

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
КИНЕМАТИКА ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

Методические указания к лабораторной работе

Зубчатые механизмы являются наиболее распространенными узлами приводов машин, приборов, других технических устройств.

В работе приведены условные обозначения элементов зубчатых механизмов и изложены аналитический и графический методы кинематического исследования механизмов

Содержание

1. Общие сведения	4
2. Многозвенные зубчатые механизмы с неподвижными осями вращения колес.....	8
3. Планетарные механизмы.....	11
4. Порядок выполнения работы.....	17
Приложение	19
Список литературы	22

Цель работы - построение схем и кинематическое исследование зубчатых механизмов.

1. Общие сведения

Зубчатым механизмом называется механизм, в состав которого входят зубчатые звенья. По ГОСТ 16530-83 [1] зубчатое звено – это звено, имеющее выступы (зубья) для передачи движения посредством взаимодействия с выступами другого звена (тоже зубчатого).

Вращающееся зубчатое звено называется зубчатым колесом. На схемах механизмов цилиндрические зубчатые колеса изображаются окружностями, которые в процессе передачи вращательного движения между звеньями перекатываются друг по другу без скольжения. Эти окружности называются начальными.

На рис. 1 представлены трехзвенные зубчатые механизмы, состоящие из стойки и двух зубчатых колес (рейка – частный случай колеса): а) – внешнего, б) – внутреннего, в) – реечного зацепления.

В зависимости от расположения осей колес различают зубчатые передачи:

с параллельными осями – цилиндрические (рис.1); с пересекающимися осями – конические (рис.2,а); с перекрещивающимися осями – гиперболоидные, вариантами которых являются червячные, винтовые и гипоидные передачи. В червячной передаче (рис. 2,б) малое колесо (1) называется червяком, большое (2) – червячным колесом. Винтовая передача осуществляется цилиндрическими косозубыми колесами, гипоидная – коническими колесами с косыми или криволинейными зубьями [2].

Основным кинематическим параметром зубчатого механизма является передаточное отношение.

Передаточным отношением называется отношение угловых скоростей звеньев. Передаточное отношение от звена 1 к звену 2

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 \quad (1)$$

При параллельных осях вращения звеньев (рис.1)

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = \pm r_{w2} / r_{w1} = \pm Z_2 / Z_1, \quad (2)$$

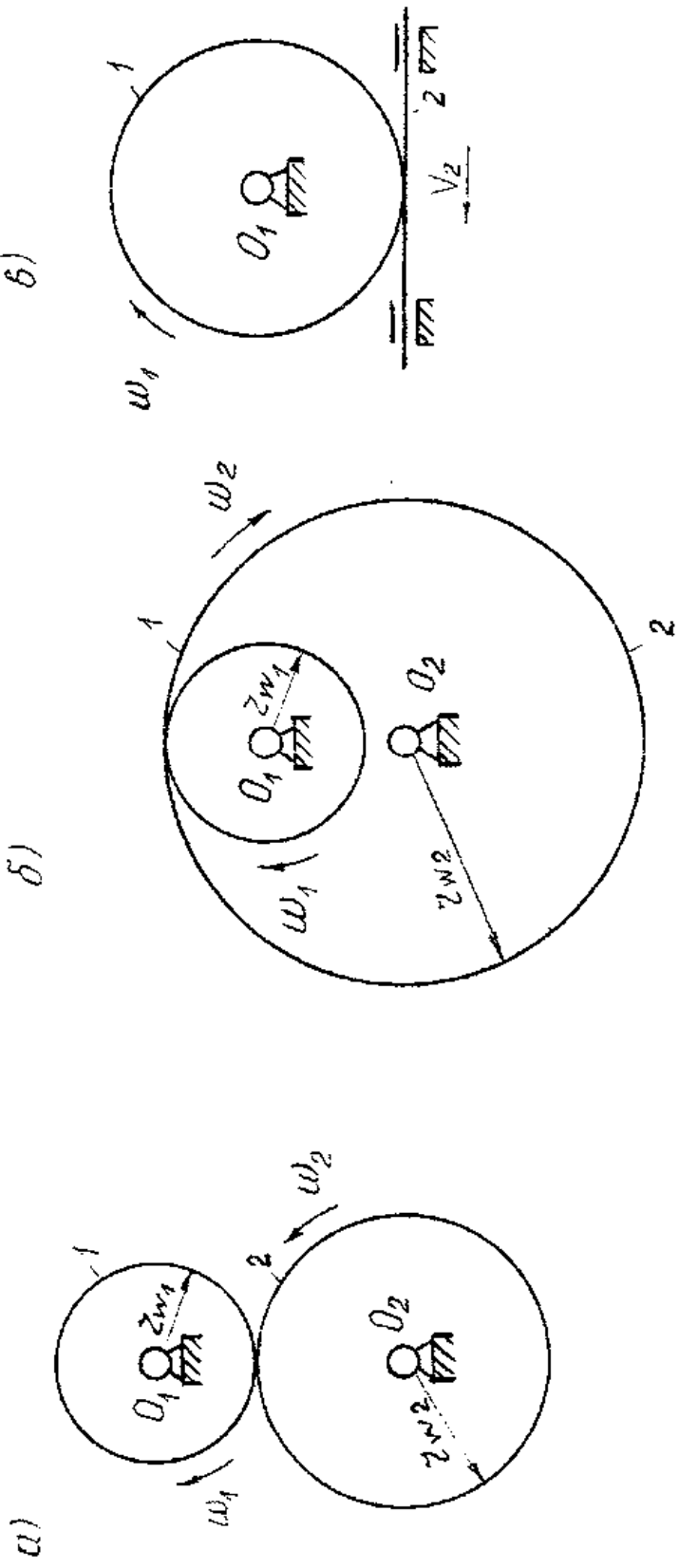
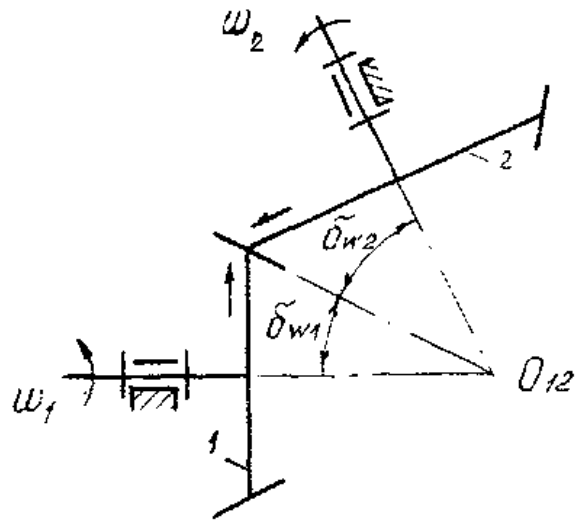


Рис. 1

a)



b)

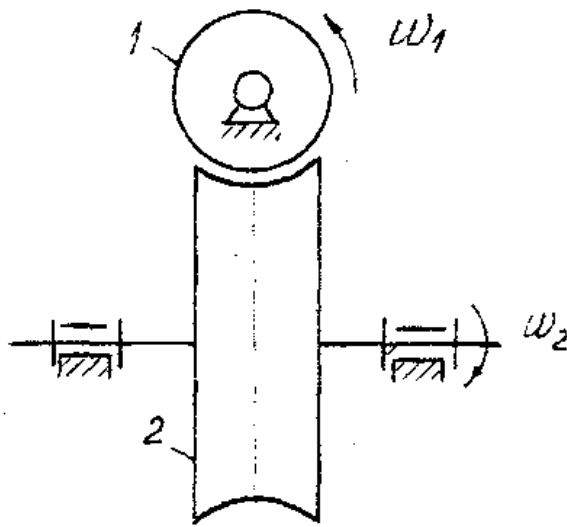


Рис. 2

где r_{w1} , r_{w2} – радиусы начальных окружностей зубчатых колес ;
 Z_1 , Z_2 - числа зубьев колес.

Передаточное отношение u_{12} считается положительным (знак плюс), если звенья вращаются в одинаковом направлении (внутреннее зацепление) и отрицательным (знак минус), если звенья вращаются в разных направлениях (внешнее зацепление).

При пересекающихся или перекрещивающихся осях вращения звеньев передаточное отношение равно отношению модулей угловых скоростей, то есть

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 \quad (3)$$

Для конической передачи (рис.2,а)

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = \sin \delta_{w2} / \sin \delta_{w1} = Z_2 / Z_1, \quad (4)$$

где δ_{w1} , δ_{w2} - углы при вершинах начальных конусов колес.
Для червячной передачи (рис.2,б)

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = Z_2 / Z_1, \quad (5)$$

где Z_1 - число витков червяка, Z_2 - число зубьев червячного колеса.

В ГОСТ 16530-83 кроме термина “передаточное отношение” приводится термин “передаточное число”, под которым понимается отношение числа зубьев колеса к числу зубьев шестерни (колеса с меньшим числом зубьев). Согласно этому определению передаточное число, обозначаемое u , не имеет знака и больше или равно единице, то есть для передач, рассмотренных выше,

$$u = Z_2 / Z_1.$$

Во многих машинах и приборах требуется обеспечить передачу вращения с большим передаточным отношением или при значительных межосевых расстояниях. В таких случаях применяют многозвенные зубчатые механизмы. Если необходимо понизить скорость вращения выходного звена по сравнению с входным, то механизм называют редуктором, если повысить – мультипликатором.

Многозвенные зубчатые механизмы могут быть плоскими или пространственными. Они делятся на зубчатые механизмы с

неподвижными осями вращения всех колес и механизмы, оси некоторых колес которых перемещаются относительно стойки. Ко второму виду передач относятся планетарные и волновые зубчатые механизмы [3].

2. Многозвенные зубчатые механизмы с неподвижными осями колес

Эти механизмы подразделяются на рядовые и ступенчатые (рис.3).

Определим общее передаточное отношение механизма аналитическим методом.

Для рядового механизма (рис.3,а)

$$u_{13} = \omega_1 / \omega_3 = \omega_1 / \omega_2 \cdot \omega_2 / \omega_3 = u_{12} \cdot u_{23}, \quad (6)$$

где $u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = -Z_2 / Z_1$ и $u_{23} = \omega_2 / \omega_3 = -Z_3 / Z_2$ - передаточные отношения соответственно первой и второй пар колес, находящихся в зацеплении.

Тогда

$$u_{13} = (-Z_2 / Z_1) \cdot (-Z_3 / Z_2) = (-1)^2 (Z_3 / Z_1).$$

В общем случае при q колесах в механизме

$$u_{1q} = \omega_1 / \omega_q = (-1)^p (Z_q / Z_1) = (-1)^p (r_{wq} / r_{w1}), \quad (7)$$

где p – число внешних зацеплений в механизме.

Таким образом, общее передаточное отношение рядового зубчатого механизма равно отношению чисел зубьев (радиусов начальных окружностей) последнего и первого колес.

Знак передаточного отношения определяется множителем $(-1)^p$ или по правилу стрелок [2,3].

Общее передаточное отношение ступенчатого зубчатого механизма (рис. 3,б), так как $\omega_2 = \omega_3$, равно

$$u_{14} = \omega_1 / \omega_2 \cdot \omega_3 / \omega_4 = u_{12} u_{34}.$$

Здесь $u_{12} = -Z_2 / Z_1$, $u_{34} = -Z_4 / Z_3$.

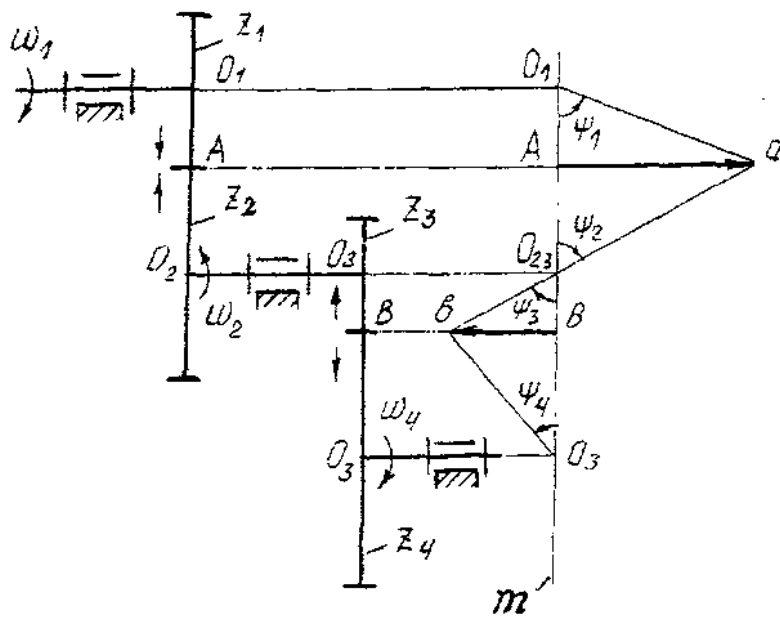
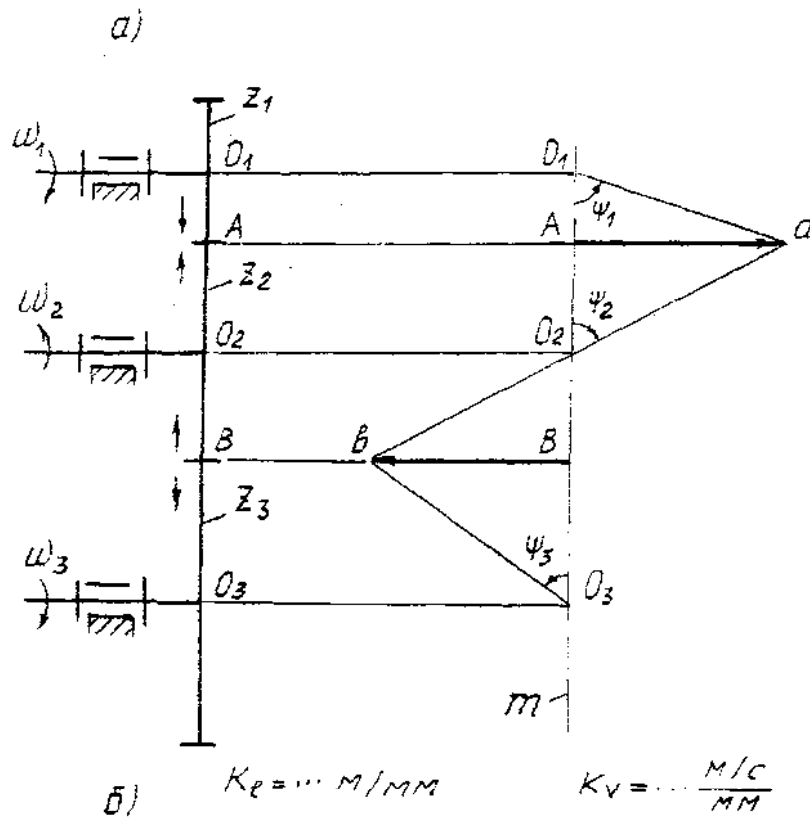


Рис. 3

Следовательно,

$$u_{14} = (-Z_2/Z_1) \cdot (-Z_4/Z_3) = (-1)^2 Z_2 Z_4 / Z_1 Z_3. \quad (8)$$

При q колесах и p внешних зацеплениях в механизме передаточное отношение равно

$$u_{1q} = \omega_1 / \omega_q = (-1)^p Z_2 Z_4 \dots Z_q / Z_1 Z_3 \dots Z_{(q-1)}. \quad (9)$$

Здесь в числителе – произведение чисел зубьев ведомых колес, в знаменателе – ведущих (очевидно, что числа зубьев можно заменить радиусами начальных окружностей).

В общем случае передаточное отношение многозвенного механизма равно произведению передаточных отношений отдельных механизмов, последовательно включенных в его состав,

$$u_{1q} = \omega_1 / \omega_q = u_{12} \dots u_{(q-1)q}. \quad (10)$$

Передаточное отношение многозвенных механизмов можно определить **графическим методом** (методом треугольников скоростей).

В этом случае строится план механизма (на рис. 3 k_1 – масштабный коэффициент плана механизма). Вектор скорости точки А (полюс зацепления колес 1 и 2) изображается в виде отрезка

$$|Aa| = V_A / k_V,$$

k_V – масштабный коэффициент линейных скоростей. Прямая O_1a , наклоненная под углом Ψ_1 к базисной линии m (линии отсчёта углов), представляет собой линию распределения скоростей (годограф скоростей) радиальной прямой колеса 1. Треугольник O_1Aa называют треугольником скоростей звена 1 [2,3]. Аналогично строятся треугольники скоростей остальных звеньев.

Угловые скорости зубчатых колес пропорциональны тангенсам углов наклона Ψ_i годографов скоростей соответствующих (i -тых) колес. Например,

$$\omega_i = V_A / r_{w1} = (k_V/k_i) \cdot \operatorname{tg} \Psi_i.$$

Общее передаточное отношение при q колесах в механизме

$$u_{1q} = \omega_1 / \omega_q = \operatorname{tg} \Psi_1 / \operatorname{tg} \Psi_q.$$

Знак передаточного отношения определяется знаками тангенсов углов (при одинаковом направлении отсчета углов).

Например, передаточное отношение (рис. 3)

$$u_{12} = - \left| \operatorname{tg} \Psi_1 \right| / \left| \operatorname{tg} \Psi_2 \right|.$$

Зубчатые механизмы часто применяются в коробках скоростей, которые позволяют ступенчато изменять передаточное отношение и направление скорости выходного звена [2,3].

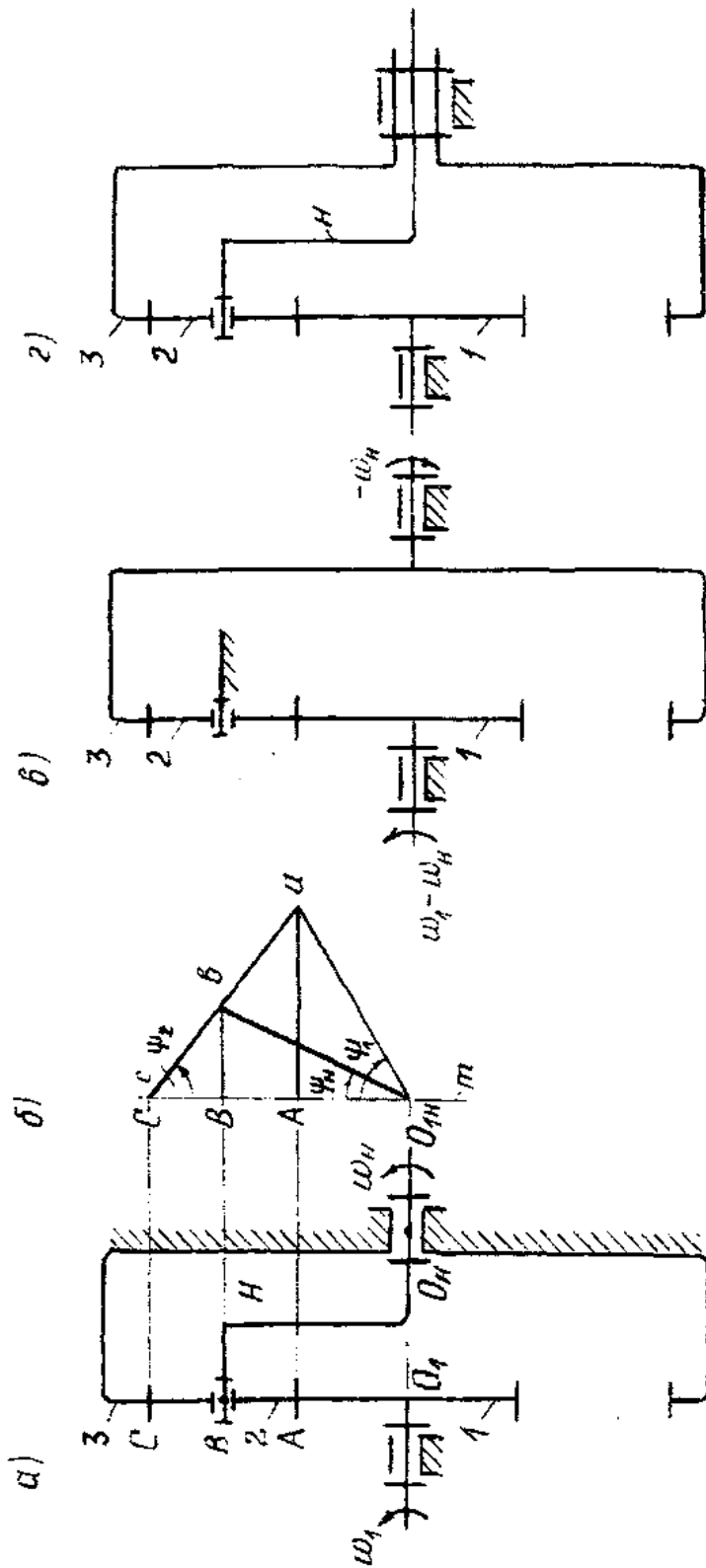
3. Планетарные передачи

Планетарные зубчатые передачи – это такие передачи, в которых геометрическая ось одного или нескольких колес может перемещаться в пространстве. Колеса, имеющие подвижные оси вращения, называются планетарными колесами или сателлитами. Подвижное звено, в котором помещены оси сателлитов, называется водилом.

Вращающиеся вокруг неподвижных осей колеса (с внешними или внутренними зубьями) называются центральными колесами. Неподвижное центральное колесо называют опорным колесом.

Планетарные механизмы могут иметь одну степень свободы (редукторы и мультипликаторы) или число степеней свободы может быть больше единицы (дифференциальные механизмы).

Пример планетарного редуктора – соосный механизм, составленный из цилиндрических колес, изображен на рис. 4. Этот механизм состоит (рис. 4,а) из центрального колеса 1, вращающегося вокруг неподвижной оси со скоростью ω_1 , водила Н, которое вращается вокруг той же оси со скоростью ω_H , одного или нескольких сателлитов 2 и неподвижного колеса 3. Сателлиты совершают сложное движение: вращаются вокруг геометрических осей (относительно водила) и вращаются вместе с водилом.



$K_e = \dots M/MM$ $K_v = \dots \frac{M/C}{MM}$

Рис. 4

На рис. 4,а показан один сателлит; в реальных механизмах, как правило, имеется несколько симметрично расположенных сателлитов. Их ставят с целью снижения усилий в зацеплении (энергия передается несколькими потоками), а также для разгрузки подшипников центрального колеса и водила.

Если в механизме, показанном на рис. 4,а, освободить опорное колесо 3 и сообщить ему вращение, то оба центральных колеса станут подвижными, и механизм превратится в дифференциальный (рис.4,г), который имеет две степени свободы.

Таким образом, любой дифференциальный механизм можно превратить в редуктор (мультипликатор) и наоборот. Это обстоятельство позволяет применять одинаковые методы исследования и проектирования для редукторов (мультипликаторов) и дифференциальных механизмов.

Существует несколько способов установления связи между геометрическими и кинематическими параметрами планетарных передач.

Аналитический метод основан на «обращении» движения (метод предложен Виллисом) [2,3]. Применим его к определению передаточного отношения редуктора, показанного на рис. 4,а. Сообщим всему механизму вращательное движение с угловой скоростью ($-\omega_H$), равной и противоположно направленной угловой скорости водила. Тогда водило в обратном движении «остановится», и оси всех колес будут неподвижными. Механизм, получившийся в результате обращения движения, - непланетарный. Его принято называть обращенным или преобразованным [2,3]. Скорости звеньев обращенного механизма будут иными, чем в планетарном механизме. Для компактной записи обозначений удобно использовать таблицу.

Обозначение звена	Число зубьев	Угловая скорость звеньев планетарного механизма	Угловая скорость звеньев обращенного механизма
1	Z_1	ω_1	$\omega_1 - \omega_H$
2	Z_2	ω_2	$\omega_2 - \omega_H$
3	Z_3	ω_3	$\omega_3 - \omega_H$
H		ω_H	$\omega_H - \omega_H = 0$

Обращенный механизм показан на рис. 4,в ; это рядовой зубчатый механизм, составленный из колес 1,2,3.

Передаточное отношение этого механизма u_{13}^H можно определить по формуле

$$u_{13}^H = (\omega_1 - \omega_H) / (\omega_3 - \omega_H). \quad (11)$$

Здесь (и ниже) верхний индекс при U обозначает неподвижное звено, нижние индексы определяют входное и выходное звенья.

Если $\omega_3 = 0$, то передаточное отношение обращенного механизма (рис. 4,в) от колеса 1 к колесу 3

$$u_{13}^H = (\omega_1 - \omega_H) / (-\omega_H) = 1 - \omega_1 / \omega_H. \quad (12)$$

Так как

$$\omega_1 / \omega_H = u_{1H}^3,$$

то
$$u_{13}^H = 1 - u_{1H}^3 \quad (13)$$

или

$$u_{1H}^3 = 1 - u_{13}^H. \quad (14)$$

Формулы (13,14) справедливы для любой схемы планетарного редуктора (мультипликатора) при наличии неподвижного (опорного) зубчатого колеса.

В рассматриваемом примере (рис. 4,а) передаточное отношение обращенного редуктора (рис. 4,в) может быть определено по формуле

$$u_{13}^H = (\omega_1 - \omega_H) / (-\omega_H) = - (z_3/z_1).$$

Тогда

$$u_{1H}^3 = \omega_1 / \omega_H = 1 + z_3/z_1 \quad (15)$$

или

$$u_{1H}^3 = \omega_1 / \omega_H = 1 + r_{r\omega 3} / r_{\omega 1}.$$

Если требуется найти угловую скорость промежуточного колеса (сателлита 2), то можно воспользоваться выражением

$$u_{2H}^3 = \omega_2 / \omega_H = 1 - z_3 / z_2,$$

откуда

$$\omega_2 = (1 - z_3 / z_2) \omega_H. \quad (16)$$

Решая совместно уравнения (15) и (16), можно выразить угловую скорость сателлита через скорость входного звена 1

$$\omega_2 = \omega_1 (1 - z_3 / z_2) / (1 + z_3 / z_1).$$

В отличие от механизмов с неподвижными осями колес передаточное отношение планетарного редуктора (мультипликатора) зависит не только от чисел зубьев колес и вида зацепления (внешнее или внутреннее), но и кинематической схемы планетарной передачи, поэтому для каждой схемы следует выводить формулу передаточного отношения.

Если колесо 3 не закреплено ($\omega_3 \neq 0$), то механизм становится дифференциальным (рис.4,г). Формула (11) для него справедлива, используя ее, можно найти угловые скорости звеньев.

Например, при заданных ω_1 и ω_3

$$\omega_H = \omega_1 z_1 / (z_1 + z_3) + \omega_3 z_3 / (z_1 + z_3)$$

Графоаналитический метод использует треугольники скоростей звеньев для определения их скоростей ω_i и передаточных отношений.

Рассмотрим применение этого метода на примере редуктора (рис. 4,а).

На рис. 4,б построены треугольники скоростей для центрального колеса 1 (ΔO_1aA), водила Н (ΔO_HbB), сателлита 2 (ΔCaA).

Заметим, что точка С - мгновенный центр скоростей сателлита, ее скорость равна нулю.

Линии O_1a , O_Hb , ca представляют собой годографы скоростей точек, расположенных соответственно на радиальной прямой O_1A колеса 1.

на прямой $O_H B$ водила H , на диаметральной прямой CA сателлита 2. Их углы наклона к линии отсчета углов (m) - ψ_1, ψ_H, ψ_2 .

Угловые скорости звеньев пропорциональны тангенсам соответствующих углов ψ_i .

Например,

$$\omega_1 = V_A / r_{w1} = (k_v / k_1) \operatorname{tg} \psi_1,$$

$$\omega_2 = V_A / 2 r_{w2} = (k_v / k_1) \operatorname{tg} \psi_2,$$

$$\omega_H = V_B / (r_{w1} + r_{w2}) = (k_v / k_1) \operatorname{tg} \psi_H.$$

Передаточное отношение от колеса 1 к водилу H

$$u_{1H}^3 = \omega_1 / \omega_H = \operatorname{tg} \psi_1 / \operatorname{tg} \psi_H. \quad (17)$$

Знак передаточного отношения определяется знаками тангенсов углов ψ_i (при одинаковых направлениях отсчета этих углов).

Если $\operatorname{tg} \psi_1 / \operatorname{tg} \psi_H$ заменить отношением соответствующих отрезков треугольников скоростей, то получим

$$\operatorname{tg} \psi_1 / \operatorname{tg} \psi_H = (|Aa| / |O_1 A|) / (|Bb| / |O_H B|).$$

Учитывая, что ΔAac подобен ΔBbc ,

$$|Aa| = 2|Bb|.$$

Тогда

$$\operatorname{tg} \psi_1 / \operatorname{tg} \psi_H = 2 |O_H B| / |O_1 A|$$

Так как

$$|O_H B| k_1 = r_{w1} + r_{w2}, \quad |O_1 A| k_1 = r_{w1}, \quad r_{w3} = r_{w1} + 2r_{w2},$$

то

$$u_{1H}^3 = \omega_1 / \omega_H = 2(r_{w1} + r_{w2}) / r_{w1} = (r_{w1} + r_{w3}) / r_{w1}$$

или

$$i_{1H}^3 = \omega_1 / \omega_H = (z_1 + z_3) / z_1.$$

Таким образом, получили формулу (15).

Кинематическое исследование дифференциального механизма с целью определения скоростей вращения его звеньев выполняется аналогично.

4. Порядок выполнения работы

Ознакомиться с устройством зубчатого механизма, обратив внимание на его конструктивные особенности.

Построить кинематическую схему механизма, используя условные обозначения элементов зубчатых механизмов, приведенных на рис. 5 и в приложении.

Вывести формулу передаточного отношения редуктора (мультипликатора).

Для дифференциального механизма установить зависимость между угловыми скоростями его звеньев.

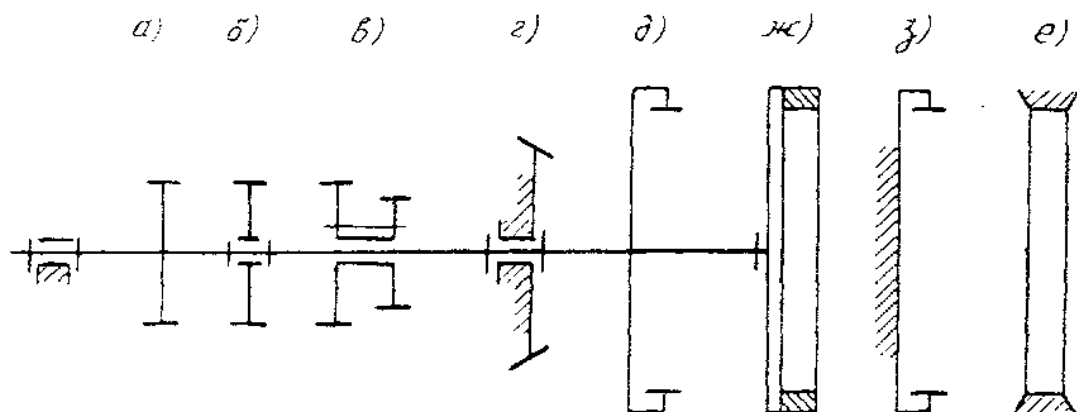


Рис. 5

а) цилиндрическое зубчатое колесо внешнего зацепления неподвижно связано с валом;

б) зубчатое колесо вращается на валу;

в) блок из двух зубчатых колес вращается вместе с валом и может перемещаться вдоль вала;

г) вал вращается внутри неподвижного конического колеса;

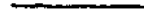
д), ж) колесо внутреннего зацепления неподвижно связано с валом;

з), е) неподвижное зубчатое колесо внутреннего зацепления.

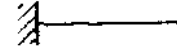
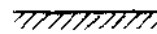
ПРИЛОЖЕНИЕ

Условные обозначения элементов зубчатых механизмов

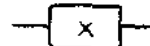
Вал, валик, ось



Неподвижное звено (стойка)

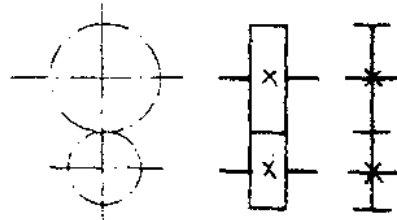


Неподвижное соединение детали с валом, стержнем

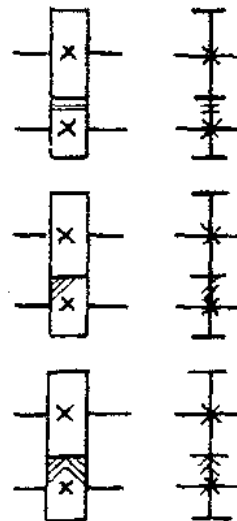


Передачи зубчатые (цилиндрические):

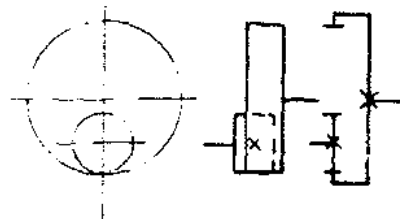
а) внешнее зацепление (общее обозначение без уточнения типа зубьев)



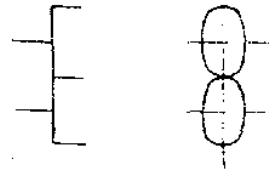
б) то же, с прямыми, косыми и шевронными зубьями



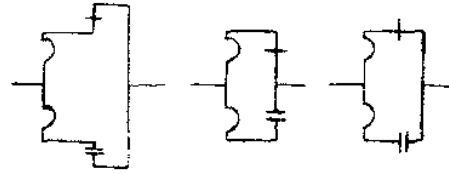
в) внутреннее зацепление



г) с некруглыми колесами

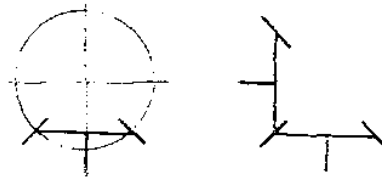
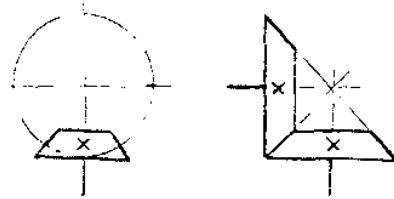


Передачи зубчатые с гибкими колесами(волновые):

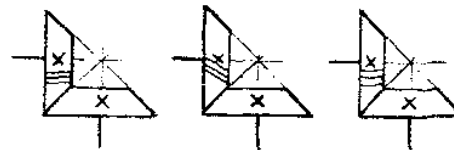


Передачи зубчатые с пересекающимися валами и конические:

а) общее обозначение без уточнения типа зубьев

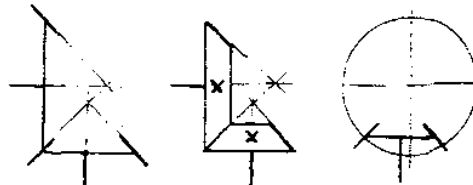


б) с прямыми, спиральными и круговыми зубьями

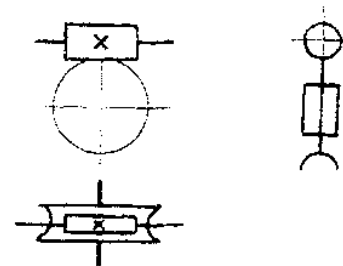


Передачи зубчатые со скрещивающимися валами:

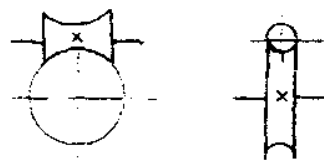
а) гипоидные



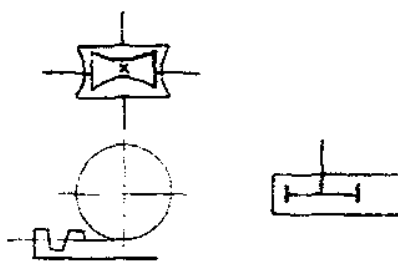
б) червячные с цилиндрическим червяком



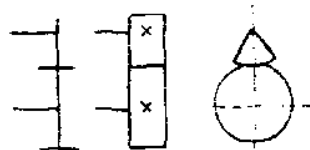
в) червячные глобоидные



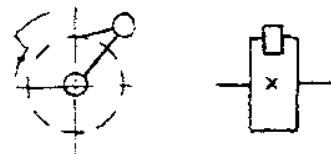
Передачи зубчатые реечные:
общее обозначение без уточнения типа зубьев



Передача зубчатым сектором без уточнения
типа зубьев



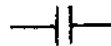
Храповые зубчатые механизмы:
а) с наружным зацеплением односторонние



б) с реечным зацеплением



Муфта. Общее обозначение без уточнения
типа



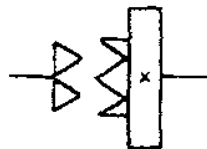
Муфты сцепления кулачковые (зубчатые):
а) односторонняя



б) двусторонняя



Зубчатое колесо может быть связано с валом
кулачковой муфты



Список литературы

1. ГОСТ 16530-83. Передачи зубчатые. Общие термины, определения и обозначения. М.: Изд. станд; 1983, 49 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Теория механизмов и механика машин: Учеб. для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. К.В. Фролова.- 2-е изд., перераб и доп. - М.: Высш. шк., 1998. – 496 с.
4. ГОСТ 2.770-68. Обозначения условные графические в схемах. Элементы кинематики. М.: Изд. станд., 2001, 13 с.