ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ
Методические указания к выполнению лабораторной работы

Методические указания составлены на кафедре «Детали машин» и предназначены для студентов, выполняющих лабораторный практикум по дисциплине «Теория механизмов и машин». Указания содержат сведения об особенностях строения и кинематических свойствах различных типов зубчатых механизмов. Приведены основные теоретические положения. Дано понятие о передаточном отношении как простых, так и сложных зубчатых механизмов. Описаны способы вычисления передаточных отношений и ход выполнения работы. Лабораторная работа рассчитана на четыре академических часа.

Целью лабораторной работы являются ознакомление студентов с основными типами зубчатых механизмов и приобретение ими навыков кинематического анализа механизмов.

Задача кинематического анализа зубчатых механизмов состоит в определении передаточных отношений между их звеньями. При её решении приходится оперировать с понятиями, характеризующими простые и сложные зубчатые механизмы (с круглыми колесами) и их кинематику.

Основные термины и определения

Передаточное отношение – это отношение угловых скоростей двух вращающихся звеньев.

На рис. 1 представлена схема простого трехзвенного зубчатого механизма. Два подвижных звена (зубчатые колеса a и b) вращаются относительно третьего, неподвижного звена (стойки c).

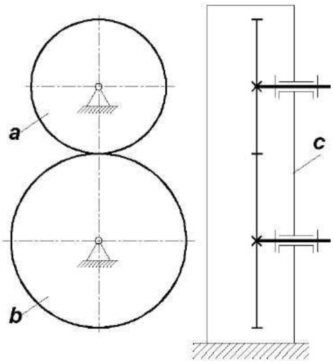


Рис. 1

Передаточное отношение обозначается буквой «i» с индексами, например $i_{AB}^{(C)}$. Верхний индекс (в скобках) указывает, с каким из звеньев механизма связана система координат, в которой определены угловые скорости (и само передаточное отношение), а нижние – входное и выходное звено, между которыми рассматривается передаточное отношение. Согласно определению, для двух звеньев «a» и «b», имеющих в системе координат, связанной со звеном с угловые скорости $\omega_A^{(C)}$ и $\omega_B^{(C)}$, можно вычислить два взаимно обратных передаточных отношения:

$$i_{AB}^{(C)} = \frac{\omega_A^{(C)}}{\omega_B^{(C)}}, \qquad i_{BA}^{(C)} = \frac{\omega_B^{(C)}}{\omega_A^{(C)}}, \qquad i_{AB}^{(C)} = \frac{1}{i_{BA}^{(C)}}. \tag{1}$$

Угловые скорости и передаточные отношения, найденные в системе координат, связанной со стойкой механизма, считаются абсолютными; верхний индекс в их обозначениях можно не указывать. При вычислении передаточных отношений в общем случае используют модули векторов угловых скоростей, поэтому $i > 0$. Если же два звена вращаются вокруг параллельных осей, то в формулу (1) подставляются не модули, а проекции (со знаком) угловых скоростей на параллельную им ось. В этом случае может быть $i<0$, если звенья вращаются в разные стороны.

Зубчатая передача – трехзвенный механизм (например, рис.1), в котором два подвижных звена являются зубчатыми колесами, образующими со стойкой вращательные пары. Передачи, имеющие вместо одного из колес зубчатую рейку, здесь рассматривать не будем.

Зубчатое зацепление – кинематическая пара, образованная зубчатыми колесами передачи.

Блок зубчатых колес – звено, образованное несколькими, жестко связанными между собой зубчатыми колесами с общей осью вращения. Сложные (многозвенные) зубчатые механизмы делятся на ряды и планетарные механизмы.

Ряд зубчатых колес – механизм, все зубчатые колеса которого вращаются вокруг неподвижных осей.

Планетарный зубчатый механизм – механизм, в состав которого входят зубчатые колеса с подвижными осями вращения.

Зубчатые передачи и планетарные зубчатые механизмы могут входить в качестве ступеней в многоступенчатые механизмы. При кинематическом анализе такие механизмы сначала разделяют на ступени (рис. 2).

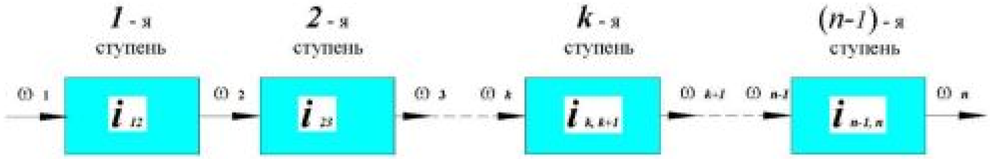


Рис. 2

Общее передаточное отношение многоступенчатого механизма вычисляем по формуле

$$i_{1,n} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot \ldots \cdot i_{k,k+1} \cdot \ldots \cdot i_{n-1,n} \tag{2}$$

Ряд зубчатых колес является простейшим многоступенчатым механизмом, каждая из ступеней которого представляет собой зубчатую передачу.

Структура зубчатых механизмов

Условные изображения зубчатых передач различных типов показаны на рис. 3. Зубчатые колеса образуют со стойкой механизма вращательные кинематические пары пятого класса, а между собой соединяются кинематической парой, которая называется зубчатым зацеплением. Зубчатое зацепление ограничивает движение зубчатых колес в направлении нормали к контактирующим поверхностям зубьев в точке контакта (одно условие связи). Класс зубчатого зацепления зависит от семейства, к которому относится зубчатый механизм. Различают плоские (рис. 3А, 3Б), сферические (рис. 3В) и пространственные (рис. 3Г) механизмы. В плоских и сферических механизмах, свободными остаются два движения зубчатых колес относительно друг друга – скольжение зуба одного колеса по поверхности зуба другого колеса и перекатывание без скольжения, поэтому в этих механизмах зубчатое зацепление – это кинематическая пара 4 класса. Зубчатые колеса 1 и 2 со стойками образуют вращательные кинематические пары. Степень подвижности таких механизмов можно определять по формуле Чебышева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4 \qquad (3)$$

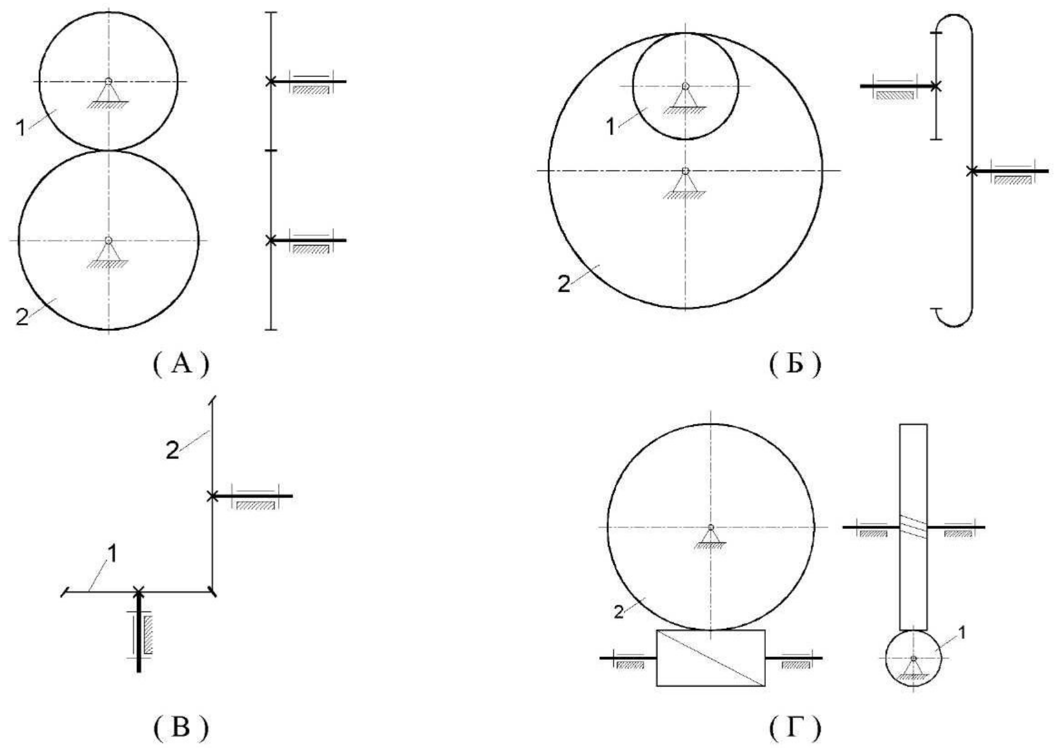


Рис. 3

В пространственных механизмам (рис. 3Г) зубчатое зацепление относят к кинематическим парам 1 класса и применяют формула Сомова – Малышева для расчета степени подвижности. При значениях $p_2 = p_3 = p_4 = 0$ получим

$$W = 6 \cdot n - 5 \cdot p_5 - p_1 \qquad (4)$$

В формулах (3) и (4):

n – число подвижных звеньев, p_5, p_4, p_1 – число кинематических пар 5-го, 4-го и 1-го класса соответственно.

Передаточное отношение зубчатых передач

Среднее передаточное отношение любой зубчатой передачи, составленной из круглых колес (рис. 2), вычисляется по формуле

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \qquad (5)$$

где ω_1, ω_2 – угловые скорости, Z_1, Z_2 – числа зубьев зубчатых колес с номерами 1 и 2.

Передаточное отношение зубчатой передачи равно обратному отношению чисел зубьев входящих в нее колес.

Формула (5) определяет передаточное отношение в системе координат, связанной со стойкой, и справедлива только в случае, когда оси вращения зубчатых колес неподвижны.

Для цилиндрических передач с внешним зацеплением (рис. 3А) формула (4) снабжается знаком «минус», что указывает на противоположное направление вращения колес:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{Z_2}{Z_1} \qquad (6)$$

Для червячных передач (рис. 3Г) Z_1 обозначает число витков (заходов) червяка (звено 1 на рис 3Г).

Ряды зубчатых колес и их передаточные отношения

Ряды зубчатых колес подразделяются на ряды с кратным зацеплением и ряды с паразитными колесами.

Ряд с кратным зацеплением – это такой ряд, в котором каждое колесо входит лишь в одно зацепление.

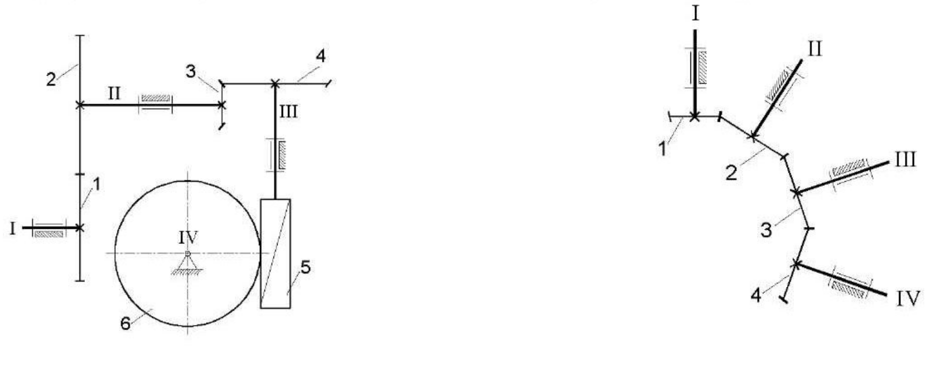
Пример ряда с кратным зацеплением изображен на рис. 4А. В нем имеются три ступени I-II, II-III, III-IV. Римскими цифрами обозначены входной и выходной валы ступеней. Учитывая, что каждая ступень представляет собой зубчатую передачу, пользуясь формулами (5) и (2), найдем общее передаточное отношение ряда:

$$i_{16} = i_{I,IV} = i_{I,II} \cdot i_{II,III} \cdot i_{III,IV} = i_{12} \cdot i_{34} \cdot i_{56} = \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(\frac{Z_4}{Z_3}\right) \cdot \left(\frac{Z_6}{Z_5}\right) = \left(\frac{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_6}{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5}\right) \qquad (7)$$

Передаточное отношение ряда с кратным зацеплением равно отношению произведения чисел зубьев четных к произведению чисел зубьев нечетных колес.

Ряд с паразитными колесами – это такой ряд, в котором каждое промежуточное (паразитное) колесо входит в два зацепления.

Пример ряда с паразитными колесами изображен на рис. 4Б.



(А) (Б)

Рис. 4

Действуя аналогично предыдущему случаю, найдем

$$i_{14} = i_{I,IV} = i_{I,II} \cdot i_{II,III} \cdot i_{III,IV} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} = \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(\frac{Z_3}{Z_2}\right) \cdot \left(\frac{Z_4}{Z_3}\right) = \left(\frac{Z_4}{Z_1}\right) \qquad (8)$$

Передаточное отношение ряда с паразитными колесами равно обратному отношению чисел зубьев крайних колес.

У ряда, составленного только из цилиндрических и конических колес, оси всех колес могут располагаться в одной плоскости (рис. 5). Передаточное отношение между колесами с параллельными осями вращения вычисляется по общим формулам вид (7), (8), которые дополнительно снабжаются знаком «минус», если колесами вращаются в разные стороны.

Направления вращения зубчатых колес можно показать при помощи стрелок, проставляемых на схеме у оси вращения каждого колеса. Задаемся направлением вращения входного звена. Далее, ставим стрелки возле осей вращения зубчатых колес так, чтобы они показывали видимое направление движения зубьев этих колес при их вращении. У зубчатых колес, образующих блок, ставят общую стрелку (или одинаково направленные стрелки). Противоположное направление стрелок указывает, что соответствующие колеса вращаются в разные стороны – например колеса 1 и 6 на рис. 5. Передаточное отношение между ними равно:

$$i_{16} = i_{12} \cdot i_{34} \cdot i_{56} = -\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(\frac{Z_4}{Z_3}\right) \cdot \left(\frac{Z_6}{Z_5}\right) \qquad (9)$$

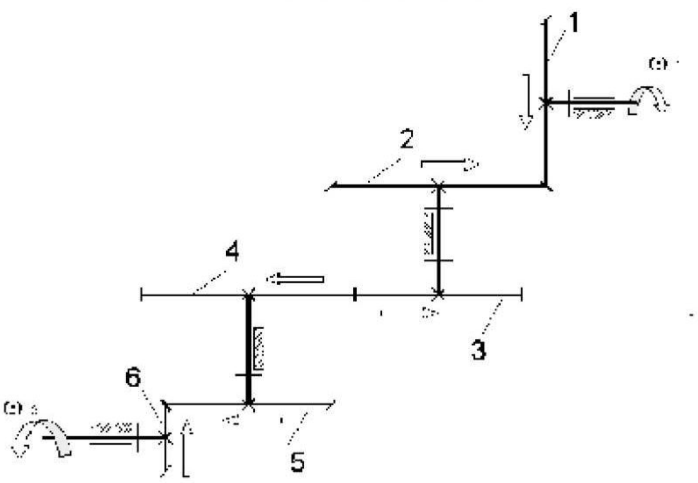
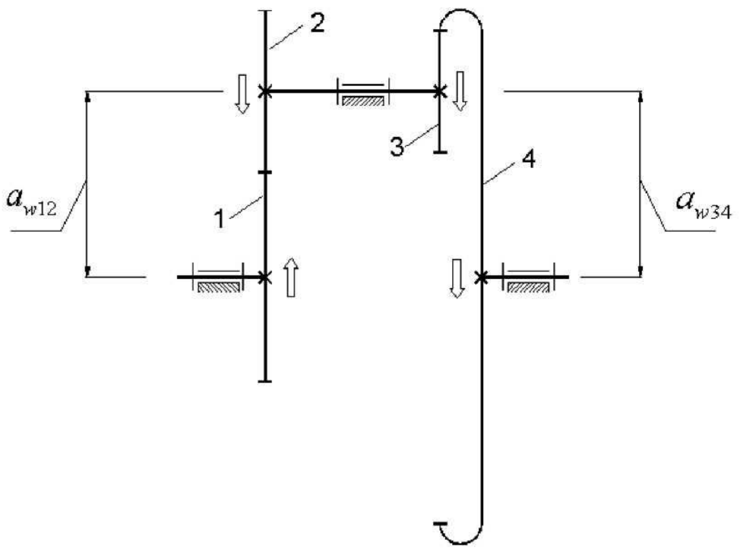


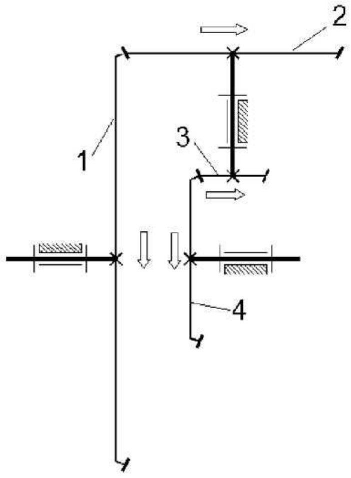
Рис. 5

Соосные ряды и планетарные механизмы

Ряд зубчатых колес называют *соосным*, если его крайние колеса вращаются вокруг общей оси (колеса 1 и 4 на рис. 6А и рис. 6Б). Соосность крайних колес накладывает ограничение на числа зубьев зубчатых колес. Это ограничение называется *условием соосности*.



(А)



(Б)

Рис. 6

Для двухступенчатых рядов зубчатых колес, образованных двумя *цилиндрическими* зубчатыми передачами (например, как на рис. 6А) условие соосности – это равенство *двух межосевых расстояний*:

$$a_{w12} = a_{w34}.$$

Данное равенство можно записать через числа зубьев зубчатых колес, поскольку межосевые расстояния прямо пропорциональны сумме (во внешнем зацеплении) или разности чисел зубьев (во внутреннем зацеплении), а также модулям зубчатых колес. Если не применяется смещение зуборезного инструмента при нарезании зубьев на зубчатых колесах, то условие соосности, выраженное через числа зубьев, будет иметь вид:

$$\frac{m_{12}}{2}\cdot\left(Z_1+Z_2\right)=\frac{m_{34}}{2}\cdot\left(Z_4-Z_3\right)$$

Двухступенчатый соосный ряд легко преобразовать в планетарный механизм (рис. 7А, 7Б), в котором ось промежуточного блока (колеса 2 и 3) будет подвижной – её можно перемещать вокруг общей оси колес 1 и 4. Зубчатые зацепления при этом размыкаться не будут.

Планетарный механизм – это механизм, в состав которого входят звенья с подвижной осью вращения

Для перемещения подвижной оси вращения в состав механизма добавим *водило* (звено Н), к которому при помощи вращательной кинематической пары присоединим сателлит (блок зубчатых колес 2 и 3).

Сателлит – зубчатое звено (колесо или блок) с подвижной осью вращения.

Водило – звено, несущее на себе сателлиты.

Сателлит в механизме совершает сложное движение, а все прочие звенья могут только вращаться вокруг общей центральной оси планетарного механизма – например звенья 1, 4, Н на рис. 7А, 7Б.

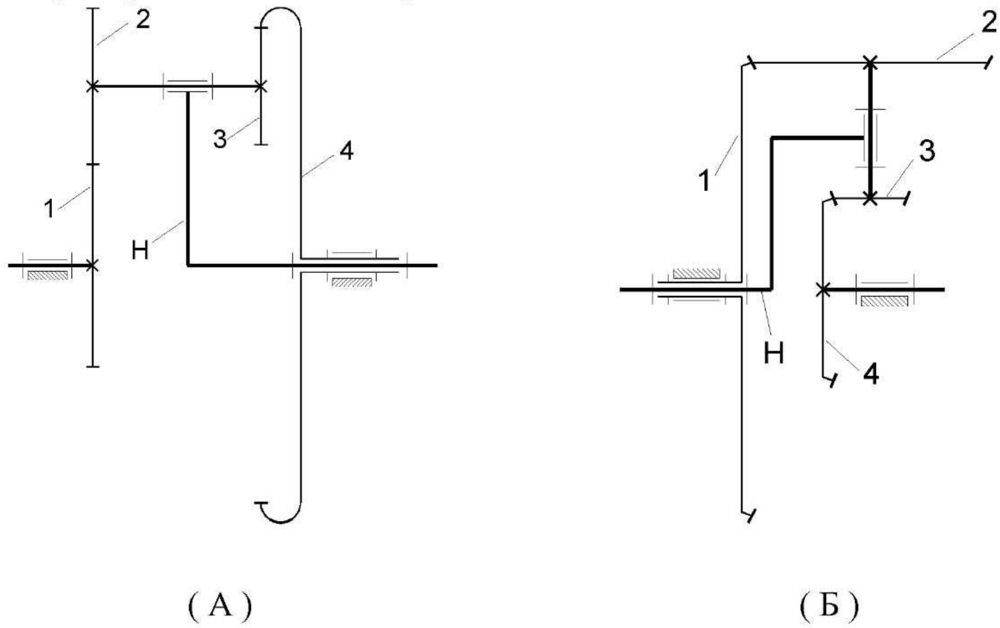


Рис. 7

Центральные звенья – это водило и зубчатые колеса, вращающиеся вокруг центральной оси планетарного механизма.

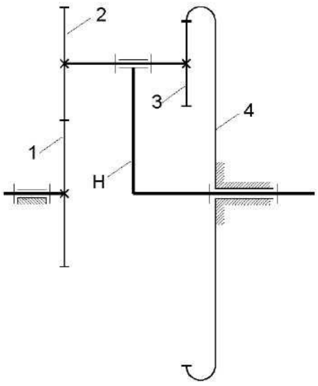
Механизмы, показанные на рис. 6, имеют две степени подвижности и называются дифференциальными (дифференциалами).

Дифференциальный планетарный механизм – это планетарный механизм со степенью подвижности не менее 2.

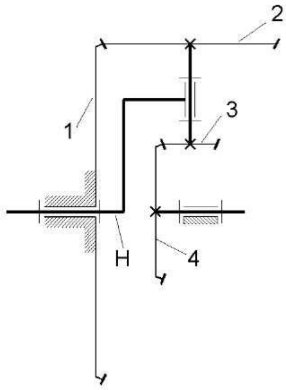
В дифференциалах на рис. 7 два входных звена, которым можно задавать независимые вращения. Например, если входными звеньями считать колесо 1 и водило Н, то выходным звеном будет колесо 4. Передаточное отношение от любого из входных звеньев к выходному звену является переменным, и зависит от угловой скорости другого входного звена:

$$i_{14} = f_{14}(\omega_4), \quad i_{H4} = f_{H4}(\omega_1) \tag{10}$$

Если в механизмах рис. 7 жестко закрепить на стойке одно из центральных колес, то получим планетарные механизмы (рис. 8) с одной степенью подвижности и постоянными передаточными отношениями $i_{1H}^{(4)}$ на рис. 8А и $i_{4H}^{(1)}$ на рис. 8Б, которые можно выразить через числа зубьев зубчатых колес. Это – абсолютные передаточные отношения, на что указывают верхние индексы 4 и 1, обозначающие зубчатые колеса, закрепленные на стойке (являющиеся её частью). Однако, формулы (5) – (9) *не применимы* для подсчета этих передаточных отношений, так как здесь зоны зацеплений зубчатых колес перемещаются в пространстве вокруг центральной оси планетарного механизма.



(А)



(Б)

Рис. 8

Если в механизмах рис. 7 закрепить на стойке водило, то получим снова соосные ряды рис. 6. Для них (это ряды с кратным зацеплением) формулу передаточного отношения запишем по аналогии с (7)

$$i_{14}^{(H)} = i_{12}^{(H)} \cdot i_{34}^{(H)} = \pm\left(\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3}\right), \tag{11}$$

где знак «плюс» справедлив для механизма рис. 6Б, а знак «минус» – для механизма рис. 6А.

Расчет передаточных отношений в планетарных механизмах основан на установлении связей между ними и передаточными отношениями соответствующих соосных рядов. Способ нахождения этих связей излагается ниже.

Основные кинематические отношения для планетарных механизмов

В планетарных механизмах центральные звенья всегда совершают движения, параллельные общей плоскости. Следуя В.Н. Кудрявцеву, рассмотрим зависимости между угловыми скоростями вращающихся звеньев ***1***, ***2*** и ***3*** (рис. 9).

Пусть скорости этих звеньев относительно неподвижной системы координат, связанной с осью вращения, равны соответственно ω_1, ω_2, ω_3 .

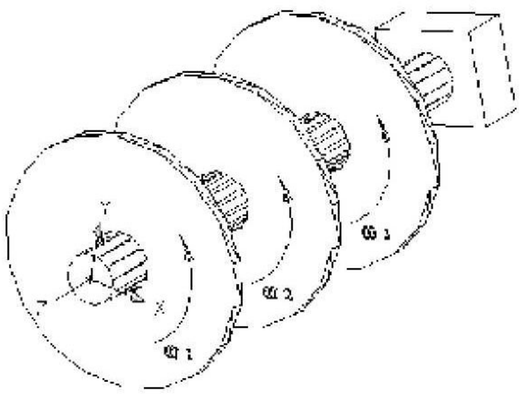


Рис. 9

При плоском движении угловые скорости подчиняются правилам скалярного сложения. Так, угловые скорости звеньев ***1*** и ***2*** по отношению к звену ***3*** определяются равенствами

$$\omega_1^{(3)} = \omega_1 - \omega_3\,, \qquad \omega_2^{(3)} = \omega_2 - \omega_3 \tag{12}$$

Аналогично, угловые скорости тел ***1*** и ***3*** по отношению к телу ***2*** равны

$$\omega_1^{(2)} = \omega_1 - \omega_2\,, \qquad \omega_3^{(2)} = \omega_3 - \omega_2 \tag{13}$$

Угловые скорости здесь – величины алгебраические – они положительные при направлениях, указанных на рис. 8, и отрицательные в обратном случае.

Используя угловые скорости (12), (13), можно найти передаточные отношения, вычисленные в системе координат, связанной с телом ***2*** или телом ***3***:

$$i_{13}^{(2)} = \frac{\omega_1^{(2)}}{\omega_3^{(2)}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_3 - \omega_2} \tag{14}$$

$$i_{12}^{(3)} = \frac{\omega_1^{(3)}}{\omega_2^{(3)}} = \frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_3} \tag{15}$$

Нетрудно видеть, что сумма передаточных отношений (14) и (15) равна единице:

$$i_{12}^{(3)} + i_{13}^{(2)} = \frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_3} + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_3 - \omega_2} = \frac{\omega_1 - \omega_3 - (\omega_1 - \omega_2)}{\omega_2 - \omega_3} = 1 \tag{16}$$

Это позволяет по известному передаточному отношению находить неизвестное, например:

$$i_{12}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(2)} \tag{17}$$

Воспользуемся полученным результатом для анализа механизмов рис. 8.

В механизме рис. 8А найдем передаточное отношение $i_{1H}^{(4)}$. Выразим его через известное передаточное отношение (11) соосного ряда 6А:

$$i_{1H}^{(4)} = 1 - i_{14}^{(H)} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_4}{Z_3}, \tag{18}$$

где $i_{14}^{(H)} = i_{14}^{(H)} \cdot i_{14}^{(H)} - \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(\frac{Z_4}{Z_3}\right)$

Передаточное отношение $i_{H4}^{(1)}$ механизма рис. 8Б:

$$i_{H4}^{(1)} = \frac{1}{i_{4H}^{(1)}} = \frac{1}{1 - i_{41}^{(H)}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{i_{14}^{(H)}}} \tag{19}$$

Затем подставим известное выражение (11) для передаточного отношения $i_{14}^{(H)}$:

$$i_{H4}^{(1)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\left(\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3}\right)}} = \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_2 \cdot Z_4 - Z_1 \cdot Z_3} \tag{20}$$

В механизме рис. 8А плоскости движения сателлита и центральных звеньев параллельны, поэтому формулы (16), (17) можно применять для отыскания передаточного отношения между центральным звеном и сателлитом, например $i_{12}^{(4)}$. В соответствии с определением передаточного отношения как отношения угловых скоростей звеньев, запишем:

$$i_{12}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Умножим и разделим $i_{12}^{(4)}$ на угловую скорость водила ω_H:

$$i_{12}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_H}{\omega_H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} \cdot \frac{\omega_H}{\omega_2} = i_{1H}^{(4)} \cdot i_{H2}^{(4)} = \frac{i_{1H}^{(4)}}{i_{2H}^{(4)}}. \tag{21}$$

Далее учтем, что зубчатые колеса 2 и 3 жестко связаны между собой (образуют блок), поэтому $\omega_2 = \omega_3$, $\quad i_{24}^{(H)} = i_{34}^{(H)}$:

$$i_{12}^{(4)} = \frac{1 - i_{14}^{(H)}}{1 - i_{34}^{(H)}} = \frac{1 - \left(-\dfrac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3}\right)}{1 - \left(\dfrac{Z_4}{Z_3}\right)} = \frac{Z_1 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot \left(Z_3 - Z_4\right)}, \tag{22}$$

Для механизма рис. 8Б этот прием не применим, так как в нем плоскость движения сателлита не параллельна плоскостям движения центральных звеньев.

В дифференциалах с двумя степенями подвижности для определенности движения должны быть заданны угловые скорости двух входных звеньев. Скорость вращения выходного центрального звена можно определить из формулы вида (14) или (15). Например, если для механизмов, изображенных на рис. 7 заданы ω_1 и ω_H, то, подставив их и значение передаточного отношения $i_{14}^{(H)}$ из формулы (11), получим:

$$i_{14}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \pm \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3}. \tag{23}$$

Далее найдем:

$$\omega_4 = \omega_H + \frac{\omega_1 - \omega_H}{i_{14}^{(H)}} = \omega_H \pm \left(\omega_1 - \omega_H\right) \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}. \tag{24}$$

Иногда удобнее пользоваться другой зависимостью между угловыми скоростями плоско движущихся тел. Из формулы (15) получим:

$$i_{12}^{(3)} \cdot \left(\omega_2 - \omega_3\right) = \omega_1 - \omega_3, \tag{25}$$

Далее:

$$i_{12}^{(3)} \cdot \omega_2 + \left(1 - i_{12}^{(3)}\right) \cdot \omega_3 = \omega_1,$$

и наконец:

$$\omega_1 = i_{12}^{(3)} \cdot \omega_2 + i_{13}^{(2)} \cdot \omega_3, \tag{26}$$

Пусть в механизме (рис. 8А) входными являются звенья Н и 4, тогда по формуле (26) найдем угловую скорость выходного звена 1:

$$\omega_1 = i_{1H}^{(4)} \cdot \omega_H + i_{14}^{(H)} \cdot \omega_4,$$

Если в том же механизме входными звеньями считать зубчатые колеса 1 и 4, а выходным звеном – водило H, то по той же самой формуле (26) получим:

$$\omega_H = i_{H1}^{(4)} \cdot \omega_1 + i_{H4}^{(1)} \cdot \omega_4 ,$$

где $i_{H1}^{(4)}$, $i_{H4}^{(1)}$, $i_{1H}^{(4)}$, $i_{14}^{(H)}$ – передаточные отношения механизмов, в которые обращается дифференциальный механизм при остановке одного из двух входных звеньев.

Порядок выполнения работы

1. Изобразить кинематическую схему предложенного зубчатого механизма, дать необходимые обозначения.
2. Рассмотреть структуру механизма, определить его степень подвижности.
3. Составить таблицу зубчатых колес механизма с указанием чисел зубьев.
4. Выделить в составе механизма отдельные ступени, получить формулы для расчета передаточных отношений.
5. Вычислить общее передаточное отношение механизма и передаточного отношение между какими – либо звеньями по указанию преподавателя.
6. Определить общее передаточное отношение механизма опытным путём, подсчитав число оборотов входного звена приходящиеся на 10 оборотов выходного.

Пример расчета передаточного отношения многоступенчатого зубчатого механизма.

Рассмотрим механизм, изображенный на рис. 10.

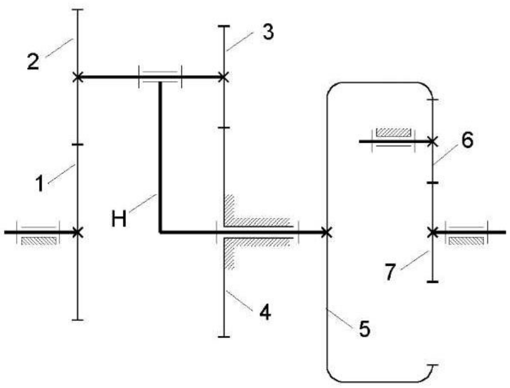


Рис. 10

Условие задачи:
Для механизма известны числа зубьев зубчатых колес:

$Z_1 = 50;\quad Z_2 = 20;\quad Z_3 = 21;$

$Z_7 = 16;\quad Z_6 = 24;$

Зубчатые колеса 5 и 7 – соосные.
Модули зубчатых колес 1, 2, 3, 4 равны между собой.

ОПРЕДЕЛИТЬ передаточное отношение механизма i_{71}.

РЕШЕНИЕ.

Данный зубчатый механизм – многоступенчатый, поэтому начинаем с разделения механизма на отдельные ступени.

Механизм разделяется на:

- планетарную ступень, состоящую из водила Н, сателлита (блок зубчатых колес 2 – 3) и центральных зубчатых колес 1 и 4;
- внутренняя цилиндрическая зубчатая передача, состоящая из зубчатых колес 5 и 6;
- внешняя цилиндрическая зубчатая передача, состоящая из зубчатых колес 6 и 7.

Запишем передаточное отношение $\boldsymbol{i_{71}}$ в виде произведения передаточных отношений этих ступеней:

$$i_{71} = i_{76} \cdot i_{65} \cdot i_{H1}^{(4)} \tag{27}$$

Выразим передаточные отношения отдельных ступеней механизма через числа зубьев входящих в них колес. Для простых зубчатых передач – это отношение чисел зубьев:

$$i_{76} = -\frac{Z_6}{Z_7}; \qquad i_{65} = \frac{Z_5}{Z_6}, \tag{28}$$

Передаточное отношение планетарной ступени $i_{H1}^{(4)}$ предварительно выражаем через передаточное отношение обращенного механизма, в котором водило – неподвижное звено:

$$i_{H1}^{(4)} = \frac{1}{i_{1H}^{(4)}} = \frac{1}{1 - i_{14}^{(H)}} \tag{29}$$

Теперь выразим передаточное отношение $i_{14}^{(H)}$ через числа зубьев:

$$i_{14}^{(H)} = i_{12}^{(H)} \cdot i_{34}^{(H)} = \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(-\frac{Z_4}{Z_3}\right) = \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3}. \tag{30}$$

Числа зубьев зубчатых колес Z_5 и Z_4 найдем из условий соосности. Колеса 5 и 7 соосны по условию задачи, а колеса 1 и 4 соосны тоже, так как входят в планетарную ступень механизма.

Условие соосности для колес 1 и 4:

$$\frac{m_{12}}{2} \cdot (Z_1 + Z_2) = \frac{m_{34}}{2} \cdot (Z_3 + Z_4),$$

Модули зубчатых колес 1, 2, 3, 4 заданы одинаковыми, поэтому $m_{12} = m_{34}$ и условие соосности упрощается:

$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4, \tag{31}$$

Условие соосности для колес 5 и 7:

$$\frac{m_{56}}{2}\cdot(Z_5-Z_6)=\frac{m_{67}}{2}\cdot(Z_7+Z_6),$$

Модули зубчатых колес 5, 6, 7 равны между собой, так как в оба зубчатых зацепления входит колесо 5, поэтому $m_{56}=m_{67}$ и условие соосности принимает вид:

$$Z_5-Z_6=Z_7+Z_6. \qquad (32)$$

Из условий соосности (31) и (32) находим:

$Z_4=Z_1+Z_2-Z_3=50+20-21=49$;

$Z_5=Z_7+2\cdot Z_6=16+2\cdot 24=64$

По уравнениям (27), (28), (29), (30) определяем:

$i_{14}^{(H)}=\dfrac{Z_2\cdot Z_4}{Z_1\cdot Z_3}=\dfrac{20\cdot 49}{50\cdot 21}=\dfrac{14}{15}=0,93333$;

$i_{H1}^{(4)}=\dfrac{1}{1-i_{14}^{(H)}}=\dfrac{1}{1-0,93333}=15$

$i_{76}\cdot i_{65}=\dfrac{Z_6}{Z_7}\cdot\left(-\dfrac{Z_5}{Z_6}\right)=-\dfrac{Z_5}{Z_7}=-\dfrac{64}{16}=-4$;

$i_{71}=i_{76}\cdot i_{65}\cdot i_{H1}^{(4)}=-4\cdot 15=-60$.

ОТВЕТ: $i_{71}=-60$.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое передаточное отношение?
2. В каких случаях передаточное отношение имеет знак? Что он характеризует?
3. Что такое зубчатая передача?
4. Что такое зацепление? Какие бывают зацепления?
5. Что такое блок зубчатых колес?
6. Какой зубчатый механизм называется рядом? Какие бывают ряды зубчатых колес?
7. Что такое планетарный механизм? Дифференциальный механизм?
8. Чему равно передаточное отношение зубчатой передачи? Ряда с кратным зацеплением? Ряда с паразитными колесами?
9. Что такое сателлит? Водило? В каких механизмах они встречаются?
10. Какие звенья планетарного механизма называются центральными?