta_i - \kappa_i^{(y)} \cdot \sin \beta_i); \\ \kappa_j^{(c)} &= -\operatorname{tg}(\delta_{\max} + \beta_j); & b_j^{(c)} &= a_j^{(c)}(\cos \beta_j - \kappa_j^{(c)} \cdot \sin \beta_j). \end{aligned}$$

5. Решая систему (7.18) при всех возможных сочетаниях i и j , получают значения координат точки пересечения прямых типа I и II:

$$\begin{cases} x_{0ij} = \frac{b_j^{(c)} - b_i^{(y)}}{\kappa_i^{(y)} - \kappa_j^{(c)}}, \\ y_{0ij} = \frac{\kappa_i^{(y)} \cdot b_j^{(c)} - \kappa_j^{(c)} \cdot b_i^{(y)}}{\kappa_i^{(y)} - \kappa_j^{(c)}}, \\ x_{0ij} < 0; \quad y_{0ij} > 0, \quad i \cdot j = \overline{1, n_y \cdot n_c}. \end{cases} \quad (7.19)$$

6. Определяют минимальное значение начального радиуса по формуле

$$R_{0\min} = OB_0 \cdot \mu_I = \mu_I \cdot \max \left(R_{0ij} = \sqrt{x_{0ij}^2 + (y_{0ij} - L_K)^2} \right), \quad (7.20)$$

где R_{0ij} – отрезок, мм, соответствующий значению начального радиуса, подсчитанному для различных комбинаций i и j , $ij = \overline{1, n_y \cdot n_c}$.

7. Вычисляется межцентровое расстояние

$$a_w = l_{OC} = \mu_I \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2}, \quad (7.21)$$

x_0 и y_0 – координаты центра вращения кулачка (см. рис. 7.4), для которого найдено $R_{0\min}$.

При силовом замыкании или одностороннем вращении кулочка на основе методик, изложенных в главах 4 и 6, рассматривается только фаза удаления. Алгоритм в этом случае следующий:

1, 2, 3 повторяются, но лишь для $i = \overline{1, n_y}$.

4. Система (7.18) приобретает вид

$$\begin{cases} y = \kappa_i^{(y)} x + b_i^{(y)}, \\ y = L_k - \operatorname{tg} \delta_{\max} \cdot x, \quad i = \overline{1, n_y}, \\ x_{0i} < 0; \quad y_{0i} > 0. \end{cases} \quad (7.22)$$

5. Координаты точек пересечения:

$$\begin{cases} x_{0i} = \frac{L_k - b_i^{(y)}}{\kappa_i^{(y)} + \operatorname{tg} \delta_{\max}}, \\ y_{0i} = \frac{L_k \cdot \kappa_i^{(y)} + b_i^{(y)} \cdot \operatorname{tg} \delta_{\max}}{\kappa_i^{(y)} + \operatorname{tg} \delta_{\max}}, \\ x_{0i} < 0; \quad y_{0i} > 0, \quad i = \overline{1, n_y}. \end{cases} \quad (7.23)$$

6. По результатам расчетов (см. рис. 7.4)

$$\begin{aligned} R_{O_1 \min} &= \mu_I \cdot \max \left(R_{O_i} = \sqrt{x_{0i}^2 + (y_{0i} - L_k)^2} \right), \quad i = \overline{1, n_y}, \\ a_w &= l_{O_1 C} = \mu_I \cdot \sqrt{x_{01}^2 + y_{01}^2}, \end{aligned} \quad (7.24)$$

x_{O_1} и y_{O_1} – координаты центра O_1 вращения кулочка на схеме рис. 7.4, для которого определен $R_{O_1 \min}$.

При задании межцентрового расстояния $L = \frac{a_w}{\mu_I} = \frac{l_{OC}}{\mu_I}$ [мм] поступают

следующим образом. R_0 определяют из условия пересечения окружности радиусом, равным межцентровому расстоянию с центром в точке C и прямыми I и II типа, проходящими через точку O :

$$\begin{cases} \begin{aligned} &x^2 + y^2 = L^2, \\ &y = \kappa_j^{(c)} x + b_{0j}, \quad L < CO, \end{aligned} \\ \begin{aligned} &x^2 + y^2 = L^2, \\ &y = \kappa_i^{(y)} x + b_{0i}, \quad L > CO, \end{aligned} \end{cases} \quad (7.25)$$

$$b_{0j} = y_0 - \kappa_j^{(c)} x_0; \quad b_{0i} = -\kappa_i^{(y)} x_0 + y_0, \quad i = \overline{1, n_y}; \quad j = \overline{1, n_c}.$$

В результате решения одной из систем (7.25) координаты центра вращения кулачка

$$\begin{cases} x_{O_2} = \frac{-\kappa b_0 \mp \sqrt{L^2(\kappa^2 - 1) + b_0^2}}{(1 + \kappa^2)}, \\ y_{O_2} = \kappa \cdot x_{O_2} + b_0. \end{cases} \quad (7.26)$$

В формулах (7.26) $\kappa = \kappa_i^{(y)}$; $b_0 = b_{0i}^{(y)}$, если $L > CO$ и $\kappa = \kappa_j^{(c)}$; $b_0 = b_{0j}^{(c)}$ при $L < CO$.

Из полученных значений x_{O_2} выбирается большее по модулю.

$$\text{Начальный радиус } R_{O_2} = \mu_l \sqrt{x_{O_2}^2 + (y_{O_2} - l_k)^2}.$$

7.2.2. Расчет профиля кулачка с роликовым коромыслом

Аналогично предыдущему материалу на основе метода обращенного движения строится профиль кулачка. Расчетная схема представлена на рис. 7.5.

Прямоугольная система координат (xOy) выбирается в центре O . А полярная система координат с осью Ox и углом β_i проходит через центр вращения кулачка и точку A_0 пересечения коромысла AC с начальной окружностью.

Для i -го положения кулачка при его угле поворота φ_i полярные координаты точки A_i центрового профиля определяются по теореме косинусов из $\Delta OCA'_i$ [5]:

$$\begin{cases} R_i = \sqrt{l_k^2 + a_w^2 - 2l_k a_w \cos(\psi_i + \psi_0)}, \\ \beta_i = \varphi_i \pm (\alpha_0 - \alpha_i), \end{cases} \quad (7.27)$$

где ψ_i – текущий угол качания коромысла, отсчитываемый от угла ψ_0 начального положения коромысла.

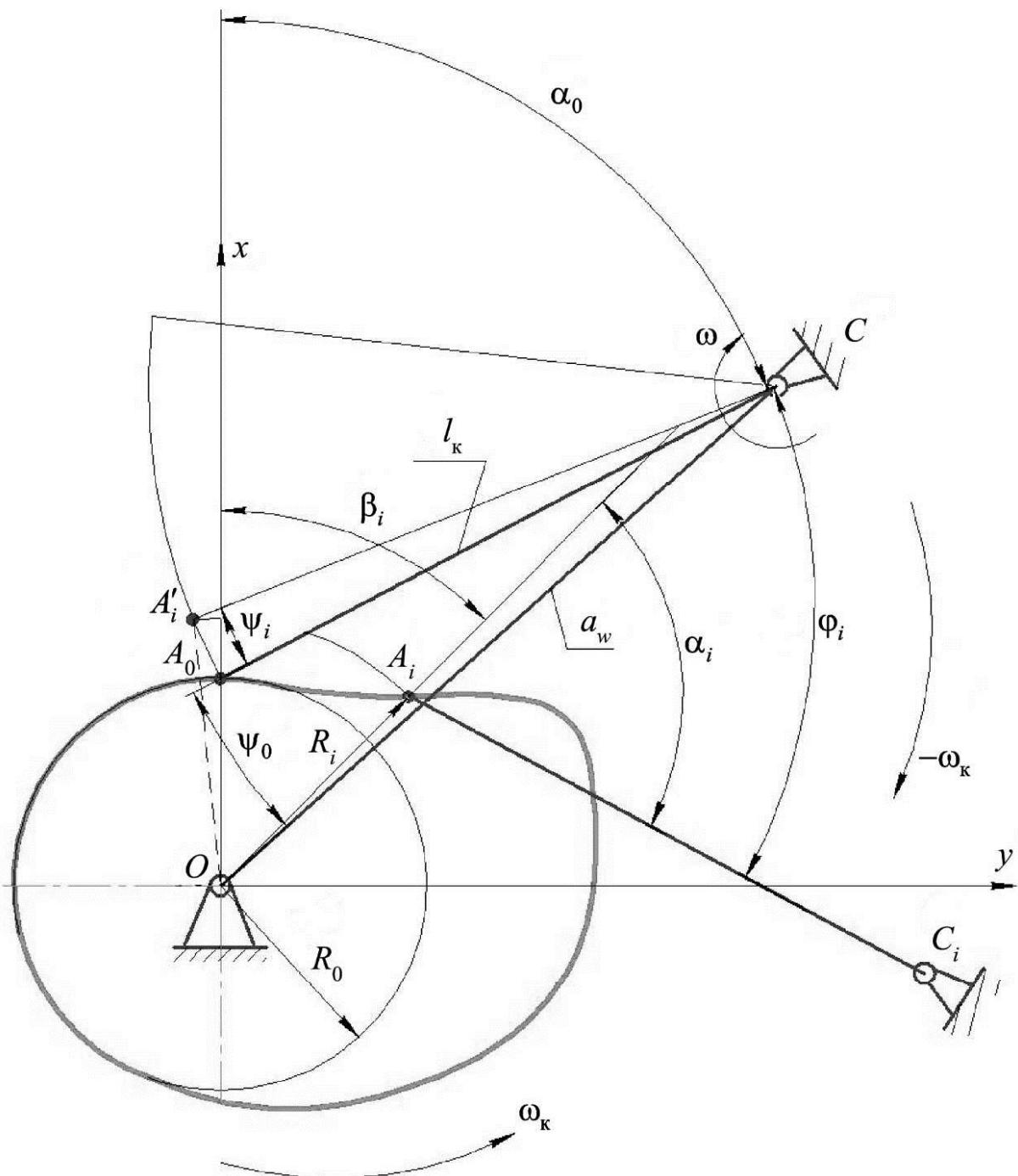


Рис. 7.5. Расчетная схема профилирования кулачка

$$\psi_0 = \arccos((a_w^2 + l_k^2 - R_0^2) / 2a_w l_k),$$

$$\alpha_0 = \arccos\left(\frac{(R_0^2 + a_w^2 - l_k^2)}{2R_0 a_w}\right), \quad \alpha_i = \arccos\left(\frac{(R_i^2 + a_w^2 - l_k^2)}{2R_i a_w}\right).$$

Знак «+» в (7.27) ставится, если на фазе удаления направления вращения кулачка и коромысла противоположны, и наоборот, знак «-» – в противном случае.

В выбранной прямоугольной системе координат координаты *центро-вого профиля*:

$$\begin{cases} x_i = R_i \cdot \cos \beta_i, \\ y_i = R_i \cdot \sin \beta_i. \end{cases} \quad (7.28)$$

Выбрав радиус ролика r_p в соответствии с п.7.1, получают координаты *действительного профиля* кулачка, согласно формулам (7.15). При этом

$$\begin{aligned} \left(\frac{dR}{d\varphi} \right)_i &= \frac{l_k \cdot a_w \cdot \sin(\psi_i + \psi_0)}{R_i} \cdot \left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)_i; \\ \left(\frac{d\beta}{d\varphi} \right)_i &= 1 \pm \frac{(l_k^2 + R_i^2 - a_w^2) \cdot \left(\frac{dR}{d\varphi} \right)_i}{\sqrt{l_k^2 \cdot (2 \cdot (R_i^2 + a_w^2) - l_k^2) - (R_i^2 - a_w^2)^2} \cdot R_i}; \\ \left(\frac{dx}{d\varphi} \right)_i &= a_i \cdot \cos \beta_i - b_i \cdot \sin \beta_i; \\ \left(\frac{dy}{d\varphi} \right)_i &= a_i \cdot \sin \beta_i + b_i \cdot \cos \beta_i, \end{aligned} \quad (7.29)$$

где

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{a_w \cdot l_k \cdot \sin(\psi_i + \psi_0)}{R_i} \cdot \left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)_i = \left(\frac{dR}{d\varphi} \right)_i; \\ b_i &= R_i \pm \frac{(l_k^2 + R_i^2 - a_w^2) \cdot a_i}{\sqrt{l_k^2 \cdot (2 \cdot (R_i^2 + a_w^2) - l_k^2) - (R_i^2 - a_w^2)^2}}. \end{aligned}$$

Окончательно координаты x_{di} и y_{di} действительного профиля кулачка определяются соотношениями:

$$\begin{cases} x_{di} = x_i \pm \frac{r_p \cdot (a_i \cdot \sin \beta_i + b_i \cdot \cos \beta_i)}{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}}, \\ y_{di} = y_i \pm \frac{r_p \cdot (a_i \cdot \cos \beta_i - b_i \cdot \sin \beta_i)}{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}}. \end{cases} \quad (7.30)$$

Знаки в коэффициентах b_i определяются в соответствии с правилом, определяющим знаки в формуле (7.27) для угла β_i .

7.3. Проектирование кулачкового механизма с плоским толкателем

Рассматривается случай поступательно движущегося плоского толкателя. Для кулачкового механизма с плоским толкателем задан закон движения толкателя и фазовые углы.

Начальный радиус R_0 кулачка определяют в следующей последовательности:

1. По аналогии с подразд. 7.1.1, выбрав $\Delta\phi_y$ и $\Delta\phi_c$, получают количество точек n_y и n_c , соответствующих текущим углам поворота кулачка.
2. Задав $\mu_s = \mu_{\frac{d^2S}{d\phi^2}}$, определяют координаты суммарного графика (в мм) (см. подразд. 6.3.2):

$$\left(\phi; S + \frac{d^2S}{d\phi^2} \right)_i^{(y)}, \quad i = \overline{1, n_y}; \quad \left(\phi; S + \frac{d^2S}{d\phi^2} \right)_j^{(c)}, \quad j = \overline{1, n_c}.$$

3. Определяют Max (в мм):

$$\text{Max} = \begin{cases} \max \left| - \left(S + \frac{d^2S}{d\phi^2} \right)_i^{(y)} \right|, & i = \overline{1, n_y}; \\ \max \left| - \left(S + \frac{d^2S}{d\phi^2} \right)_j^{(c)} \right|, & j = \overline{1, n_c}. \end{cases}$$

4. $R_0 = \mu_s \cdot (\text{Max} + X)$, где X (мм) выбирают в соответствии с подразд. 6.3.2.

При профилировании кулачка следует учесть, что на фазах удаления и сближения точка контакта тарелки толкателя с кулачком смешена от оси толкателя [2, 3, 5] (см. рис. 6.7). Расчетная схема профилирования кулачка, когда ось движения перпендикулярна плоскости толкателя, представлена на рис. 7.6.

Применив метод обращенного движения и выбрав полярную ось Oy (см. рис. 7.6), получают полярные координаты текущей i -й точки профиля [2, 5].

План скоростей для i -го положения в масштабе схемы механизма строится в соответствии с уравнением

$$\overline{V_{A_{2i}}} = \overline{V_{A_{1i}}} + \overline{V_{A_2 A_{1i}}}.$$

Повернутый на 90° план скоростей в масштабе схемы механизма представлен на рис. 7.6, б.

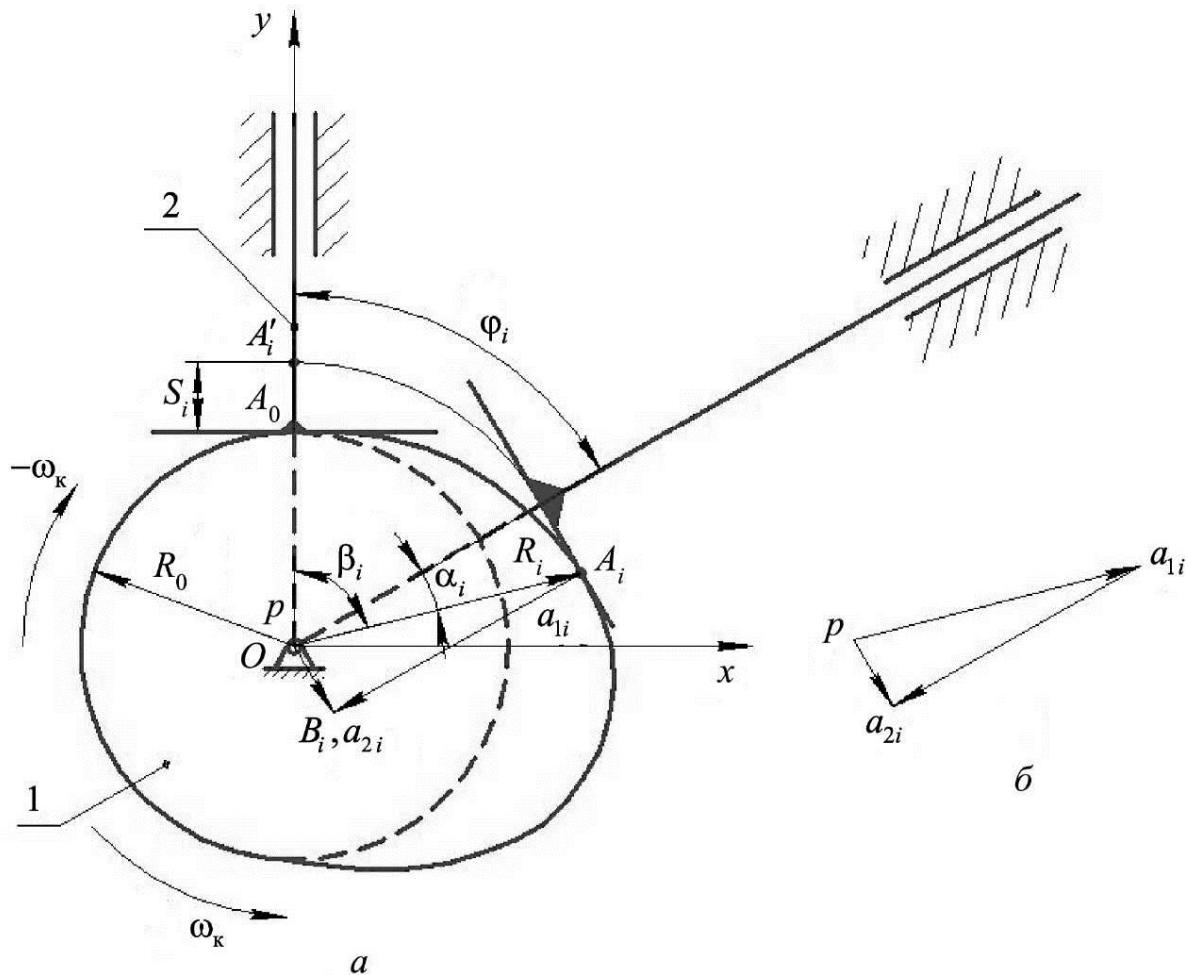


Рис. 7.6. Расчетная схема построения профиля кулачка с плоским толкателем (а) и повернутый план скоростей (б)

Из $\Delta A_i O B_i$ следует:

$$\begin{cases} R_i = \sqrt{(B_i A_i)^2 + (O B_i)^2} = \sqrt{(R_0 + S_i)^2 + (O B_i)^2}, \\ \beta_i = \varphi_i + \alpha_i = \varphi_i + \arcsin\left(\frac{O B_i}{R_i}\right). \end{cases}$$

Но $O B_i = p a_{2i} = \left(\frac{dS}{d\varphi}\right)_i$, что следует из повернутого на 90° плана скоростей, построенного в масштабе схемы (см. рис. 7.6, б). Окончательно

$$\begin{cases} R_i = \sqrt{(R_0 + S_i)^2 + \left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i^2}; \\ \beta_i = \phi_i + \arcsin\left(\frac{\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_i}{R_i}\right). \end{cases} \quad (7.31)$$

Аналог скорости берется со знаком «+» при удалении толкателя и со знаком «-» при его опускании.

Если перейти к прямоугольной системе координат (xOy) , то

$$\begin{cases} x_i = R_i \cdot \sin \beta_i; \\ y_i = R_i \cdot \cos \beta_i. \end{cases} \quad (7.32)$$

Контрольные вопросы

1. Охарактеризовать и сравнить аналитические и графические методы исследования кулачковых механизмов.
2. Как можно повысить точность результатов аналитического синтеза кулачковых механизмов?
3. Суть алгоритма аналитического синтеза кулачкового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем.
4. Чем объясняется появление двух действительных профилей плоских кулачков, работающих с роликовым выходным звеном?
5. Вывести формулу для координат центра вращения кулачка, работающего с роликовым толкателем из условия силовой работоспособности и того, что совмещенный график заключен между касательными из точек, соответствующих $\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_{\max}^{(y)}$ и $\left(\frac{dS}{d\phi}\right)_{\max}^{(c)}$.
6. Алгоритм аналитического синтеза кулачкового механизма с роликовым коромыслом.
7. Алгоритм аналитического синтеза кулачкового механизма с поступательно движущимся плоским толкателем.
8. Сформировать принципиальную схему аналитического синтеза кулачковых механизмов.

8. ЭЛЕМЕНТЫ ДИНАМИКИ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Динамические процессы, сопровождающие работу кулачковых механизмов, имеют сложный характер и зависят от ряда факторов, например, таких как закон движения выходного звена, скорость кулачка, массовые характеристики выходного звена, жесткость пружины при силовом замыкании, внешние нагрузки, действующие на выходное звено и др. [1, 2, 3, 5]. Часть этих факторов влияет на величину сил инерции (поступательный толкатель) и величину моментов от сил инерции (коромысло) выходного звена, определяя динамическую работоспособность механизма.

8.1. Силовые инерционные характеристики выходных звеньев кулачковых механизмов

Силы инерции поступательного толкателя или силы инерции и моменты от сил инерции коромысла при вращающемся кулачке определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}\bar{F}_{\text{и.т}} &= -m_{\text{т}} \cdot \bar{a}_{\text{т}} = -m_{\text{т}} \cdot \frac{\overline{d^2S}}{d\varphi^2} \cdot \omega_{\text{k}}^2, \\ \bar{M}_{\text{и.кор}} &= -I_S \cdot \bar{\varepsilon}_{\text{кор}} = -\frac{I_S}{l_{\text{кор}}} \cdot \left(\frac{\overline{d^2S}}{d\varphi^2} \right) \cdot \omega_{\text{k}}^2, \\ \bar{F}_{\text{и.кор}} &= -m_{\text{кор}} \cdot \bar{a}_{S\text{ кор}},\end{aligned}\quad (8.1)$$

где $m_{\text{т}}$ и $m_{\text{кор}}$ – соответственно масса поступательного толкателя и масса коромысла; I_S – момент инерции коромысла относительно его центра масс; $\bar{a}_{S\text{ кор}}$ – полное ускорение центра масс коромысла; ω_{k} – угловая скорость кулачка (принимаем $\omega_{\text{k}} = \text{const}$).

На отдельных участках фаз движения силовые инерционные характеристики могут менять свою величину и направление, достигая значительных величин и влияя на взаимодействие выходного звена и кулачка.

При этом из (8.1) следует, что скачки скорости или ускорения в некоторых законах движения выходного звена приводят к скачкообразному изменению инерционных нагрузок, вызывая «мягкие» или «жесткие» удары (см. главу 5) и усиливая динамичность механизмов. Кроме того, в процессе движения силы инерции могут достигать значительных величин в зависи-

мости от величин ускорений выходного звена. Характер изменения направления силы инерции на примере поступательного роликового толкателя показан на рис. 8.1.

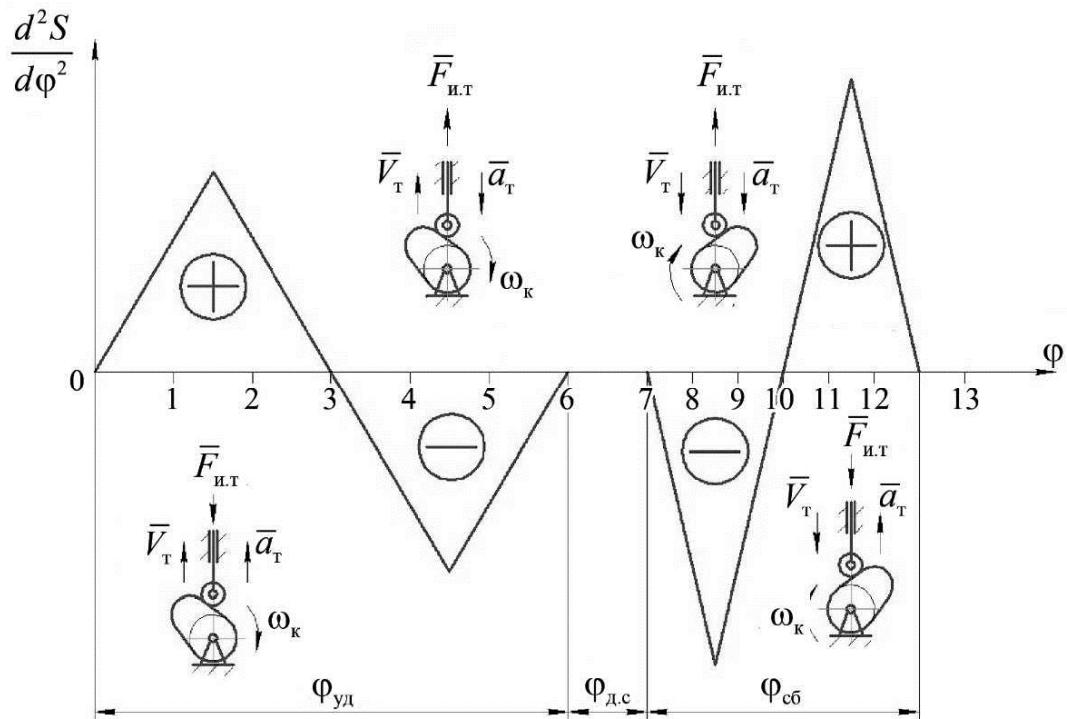


Рис. 8.1. Схема изменений сил инерции толкателя

В соответствии с рис. 8.1 сила инерции толкателя стремится оторвать его от кулачка как на фазе удаления, так и на фазе сближения, особенно в быстроходных кулачковых механизмах. Тем самым наблюдается эффект нарушения контакта в высшей кинематической паре.

8.2. Определение коэффициента жесткости пружины при силовом замыкании

Для предотвращения нарушения контакта в высшей кинематической паре, в случае силового замыкания, на выходное звено устанавливают винтовую пружину сжатия. Сила упругости пружины $\bar{F}_{\text{пр}}$ должна обеспечить постоянное замыкание высшей кинематической пары во все время работы механизма.

В общем случае расчетная сила пружины, обеспечивающая контакт в высшей кинематической паре, например, поступательный толкатель–кулачок, определяется соотношением

$$F_{\text{пр}} = K \cdot (F_{\text{и.т max}} - G_t - Q - F_{\text{тр}}), \quad (8.2)$$

где K – коэффициент запаса силы пружины, $K = 1,2 \dots 1,5$; $F_{\text{тр}}$ – сила трения; Q – внешняя нагрузка на толкатель; G_t – сила тяжести толкателя; $F_{\text{и.т max}}$ – значение максимальной силы инерции, отрывающей толкатель от кулачка.

В первом приближении с достаточной для практики точностью параметры пружины с линейной характеристикой определяют на примере кулачкового механизма с поступательным роликовым толкателем по следующей методике [2, 5]:

1. Учитывают только силу упругости пружины $\bar{F}_{\text{пр}}$ и силу инерции $\bar{F}_{\text{и.т}}$, которая в быстроходных кулачковых механизмах достигает значительных величин (8.1), превышающих значения внешних сил.
2. При заданных законах движения и угловой скорости кулачка ω_k на основе соотношений (8.1) определяют силы инерции, действующие на толкатель.
3. Странят график зависимости силы инерции от перемещения толкателя $F_{\text{и.т}} = f(S)$. За положительное направление силы инерции выбирают направление, при котором она стремится оторвать толкатель от кулачка (рис. 8.2).

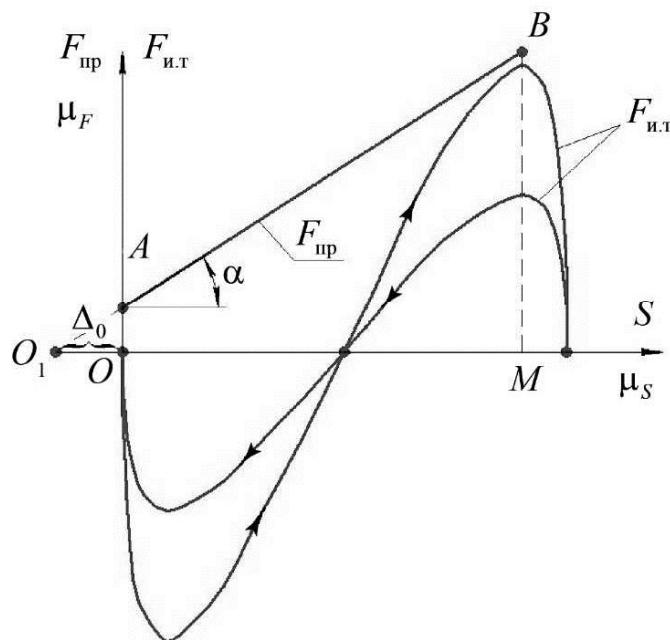


Рис. 8.2. Определение силы упругости пружины

4. Наибольшая сила упругости пружины $F_{\text{пр}}$ должна превосходить максимальную силу инерции толкателя в зоне возможного отрыва, т.е. во все время движения $F_{\text{пр}} > F_{\text{и.т max}}$.

5. Упругая сила пружины при ее линейной характеристике

$$F_{\text{пр}} = c_{\text{пр}} \cdot (S + \Delta_0), \quad (8.3)$$

где $c_{\text{пр}}$ – коэффициент жесткости, Н/м; S – перемещение толкателя, м; Δ_0 – величина предварительного сжатия пружины, м.

Задаваясь величиной Δ_0 , проводят прямую из точки O_1 в точку $B (M; K \cdot F_{\text{и.т max}})$. При $S = S(M)$ в точке M сила инерции максимальна. Тогда

$$c_{\text{пр}} = \frac{K \cdot F_{\text{и.т max}}}{(\Delta_0 + S_M)}, \text{ или } c_{\text{пр}} = \frac{\mu_F}{\mu_S} \operatorname{tg} \alpha, \quad (8.4)$$

где S_M – перемещение толкателя, при котором сила инерции отрыва максимальна.

При этом максимальное значение упругой силы пружины

$$F_{\text{пр max}} = c_{\text{пр}} \cdot (\Delta_0 + h_{\text{max}}), \quad (8.5)$$

где h_{max} – максимальный ход толкателя.

Возможны и другие методики определения $c_{\text{пр}}$ и $F_{\text{пр max}}$.

6. Пружину следует выбрать достаточно жесткой, чтобы не произошло размыкания в высшей кинематической паре. Но слишком жесткая пружина увеличивает износ трущихся элементов толкателя и кулочка. В этом случае применяют компромиссное решение задачи. Зная $c_{\text{пр}}$, S , Δ_0 , выбирают конструкцию пружины из справочников.

Пример. Определить коэффициент жесткости пружины для центрального кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем по закону рис. 8.1. Исходные данные:

$$m_t = 0,5 \text{ кг}; n_k = 500 \text{ об/мин};$$

$$h_{\text{max}} = 0,07 \text{ м}; S_M = 0,05 \text{ м}; \left(\frac{d^2 S}{d\varphi^2} \right)_{\text{max}} = 0,3 \text{ м.}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad F_{\text{и.т max}} &= m_t \cdot \left(\frac{d^2 S}{d\varphi^2} \right)_{\text{max}} \cdot \omega^2 = \frac{0,5 \cdot 0,3 \cdot \pi^2 \cdot (500)^2}{900} = 410,8 \text{ (Н)} > G_t = \\ &= 4,9 \text{ (Н)}; \end{aligned}$$

$$\text{б) задаем коэффициент } K = 1,3 \text{ и } \Delta_0 = 0,005 \text{ м};$$

$$в) c_{\text{пр}} = \frac{K \cdot F_{\text{и.т max}}}{(\Delta_0 + S_M)} = \frac{1,3 \cdot 410,8}{(0,005 + 0,05)} = 9709,8 \text{ (Н/м)} \approx 9,7 \text{ (кг/см)};$$

$$г) F_{\text{пр max}} = c_{\text{пр}} \cdot (\Delta_0 + h_{\text{max}}) = 9709,8 \cdot 0,075 = 728,24 \text{ (Н)};$$

д) собственная частота колебаний толкателя

$$\rho_r = \sqrt{\frac{c_{\text{пр}}}{m_T}} = \sqrt{\frac{9709,8}{0,5}} = 139,35 \text{ (1/с)} > \omega_k = \frac{\pi n_k}{30} = 52,3 \text{ (1/с)}.$$

Таким образом, резонансный режим пружины на основной частоте отсутствует.

Замечания:

1. Для кулачковых механизмов с коромыслом рассмотренная методика сохраняется. При этом рассматривается упругий момент пружины $M_{\text{пр}}$: $M_{\text{пр}} = K \cdot (M_{\text{и.кор max}} - M_G - M_Q - M_{\text{тр}})$.

2. Следует избегать вибрации пружины в резонансных режимах на основных низких частотах изменения сил инерции.

8.3. Выбор профиля кулачка с учетом упругости толкателя

Эксплуатационная практика показывает, что при высоких скоростях движения деформации звеньев существенно влияют на кинематику и динамику кулачкового механизма, искажая заданный закон движения выходного звена и приводя к росту нагруженности звеньев [2, 3, 5]. В связи с этим в быстроходных кулачковых механизмах при определении профиля кулачка необходимо учитывать упругость выходного звена [2, 3]. Сложность такой задачи приводит к ряду упрощений. Например, для кулачкового механизма с роликовым толкателем:

1. Кулачковый вал считается абсолютно жестким, так как его коэффициент жесткости значительно превосходит соответствующий коэффициент жесткости выходного звена.

2. Для случая выходного звена в виде толкателя, его масса m_r сосредоточена в точке его верхнего конца. Коэффициент жесткости пружины при силовом замыкании $c_{\text{пр}}$.

3. Толкатель считается упругим и имеет коэффициент жесткости c_r (например, для толкателя в виде стержня постоянного сечения $c_r = \frac{EF}{l}$, где E – модуль упругости, F – площадь сечения, l – длина стержня).

4. Величина приведенного коэффициента жесткости для параллельного соединения толкателя и пружины $c = c_t + c_{\text{пр}} \approx c_t$, так как $c_t \gg c_{\text{пр}}$.

5. Угловая скорость кулачка $\omega_k = \text{const}$.

Таким образом, упругие свойства толкателя и пружины имитируются упругим безмассовым элементом с коэффициентом жесткости c .

На массу m_t действует внешняя сила \bar{F} . В случае силового замыкания величина этой силы, наряду с другими, включает в себя величины силы трения и силы предварительного поджатия пружины. Предполагают $\bar{F} = \text{const}$. Нижний конец толкателя (ролик) движется в контакте с кулачком. Его перемещение S от наименее высокого положения определяется профилем кулачка, а перемещение верхнего конца толкателя (массы m_t) характеризуется координатой y .

Вся система кулачкового механизма сводится к одномассовой колебательной системе с одной степенью свободы, т.е. к динамической модели, представленной на рис. 8.3.

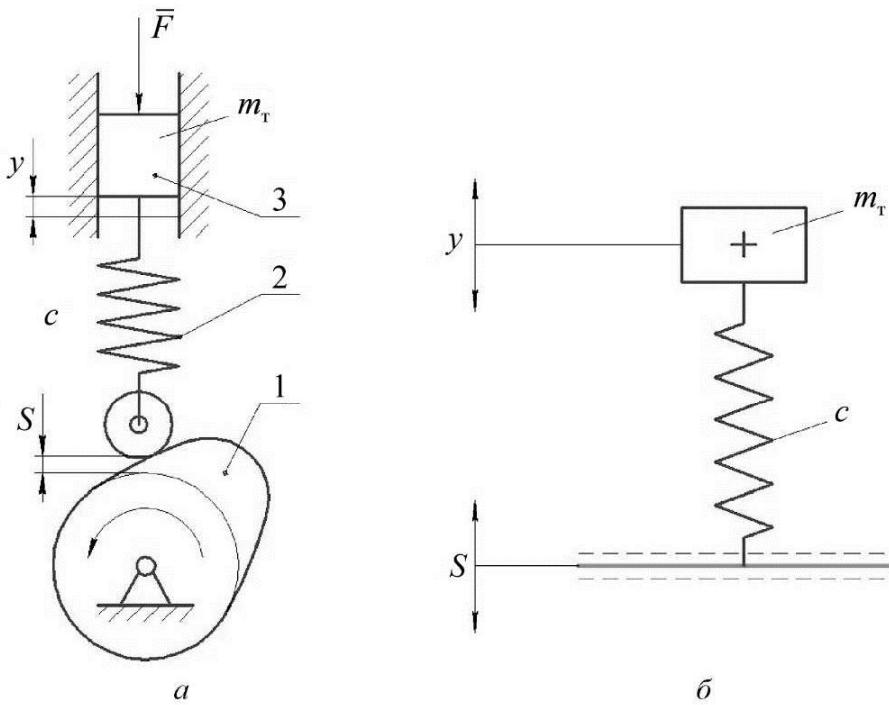


Рис. 8.3. Динамическая модель кулачкового механизма с поступательным толкателем

Уравнение движения массы m_t соответствует случаю кинематического возмущения (рис. 8.3, б) и принимает вид

$$m_t \ddot{y} + c(y - S) + F = 0 \quad (8.6)$$

или

$$\ddot{y} + p_{\tau}^2 y = p_{\tau}^2 S - \frac{F}{m_{\tau}}, \quad (8.6^*)$$

где $p_{\tau}^2 = \frac{c}{m_{\tau}}$. p_{τ}^2 – собственная частота колебаний толкателя.

Из уравнения (8.6*) можно определить перемещения y верхнего конца толкателя при заданных перемещениях S его нижнего конца, действующей силе F и начальных условиях $y(t=0)=0$, $\dot{y}(t=0)=0$:

$$y = p_{\tau} \int_0^t \left(S(\tau) - \frac{F}{c} \right) \cdot \sin p_{\tau} (t-\tau) d\tau. \quad (8.7)$$

Если $S = S(t)$ удовлетворяет условиям Дирихле, то $S(t)$ может быть разложена в ряд Фурье, у которого частота основной гармоники возмущающих колебаний равна ω_k . С этих позиций более детально и качественно исследуются динамические процессы в кулачковых механизмах, что требует отдельного рассмотрения.

Разность перемещений $\Delta = y - S$ при большой величине жесткости толкателя может быть достаточно малой. Однако разность ускорений $\ddot{\Delta} = \ddot{y} - \ddot{S}$ может достигать значительной величины за счет p_{τ}^2 , что приводит к усилению динамичности механизма.

Решая же обратную задачу, можно подобрать профиль кулачка, характеризуемый параметром S таким образом, чтобы верхний конец толкателя перемещался бы по известному закону $y = y(t)$. Из (8.6) следует:

$$S = \frac{m_{\tau}}{c} \ddot{y} + \frac{F}{c} + y. \quad (8.8)$$

Следовательно,

$$\dot{S} = \dot{y} + \frac{m_{\tau}}{c} \ddot{y}, \quad (8.9)$$

$$\ddot{S} = \ddot{y} + \frac{m_{\tau}}{c} \dddot{y}, \quad (8.10)$$

или

$$\ddot{S} = \ddot{y} + \frac{\ddot{y}}{p_{\tau}^2}.$$

Из соотношений (8.8)–(8.10) вытекает, что при упругом толкателе можно избежать «жестких» ударов при условии непрерывности функций $\dot{y} = \dot{y}(t)$ и $\ddot{y} = \ddot{y}(t)$ и равенстве их нулю в крайних положениях толкателя [3, 5].

Этому удовлетворяют ряд тригонометрических и полиномиальных законов. Следует отметить, что в полиномиальных зависимостях меньшая степень элементов не ниже 4-й, так как их четвертая производная при выполнении указанных выше условий не имеет бесконечных скачков.

Если же необходимо исключить наряду с «жесткими» и «мягкие» удары, то граничные условия имеют вид

$$\dot{y} = \ddot{y} = \dddot{y} = \ddot{\ddot{y}} = 0. \quad (8.11)$$

В этом случае наименьшая степень элемента полинома должна быть не менее 5. Кулаки такого типа называют полидинамическими. При их изготовлении требуется очень высокая точность [2, 3, 5, 6].

Наряду с полиномиальными законами могут применяться и другие законы движения. Оценка эффективности различных законов при учете упругости толкателя осуществляется с помощью коэффициента динамичности K_d [3, 5],

$$K_d = \frac{|\ddot{y}_{\max}|}{|\ddot{S}_{\max}|}, \quad (8.12)$$

где $|\ddot{y}_{\max}|$ – максимальная величина ускорения выходного звена при учете упругости толкателя; $|\ddot{S}_{\max}|$ – максимальная величина ускорения выходного звена при жестком толкателе.

Рекомендуется выбирать значение p_r значительно больше частот возмущения. Тогда ошибка воспроизведения закона движения Δ будет меньше. Это реализуется за счет увеличения жесткости толкателя и уменьшения его массы. Из литературы [5, 6 и др.] следует, что если p_r значительно больше частоты возмущения, то коэффициент динамичности K_d может принимать следующие значения:

$K_d \approx 2$ для законов движения с мгновенным изменением величины ускорения выходного звена;

$K_d \approx 3$ для законов движения с мгновенным изменением ускорения выходного звена по величине и по направлению;

$K_d \approx 1$ для законов с плавным изменением ускорения выходного звена.

При p_r , равном частотам возмущения, возникает резонанс, что нежелательно.

Таким образом, выбрав закон изменения перемещения y , можно определить закон изменения S и спроектировать профиль кулачка по методикам, изложенным в главах 6 и 7.

Более подробно материал данного раздела изложен в работах профессора И.И. Вульфсона [9, 10].

Контрольные вопросы

1. Охарактеризовать факторы, влияющие на динамические процессы, в кулачковых механизмах.
2. Каковы причины появления «ударов» при работе кулачковых механизмов?
3. С какой целью устанавливают пружину на выходное звено кулачкового механизма?
4. Алгоритм расчета параметров пружины в кулачковом механизме.
5. Почему в быстроходных кулачковых механизмах рекомендуется учитывать упругость толкателя?
6. Охарактеризовать простейшую математическую модель динамики кулачкового механизма с учетом упругости выходного звена.
7. Какие требования предъявляют к закону движения верхнего конца поступательного толкателя при учете его упругости?
8. С какой целью используют коэффициент динамичности при анализе и синтезе кулачковых механизмов?
9. В чем состоит алгоритм профилирования кулачка при учете упругости выходного звена?
10. Почему и при каких условиях применяются полиномиальные законы движения выходного звена кулачковых механизмов?
11. Какова особенность полидинамических кулачков?
12. Масса толкателя $m_t = 0,5$ кг, угловая скорость кулачка $\omega_k = 30\sqrt{\pi}$ 1/с. Определить величину и направление силы инерции толкателя при $\phi = \frac{\pi}{8}$ и $\phi = \frac{13}{12}\pi$, если ординаты графика $\frac{dS}{d\phi}$ (рис. 1) $Y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 10$ мм, $Y\left(\frac{13}{8}\pi\right) = 5$ мм, $\mu_{\frac{dS}{d\phi}} = 0,01$ м/мм.

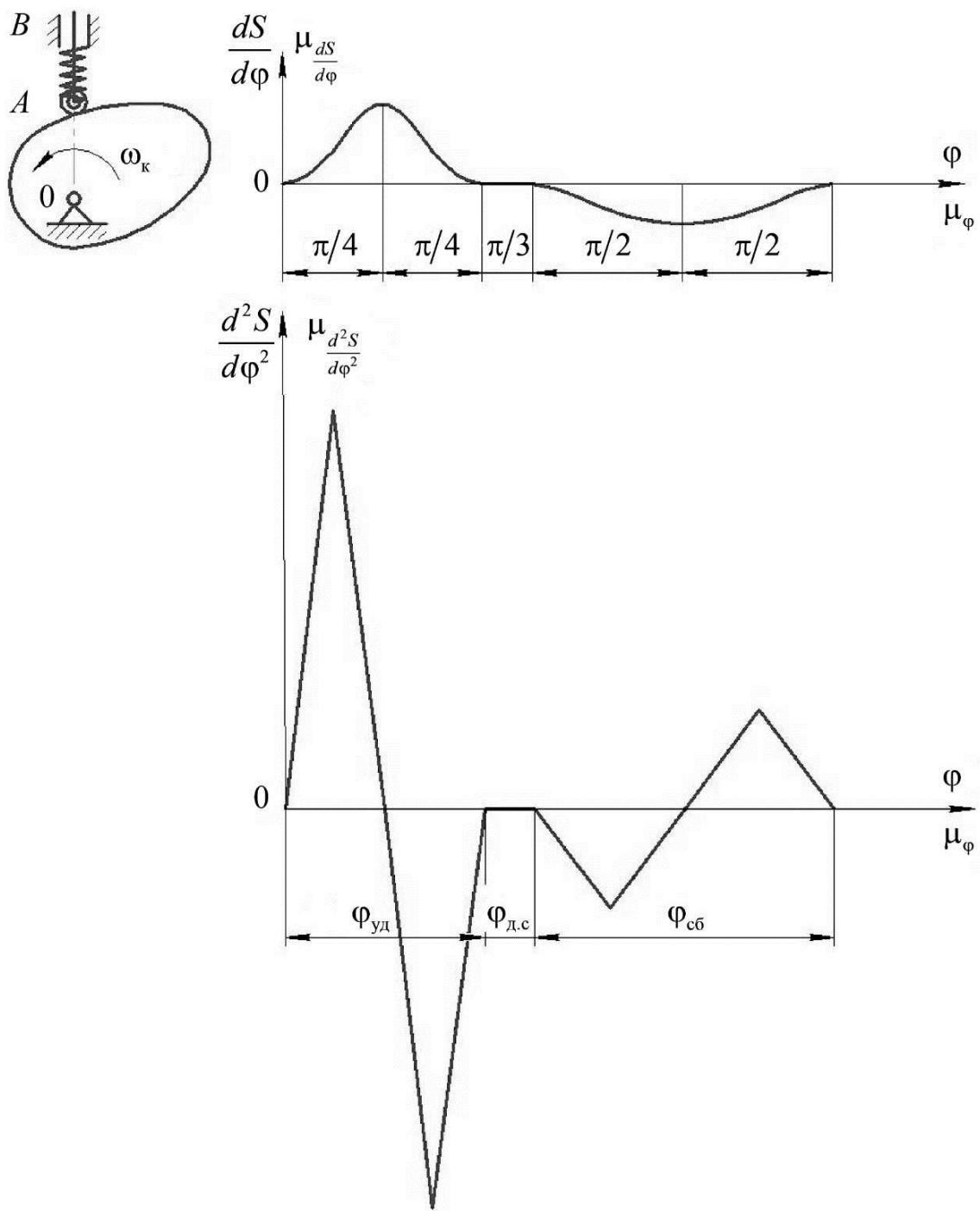


Рис. 1

13. Определить величину собственной частоты свободных колебаний поступательного толкателя с учетом его упругости. Толкатель выполнен в виде сплошного однородного прямолинейного стального стержня круглого сечения. Длина толкателя $l = 0,2$ м.

14. Для центрального кулачкового механизма определить коэффициент жесткости пружины, обеспечивающей замыкание высшей кинематической пары (рис. 2). $m_t = 2$ кг; $n_k = 800$ об/мин; $h_{\max} = 0,05$ м.

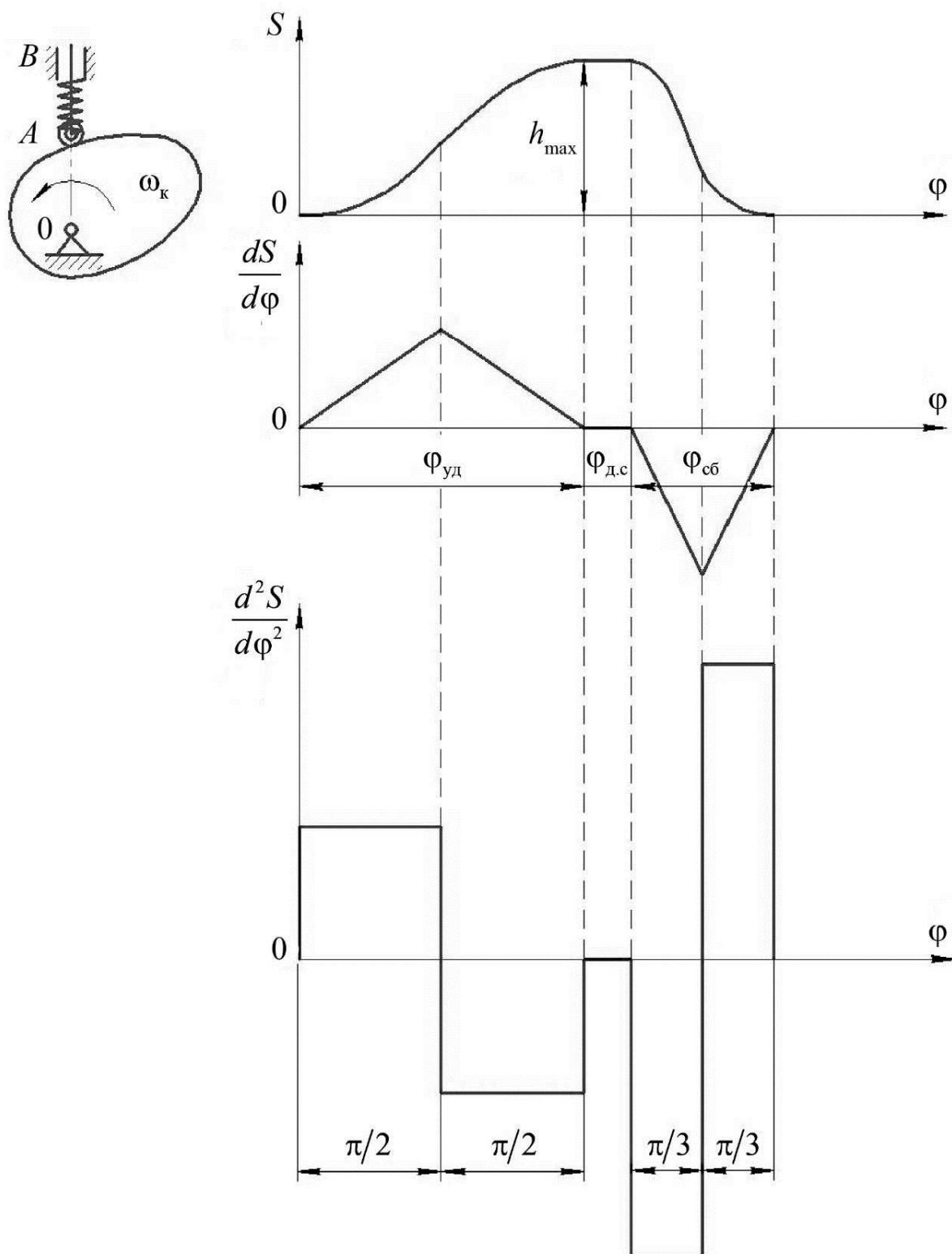


Рис. 2

9. ЗАДАНИЯ НА КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

Предлагается ряд заданий по исследованию и синтезу кулачковых механизмов. Исходные данные и варианты заданий сформированы в виде таблиц. Для удобства работы с исходными данными введены условные обозначения (рис. 9.1, 9.2).

I. По видам механизма:

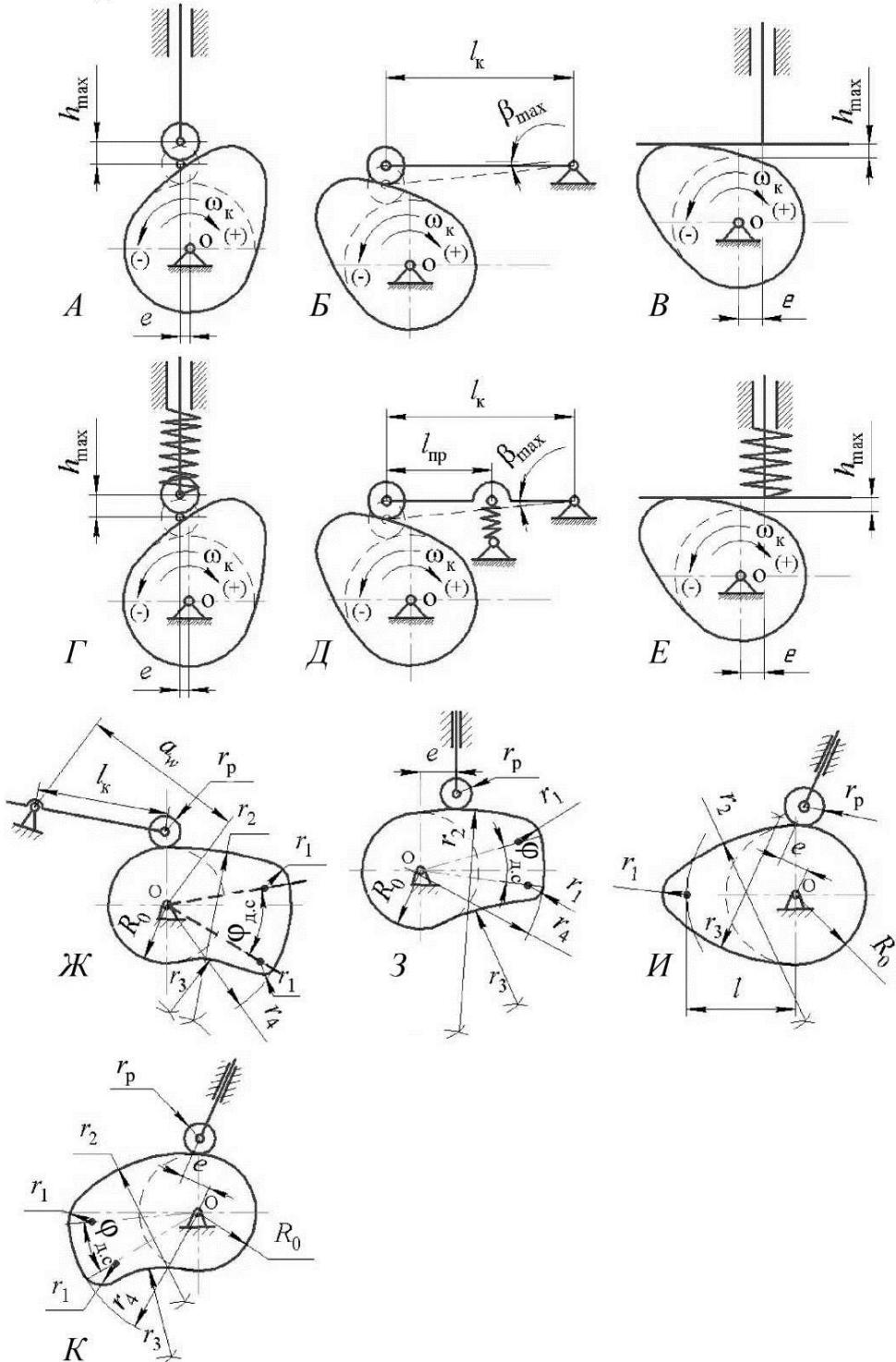


Рис. 9.1. Виды кулачковых механизмов

II. По законам движения выходного звена

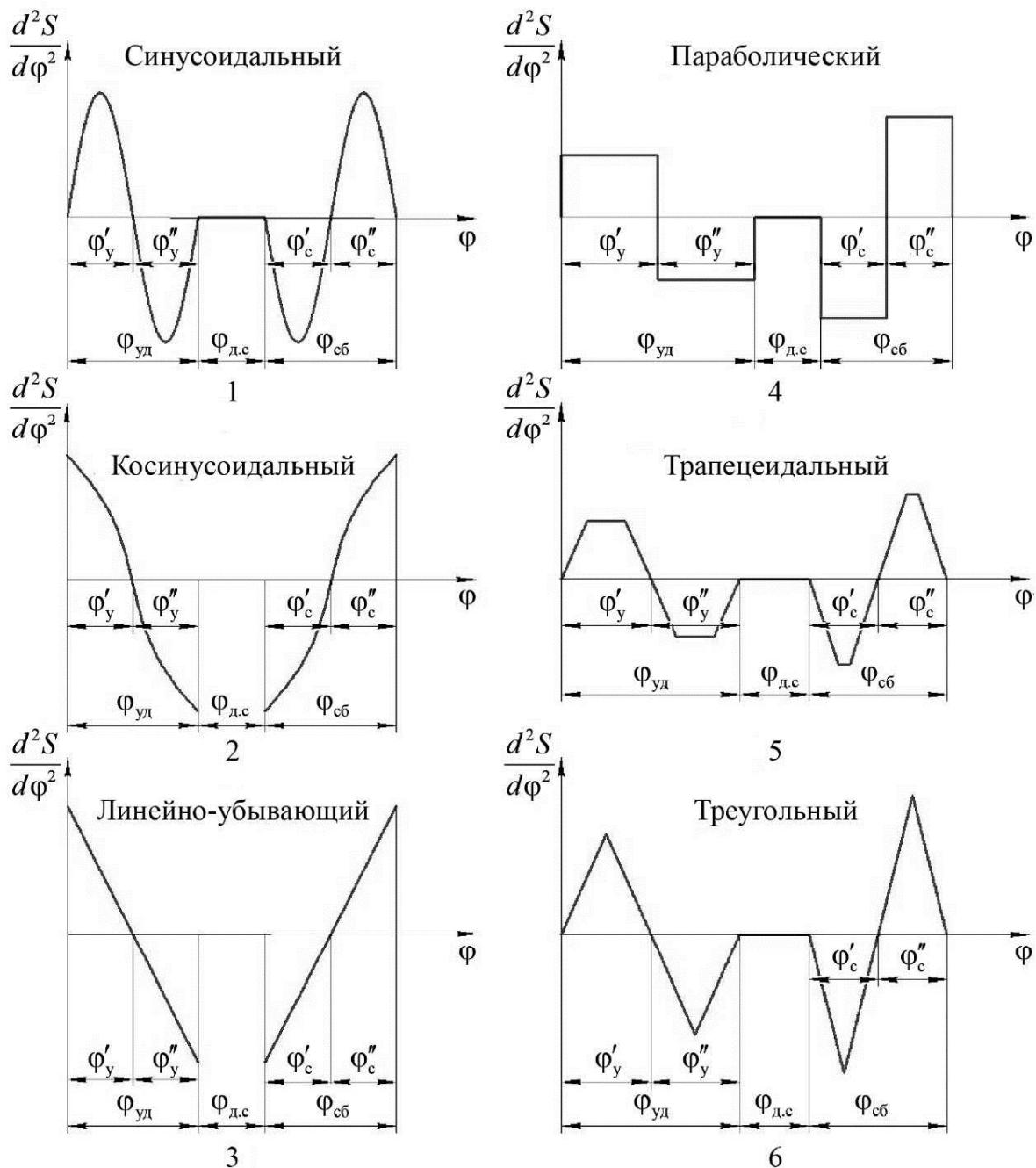
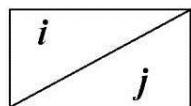


Рис. 9.2. Законы движения выходного звена

Комбинированные законы выбираются в соответствии со схемой:



где i – номер закона на фазе удаления,
 j – номер закона на фазе сближения.

Задание № 1

1. По заданным схеме кулачкового механизма, закону движения выходного звена и фазовым углам определить основные размеры механизма наименьших габаритов из условия допускаемого угла давления или выпуклости профиля кулачка. $\omega_k = \text{const}$.

2. Построить центровой и действительный профиль кулачка, определив радиус ролика для роликового толкателя или коромысла. Для механизмов с тарельчатым выходным звеном определить радиус тарелки.

Задание № 2

1. По заданным схеме кулачкового механизма и фазовым углам определить основные размеры механизма наименьших габаритов из условия допускаемого угла давления или выпуклости кулачка, учитя случай силового замыкания. $\omega_k = \text{const}$.

2. Построить центровой и действительный профиль кулачка, определив радиус ролика для роликового толкателя или коромысла. Для механизмов с тарельчатым выходным звеном определить радиус тарелки.

3. Подобрать предварительное поджатие и коэффициент жесткости замыкающей пружины (в случае коромысла определить $l_{\text{пп}}$). Центр тяжести коромысла расположен на опоре.

Задание № 3

1. По заданным параметрам построить профиль кулачка. Начальное положение поступательного толкателя или коромысла и кулачка должно соответствовать началу фазы удаления.

2. Определить углы профиля кулачка, фазовые углы, ход толкателя h_{max} или максимальный угол качания коромысла β_{max} .

3. Методом обращенного движения произвести кинематическое исследование кулачкового механизма. По кинематическим диаграммам охарактеризовать закон движения выходного звена (число рассматриваемых положений для фаз удаления и сближения 10–12). $\omega_k = \text{const}$.

4. Из совмещенного графика определить изменение величины угла давления от угла поворота кулачка и построить соответствующую диаграмму.

Исходные данные к заданию № 1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вид механизма	Б	В	А	Б	В	В	Б	А	А	В
Ход толкателя h_{\max} , м	–	0,014	0,045	–	0,015	0,011	–	0,06	0,05	0,02
Угол размаха коромысла β_{\max} , град	15	–	–	20	–	–	18	–	–	–
Значения фазовых углов, град:										
$\Phi_{yд}$	60	75	90	140	85	80	70	60	110	90
$\Phi_{A,C}$	60	80	30	135	70	75	40	30	20	80
$\Phi_{сб}$	120	100	120	105	110	80	90	160	100	90
Закон движения	2	2	1	5	1	4	4	3	6	2
Длина коромысла l_k , м	0,08	–	–	0,15	–	–	0,26	–	–	–
Допустимый угол давления δ_{\max} , град	35	0	25	30	0	0	35	30	28	0

Исходные данные к заданию № 2

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вид механизма	Г	Д	Е	Г	Д	Е	Г	Д	Е	Г
Ход толкателя h_{\max} , м	0,015	—	0,018	0,02	—	0,015	0,025	—	0,01	0,05
Угол размаха коромысла β_{\max} , град	—	20	—	—	10	—	—	25	—	—
$\phi_{уд} : \phi_{дс} : \phi_{сб}$	11:1:11	1:0:1	6:1:4	1:2:1	7:3:9	5:1:7	1:0:1	3:1:5	1:0:1	7:3:7
Рабочий фазовый угол Φ_p , град	138	170	220	240	190	260	240	270	140	170
Закон движения	4	3	3	1	2	4	5	1	1	6
Длина коромысла l_k , м	—	0,12	—	—	0,07	—	—	0,3	—	—
Дополнительные условия к закону движения	$\frac{\Phi'_y}{\Phi''_y} = \frac{1}{2}$ $\Phi'_y = \Phi''_y$ $\Phi'_c = \Phi''_c$ $\frac{\Phi'_c}{\Phi''_c} = \frac{2}{1}$	$\Phi'_y = \Phi''_y$ $\Phi'_c = \Phi''_c$	$\frac{\Phi'_y}{\Phi''_y} = \frac{1}{1,5}$ $\Phi'_y = \Phi''_y$ $\Phi'_c = \Phi''_c$ $\frac{\Phi'_c}{\Phi''_c} = \frac{1,5}{1}$	$\Phi'_y = \Phi''_y$ $\Phi'_c = \Phi''_c$						
Допустимый угол давления δ_{\max} , град	25	35	0	25	30	0	20	30	0	30
Масса толкателя m_t , кг	0,6	—	0,5	1	—	0,6	0,7	—	0,4	2
Момент инерции коромысла $I_{кор}$, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$	—	0,02	—	—	$5 \cdot 10^{-4}$	—	—	0,04	—	—
Угловая скорость кулачка ω_k , рад/с	90	30	50	10	200	45	40	25	200	30

Исходные данные к заданию № 3

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вид механизма	Ж	3	И	К	Ж	3	И	К	Ж	3
R_0 , ММ	28	18	30	25	25	20	30	20	20	24
r_p , ММ	10	6	12	10	9	7	10	5	7	8
l_k , ММ	140	—	—	—	110	—	—	—	80	—
a_w , ММ	152	—	—	—	125	—	—	—	65	—
r_1 , ММ	8	12	12	11	10	10	16	10	10	12
r_2 , ММ	45	50	42	60	42	35	45	35	35	40
r_3 , ММ	32	45	62	40	40	50	60	50	50	25
r_4 , ММ	50	40	—	50	45	35	—	45	35	47
$\Phi_{\Delta c}$, град	20	15	0	0	15	20	0	20	15	0
e , ММ	—	8	10	10	—	8	10	8	—	12
l , ММ	—	—	30	—	—	—	28	—	—	—

Графическая часть заданий выполняется с соблюдением всех требований ГОСТов на формате А1 или А4.

При выполнении заданий № 1 или № 2 можно воспользоваться как аналитическими зависимостями законов движения, так и способами графического дифференцирования или графического интегрирования (см. главы 3 и 5).

Если при построении диаграмм движения применяется графическое интегрирование, то первоначально изображается график $\frac{d^2S}{d\phi^2}$. Его максимальная высота (мм) выбирается произвольно. После последовательного интегрирования определяются масштабные коэффициенты соответствующих диаграмм аналога скорости и перемещения выходного звена. Последовательность их определения следующая:

$$\mu_s = \frac{h_{\max}}{Y_{s\max}} \text{ (м/мм)}; \quad \mu_{\frac{dS}{d\phi}} = \frac{\mu_s}{H_1 \cdot \mu_\phi} \text{ (м/мм)}; \quad \mu_{\frac{d^2S}{d\phi^2}} = \frac{\mu_{\frac{dS}{d\phi}}}{H_2 \cdot \mu_\phi} \text{ (м/мм)},$$

где H_1 , H_2 – база, мм, $Y_{s\max}$ – максимальная ордината графика перемещения, мм.

Для удобства построения совмещенного графика выбирают $H_1 = \frac{1}{\mu_\phi}$
(в этом случае $\mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\phi}}$).

При выполнении задания № 3 следует воспользоваться графическими приемами построения кривых с помощью сопряжения дуг окружностей, изложенных в курсах инженерной графики.

В пояснительной записке должны быть отражены все основные этапы анализа и синтеза соответствующего кулачкового механизма:

- а) задание исходных данных;
- б) описание основных построений и расчетов;
- в) формирование результатов расчетов в виде таблиц и графиков;
- г) выводы.

В качестве примера на рис. 9.3 представлен один из вариантов оформления графической части синтеза кулачкового механизма с поступательным роликовым толкателем.

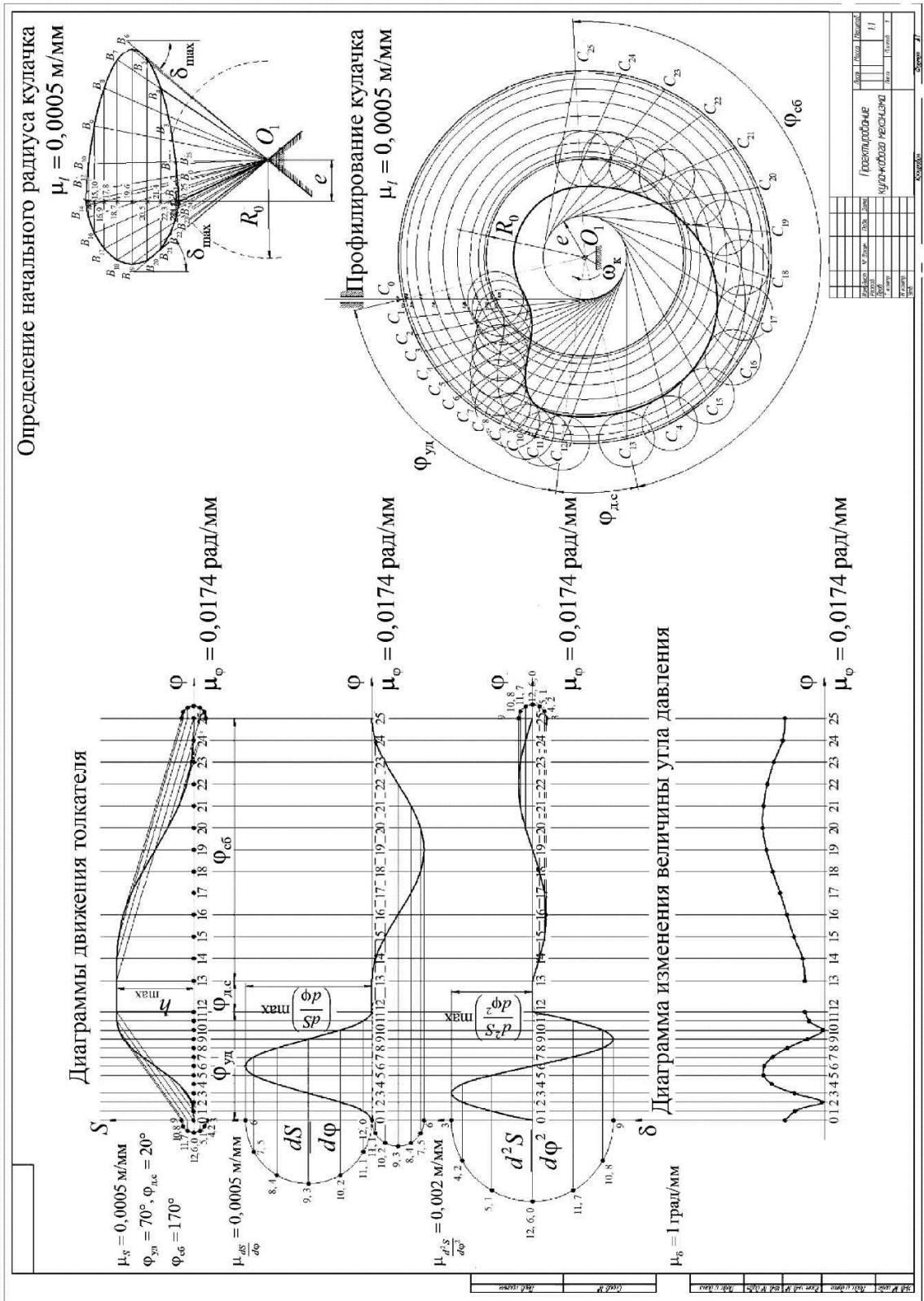


Рис. 9.3. Проектирование кулачкового механизма

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: учеб. для вузов. – 6-е изд., стер. (перепечатка с 4-го изд. 1988 г.). – М.: Альянс, 2011. – 639 с.
2. Теория механизмов и машин: учеб. для вузов / под ред. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 2009. – 687 с.
3. Попов Н.Н. Расчет и проектирование кулачковых механизмов: учеб. пособие. – М.: Машиностроение, 1980. – 214 с.
4. Проектирование кулачковых механизмов: метод. пособие / сост. А.А. Попов, Н.М. Постников; Перм. политехн. ин-т. – Пермь, 1992. – 41 с.
5. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1990. – 590 с.
6. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: учеб. пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 2008. – 457 с.
7. Решетов Л.Н. Самоустанавливающиеся механизмы: справ. – М.: Машиностроение, 1991. – 283 с.
8. Артоболевский И.И., Эдельштейн Б.В. Сборник задач по теории механизмов и машин: учеб. пособие для вузов. – 3-е изд., стер. – М.: Альянс, 2009. – 256 с.
9. Вульфсон И.И. Колебания машин с механизмами циклового действия. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1990. – 309 с.
10. Механика машин: учеб. пособие для втузов / И.И. Вульфсон [и др.]; под ред. Г.А. Смирнова. – М.: Высшая школа, 1996. – 511 с.