

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Учебное пособие для изучения теоретических основ курса
для студентов направления «Инженерная механика»

В третьей части учебного пособия изложены теоретические основы разделов курса «Теория механизмов и машин», изучаемых студентами во втором учебном семестре. Материал структурирован в 7 лекциях и охватывает отдельные вопросы проектирования кулачковых механизмов и некоторые специальные вопросы теории, а, именно, уравновешивание механизмов, тренис, КПД.

Пособие предназначено для подготовки бакалавров направления «Инженерная механика» дневной, заочной и ускоренной форм обучения. Лекции могут быть полезны также при дистанционном изучении курса.

Содержание:

	стр.
1. <u>Лекция 1. Кулачковые механизмы</u>	5
1.1. Область применения. Структура. Основные виды. Достоинства и недостатки	5
1.2. Фазовые углы. Задачи кинематического синтеза кулачкового механизма.	8
1.3. Угол давления.	9
1.4. Построение профиля кулачка	10
1.5. Минимальный радиус основной шайбы. Определение основных размеров кулачкового механизма из условия ограничения угла давления	11
Вопросы для самостоятельного изучения:	
- К вопросу о структурном анализе кулачковых механизмов. Правила преобразования механизмов с высшими парами в кинематически эквивалентный механизм с низшими парами	14
- О выборе закона движения толкателя кулачкового механизма	14
2. <u>Лекция 2. Уравновешивание плоских рычажных механизмов</u>	16
2.1. Неуравновешенность механизмов и ее виды	16
2.2. Задачи динамического уравновешивания. Условия уравновешенности.	18
2.3. Силовое уравновешивание плоского рычажного механизма	19
2.4. Моментное уравновешивание плоского рычажного механизма	21
3. <u>Лекция 3. Уравновешивание вращающихся масс (часть I).</u> <u>Условия уравновешенности роторов</u>	23
3.1. Динамические нагрузки, возникающие при вращении тел. Классификация вращающихся тел по характеру распределения масс .	23
3.2. Условия уравновешенности вращающихся сплошных тел	24
4. <u>Лекция 4. Уравновешивание вращающихся масс (часть II).</u> <u>Уравновешивание точечных (дискретных) масс</u>	29
4.1. Практические задачи, сводящиеся к уравновешиванию вала с точечными массами	29
4.2. Уравновешивание вращающихся точечных (дискретных) масс, расположенных в одной плоскости, перпендикулярной оси вращения	30
4.3. Уравновешивание вращающихся дискретных масс, расположенных произвольно (общий случай)	33
4.4. Балансировка роторов	36

5.	<u>Лекция 5. Трение в машинах и механизмах</u>	38
5.1.	Положительная и отрицательная роль трения в механизмах. Виды трения в механизмах	38
5.2.	Трение в поступательной кинематической паре	40
5.3.	Трение во вращательной кинематической паре	41
5.4.	Трение в высшей кинематической паре	41
5.5.	Кинетостатический расчет механизма с учетом сил трения	42
6.	<u>Лекция 6. Трение в поступательной и винтовой парах. Трение в передачах</u>	45
6.1.	Трение в поступательной кинематической паре. Влияние угла давления и формы контактной поверхности на силу трения	45
6.2.	Трение в винтовой кинематической паре	49
6.3.	Трение во фрикционной передаче	50
6.4.	Трение в передачах с гибкими звеньями (ромбическая передача)	51
7.	<u>Лекция 7. Коэффициент полезного действия (КПД) механизмов и машин</u>	53
7.1.	Механический коэффициент полезного действия (КПД). Механический коэффициент потерь	53
7.2.	КПД машины при последовательном соединении механизмов	55
7.3.	КПД машины при параллельном соединении механизмов	56
7.4.	КПД машины при смешанном соединении механизмов	57
7.5.	КПД плоского рычажного механизма с учетом трения в кинематических парах	57
8.	<u>Литература</u>	60

Лекция 1

КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

- 1.1. Область применения. Структура. Основные виды. Достоинства и недостатки. ([1], §112; [2], §17.1)
- 1.2. Фазовые углы. Задачи кинематического синтеза кулачкового механизма. ([1], §113; [2], §17.2)
- 1.3. Угол давления. ([1], §115; [2], §17.2, 17.3)
- 1.4. Построение профиля кулачка. ([1], §116; [2], §17.5)
- 1.5. Минимальный радиус основной шайбы. Определение основных размеров кулачкового механизма из условия ограничения угла давления. ([1], §115; [2], §17.4)

1.1. Область применения. Структура. Основные виды. Достоинства и недостатки.

Кулачковые механизмы широко распространены в технике и используются в машинах и механизмах, в которых:

- 1) необходимо реализовать движение ведомого звена строго по заданному закону (даже весьма сложному);
- 2) требуется обеспечить согласованность движений звеньев одних механизмов с движениями звеньев других механизмов.¹

Кулачковые механизмы, как правило, используются для вспомогательных технологических операций или для операций, обеспечивающих работу главной машины. Например, кулачковый механизм газораспределения ДВС обеспечивает согласованную с движениями поршней работу системы клапанов двигателя. Эти механизмы позволяют создавать любые законы движения выходного звена. Это достигается соответствующей профилировкой входного звена - кулачка.

Структурно кулачковый механизм (Рис.1.1) состоит из 3-х звеньев: стойки (0), входного звена – кулачка (1) и выходного звена – толкателя (2). Подвижное

соединение кулачка со стойкой и толкателя со стойкой обеспечивается кинематическими парами 5-го класса (p_5). Между собой кулачок и толкатель образуют высшую кинематическую пару 4-го класса (p_4).

Степень подвижности механизма (если механизм является плоским) определяется по структурной формуле П.Л.Чебышева:

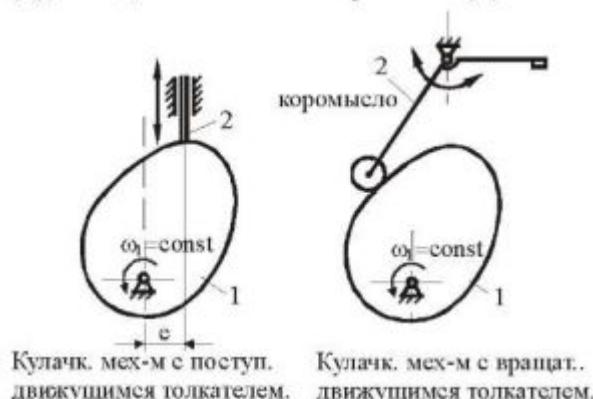


Рис.1.1

¹ В курсовом проекте по ТММ с помощью двух кулачковых механизмов обеспечивают согласованное движение главного исполнительного механизма с механизмами вспомогательных операций, а, именно: 1) механизмом открытия-закрытия крышки верхнего бункера-накопителя; 2) механизмом опускания-подъема отсекателя, обеспечивающего разгрузку материала в нижний бункер-накопитель.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$$

Равенство $W=1$ означает, что положение и движение толкателя однозначно определяется положением и движением ведущего звена - кулачка.

Чтобы определить класс механизма, преобразуем кулачковый механизм в кинематически эквивалентный механизм с низшими кинематическими парами. Основные правила такого преобразования изложены в [1] § 10, [2] § 3.5 и (конспективно) в «Приложении» к данной лекции.

Высшую кинематическую пару (p_4) заменяем низшими (p_5), используя общее правило замены:

$$p_4 = 2p_5 + 1 \text{ звено}$$

Тогда после замены будем иметь: $n=3$; $p_4=0$; $p_5=4$.

Убедимся, что степень подвижности механизма не изменилась:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Преобразованный механизм легко разделяется на структурную группу II класса и механизм I класса.¹ Следовательно, данный механизм относится к механизмам II класса.

Виды кулачковых механизмов

Кулачковые механизмы подразделяются на следующие виды:

- по плоскостности: плоские (Рис. 1.2) и пространственные (Рис. 1.3);
- по движению толкателя: с поступательным (Рис. 1.2, а и 1.3), вращательным (Рис. 1.2, б, в) и сложным движением толкателя;
- по движению кулачка: с поступательным (Рис. 1.2, а, б), вращательным (Рис. 1.2, в и 1.3) и сложным движением кулачка;
- по способу замыкания контакта кулачка и толкателя: с геометрическим замыканием (Рис. 1.3) и силовым замыканием (Рис. 1.2, а, б, в);
- по взаимному расположению кулачка и толкателя: центральные (Рис. 1.12) и нецентральные (Рис. 1.5 и 1.7).

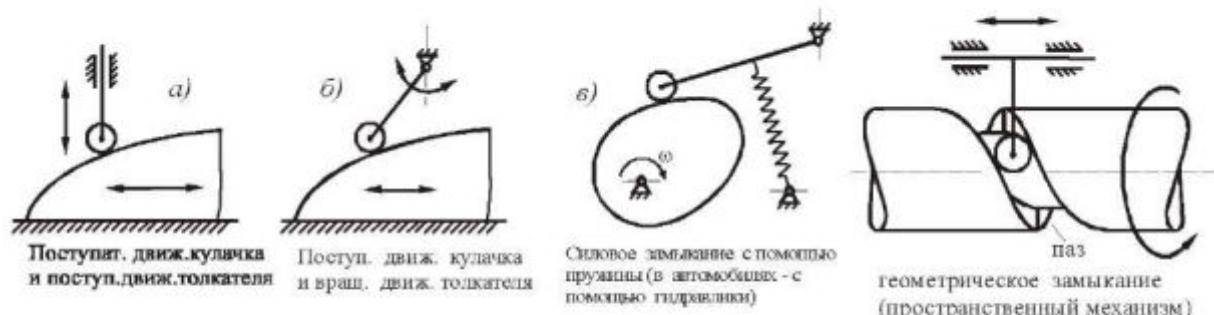


Рис. 1.2

Рис. 1.3

¹ Студентам, изучающим этот раздел курса, предлагается нарисовать заменяющий механизм и разделить его на группы Л.В. Ассура самостоятельно.

Достоинства кулачковых механизмов

1. Простота конструкции и изготовления.
2. Надежность работы.
3. Компактность.
4. Высокий КПД.
5. Возможность воспроизвести сложное движение толкателя, которое нельзя выполнить другими механизмами.

Недостатки кулачковых механизмов

1. Трение в паре кулачок-толкатель, а значит повышенный износ механизма.
2. Проблемы при высоких скоростях вращения кулачка (вследствие влияния сил инерции).¹

Способы соединения кулачка и толкателя (Рис.1.4):

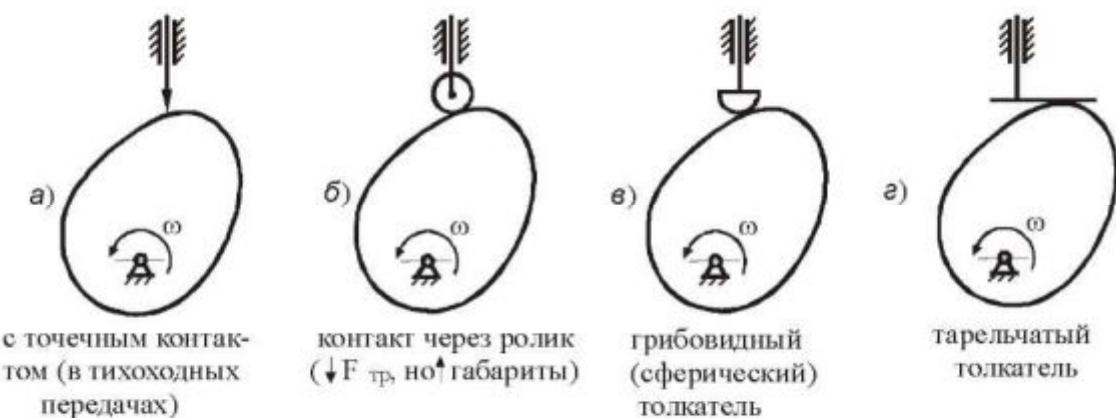


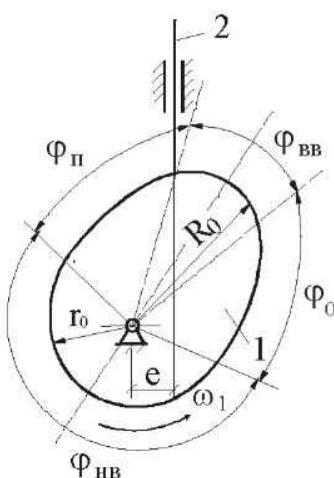
Рис.1.4

В дальнейшем, для изучения вопросов кинематического синтеза, будем рассматривать плоский кулачковый механизм, с вращательным движением кулачка, поступательным движением толкателя, центральный, с силовым замыканием и соединением кулачка и толкателя через промежуточный ролик.

¹ В то же время в кулачковом механизме газораспределения двигателя внутреннего сгорания (ДВС) гарантированное замыкание контакта между кулачком и толкателем обеспечивается при частоте вращения кулачка 6000 об/мин (100 об/сек!!!) и выше.

1.2. Фазовые углы. Задача кинематического синтеза кулачкового механизма.

В соответствии с различными фазами движения толкателя (подъем, опускание, остановка) кулачок можно разделить на сектора с центральными углами, называемыми фазовыми. Для механизма, изображенного на рис.1.5, фазовыми углами являются следующие:



$\Phi_{\text{НВ}}$ - угол нижнего выстоя (паузы),

$\Phi_{\text{П}}$ - угол подъема (удаления),

$\Phi_{\text{ВВ}}$ - угол верхнего выстоя (паузы),

Φ_0 - угол опускания (приближения).

$$\Phi_{\text{НВ}} + \Phi_{\text{П}} + \Phi_{\text{ВВ}} + \Phi_0 = 2\pi.$$

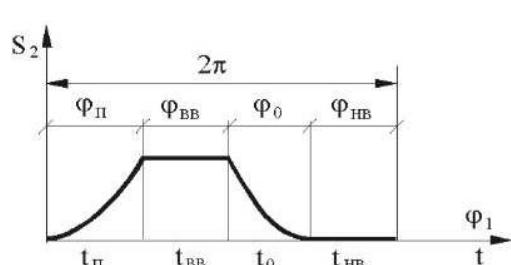
Из основных размеров кулачка особый интерес представляют базовые радиусы:

R_0 - максимальный радиус основной шайбы,

r_0 - минимальный радиус основной шайбы.

Рис.1.5

На рис.1.5 изображен нецентральный кулачковый механизм с отклонением оси толкателя от центра вращения кулачка. Это отклонение e называют эксцентризитетом. Для центрального механизма $e = 0$ и ход толкателя определяется разницей в размерах основных шайб, т.е. $h = R_0 - r_0$.



Закон движения толкателя может быть задан графически и аналитически.

Графически: графиками $S_2(\phi)$, $S_2(t)$ и др. (например, Рис.1.6).

Аналитически: аналитическими зависимостями $S_2(\phi)$, $S_2(t)$ и др.

Рис.1.6

Задача кинематического синтеза кулачкового механизма

Задается: закон движения толкателя (аналитически в форме $S_2(\phi_1)$, $V_2(\phi_1)$, или $a_2(\phi_1)$, или с помощью одного из графиков).

Определить:

1. Профиль кулачка, обеспечивающий заданный закон движения толкателя.
2. Величину минимального радиуса основной шайбы кулачка (при проектировании кулачка минимальных размеров).

1.3. Угол давления.

Углом давления в высшей кинематической паре кулачок-толкатель называют угол между направлением скорости контактной точки толкателя и направлением силы давления кулачка на толкатель. Для механизма, изображенного на рис.1.7, при отсутствии трения в высшей паре, - это угол θ между направлением скорости толкателя (вертикальная прямая) и нормалью к поверхности кулачка (прямая - n).

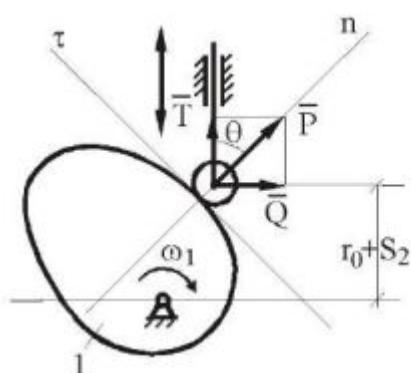


Рис.1.7

Сила \bar{P} , обеспечивающая передачу движения от кулачка к толкателью может быть представлена в виде суммы двух ее составляющих:

$$\bar{P} = \bar{T} + \bar{Q},$$

где \bar{T} - полезная составляющая (выполняет полезную работу по перемещению толкателя),
 \bar{Q} - вредная составляющая (вызывает перекос, изгиб толкателя, трение в направляющих),
 θ - угол давления.

Из рис.1.7 видно, что вредная составляющая \bar{Q} увеличивается при увеличении угла θ . Чрезмерно большой угол давления может вызвать заклинивание или даже поломку толкателя. Иллюстрацией этого может служить рис.1.8, где показан вариант нормальной работы механизма (случай 1) и вариант с углом давления выше предельного (случай 2). Опасность заклинивания механизма в случае 2 является визуально очевидной. Уменьшение угла давления, наоборот, облегчает работу механизма и, снижая трение, приводит к увеличению его КПД. Следовательно, при проектировании механизма угол θ целесообразно делать малым.

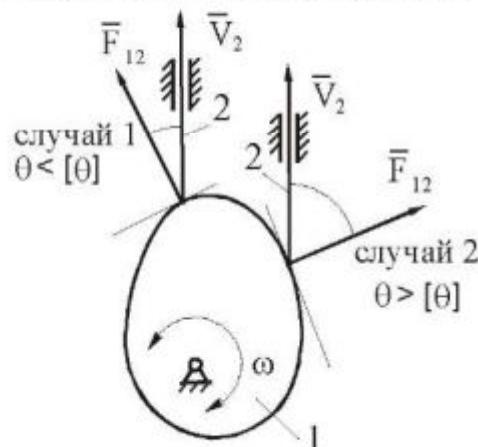


Рис.1.8

С другой стороны, уменьшение угла давления θ приводит к увеличению размеров кулачка и всего механизма в целом, увеличению его материалоемкости и стоимости. На рис.1.9 изображены рабочие профили двух кулачков, выполняющих одну задачу – обеспечить подъем толкателья на величину h при повороте кулачка на заданный угол. Из рисунка видно, что стремление конструктора сделать кулачок более компактным и менее дорогим приводит к увеличению угла давления с появлением всех негативных последствий, отмеченных ранее.



Рис.1.9

Поэтому, рационально спроектированный кулачковый механизм должен одновременно удовлетворять двум полярным требованиям:

1. Максимальная компактность механизма (а, значит, малая металлоемкость и низкая себестоимость). Для выполнения этого требования угол давления следует делать большим.
2. Высокий КПД механизма, надежность работы, длительный ресурс работы. Для выполнения этого требования угол давления следует делать малым.

При проектировании конкретного механизма, исходя из условий его работы и значимости каждого из этих критериев, принимается то или иное конструкторское решение. Если же в качестве главного критерия принимается максимальная компактность механизма, то его проектируют, закладывая в расчет максимально возможный угол давления, при котором механизм будет работать без заклинивания. Этот угол давления называют пределным или допускаемым. Практикой конструирования рекомендуются следующие величины предельных углов давления:

$[0]=30^\circ$ - для толкателей, движущихся поступательно;

$[0]=45^\circ$ - для толкателей, движущихся вращательно (коромысловых).

1.4. Построение профиля кулачка.

Построение профиля кулачка выполняют аналитическим либо графическим методами.

Аналитический метод.

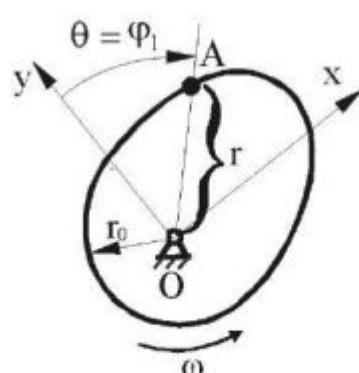
Постановка задачи.

Дано: аналитическая зависимость $S_2 = S_2(\varphi_1)$ и r_0 .

Определить: профиль кулачка, обеспечивающий движение толкателя по заданному закону

Решение.

Положение каждой точки профиля кулачка определяют в полярных координатах (θ, r) , где θ - угол направления радиус-вектора от полярной оси, а r - длина радиус-вектора. В нашем случае (Рис.1.10) имеем $\theta = \varphi_1$, а $r = r_0 + S_2(\varphi_1)$.



Полярную ось y проводят из центра O вращения кулачка через точку начала подъема контура. Угол θ откладывают от этой оси в направлении, противоположном вращению кулачка. Построив ряд лучей (y_1, y_2, \dots, y_n) , и отложив вдоль них ряд длин (r_1, r_2, \dots, r_n) , отмечают n точек. Соединив эти точки плавной кривой линией, получают так называемый «теоретический» профиль кулачка.

Рис.1.10

При необходимости получения уравнения кривой теоретического профиля можно перейти к параметрическим уравнениям в декартовых координатах x,y

$$\begin{cases} x = (r_0 + S_2) \cdot \sin \varphi_1 \\ y = (r_0 + S_2) \cdot \cos \varphi_1 \end{cases}$$

Затем методами кинематики точки находят уравнение траектории.

Графический метод

Постановка задачи.

Дано: графическая зависимость (Рис.1.11,а) $S_2 = S_2(\varphi_1)$ и r_0 .

Определить: профиль кулачка, обеспечивающий движение толкателя по заданному закону

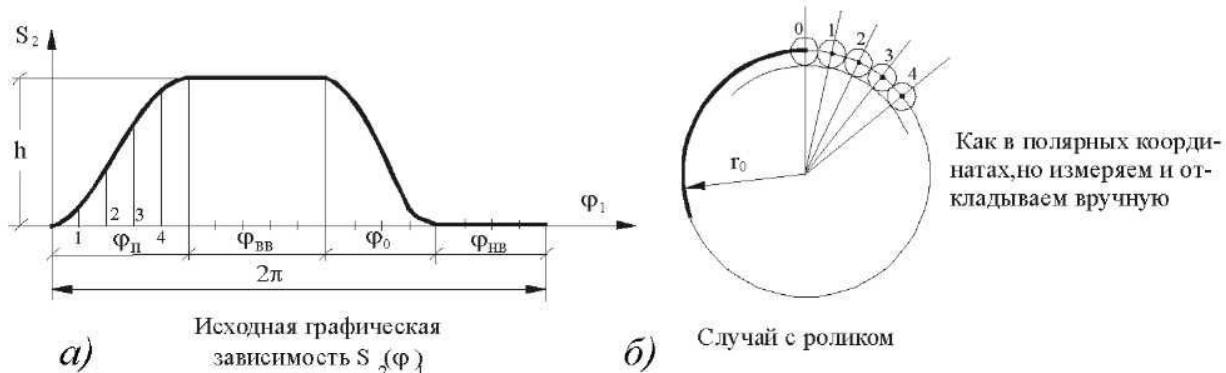


Рис.1.11

Решение.

Алгоритм построения теоретического профиля кулачка аналогичен рассмотренному ранее (см. Аналитический способ профилирования). Отличие заключается исключительно в способе получения длины радиус-вектора. В аналитическом способе длина вычисляется по математической формуле. В графическом способе длину радиус-вектора измеряют, используя график (рис.1.11,а).

Для механизма с промежуточным роликом, после построения теоретического профиля кулачка может быть построен его «практический» профиль. Для этого изображают ряд положений ролика при различных углах поворота кулачка. Практический профиль строят как огибающую кривую, касающуюся ролика во всех возможных положениях одновременно (рис.1.11,б).

1.5. Определение основных размеров кулачкового механизма из условия ограничения угла давления.

Ранее (п.1.3) отмечалось, что кулачковый механизм минимальных размеров получают из условия равенства угла давления предельному углу, т.е. $\theta = [\theta]$. Размер минимального радиуса основной шайбы r_0 для этого случая можно определить аналитическим и графическим способами.

Рассмотрим эти способы подробнее и определим с их помощью r_0 .

Аналитический метод.

На рис.1.12 изображен кулачковый механизм на фазе подъема толкателя. Точка М является контактной, т.е. одновременно принадлежит толкателю 2 и кулачку 1. Рассматривая движение точки M_2 толкателя как сложное, можно запи-

сать векторное уравнение для скоростей:

$\vec{V}_{M_2} = \vec{V}_{M_1} + \vec{V}_{21}$. Значения скоростей найдем, используя дифференциальные зависимости:

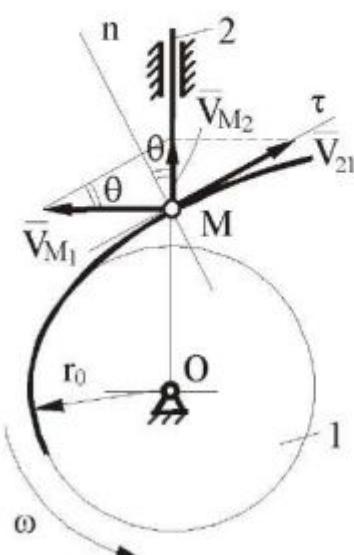


Рис.1.12

$$V_{abc} = V_{M_2} = \frac{dS_2}{dt}, \quad (1.1)$$

$$V_{nep} = V_{M_1} = \omega_1 \cdot OM = \frac{d\varphi_1}{dt} (r_0 + S_2), \quad (1.2)$$

где $S_2 = S_2(\varphi_1)$ - переменная величина.

$$\text{Из рисунка следует } V_{M_2} = V_{M_1} \cdot \tan \theta, \quad (1.3)$$

После подстановки (1.1) и (1.2) в (1.3) получим:

$$\frac{dS_2}{dt} = \frac{d\varphi_1}{dt} (r_0 + S_2) \cdot \tan \theta, \quad (1.4)$$

$$\text{Отсюда } \tan \theta = \frac{dS_2}{d\varphi_1} \cdot \frac{1}{r_0 + S_2}, \quad (1.5)$$

$$r_0 = \left(\frac{\frac{dS_2}{d\varphi_1}}{\tan \theta} \right) - S_2, \quad (1.6)$$

$$r_{0\min} = \frac{\frac{dS_2}{d\varphi_1}}{\tan[\theta]} - S_2 \quad (1.7)$$

Дифференциальная зависимость (1.7) позволяет определить $r_{0\min}$ для ряда положений механизма (т.е. при различных значениях аналога $\frac{dS_2}{d\varphi_1}$ и соответствующих перемещениях S_2). Из полученных значений $r_{0\min}$ выбирают большее. Тогда, при пересчете по (1.5), для всех других положений выбранная величина $r_{0\min}$ обеспечит угол давления меньше допускаемого, т.е. $\theta < [\theta]$).

Графический метод.

В основе графического метода лежит формула (1.5).

Записанная для случая $\theta = [\theta]$, $S_2 = \ell$ и $\left(\frac{dS_2}{d\varphi_1} \right) = \left(\frac{dS_2}{d\varphi_1} \right)_{\max}$, где ℓ - перемещение толкателя при $\left(\frac{dS_2}{d\varphi_1} \right)_{\max}$, она имеет вид:

$$\operatorname{tg}[\theta] = \frac{\left(\frac{dS_2}{d\varphi_1} \right)_{\max}}{r_{0\min} + \ell}, \quad (1.8)$$

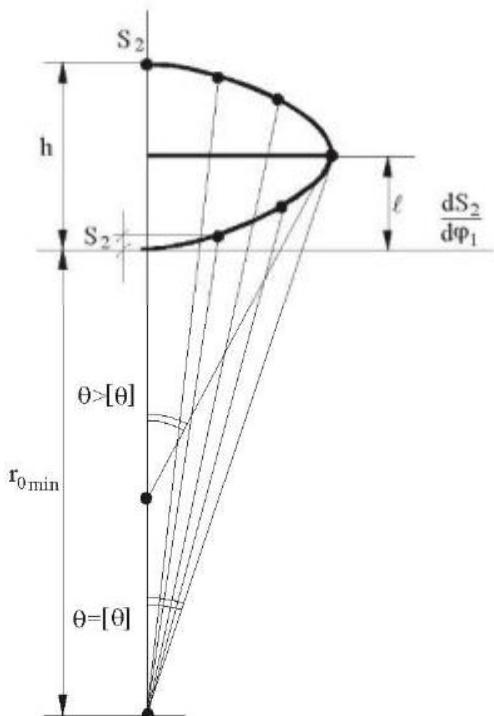


Рис.1.13

Для определения $r_{0\min}$ графическим путем строят график зависимости аналога скорости толкателя от его перемещения $\frac{dS_2}{d\varphi_1}(S_2)$ (Рис.1.13). Затем к полученному графику достраивают касательную, угол наклона которой к оси S_2 равен $[\theta]$. Отрезок прямой, отсеченный касательной по оси S_2 и измеренный от начала координат, равен масштабированной величине минимального радиуса основной шайбы $r_{0\min}$. Следует отметить, что для правильного решения задачи масштабные коэффициенты графика по осям S_2 и $\frac{dS_2}{d\varphi_1}$ должны быть одинаковы, т.е. $\mu_{S_2} = \mu_{\frac{dS_2}{d\varphi_1}}$.

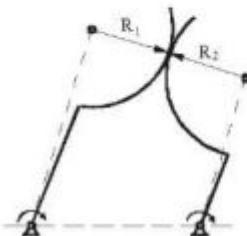
Из рис.1.13 видно, что полученный радиус $r_{0\min}$ обеспечивает угол давления $\theta = [\theta]$ для положения, когда $S_2 = \ell$, и углы давления $\theta < [\theta]$ для любого другого положения. Таким образом, угол давления θ при всех возможных положениях механизма не превышает допускаемого.

* * *

В завершающем разделе лекции приводятся краткие сведения по некоторым вопросам, изучение которых выносится на самостоятельную проработку с использованием учебников. Знание этого материала поможет студентам успешно справиться с вопросами «Модульного контроля теории – 3».

Вопросы для самостоятельного изучения

- 1. К вопросу о структурном анализе кулачковых механизмов. Правила преобразования механизма с высшими парами в кинематически эквивалентный механизм с низшими парами ([1] § 10, [2] § 3.5).**



1.1. Если в заменяемом механизме высшая пара была образована контактом двух кривых (Рис.1), то в заменяющем механизме длина добавочного звена будет равна расстоянию между центрами кривизны этих кривых. В этих же центрах кривизны элементов высшей пары следует расположить 2 вращательные кинематические пары. Заменяющий механизм показан на рис.1 пунктиром.

Рис.1

- 1.2. Если в заменяемом механизме высшая пара была образована контактом прямой и кривой (Рис.2), то механизм заменяют эквивалентным кулисным. При этом кулисный камень располагают в центре кривизны кривой, а направляющую для его перемещения ориентируют параллельно прямой. Смещение (a) равно радиусу кривизны кривой.

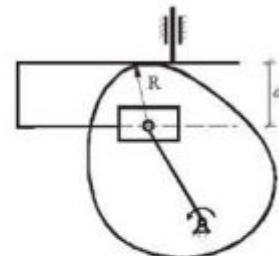
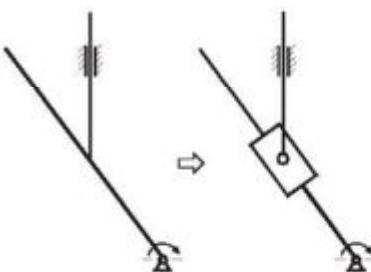


Рис.2



1.3. Если в заменяемом механизме высшая пара была образована контактом прямой и точки (Рис.3), то механизм также заменяют эквивалентным кулисным. При этом кулисный камень располагают на прямой, а направляющую для его перемещения ориентируют вдоль прямой. Заменяющий механизм изображен на рис.3 справа.

Рис.3

- 1.4. Если в заменяемом механизме высшая пара была образована контактом точки и кривой (Рис.4), то в заменяющем механизме длина добавочного звена будет равна расстоянию от точки контакта до центра кривизны кривой. Вращательные кинематические пары будут находиться в точке контакта и в центре кривизны кривой. Заменяющий механизм изображен на рис.4 справа.

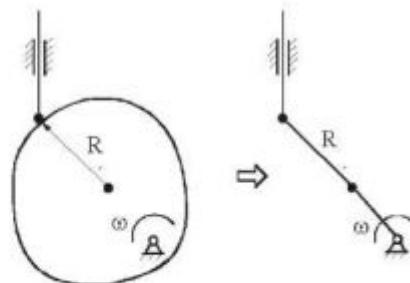


Рис.4

- 2. О выборе закона движения толкателя кулачкового механизма ([1] §114, [2] § 17.2)**

Закон движения толкателя является исходным параметром при кинематическом синтезе кулачкового механизма. Этот закон определяет положение, скорость и ускорение толкателя, а значит, задает соответствующий профиль кулачка. Законы движения могут быть весьма разнообразны: от самых простых, до сложных. В то же время, на практике,

если особых требований к скорости толкателя нет, закон движения подбирают исходя из определенных критериев. Наиболее существенными критериями являются:

1. Простота изготовления кулачка.
2. Динамические нагрузки, возникающие при работе механизма.

Второй критерий требует некоторых пояснений.

Известно, что динамические реакции в кинематических парах механизма возникают вследствие ускоренного движения звеньев. В этой связи, закон движения, приводящий к большим ускорениям толкателя, создает большие динамические нагрузки в высшей паре. Иногда эти динамические нагрузки могут носить ударный характер.

Например, если ускорение толкателя за малый промежуток времени резко изменяется по величине (скакок на графике изменения ускорения), в контакте между кулачком и толкателем наблюдаются «удары». Большие перепады ускорения обуславливают условно «жесткие удары», а малые перепады – условно «мягкие удары». Отсутствие скачков при изменении ускорения создает условия плавного нарастания и снижения усилий в высшей паре, т.е. условия «безударной» работы механизма.

Конечно, режим «безударной» работы механизма является более предпочтительным для долговечности и надежности механизма. В то же время, при проектировании тихоходных кулачковых механизмов этот фактор может быть не определяющим (возможные удары незначительны и не имеют разрушительных последствий). В этом случае приемлемыми могут оказаться более простые законы движения с простыми и дешевыми в изготовлении профилями кулачков.

Для иллюстрации изложенного выше приведем примеры законов движения толкателя с «жесткими» ударами (Рис.5), «мягкими» ударами (Рис.6) и «безударных» (Рис.7). Подробные пояснения к представленным графикам имеются в рекомендованной литературе. Этот материал студентам предлагается изучить самостоятельно.

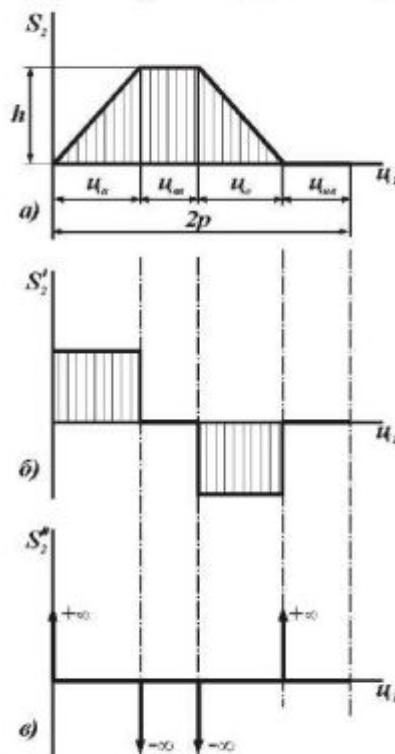


Рис.5

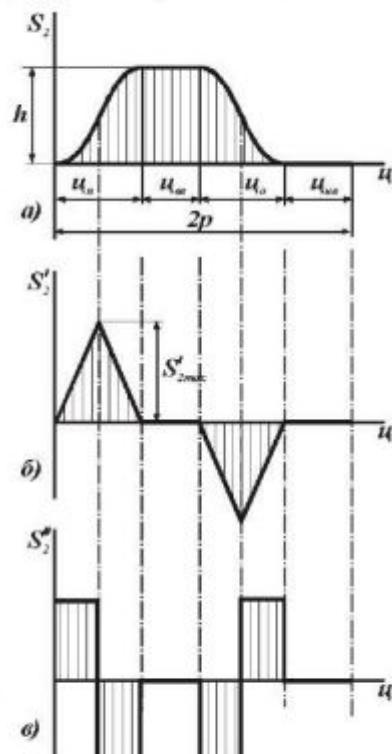


Рис.6

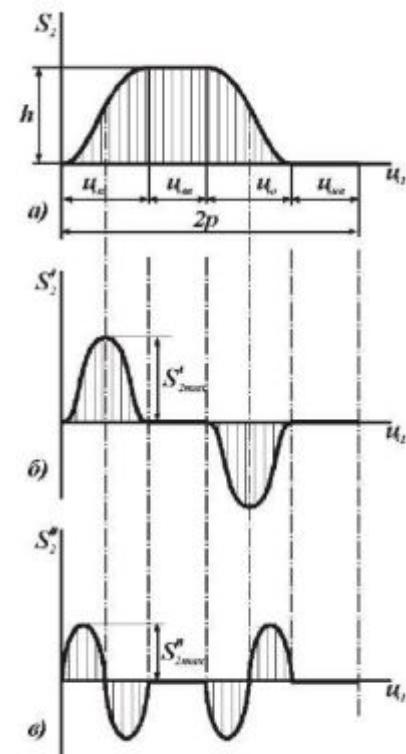


Рис.7

Лекция 2

УРАВНОВЕШИВАНИЕ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

- 2.1. Неуравновешенность механизмов и ее виды. ([1], §59-61; [2], Гл.6, §6.1)
- 2.2. Задачи динамического уравновешивания. Условия уравновешенности. ([1], §59-61; [2], Гл.6, §6.1)
- 2.3. Силовое уравновешивание плоского рычажного механизма. ([2], Гл.6, §6.1)
- 2.4. Моментное уравновешивание плоского рычажного механизма. ([2], Гл.6, §6.2)

2.1. Неуравновешенность механизмов и ее виды.

При проектировании быстроходных механизмов, а также механизмов с массивными звеньями особое внимание уделяют вопросам нейтрализации динамических сил, возникающих в процессе движения механизмов и оказывающих отрицательное влияние на их эксплуатационные свойства. Одним из отрицательных факторов является периодическое силовое воздействие механизма на кинематические пары и фундамент. При значительных силах это может привести либо к поломке подшипников, либо к ослаблению креплений механизма. При значительной частоте воздействия возникают нежелательные колебания и вибрации, нарушающие запланированные законы движения машины и порождающие неустойчивость рабочих процессов. Данные явления связаны с неуравновешенностью механизмов и могут быть учтены и исправлены на стадии проектирования.

Для подтверждения важности этих вопросов и правильного понимания природы неуравновешенности механических систем рассмотрим простую задачу, известную студентам из курса «Теоретическая механика».

Задача.

Диск массой $m = 10 \text{ кг}$ (Рис.2.1) вращается вокруг оси O с частотой $n = 10000 \text{ об/мин.}^1$. Центр тяжести диска смещен относительно оси вращения на величину $e = 1 \text{ мм.}^2$. Угловая скорость диска постоянна (т.е. коэффициент неравномерности $\delta \approx 0$).

Определить динамическую реакцию шарнира O .

Дано: $m = 10 \text{ кг}; n = 10000 \text{ об/мин.}; e = 1 \text{ мм.}$

Опр-ть: \bar{R} .

Рис.2.1

¹ Для сведения приведем частоты вращения известных машин:

1. ДВС (серийные) $900 \div 7000 \text{ об/мин.}$
2. Электродвигатели $1000 \div 15000 \text{ об/мин.}$
3. Вал реакт. двигателя до 18000 об/мин.
4. Центрифуги, гирокомпасы...до 30000 об/мин.

² Это может быть следствием некруглости диска, ошибки при определении его центра, ошибки при сверлении центрального отверстия, несплошности материала диска и т.д.

Решение.

Для определения динамической реакции применим принцип Д'Аламбера

$$|\bar{R}| = |\bar{F}^n|; \quad \bar{F}^n = -m \cdot \bar{a}_s; \quad \bar{a}_s = \bar{a}_s^t + \bar{a}_s^n; \quad \bar{a}_s^t = 0 \quad (\omega = \text{const});$$

$$F^n = m \cdot a_s^n = m \cdot \omega^2 e; \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10000}{60} = 1050 \text{ рад/с};$$

Окончательно имеем :

$$F^u = 10 \cdot 1050^2 \cdot 0,001 = 11000 \text{ Н} = 110 \cdot mg$$

Значит

$$R = F^u = 110 \cdot mg$$

Вывод. Полученный результат показывает, что при заданных исходных данных динамическая реакция в шарнире O превышает статическую в 110 раз !!! Причина этого – неуравновешенная сила инерции, действующая на центр масс механической системы. В данной несвободной системе отсутствие уравновешивающей активной силы приводит к появлению уравновешивающей реакции связи O . Так как направление реакции постоянно изменяется, эту реакцию называют динамической.

В рассмотренном случае ускоренное движение центра масс диска не было предусмотрено при проектировании, а явилось следствием незапланированной ошибки при изготовлении и сборке механизма. В этом смысле можно говорить о случайно возникшей неуравновешенности. В то же время, существует множество примеров, где ускоренное движение центра масс отдельных звеньев и механизма в целом является неизбежным и заранее запланированным фактором.

Рассмотрим, например, плоский механизм качающегося конвейера (Рис.2.2), динамический расчет которого выполняется в курсовом проекте по ТММ.

Пусть ведущее звено (кривошип) вращается равномерно. В то же время, другие звенья, совершая сложные движения, будут двигаться с ускорениями. Эти ускорения вызывают силы инерции, действующие на связи (опоры O , C , E), жестко закрепленные на корпусе. Сам корпус механизма прикреплен к фундаменту.

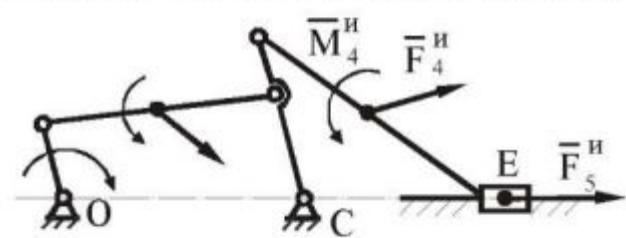


Рис.2.2

Таким образом, при движении механизма инерционные силы через корпус воздействуют на фундамент, вызывая его ответную реакцию. Это действие носит периодический характер в силу циклического характера движения самого механизма.

Для определения возможных вариантов периодического воздействия сил инерции на фундамент выполним операцию приведения действующей на механизм плоской системы сил инерции к центру O (Рис.2.3).

Из теоретической механики известно, что произвольная плоская система сил всегда может быть приведена к более простому виду. Для этого назначают про-

извольный центр приведения, в котором прикладывают главный вектор системы \bar{R}_{Σ}^u и ее главный момент \bar{M}_{Σ}^u . Для центра приведения O величину и направление этих векторов находим из векторных формул:

$$\text{- главный вектор } \bar{R}_{\Sigma}^u = \bar{F}_1^u + \bar{F}_2^u + \bar{F}_3^u \quad (2.1)$$

$$\text{- главный момент } \bar{M}_{\Sigma}^u = \bar{M}_2^u + \bar{M}_3^u + \bar{m}_0(\bar{F}_2^u) + \bar{m}_0(\bar{F}_3^u) \quad (2.2)$$

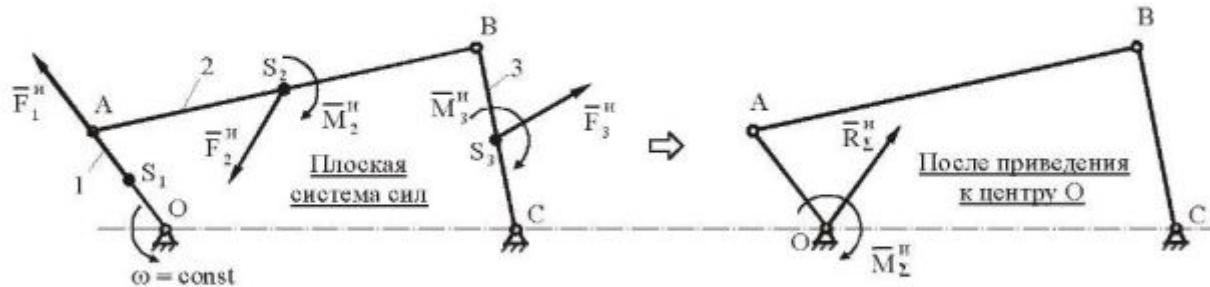


Рис.2.3

Выполнив процедуру приведения для ряда положений, анализируют результат и определяют вид неуравновешенности механизма:

1. Если силовое действие механизма на фундамент приводится только к периодически возникающей силе, то такую неуравновешенность механизма называют силовой.
2. Если силовое действие механизма на фундамент приводится только к периодически возникающей паре сил (моменту сил), такую неуравновешенность называют моментной.
3. Если силовое действие механизма на фундамент приводится к периодически возникающей силе и моменту сил одновременно, то такую неуравновешенность называют моментно - силовой.

Целью динамического уравновешивания механизмов является полное устранение или уменьшение вредного воздействия сил инерции на кинематические пары и фундамент при установленном режиме работы механизма.

Следует особо подчеркнуть, что уравновешиванию подлежат исключительно силы и моменты сил инерции !!! Например, сила веса механизма методами динамического уравновешивания не может быть устранена или уменьшена и является постоянной как в статике, так и в период движения.

2.2. Задачи динамического уравновешивания. Условия уравновешенности.

В соответствии с 3-мя видами динамической неуравновешенности различают 3 задачи и 3 соответствующие этим задачам условия уравновешенности:

1. Силовое уравновешивание механизма ($\bar{R}_{\Sigma}^u = 0$).
2. Моментное уравновешивание механизма ($\bar{M}_{\Sigma}^u = 0$).
3. Полное динамическое уравновешивание ($\bar{R}_{\Sigma}^u = 0 ; \bar{M}_{\Sigma}^u = 0$).

Рассмотрим последовательно реализацию этих задач на примере шарнирного четырехзвенника (кривошипно-коромысловый механизм).

2.3. Силовое уравновешивание плоского рычажного механизма¹

Постановка задачи: Данна кинематическая схема механизма (Рис. 2.3). Ведущее звено – кривошип ОА. Заданы длины звеньев, их массы, осевые моменты инерции. Скорость кривошипа $\omega = \text{const}$. Механизм работает в установленном режиме.

Требуется: Выполнить силовое уравновешивание механизма (т.е. добиться для любого момента времени выполнения условия $\bar{R}_{\Sigma}^n = 0$).

Решение:

Из теоретической механики известно, что главный вектор сил инерции механической системы может быть определен по векторной формуле:

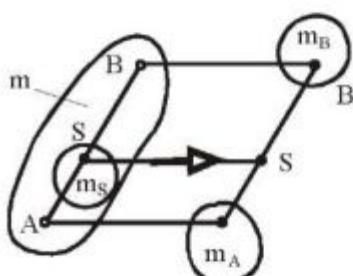
$$\bar{R}_{\Sigma}^n = -M \cdot \bar{a}_s \quad (2.3)$$

где M - масса системы,

\bar{a}_s - ускорение центра масс системы.

Как следует из (2.3), условие силовой уравновешенности ($\bar{R}_{\Sigma}^n = 0$) выполняется в двух случаях: либо $M = 0$, либо $\bar{a}_s = 0$. Первое является невозможным в силу материальности системы. Второе возможно, если центр масс совершает равномерное прямолинейное движение или является неподвижной точкой. Так как равномерное прямолинейное движение центра масс для механизма, закрепленного на фундаменте, есть явление невозможное, единственное решение проблемы – за счет конструктивных изменений механизма попытаться сделать его центр масс в любой момент времени неподвижной точкой.

Возможность этого можно доказать методом замещения масс. Метод позволяет распределять массу системы по точкам таким образом, чтобы масса системы и положение ее центра масс не изменились. Суть метода показана на рис.2.4.



Звено АВ с распределенной по объему массой m и центром масс в точке S заменяют невесомым звеном АВ, масса которого сконцентрирована в точке S или распределена по точкам А и В. При этом:

$$m = m_S = m_A + m_B \quad \text{и} \quad \begin{cases} m_A = m \frac{\ell_{BS}}{\ell_{AB}} \\ m_B = m \frac{\ell_{AS}}{\ell_{AB}} \end{cases} \quad (2.4)$$

Рис.2.4

¹ Силовое уравновешивание в литературе иногда называют статическим. Крайне неудачный термин укоренился вследствие того, что данный вид неуравновешенности может быть выявлен в статическом состоянии (без движения механизма). В то же время речь идет исключительно о динамическом явлении (т.к. динамические реакции возникают только в движении!!!)

Все три варианта звена АВ являются эквивалентными в смысле общей массы звена и положения его центра масс. Поэтому главный вектор сил инерции этих звеньев будет одинаков по величине, направлению и точке приложения.

Вернемся к шарнирному четырехзвеннику (Рис.2.3). По методу замещения масс выполним замену масс звеньев ОА, АВ и ВС массами, размещеными в точках О, А, В, С (Рис.2.5). После этой замены центр масс исходного механизма и замещающего механизма находятся в одном и том же месте. При движении

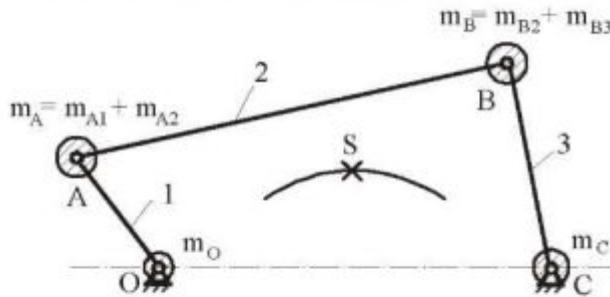


Рис.2.5

Чтобы их уравновесить, необходимо на звеньях 1 и 3 разместить противовесы $m_{\text{ПA}}$ и $m_{\text{ПB}}$ (Рис.2.6) таким образом, чтобы центры масс систем $[m_A - m_{\text{ПA}}]$

и $[m_B - m_{\text{ПB}}]$ находились бы соответственно в неподвижных точках О и С. Для этого необходимо выполнить условия:

$$\begin{cases} m_{\text{ПA}} \cdot r_1 = m_A \cdot \ell_{OA} \\ m_{\text{ПB}} \cdot r_3 = m_B \cdot \ell_{BC} \end{cases} \quad (2.5)$$

Задаваясь массами $m_{\text{ПA}}$ и $m_{\text{ПB}}$, получают требуемые значения r_1 и r_3 или, наоборот, задавшись расстояниями r_1 и r_3 , получают массы.

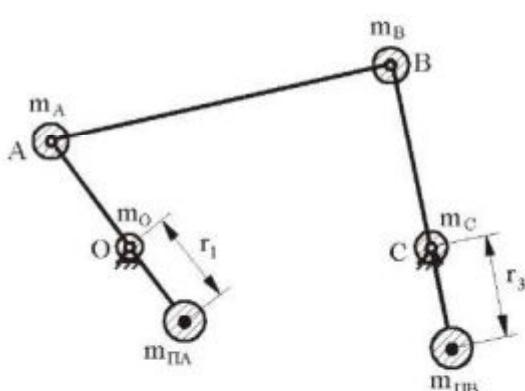


Рис.2.6

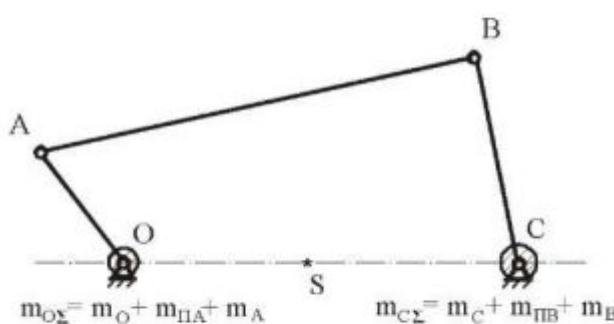


Рис.2.7

Окончательно получаем систему, в которой массы сосредоточены в неподвижных точках О и С (Рис.2.7). Поэтому общий центр масс S при движении механизма будет неподвижен!!!

Отсюда $\bar{a}_S = 0$; $\bar{R}_{\Sigma}^n = 0$. Следовательно - механизм уравновешен.

Вывод. Силовое уравновешивание кривошипно-коромыслового механизма можно выполнить с помощью дополнительных масс (противовесов), которые размещают на звеньях, которые врачаются вокруг неподвижных осей.

Аналогично могут быть уравновешены другие типы рычажных механизмов (например, кривошипно-ползунный механизм – рис.2.9).

Кроме установки противовесов могут быть использованы и другие методы динамического уравновешивания механизмов. На рис.2.10 приведены примеры использования свойств симметрии механизмов. В этом случае силы инерции неуравновешенных масс попарно уравновешивают друг друга. Такие решения позволяют облегчить механизм и сэкономить материал, что в свою очередь удешевляет как изготовление, так и эксплуатацию машин, где они используются.

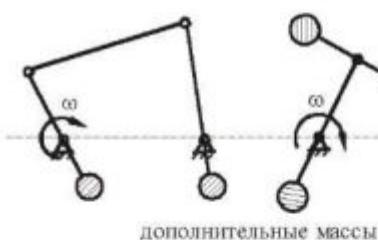


Рис. 2.8

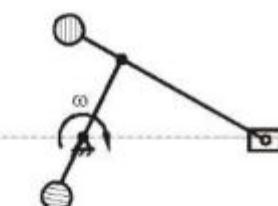


Рис.2.9



Рис. 2.10

2.4. Моментное уравновешивание плоского рычажного механизма

Условие моментного уравновешивания – $\bar{M}_{\Sigma}^n = 0$.

Моментное уравновешивание в качестве самостоятельного метода динамического уравновешивания механизмов выполняется крайне редко. Гораздо чаще этот вид уравновешивания выполняют для создания полной динамической уравновешенности. Действительно, если моментное уравновешивание является второй стадией и выполняется после силового уравновешивания с учетом всех изменений в механизме (дополнительные массы), то оно приводит к полному уравновешиванию механизма.

Для этого, перед началом моментного уравновешивания, для ряда различных положений механизма с дополнительными массами (противовесами) определяют главный момент сил инерции и строят график зависимости его от положения ведущего звена $M_{\Sigma}^n(\varphi_1)$ (Рис.2.12). За центр приведения принимают точку O , использованную в качестве центра приведения при силовом уравновешивании.

Например, для механизма (Рис.2.11) будем иметь:

$$\tilde{M}_{0\Sigma}^n = \tilde{M}_2^n + \tilde{M}_3^n + \tilde{m}_0(\bar{F}_2^n) + \tilde{m}_0(\bar{F}_3^n) + \tilde{m}_0(\bar{F}_{PB}^n) \quad (2.6)$$

В общем случае график $M_{\Sigma}^n(\varphi_1)$ представляет собой непостоянную периодически изменяющуюся функцию (в силу циклического характера движения механизма). Задачей моментного уравновешивания является подбор и приложение к механизму такого «компенсирующего» момента, при котором для любого момента времени выполнялось бы равенство:

$$\bar{M}_{\Sigma}^n + \bar{M}_K = 0 \quad (2.7)$$

На рис.2.12 изображен компенсирующий момент, идеально подобранный для условий работы конкретного механизма. Реально, добиться такого идеального соответствия главного момента инерции и компенсирующего весьма тяжело. Главной причиной этого является невозможность создания источника компенсирующего момента, обеспечивающего сложные законы его изменения.

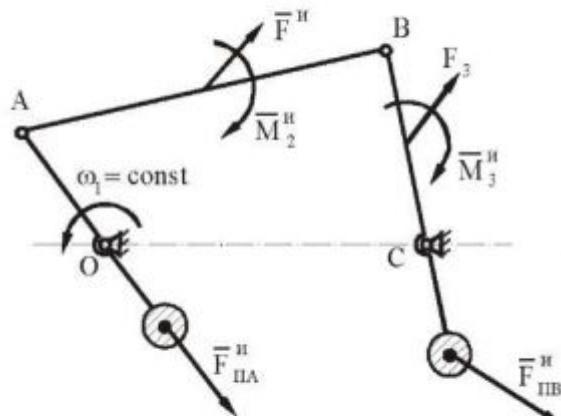


Рис.2.11

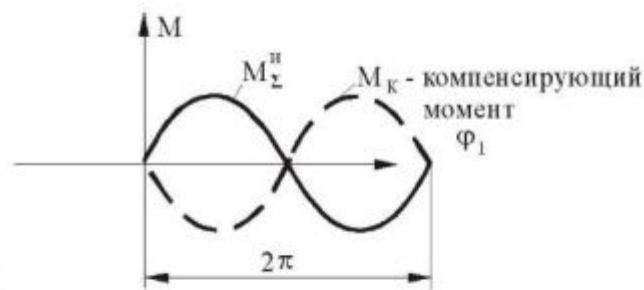


Рис.2.12

Как правило, компенсирующий момент создают специальным механизмом,

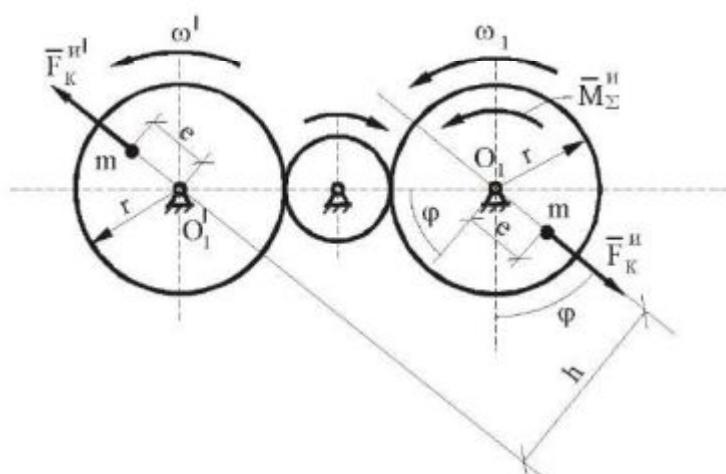


Рис.2.13

инерции, изменяющейся по гармоническому закону:

$$\tilde{M}_k = F_1'' \cdot h = \underbrace{m \omega_1^2 \cdot e}_{F_1''} \cdot \underbrace{O_1 O_2' \cdot \cos \varphi}_h \quad (2.8)$$

Параметры компенсирующего механизма и начальную фазу можно подобрать так, чтобы максимально приблизиться к идеальной кривой компенсирующего момента (рис. 2.12). Если этого сделать не удается, то получают систему с неполным (частичным) уравновешиванием, а значит, с частичным погашением динамических усилий. Использование такого компенсирующего механизма будет полезным и в этом случае.

Лекция 3

УРАВНОВЕШИВАНИЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ МАСС (ЧАСТЬ I). УСЛОВИЯ УРАВНОВЕШЕННОСТИ РОТОРОВ

- 3.1. Динамические нагрузки, возникающие при вращении тел. Классификация вращающихся тел по характеру распределения масс. ([1], §62; [2], Гл.6, §6.3)
- 3.2. Условия уравновешенности вращающихся сплошных тел. ([1], §62; [2], Гл.6, §6.3)

3.1. Динамические нагрузки, возникающие при вращении тел. Классификация вращающихся тел по характеру распределения масс.

На предыдущей лекции рассматривалась задача динамического уравновешивания (силового и моментного) плоских рычажных механизмов. Реальные ускорения звеньев таких механизмов незначительны в силу тихоходности машины. Поэтому динамические составляющие нагрузки на кинематические пары и фундамент сопоставимы или меньше статических нагрузок.

Иная ситуация возникает в машинах и механизмах с быстро вращающимися массами (валы, диски, шкивы, маховики, колёса, турбины, лопастные ветряные двигатели, воздуходувки, компрессоры, коленчатые валы и т.д.). Не спасает положение даже равномерное вращение этих масс. Как следует из задачи, рассмотренной в лекции 2, даже при равномерном вращении тела несовпадение центра масс с осью вращения приводит к нормальному ускорению центра масс пропорциональному квадрату угловой скорости ω^2 ($a_c^n = \omega^2 \cdot r_c$, где r_c – эксцентриситет положения центра масс относительно оси вращения). Отсюда следуют постоянно действующая центробежная сила инерции и, как следствие, динамические реакции, уравновешивающие ее.

По данным исследования ткацких станков – некоторые детали (например, веретенные устройства) вращаются с частотой до 60000 об/мин (1000 об/сек !!!). Динамические нагрузки в этом случае могут превышать расчетные статические в *сотни раз!!!* В этой связи, вопрос об уравновешивании механизмов особенно актуален для механизмов с быстро вращающимися тяжелыми массами.

Следует отметить, что условия неуравновешенности вращающихся масс иногда создаются намеренно. Такой прием, например, часто используется в вибрационных машинах (конвейерах, дозаторах, вибромолотах, виброгрохотах и др.).

В зависимости от распределения масс все вращающиеся тела могут быть условно классифицированы на:

1. Сплошные тела (массивы) – валы, колеса, роторы электрических машин и др.
2. Тела с точечным (дискретным) распределением масс – коленчатые валы, кулачковые валы, центрифуги и др.

3.2. Условия уравновешенности сплошных тел (массивов).

Рассмотрим ротор-массив (Рис.3.1), вращающийся ускоренно ($\omega \neq 0, \varepsilon \neq 0$) вокруг оси z. Выделим в теле ротора малую конечную массу m_k и покажем силы инерции, действующие на неё.

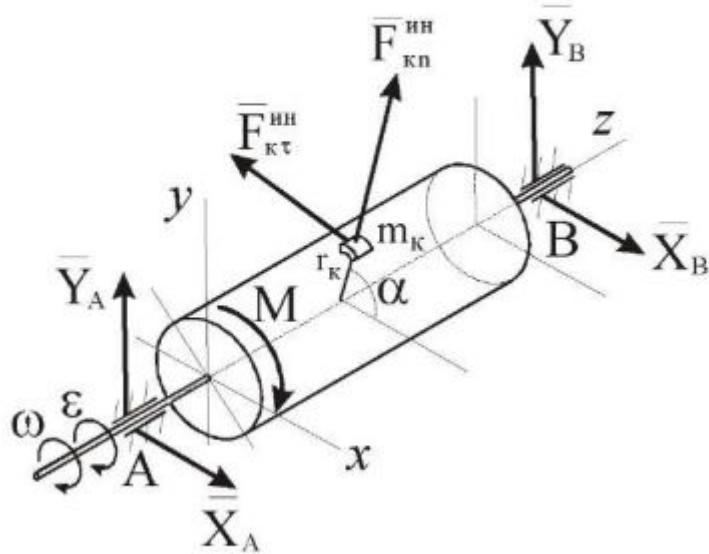


Рис.3.1

Величины этих сил:

$$\begin{cases} F_{kn}^{in} = m_k \cdot \omega^2 \cdot r_k, \\ F_{kt}^{in} = m_k \cdot \varepsilon \cdot r_k \end{cases}, \quad (3.1)$$

где r_k – расстояние от массы m_k до оси вращения z.

Силы инерции, приложенные ко всем частицам ротора, образуют пространственную систему сил. Если данная система сил будет неуравновешенной, это вызовет появление уравновешивающих реакций в опорах А и В. Так как направление сил инерции при вращении ротора постоянно меняется, постоянно меняются по направлению и реакции опор. В этой связи, составляющие полных реакций, вызванные действием сил инерции вращающихся масс ротора, называют «динамическими».

Динамические реакции в подшипниках вала не возникнут, если система сил инерции вращающихся масс будет уравновешенной. Из теоретической механики известно, что для уравновешенности пространственной системы сил необходимо выполнение условия:

$$\bar{R}^{in} = \sum \bar{F}_k^{in} = 0 \quad \text{и} \quad \sum \vec{m}_0 (\bar{F}_k^{in}) = 0 \quad (3.2)$$

Это условия равновесия пространственной системы сил в векторной форме. В аналитической форме эти условия записутся в виде 6-ти уравнений равновесия:

$$\begin{cases} \sum F_{kx}^{in} = 0; & \sum F_{ky}^{in} = 0; & \sum F_{kz}^{in} = 0 & * \\ \sum \tilde{m}_x (\bar{F}_k^{in}) = 0; & \sum \tilde{m}_y (\bar{F}_k^{in}) = 0; & \sum \tilde{m}_z (\bar{F}_k^{in}) \neq 0 & ** \end{cases} \quad (3.3)$$

В системе (3.3) строка (*) выражает условие *силовой уравновешенности* ротора. Стока (**) – условие его *моментной уравновешенности* при вращении вокруг осей x и y .¹ Выполнение обоих условий приводит к *полной динамической уравновешенности* ротора.

Рассмотрим, при каких условиях выполняется силовая уравновешенность ротора, т.е. условие (*).

Из теоретической механики известно, что главный вектор \vec{R}^{in} сил инерции механической системы может быть определен по формуле:

$$\vec{R}^{in} = -M \vec{a}_c, \quad (3.4)$$

где M - масса системы;

\vec{a}_c - ускорение центра масс C системы.

Как было показано в (3.2), для силовой уравновешенности необходимо обеспечить $\vec{R}^{in} = 0$. Подставляя это значение в (3.4) получим:

$$M \vec{a}_c = 0, \text{ т.е. } M (\vec{a}_c^t + \vec{a}_c^n) = 0 \quad (3.5)$$

(Напомним, что в рычажных механизмах это условие выполнялось при неподвижном центре масс системы !!!)

Спроектируем (3.5) на оси x и y (Рис.3.2).

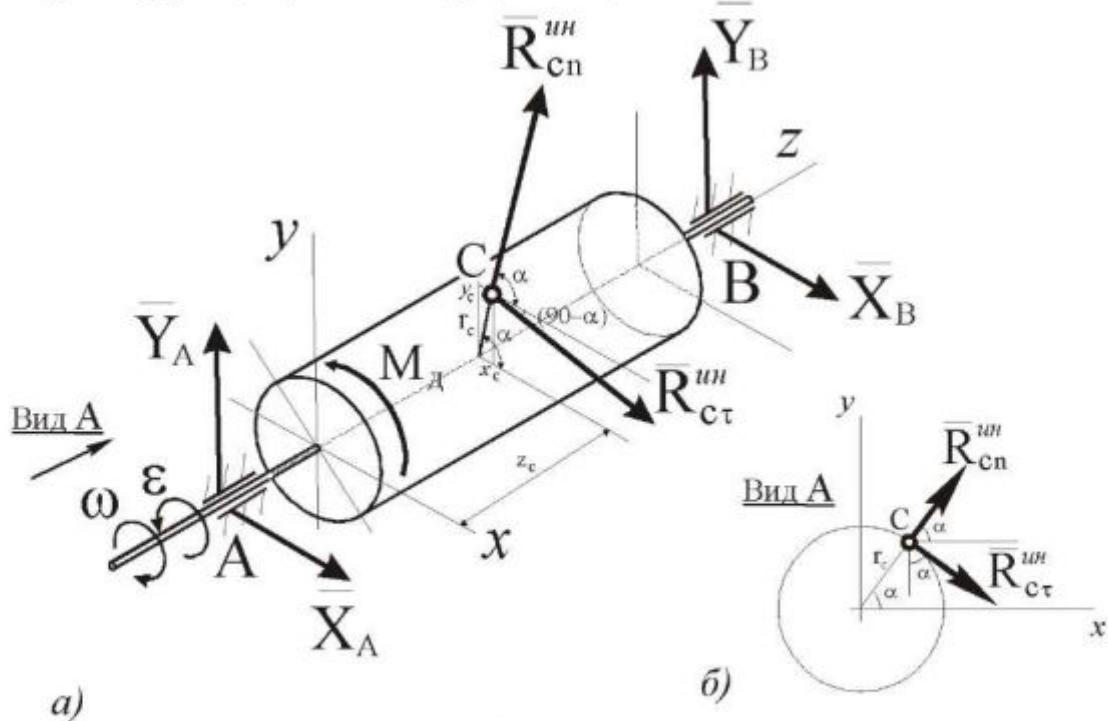


Рис.3.2

¹ Моментная уравновешенность при вращении вокруг оси z отсутствует, т.к. $\epsilon \neq 0$.

Получим:

$$\begin{cases} R_{cx}^{uh} = 0; \\ R_{cy}^{uh} = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} M \omega^2 r_c \cos \alpha + M \varepsilon r_c \sin \alpha = 0 \\ M \omega^2 r_c \sin \alpha - M \varepsilon r_c \cos \alpha = 0 \end{cases}, \quad (3.6)$$

Учитывая (см. Рис.3.2), что $r_c \cos \alpha = x_c$ и $r_c \sin \alpha = y_c$ получим:

$$\begin{cases} M \omega^2 x_c + M \varepsilon y_c = 0 \\ M \omega^2 y_c - M \varepsilon x_c = 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \omega^2 x_c + \varepsilon y_c = 0 \\ -\varepsilon x_c + \omega^2 y_c = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Главный определитель системы (3.7) $\omega^4 + \varepsilon^2 \neq 0$ не равен нулю ни при каких значениях ω и ε . Следовательно, система (3.7) имеет единственное решение - «нулевое», т.е. $x_c = 0; y_c = 0$. Полученный результат означает, что центр масс ротора должен лежать на оси вращения. Это условие – условие статической уравновешенности ротора.

Для полного динамического уравновешивания ротора необходимо дополнительно выполнить моментное уравновешивание, т.е. выполнить условия (***) в системе (3.3) и потребовать чтобы $\sum \tilde{m}_x (\bar{F}_k^{uh}) = 0$ и $\sum \tilde{m}_y (\bar{F}_k^{uh}) = 0$.

Рассмотрим ротор (Рис.3.3) как совокупность вращающихся вокруг оси z малых конечных масс m_k , к которым приложены силы инерции \bar{F}_{kn}^{uh} и $\bar{F}_{k\tau}^{uh}$.

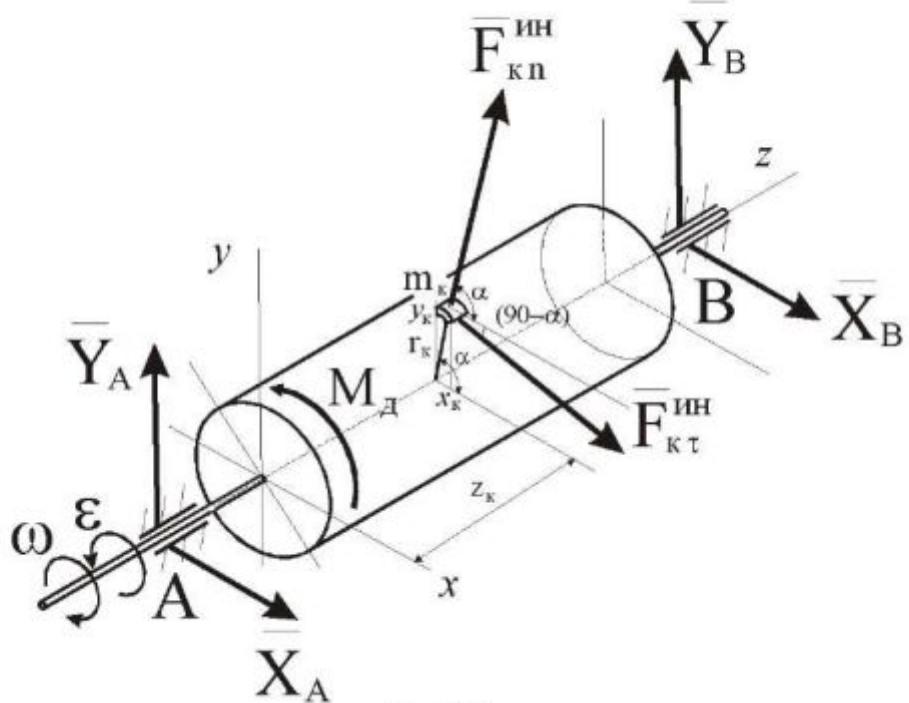


Рис.3.3.

Вычислим алгебраическую сумму моментов сил инерции относительно осей x и y . Получим:

$$\begin{cases} \sum \tilde{m}_x (\bar{F}_k^{in}) = 0; & \sum m_k \omega^2 y_k z_k - \sum m_k \epsilon x_k z_k = 0 \\ \sum \tilde{m}_y (\bar{F}_k^{in}) = 0; & \sum m_k \omega^2 x_k z_k + \sum m_k \epsilon y_k z_k = 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Систему (3.8) можно записать в более простом виде, если учесть:

$$\begin{aligned} \sum m_k y_k z_k &= I_{yz}, \\ \sum m_k x_k z_k &= I_{xz}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

где I_{xz}, I_{yz} - центробежные моменты инерции относительно осей xz и yz .

Тогда из (3.8) получим:

$$\begin{cases} \omega^2 I_{yz} - \epsilon I_{xz} = 0 \\ \omega^2 I_{xz} + \epsilon I_{yz} = 0 \end{cases}, \quad (3.10)$$

Главный определитель системы (3.10) $\omega^4 + \epsilon^2 \neq 0$. Следовательно, единственное решение - $I_{xz} = 0; I_{yz} = 0$. Это означает, что моментная уравновешенность будет достигнута, если ось вращения ротора будет его главной осью инерции. Если это условие не выполняется, то вал будет не уравновешенным даже, если центр масс лежит на оси вращения.



Рис.3.4

В то же время, силы \bar{F}_1^{in} и \bar{F}_2^{in} образуют пару сил, которая в любой момент времени уравновешивается парой динамических реакций \bar{R}_{dA} и \bar{R}_{dB} . Таким образом, несмотря на то, что центр масс C системы дискретных масс лежит на оси вращения, полной динамической уравновешенности нет. Это произошло

потому, что не выполнеными остались условия моментной уравновешенности (для показанного положения вала $\tilde{m}_x(\bar{F}_k^{un}) \neq 0$), а ось вращения z не всегда является главной осью инерции вала (для показанного положения $I_{xz} \neq 0$).

Примечание.

Аналогии силовой и моментной неуравновешенности можно найти в других учебных дисциплинах и науках. Так, например, в курсе «Сопротивление материалов», раздел «Геометрические характеристики плоских сечений» студентов учат определять положение центра тяжести плоского сечения сложной формы, а затем положение главных осей инерции этого же сечения (Рис.3.5). При этом, правильность решения этой задачи можно оценить, представив себе виртуальное вращение сечения вокруг оси, которую считают

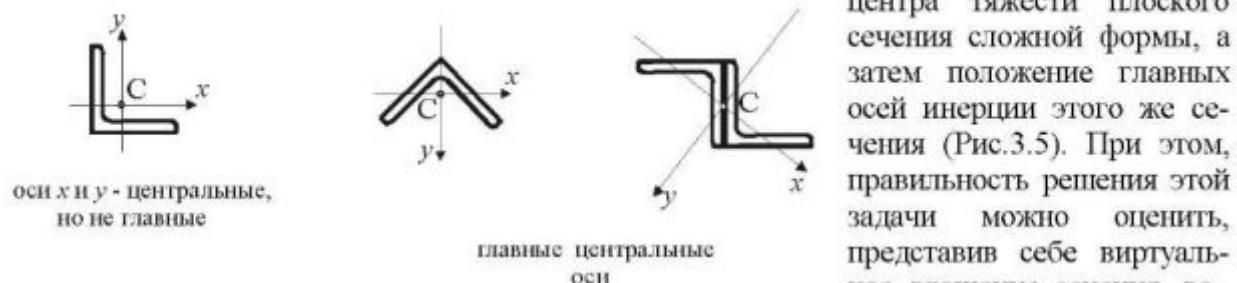


Рис.3.5

главной центральной. Задача решена верно, если центробежные силы инерции, приложенные к частям сечения по разные стороны от главной оси, не образуют разворачивающую сечение пару сил.

Выводы :

Для уравновешивания вращающегося ротора-массива необходимо выполнить 2 условия:

1. Центр масс ротора должен находиться на оси вращения, т.е. необходимо, чтобы $x_c = y_c = 0$ (это условие статической (силовой) уравновешенности ротора);
2. Ось вращения ротора должна быть его главной осью инерции, т.е. требуется, чтобы $I_{xz} = I_{yz} = 0$ (это условие моментной уравновешенности ротора).

Лекция 4

УРАВНОВЕШИВАНИЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ МАСС (ЧАСТЬ II).

УРАВНОВЕШИВАНИЕ ТОЧЕЧНЫХ (ДИСКРЕТНЫХ) МАСС

- 4.1. Практические задачи, сводящиеся к уравновешиванию вала с точечными массами.
- 4.2. Уравновешивание вращающихся точечных (дискретных) масс, расположенных в одной плоскости, перпендикулярной оси вращения.
- 4.3. Уравновешивание вращающихся дискретных масс, расположенных произвольно (общий случай). ([1], §62; [2], Гл.6, §6.3 - §6.4)
- 4.4. Балансировка роторов. ([2], Гл.6, §6.5)

4.1. Практические задачи, сводящиеся к уравновешиванию вала с точечными массами.

В технике широкое распространение получили механизмы с вращающимися валами неправильной формы и вращающимися некруглыми деталями, центр тяжести которых смещен относительно оси вращения.

Примером первых механизмов могут служить коленчатые валы двигателей внутреннего сгорания (ДВС). На рис.4.1 а,б показан общий вид и расчетная схема коленвала ДВС для случая, когда угловая скорость вала постоянна. Силы инерции Даламбера приложены в центрах тяжести шатунных шеек вала. Динамические реакции, уравновешивающие эти силы инерции, приложены в опорах вала.

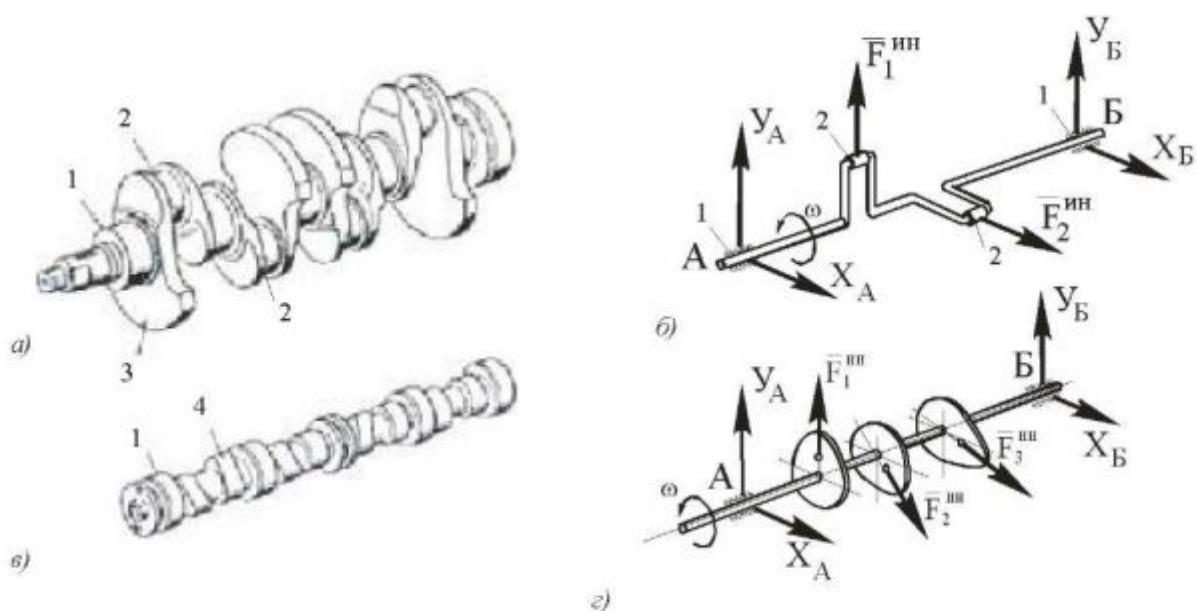


Рис.4.1. Коленчатый вал (а, б) и кулачковый вал (в, г) ДВС с изображением сил для кинетостатического расчета (1 – шейка вала; 2 – шатунная шейка; 3 - противовес; 4 – кулачок).

Примером второй группы механизмов могут служить кулачковые валы механизмов газораспределения ДВС. На рис.4.1 в,г показан общий вид и расчетная схема кулачкового вала для случая, когда угловая скорость вала постоянна. Силы инерции Даламбера приложены в центрах тяжести кулачков. Динамические реакции – в шейках вала.

В обоих примерах появление динамических реакций является следствием ускоренного движения неуравновешенных точечных масс (если массы шатунных шеек и кулачков условно сконцентрировать в их центрах тяжести).

Одним из способов снижения (или полного устранения) динамических реакций для валов со смещенными точечными массами является установка соответствующих противовесов для каждой из неуравновешенных точечных масс. В кулачковом вале это условие можно реализовать за счет увеличения толщины кулачка на его «легкой» стороне. В то же время такой подход к уравновешиванию вала нельзя считать рациональным, т.к. в общем случае дисбалансы отдельных точечных масс могут частично уравновешивать друг друга. Кроме того, применение этого способа уравновешивания для коленвала затруднено необходимостью установки противовеса на траектории движения шатуна.

На практике применяются более эффективные способы уравновешивания валов с точечными массами. Для лучшего понимания принципов уравновешивания вала с массами, расположенными произвольно, решим сначала эту задачу для частного случая, когда точечные массы лежат в одной плоскости, перпендикулярной оси вращения вала.

4.2. Уравновешивание вращающихся точечных (дискретных) масс, расположенных в одной плоскости, перпендикулярной оси вращения.

Пусть лежащие в одной плоскости точечные массы m_1, m_2, m_3 вращаются вокруг оси z , перпендикулярной этой плоскости, с постоянной угловой скоростью ($\omega = \text{const}$) – рис. 4.2.

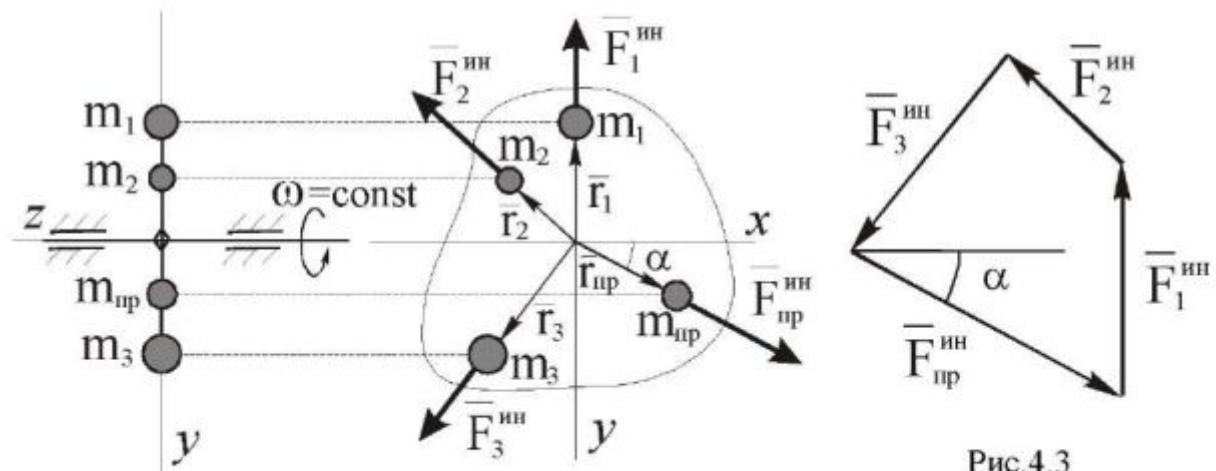


Рис.4.3

Рис.4.2

Силы инерции Даламбера, прикладываемые к точечным массам, равны

$$\bar{F}_k^{in} = m_k \omega^2 \bar{r}_k \quad (4.1)$$

и образуют плоскую сходящуюся систему сил.

Для равновесия плоской сходящейся системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор системы был равен нулю. Другими словами, силовой многоугольник, построенный при векторном сложении сил, должен быть замкнутым. Выполнение этого условия в нашем примере (Рис.4.2) говорило бы о полной уравновешенности вала и об отсутствии динамических реакций в опорах.

Если силы инерции при суммировании не образуют замкнутый многоугольник, то данная система сил будет неуравновешенной. Для восстановления равновесия силовой многоугольник замыкают дополнительной силой. Эту силу (дополнительную силу инерции) получают установкой на вал дополнительной массы (противовеса). Параметры противовеса подбирают таким образом, чтобы обеспечить выполнение условия равновесия.

В приведенной выше задаче, требуется уравновесить 3 известные массы, расположение которых известно заранее. Следовательно, при установке противовеса необходимо потребовать выполнение равенств:

$$\sum_{k=1}^3 \bar{F}_k^{in} + \bar{F}_{np}^{in} = 0, \quad m.e. \quad \bar{F}_1^{in} + \bar{F}_2^{in} + \bar{F}_3^{in} + \bar{F}_{np}^{in} = 0 \quad (4.2)$$

где \bar{F}_{np}^{in} - сила инерции противовеса.

Тогда с учетом (4.1):

$$m_1 \omega^2 \bar{r}_1 + m_2 \omega^2 \bar{r}_2 + m_3 \omega^2 \bar{r}_3 + m_{np} \omega^2 \bar{r}_{np} = 0 \quad (4.3)$$

В уравнении (4.3) неизвестно только произведение $(m_{np} \cdot \bar{r}_{np})$. Значит, для уравновешивания системы грузов, необходимо подобрать массу противовеса, его расстояние от оси вращения и положение относительно других грузов. Все подобранные параметры должны удовлетворить условию (4.3).

Эту задачу можно решить графически путем построения векторного многоугольника сил (Рис.4.3). При этом вектора $\bar{F}_k^{in} = m_k \omega^2 \bar{r}_k$ вычисляют по величине и изображают в масштабе с учетом их направлений. Направление и величину \bar{F}_{np}^{in} определяют из чертежа (измеряя угол α и $|\bar{F}_{np}^{in}|$).¹

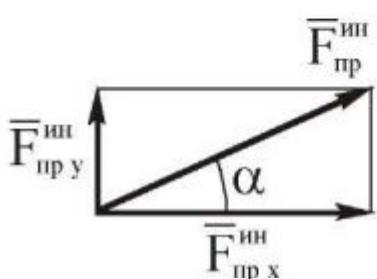
¹ Левую и правую часть уравнения (4.3) можно разделить на ω^2 , после чего векторная сумма сил инерции становится суммой векторов $\sum m_k \cdot \bar{r}_k$. Произведение $m_k \cdot \bar{r}_k$ часто называют вектором дисбаланса массы m_k , а сумму векторов $\sum m_k \cdot \bar{r}_k$ - главным вектором дисбалансов. Таким образом, при графическом решении задачи план сил инерции может быть заменен суммой векторов дисбалансов известных масс и противовеса.

После определения F_{np}^{in} , с учетом, что ω^2 известно, можно определить величину произведения $m_{np} \cdot r_{np}$ (статический момент массы m_{np} относительно оси вращения). В этом произведении две неизвестные величины. На практике задаются одним из параметров, определяя другой расчетным путем. Например:

$$m_{np} = \square \text{ кг} \Rightarrow r_{np} = \dots \quad \text{или} \quad r_{np} = \square \text{ м} \Rightarrow m_{np} = \dots$$

Задачу уравновешивания вращающихся дискретных масс можно решить аналитически. Для этого используют условие равновесия сходящейся системы сил в аналитической форме. Из условия равенства нулю суммы проекций сил инерции имеем:

$$\begin{cases} \sum \bar{F}_{kx}^{in} = 0 \\ \sum \bar{F}_{ky}^{in} = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{определяют } \bar{F}_{np\,x}^{in} \text{ и } \bar{F}_{np\,y}^{in} \quad (4.4)$$



Тогда величину и направление \bar{F}_{np}^{in} можно определить из рис.4.4 :

$$F_{np}^{in} = \sqrt{F_{np\,x}^{in\,2} + F_{np\,y}^{in\,2}} \quad \alpha = \arctg \frac{F_{np\,y}^{in}}{F_{np\,x}^{in}} \quad (4.5)$$

Рис.4.4

Выполненное силовое уравновешивание вала является одновременно полным динамическим. Действительно, сходящаяся система сил не может создать неуравновешенную пару сил, а значит, не требует моментного уравновешивания.

Выводы :

1. Вращающиеся дискретные массы, расположенные в одной плоскости, перпендикулярной оси вращения можно уравновесить установкой противовеса в той же плоскости.
2. Силовое уравновешивание в этом случае является одновременно полным динамическим.

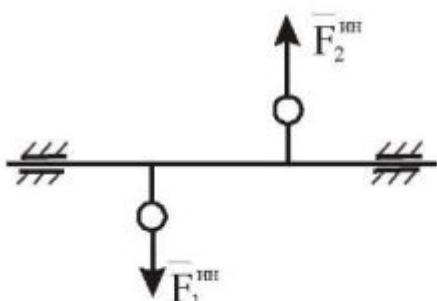


Рис.4.5

Примечание.

Если массы не находятся в одной плоскости, перпендикулярной оси вращения (см. Рис.4.5), то силы инерции не образуют сходящуюся систему сил и могут образовать неуравновешенную пару сил. Эту пару можно уравновесить только парой, направленной противоположно (в данном случае уравновешивающей является пара динамических реакций в опорах вала).

4.3. Уравновешивание вращающихся дискретных масс, расположенных произвольно (общий случай).

Пусть вал (рис.4.6) с дискретными массами m_1, m_2, m_3 , расположенными в разных плоскостях, вращается с постоянной угловой скоростью ($\omega = \text{const}$) .

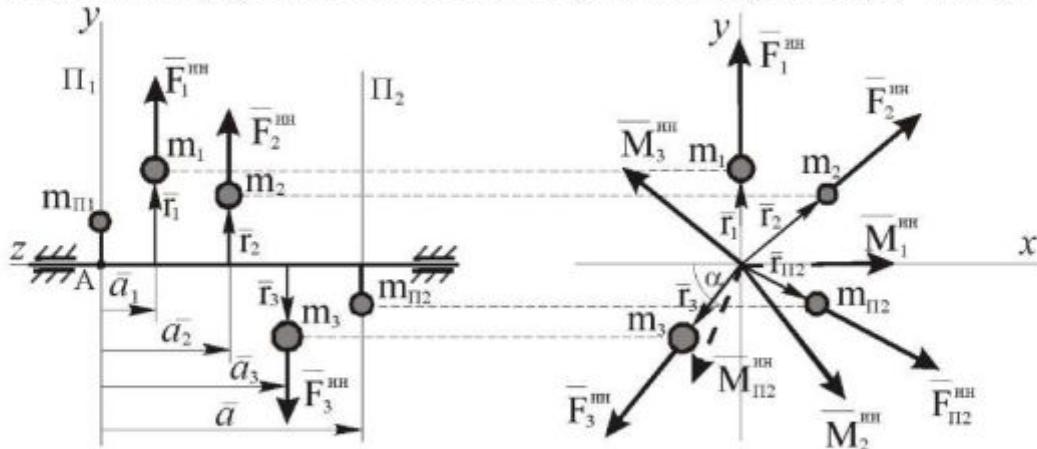


Рис.4.6

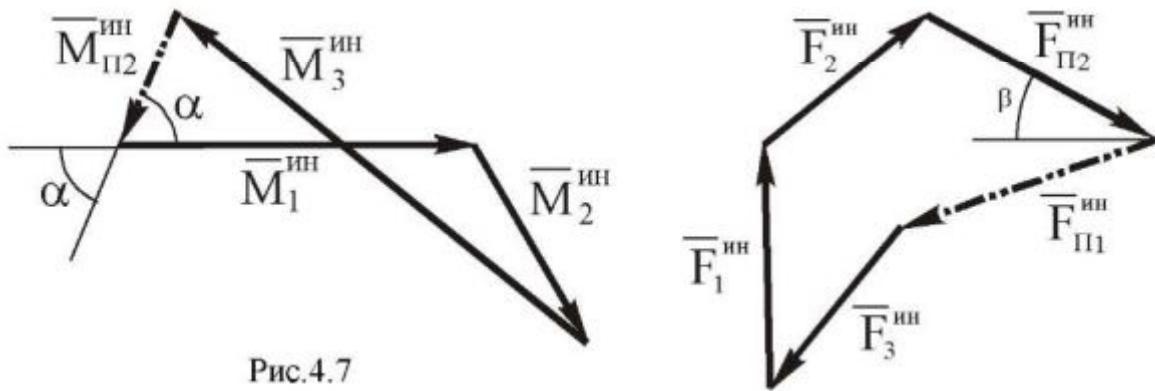


Рис.4.7

Рис.4.8

Силы инерции $\bar{F}_k^{\text{ин}} = m_k \omega^2 \bar{r}_k$ могут вызвать динамические реакции в опорах вала. Динамические реакции не возникнут, если система сил инерции и моментов сил инерции будут уравновешенными.

В произвольном месте вала проведем две плоскости Π_1 и Π_2 (рис. 4.6). Попытаемся двумя массами $m_{\Pi 1}$ и $m_{\Pi 2}$, расположенными в этих плоскостях, уравновесить силы инерции $\bar{F}_1^{\text{ин}}, \bar{F}_2^{\text{ин}}, \bar{F}_3^{\text{ин}}$. Противовесы $m_{\Pi 1}$ и $m_{\Pi 2}$, также дадут силы инерции $\bar{F}_{\Pi 1}^{\text{ин}}$ и $\bar{F}_{\Pi 2}^{\text{ин}}$. Система сил $(\bar{F}_1^{\text{ин}}, \bar{F}_2^{\text{ин}}, \bar{F}_3^{\text{ин}}, \bar{F}_{\Pi 1}^{\text{ин}}, \bar{F}_{\Pi 2}^{\text{ин}})$ должна быть уравновешенной. Для этого необходимо выполнение условий

$$\bar{R}_{\Sigma}^{\text{ин}} = 0 \quad \text{и} \quad \bar{M}_A^{\text{ин}}(\bar{F}_k^{\text{ин}}) = 0 \quad (4.6)$$

Из (4.6) следуют уравнения равновесия:¹

$$\underline{\underline{F}}_{\underline{\underline{1}}}^{uh} + \underline{\underline{F}}_{\underline{\underline{2}}}^{uh} + \underline{\underline{F}}_{\underline{\underline{3}}}^{uh} + \underline{\underline{F}}_{H1}^{uh} + \underline{\underline{F}}_{H2}^{uh} = 0 \quad - \text{ (4 неизвестных)} \quad (4.7)$$

$$\underline{\underline{M}}_{AH1}^{uh} + \underline{\underline{M}}_{A1}^{uh} + \underline{\underline{M}}_{A2}^{uh} + \underline{\underline{M}}_{A3}^{uh} + \underline{\underline{M}}_{AH2}^{uh} = 0 \quad - \text{ (2 неизвестных)} \quad (4.8)$$

Проведем анализ уравнений на возможность графического решения. Уравнение (4.7) имеет 4 неизвестных параметра, т.е. графически не решается. Уравнение (4.8) имеет 2 неизвестных, т.е. позволяет графическое решение.

Перепишем (4.8) в виде:

$$\bar{a}_1 \times m_1 \omega^2 \bar{r}_1 + \bar{a}_2 \times m_2 \omega^2 \bar{r}_2 + \bar{a}_3 \times m_3 \omega^2 \bar{r}_3 + \bar{a} \times m_{H2} \omega^2 \bar{r}_{H2} = 0 \quad (4.9)$$

где $m_k \cdot \bar{r}_k$ - статический момент массы m_k .

Уравнение (4.9) можно решить путем построения замкнутого векторного многоугольника.

Величины и направления векторов моментов \bar{M}_{Ak}^{uh} в формуле (4.9) находят по правилу векторного произведения. Величины определяют по формуле:

$$|\bar{M}_{Ak}^{uh}| = a_k \cdot m_k \omega^2 r_k \cdot \sin 90^\circ \quad (4.10)$$

При определении направлений используют общее правило. Каждый вектор \bar{M}_{Ak}^{uh} (как результат векторного произведения векторов \bar{a}_k и \bar{r}_k) имеет направление, перпендикулярное плоскости, образованной этими векторами, и направлен туда, откуда кратчайший поворот \bar{a}_k к \bar{r}_k видится против хода часовой стрелки.

Используя это правило, определим направления \bar{M}_{A1}^{uh} , \bar{M}_{A2}^{uh} , \bar{M}_{A3}^{uh} и покажем их на чертеже (Рис.4.6). Далее, реализуя векторное равенство (4.8), строим векторный многоугольник (Рис. 4.7). Из рисунка определим $|\bar{M}_{H2}^{uh}|$ и угол α , после чего покажем вектор \bar{M}_{H2}^{uh} на чертеже (Рис.4.6). Затем поворотом на 90° определим направление \bar{r}_{H2} .

Таким образом, при известных $|\bar{M}_{H2}^{uh}|$, \bar{a} и ω , становится возможным определить произведение $(m_{H2} \cdot r_{H2})$. Для получения определенности, одной из неизвестных величин задаются, а другую определяют расчетным путем.

Полученный на данном этапе результат означает, что в плоскости H_2 установлена дополнительная масса m_{H2} , устраняющая моментную неуравновешенность вала (т.е. условие (4.8) является выполненным).

¹ В уравнениях (4.7), (4.8), (4.11) и (4.12) подчеркивание вектора двумя чертами означает, что величина и направление вектора известны. Отсутствие подчеркивания говорит о том, что эти параметры являются неизвестными. Число неизвестных в уравнениях посчитано с учетом недостающих черт.

Далее устраняется силовая неуравновешенность вала. Перепишем (4.7) в виде

$$\underline{\underline{F}}_1^{un} + \underline{\underline{F}}_2^{un} + \underline{\underline{F}}_3^{un} + \underline{\underline{F}}_{\pi 1}^{un} + \underline{\underline{F}}_{\pi 2}^{un} = 0 \quad (4.11)$$

$$\underline{\underline{m}_1 \omega^2 \bar{r}_1} + \underline{\underline{m}_2 \omega^2 \bar{r}_2} + \underline{\underline{m}_3 \omega^2 \bar{r}_3} + \underline{\underline{m}_{\pi 1} \omega^2 \bar{r}_{\pi 1}} + \underline{\underline{m}_{\pi 2} \omega^2 \bar{r}_{\pi 2}} = 0 \quad (4.12)$$

Так как масса $m_{\pi 2}$ и радиус-вектор $\bar{r}_{\pi 2}$ определены на первом этапе, количество неизвестных параметров в уравнениях (4.11) и (4.12) сократилось до двух. Значит, задачу по определению $\underline{\underline{F}}_{\pi 1}^{un}$ можно решить графически. Из векторного многоугольника (Рис.4.8) определим $|\underline{\underline{F}}_{\pi 1}^{un}| = m_{\pi 1} \omega^2 \bar{r}_{\pi 1}$ и угол β . Переносим найденные величины на рис.4.6. Далее, при известной ω^2 , определим $m_{\pi 1}$ (задавшись $\bar{r}_{\pi 1}$) или наоборот.

Полученный на втором этапе результат означает, что в плоскости H_1 установлена дополнительная масса, устраняющая силовую неуравновешенность вала (т.с. выполненным является условие (4.7)). Следует особо подчеркнуть, что установка дополнительной массы в плоскости H_1 не приводит к нарушению выполненной ранее моментной уравновешенности вала (т.к. для любой такой массы $\bar{a}_{\pi 1} = 0$).

Таким образом, полное динамическое уравновешивание вала с произвольно расположенными дискретными массами достигается установкой двух дополнительных масс. При этом, сначала устраняется моментная неуравновешенность, а затем силовая. Данный метод уравновешивания называют *методом двух грузов*.

Задача уравновешивания может быть решена аналитически (т.е. в проекциях на оси плоской системы координат). Формулы для аналитического решения вытекают из векторных формул. Студентам предлагается получить эти формулы самостоятельно.

Выводы:

1. Полное динамическое уравновешивание вала с произвольно расположеными дискретными массами возможно путем установки двух противовесов в произвольно выбранных плоскостях.
2. Полное динамическое уравновешивание выполняют в два этапа. Вначале выполняют моментное уравновешивание установкой противовеса 1 в плоскости 1. Затем – силовое уравновешивание установкой противовеса 2 в плоскости 2.
3. При определении параметров противовесов расчетные значения их дисбалансов обеспечивают подбором масс противовесов (при заданных значениях расстояний от оси вращения) либо подбором расстояний (при заданных массах).

Примечание. - Аналогия с определением реакций опор в балках.

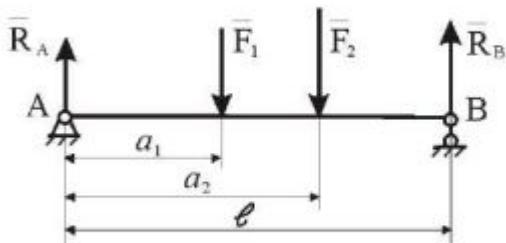


Рис. 4.8

Процедура определения реакций опор в балках по своей физической сути является процедурой уравновешивания балок в статике, т.к. сводится к определению сил, превращающих всю систему сил, приложенных к балке, в уравновешенную.

При этом, вначале ликвидируется моментная неуравновешенность ($\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B = \square$), а затем ликвидируется силовая неуравновешенность ($\sum F_{ky} = 0 \Rightarrow R_A = \square$). Разница лишь в том, что к балке приложена плоская статическая нагрузка, а нагрузка на вал произвольно ориентирована в пространстве и вращается вместе с валом, вызывая переменные динамические реакции опор.

Кстати, и нагрузка и реакции становятся условно статическими, если процесс рассматривать в относительном движении (т.е. наблюдатель вращается вместе с валом). В этом случае аналогия становится полной.

4.4. Балансировка роторов.

Ротором называют быстро вращающееся звено механизма. Неуравновешенность ротора отрицательно влияет на работу механизма, проявляясь в виде вибраций, колебаний, шума. При значительной неуравновешенности могут оказаться под вопросом даже проектные характеристики механизма (например, требуемая скорость вращения ротора). Поэтому к уравновешенности роторов должны предъявляться повышенные требования.

Дисбаланс в роторе может возникнуть вследствие ошибки при проектировании, ошибки при изготовлении, несплошности материала ротора, термических поводок и т.д. В общем случае эти факторы могут привести к силовой и моментной разбалансированности ротора. Мероприятия по устранению или уменьшению динамических реакций ротора называют балансированием (или балансировкой) ротора. При этом для уравновешивания сил инерции используют метод двух грузов, рассмотренный ранее.

Роторы, имеющие малые размеры по оси вращения, можно балансировать статически. Это связано с тем, что в силу малой длины ротора, незначительными являются плечи неуравновешенных пар, а значит и сами моменты, требующие уравновешивания. Статическая балансировка (силовое уравновешивание) ротора выполняется на специальных призмах, без вращения ротора и сводится к установке на «легкой» стороне ротора добавочных компенсирующих грузов. Метод статической балансировки является простым и не требующим специального оборудования. В то же время необходимо понимать, что такое уравновешивание является неполным и не может заменить балансировку на станке в движении.

В длинных роторах моментная балансировка является обязательной и выполняется на балансировочных станках по методу двух грузов. Понятие о балансировке на станке дает рассмотренная ниже лабораторная работа. Такая балансировка требует остановок и вычислений. Поэтому она называется **ручной**.

В промышленных условиях балансировка производится на специальных станках, работающих в паре с мини ЭВМ. Компьютер определяет степень статической и динамической неуравновешенности и дает рекомендации по установке дополнительных масс. Балансировку ротора можно выполнить также за счет частичного удаления масс (например, сверлений) с «тяжелых» мест ротора.

В настоящее время существуют станки **автоматической балансировки**, в которых балансирование производится без участия оператора.

Лабораторная работа - Уравновешивание ротора

На рис.4.9 показана установка с разбалансированным ротором. Отсутствие уравновешенности визуально проявляется в колебаниях правой подпружиненной опоры. Требуется выполнить полное динамическое уравновешивание ротора посредством установки грузов на дисках I и II.

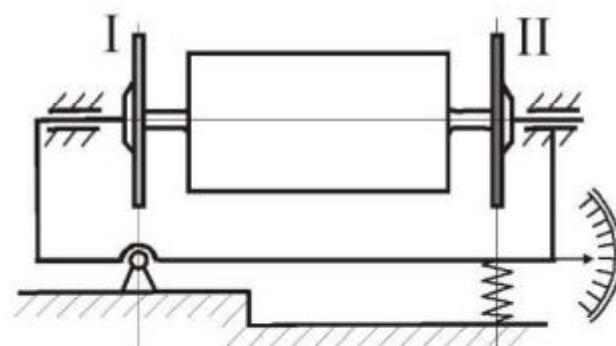


Рис.4.9

Способ 1.

По амплитуде колебаний определяют величину и направление динамической реакции пружины в плоскости II. Затем устраняют эту реакцию установкой груза на диске II (моментное уравновешивание). Потом выполняют силовое уравновешивание добавлением груза на диск I.

Способ 2.

Выполнив моментное уравновешивание установкой дополнительного груза на диске II, переворачивают вал и выполняют моментное уравновешивание еще раз, но на диске I.

Оба способа дают одинаковый результат.

Примечание. - Аналогия с определением реакций опор в балках (Рис.4.10).

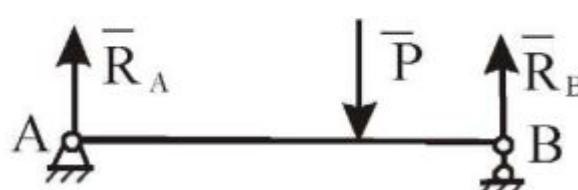


Рис.4.10

Уравновешивающие реакции можно найти по-разному.

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B; \quad \sum Y = 0 \Rightarrow R_A$$

или

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_B; \quad \sum M_A = 0 \Rightarrow R_A.$$

Лекция 5

ТРЕНИЕ В МАШИНАХ И МЕХАНИЗМАХ

- 5.1. Положительная и отрицательная роль трения в механизмах. Виды трения в механизмах. ([1], § 43-44; [2], Гл.7, § 7.1)
- 5.2. Трение в поступательной кинематической паре. ([1], § 45; [2], Гл.7, § 7.2)
- 5.3. Трение во вращательной кинематической паре. ([1], § 47; [2], Гл.7, § 7.2)
- 5.4. Трение в высшей кинематической паре. ([1], § 49; [2], Гл.7, § 7.2)
- 5.5. Кинетостатический расчет механизма с учетом сил трения ([1], § 56; [2], Гл.7, § 7.3)

5.1. Положительная и отрицательная роль трения в механизмах. Виды трения в механизмах.

В работе механизмов трение может играть как положительную (желательную), так и отрицательную (нежелательную) роль.

Положительную роль трение играет в технологических процессах и механизмах, где силы трения являются движущими или участвующими в передаче движения. Отдельно можно рассматривать механизмы и устройства для фиксации деталей, остановки движения либо поглощения энергии. В этом случае используют свойство силы трения совершать отрицательную работу.

Примеры положительной роли трения:

1. Технологические процессы обработки и перемещения деталей (например, прокатка металла и перемещение его по рольгангу).
2. Ременные и фрикционные передачи (фрикционные муфты).
3. Тормозные устройства (колодочные и ременные), зажимные устройства.
4. Палубные и причальные тумбы (кнххты).
5. Самотормозящиеся винтовые механизмы (домкраты, нажимные винты и др.).
6. Поглощающие аппараты ж/д вагонов (кафедра сопротивления материалов, разработки Г.В.Артюха).

Отрицательная роль трения связана с потерей энергии в кинематических парах механизма. Подсчитано, что $\approx 33\%$ энергии приводов механизмов тратится на преодоление сил сопротивления движению. Таким образом, в полезную работу воплощается $\approx 67\%$ энергии, в то время как остальная часть превращается в тепло и безвозвратно теряется.

Отсюда следует, что изучение трения является важной и актуальной задачей.

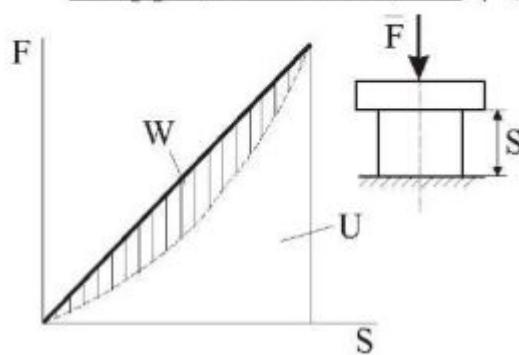
Классификация трения по видам

1) Внешнее и внутреннее трение.

Внешнее трение – явление сопротивления относительному перемещению тел при их контакте. Внутреннее трение – явление потери энергии, связанное с деформацией тел. Для металлов $F_{tp}^e \gg F_{tp}^i$, поэтому внутренним трением в практике можно пренебречь.

тических расчетах пренебрегают. Для высокомолекулярных соединений (резины, пластмассы) внутренним трением пренебрегать нельзя.

Коэффициент поглощения ψ (относительный гистерезис) – отношение энергии рассеяния W (Рис.5.1) к полной упругой



$$\text{Для металлов } \psi = 0.01 \dots 0.02.$$

Резины, эластомеры $\psi = 0.1 \dots 1.0$.

Внутреннее трение может быть использовано как положительный фактор – например, для амортизации динамических нагрузок (ударов, вибрации и т.д.).

Рис.5.1

2) Трение покоя и трение движения.

Рассмотрим процесс начала движения груза, изображенного на рис.5.2. В качестве движущей силы здесь выступает сила упругости пружины. В начальный момент времени деформация пружины и сила упругости малы. В этом случае сила упругости пружины уравновешивается силой трения между грузом и поверхностью, и груз остается неподвижным. Возникающее при этом трение называют трением покоя. Сила трения покоя не постоянна и зависит от величины

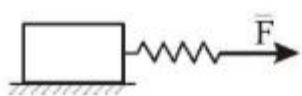


Рис.5.2

сдвигающей силы, т.е. $0 \leq F_{\text{тр}}^{\text{пок}} \leq F_{\text{тр}}^{\text{пок.макс}}$ (Рис.5.3). Коэф-

$$\text{фициент сцепления } f_{\text{сцепл}} = f_{\text{т.п.}} = \frac{F_{\text{тр}}^{\text{пок.макс}}}{N}, \text{ где } N -$$

нормальная реакция.

По мере увеличения деформации пружины растет сила упругости, а вместе с

ней – сила трения покоя. Вскоре наступает момент срыва груза с места и переход к фазе движения при постоянной силе трения. Это трение называют трением движения или трением скольжения. Из (Рис.5.3) видно, что

$$0 < F_{\text{тр}}^{\text{ск}} \leq F_{\text{тр}}^{\text{пок.макс}}, \quad f_{\text{тр}}^{\text{ск}} = \frac{F_{\text{тр}}^{\text{ск}}}{N}.$$

На рисунке также показаны временные отрезки: I – трение покоя, II – переходная зона, III – трение движения.

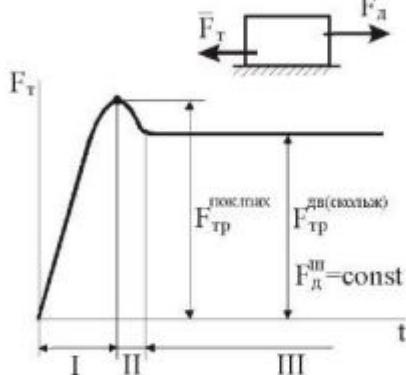


Рис.5.3

3) Сухое трение и трение со смазкой.

Часто используемый в расчетах закон трения $F_{\text{тр}} = f_{\text{ск}} \cdot N$ называют законом Амонтана-Кулонна. Он показывает зависимость силы сопротивления движению от нормальной реакции при сухом трении, т.е. трении без смазочного материала.

Если хотя бы минимальный слой смазки имеется, то говорят о трении со смазкой. Трение со смазкой – явление сложное, так как сила трения зависит дополнительно от вязкости смазки и скорости относительного перемещения соприкасающихся тел ($F_{tp}^{cm} = f(x, \dot{\phi})$).

Учитывая это, а также то, что $F_{tp}^{cuk} > F_{tp}^{cm}$ на практике силы трения часто вычисляют пользуясь законом сухого трения.

4) По кинематическому признаку различают трение скольжения, качения, верчения.

$$F_{tp}^{sk} \gg (F_{tp}^{kach}, F_{tp}^{verch})$$

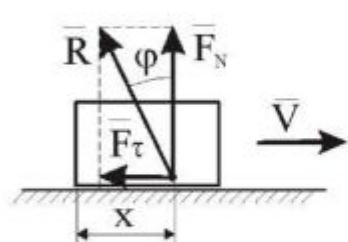
Ориентировочные значения коэффициента трения скольжения f_{tp}^{sk} для пары
стали при различном состоянии трущихся поверхностей:

1. Трение между полированными поверхностями, идеально плоскими, при отсутствии смазки и оксидов 0,8...6,0 (!!!)
2. Трение между окисленными поверхностями (сухое) 0,4...0,8
3. Трение с мономолекулярным слоем смазки 0,2...0,6
4. Трение с мультимолекулярным слоем смазки 0,1...0,2
5. Гидродинамическое трение (подшипники ПЖТ) 0,0001...0,02

При изложении дальнейших разделов под трением будем понимать трение следующих видов: внешнее, движения, сухое, скольжения.

5.2. Трение в поступательной кинематической паре.

Из курса теоретической механики известно, что при движении тела по неидеально гладкой поверхности реакция поверхности \bar{R} (Рис.5.4) отклоняется от нормали на угол трения φ , где $\operatorname{tg}\varphi = f_{tp}$. Тогда реакцию можно разложить на составляющие



$\bar{R} = \bar{F}_N + \bar{F}_\tau$, где составляющая \bar{F}_τ собственно и является силой трения $F_\tau = F_{mp} = F_N \cdot f_{mp}$.

Коэффициент трения:

$$f_{tp} = \frac{F_\tau}{F_N} = \operatorname{tg}\varphi, \text{ где } \varphi - \text{угол трения.}$$

Рис.5.4

Сила трения – всегда направлена против движения.

Вывод: в поступательной кинематической паре реакция связи \bar{R} имеет две составляющие (\bar{F}_τ и \bar{F}_N), связанные углом трения φ . Поэтому, независимыми неизвестными будут реакция F_N и расстояние x (см. курсовой проект, лист 2), как и в расчете без учета трения. Таким образом, учет трения в поступательной кинематической паре не является проблемой, т.к. не приводит к появлению дополнительных неизвестных, а сила трения определяется из нормальной реакции F_N .

5.3. Трение во вращательной кинематической паре.

На рис.5.5 изображен подшипник скольжения. Вал посажен во втулку подшипника с зазором. Пусть вал находится под действием движущего момента $M_{\text{дв}}$ и силы F и вращается с постоянной угловой скоростью ω . При вращении в направлении ω вал будет “набегать” на втулку, а точка касания (точка A) сместится вправо от вертикали, проходящей через центр вала.

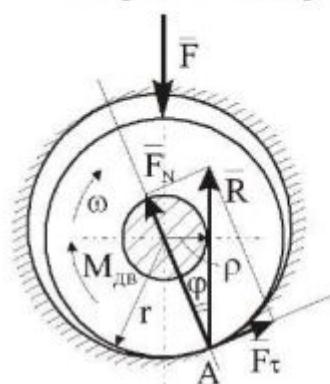


Рис.5.5

Из равновесия вала $\Rightarrow |\bar{R}| = |\bar{F}|$ (если $\bar{R} \parallel \bar{F}$). Как и в поступательной кинематической паре, реакция \bar{R} отклоняется от нормали и не проходит через центр вала.

Величина момента трения $M_{\text{тр}} = F_t \cdot r = R \cdot r \cdot \sin \varphi = F \cdot r \cdot \sin \varphi = F \cdot \rho$, где $\rho = r \cdot \sin \varphi$ - радиус круга трения.

Учитывая, что $\varphi \approx (6 \dots 7^\circ) \Rightarrow \sin \varphi \approx \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow M_{\text{тр}} \approx F \cdot r \cdot f$. Момент сил трения всегда направлен противоположно ω .

Вывод: во вращательной кинематической паре момент сил трения определяется нагруженностью (реакцией) пары \bar{R} . Поэтому число независимых неизвестных при учете сил трения или без учета трения является одинаковым ($\bar{R} = \bar{R}_n + \bar{R}_t$). Таким образом, учет сил трения во вращательной паре не является проблемой.

5.4. Трение в высшей кинематической паре

В высшей паре допускается два относительных движения: скольжение и перекатывание элементов. Отсюда имеем трение скольжения и трение качения.

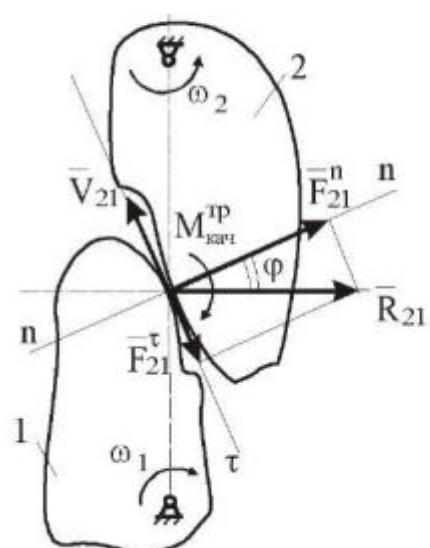


Рис.5.6

Трение скольжения. Сила трения $\bar{F}_{\text{тр}} = \bar{F}_{21}^t$ (Рис.5.6) является составляющей реакции \bar{R}_{21} , отклоненной на угол трения φ от нормали (n). Она направлена противоположно \bar{V}_{21} . При этом угол φ - задан, а $F_{21}^t = \operatorname{tg} \varphi \cdot F_{21}^n$. Таким образом, сила трения определяется из найденной ранее нормальной составляющей F_{21}^n .

Трение качения. Момент трения качения $M_{\text{кач}}^{\text{тр}}$ направлен противоположно угловой скорости ω_2 и равен $M_{\text{кач}}^{\text{тр}} = F_{21}^n \cdot f_k$. Поскольку эффект от $M_{\text{кач}}^{\text{тр}}$ намного меньше, чем от \bar{F}^t , в практических расчетах $M_{\text{кач}}^{\text{тр}}$ пренебрегают.

Вывод: поскольку обе составляющие сил трения (\bar{F}^t и $M_{\text{кн}}^{mp}$) находят из нормальной реакции (\bar{F}^n), то при силовом расчете высшей пары с учетом трения фактически имеем одну неизвестную. Таким образом, учет сил трения в высшей паре возможен и не является существенной проблемой.

5.5. Кинетостатический расчет механизма с учетом сил трения

Задача силового расчета рычажного механизма (Рис.5.7) без учета сил трения в кинематических парах уже рассматривалась на лекции, посвященной силовому анализу (лист 2 курсового проекта). Напомним основные этапы ее решения, поскольку решение задачи с учетом трения будет базироваться на ней.

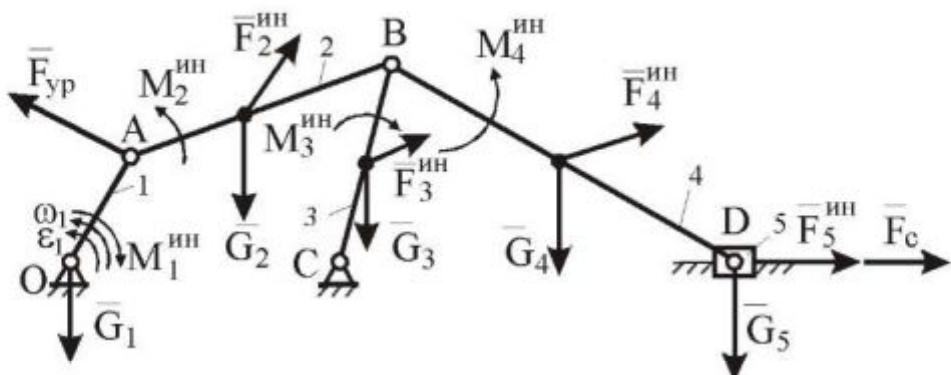


Рис.5.7

Цель кинетостатического расчета:

1. Определение динамических реакций в кинематических парах.
2. Определение уравновешивающей силы, приложенной к ведущему звену.

Существует 2 способа достижения этой цели (аналитический и графоаналитический). Оба способа основаны на применении принципа Даламбера, т.е. на использовании метода кинетостатики.

Аналитический метод – хорош при решении задачи на ЭВМ.

Механизм (Рис.5.7) разбивают на отдельные звенья, вводят реакции в кинематических парах, увязывают реакции, используя принцип равенства действия и противодействия. После этого для каждого звена составляют по 3 уравнения равновесия (с учетом сил инерции). Следовательно, для n звеньев получают $3n$ уравнений.

Проверим, является ли задача статически определимой. Для заданного механизма имеем: звеньев - ($n = 5$); кинематических пар - ($p_s = 7$); уравнений - ($3n = 15$); неизвестных - ($2 \cdot p_s + F_{yr} = 2 \cdot 7 + 1 = 15$). Таким образом, имеем 15 уравнений и 15 неизвестных. Задача является статически определимой, т.е. решается при помощи уравнений равновесия статики.

Графоаналитический метод – поэтапный, наглядный, инженерный, менее точный. Именно он использовался при выполнении 2-го листа курсового проекта.

Механизм разбивают на группы Ассура, каждая из которых является статически определимой. Далее, последовательно, начиная с наиболее удаленной от механизма I класса группы Ассура, рассматривают равновесие каждой из структурных групп. При помощи чертежа и аналитических уравнений равновесия определяют реакции, которые легко определить (например, $R_{k_1}^r$ – при помощи уравнений моментов). Когда количество неизвестных становится равным 2, строят план сил, определяя эти неизвестные графически.

Кинетостатический расчет механизма с учетом сил трения можно выполнить, используя эти же два способа. В отличии от предыдущего решения к ранее использованным силам нужно добавить в поступательной паре – силу трения, во вращательной паре – момент сил трения.

Аналитический метод. Так как сила трения в поступательной паре легко определяется из нормальной реакции (если известен угол трения ϕ или $\operatorname{tg}\phi = f_{tp}$), а момент сил трения во вращательной паре – из реакции R в шарнире ($M_{tp} = R \cdot r \cdot f$), то появление сил трения не приводит к увеличению количества неизвестных (в каждой паре – 2 неизвестные величины). Таким образом, задача решается аналитически без затруднений.

При графоаналитическом методе решения эти затруднения имеются. Рассмотрим, например, расчет структурной группы (2-3) (Рис.5.8) с учетом сил трения. Допустим, что группа Ассура (4-5) уже рассмотрена ранее и сила \bar{R}_{34} определена.

Постановка задачи.

Задано: $G_2, G_3, R_{34}, f_A, f_B, f_c, r_A, r_B, r_c$. Направления относительного движения звеньев $\omega_{21}, \omega_{23}, \omega_{30}$ – известны.

Определить: $\bar{R}_A, \bar{R}_B, \bar{R}_C$ – ?

Решение.

Напишем выражения для определения моментов сил трения M^{tp} в парах A, B, C:

$$M_A^{tp} = R_{21} \cdot r_A \cdot f_A; \quad M_B^{tp} = R_{23} \cdot r_B \cdot f_B; \quad M_C^{tp} = R_{30} \cdot r_C \cdot f_C.$$

Т.к. величины реакций R_{21}, R_{23}, R_{30} пока неизвестны, неизвестными являются и моменты. Если записать уравнение $\sum m_B^{(AB)} = 0$, то в него войдут три неизвестных величины \bar{R}_{21}^r, M_A^{tp} и M_B^{tp} , т.е. решение уравнения будет невозможным.¹

¹ Чтобы решить эту задачу, необходимо разбить группу на отдельные звенья AB и BC. Далее записать 6 уравнений равновесия с 6-ю неизвестными. Но это решение будет аналитическим и оно уже рассмотрено ранее.

Для решения задачи силового расчета графоаналитическим методом академик **И.И.Артоболевский** предложил метод последовательных приближений. Суть метода:

1) Нулевое приближение – определение реакций в парах без учета трения.

Находим R_{21}^t , R_{30}^t (при условии $M_A^T = 0$, $M_B^T = 0$, $M_C^T = 0$).

$$\sum m_B \Rightarrow \begin{cases} m_B(\bar{R}_{21}^t) + m_B(\bar{G}_2) + m_B(\bar{F}_2^{ин}) + M_2^{ин} = 0 \Rightarrow R_{21}^{t_0} \\ m_B(\bar{R}_{30}^t) + m_B(\bar{G}_3) + m_B(\bar{F}_3^{ин}) + m_B(\bar{R}_{34}) + M_3^{ин} = 0 \Rightarrow R_{30}^{t_0} \end{cases}$$

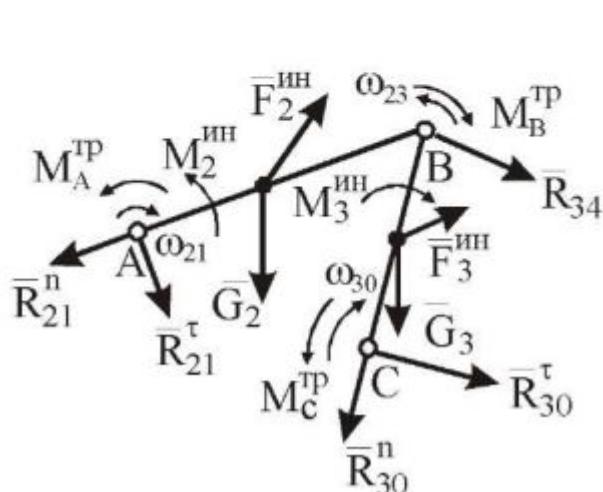


Рис.5.8

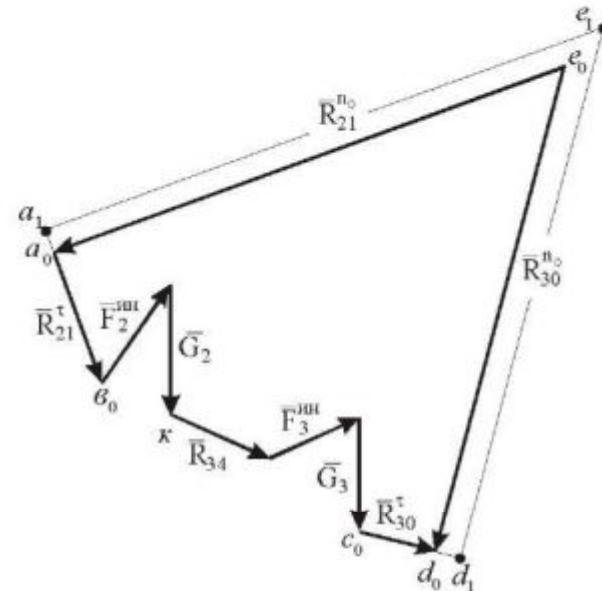


Рис.5.9

Далее строим план сил нулевого приближения (Рис.5.9). Отрезки на плане сил соответствуют нулевым приближениям искомых реакций:

$$\ell_0 a_0 \rightarrow R_{21}^{n_0}; \quad \ell_0 b_0 \rightarrow R_{21}^0; \quad d_0 \ell_0 \rightarrow R_{30}^{n_0}; \quad \ell_0 c_0 \rightarrow R_{30}^0; \quad \ell_0 k \rightarrow R_{23}^0$$

2) Первое приближение – вводим моменты M_A^T , M_B^T , M_C^T , приняв за R_{21} , R_{23} , R_{30} их нулевые приближения $M_A^{T1} = R_{21}^0 \cdot r_A \cdot f_A$; $M_B^{T1} = R_{23}^0 \cdot r_B \cdot f_B$; $M_C^{T1} = R_{30}^0 \cdot r_C \cdot f_C$. Далее, составив уравнение равновесия $\sum m_B = 0$ для звеньев (AB) и (BC), находим первые приближения реакций $R_{21}^{t_1}$ и $R_{30}^{t_1}$:

$$\begin{cases} m_B(\bar{R}_{21}^{t_1}) + m_B(\bar{G}_2) + m_B(\bar{F}_2^{ин}) + M_2^{ин} + M_A^{T1} + M_B^{T1} = 0 \Rightarrow R_{21}^{t_1} \neq R_{21}^{t_0} \\ m_B(\bar{R}_{30}^{t_1}) + m_B(\bar{G}_3) + m_B(\bar{F}_3^{ин}) + M_3^{ин} + M_C^{T1} - M_B^{T1} = 0 \Rightarrow R_{30}^{t_1} \neq R_{30}^{t_0} \end{cases}$$

Перестраиваем план сил, приняв во внимание $R_{21}^t = R_{21}^{t_1}$, $R_{30}^t = R_{30}^{t_1}$ (Рис.5.9). Отрезки на плане сил соответствуют первым приближениям искомых реакций:

$$\ell_1 a_1 \rightarrow R_{21}^{n_1}; \quad \ell_1 b_0 \rightarrow R_{21}^1; \quad d_1 \ell_1 \rightarrow R_{30}^{n_1}; \quad \ell_1 c_0 \rightarrow R_{30}^1; \quad \ell_1 k \rightarrow R_{23}^1$$

3) Второе приближение – аналогично. На практике достаточно 1-2 приближения.

Лекция 6

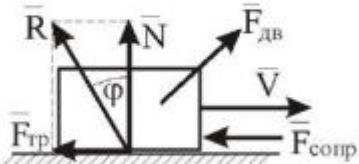
ТРЕНИЕ В ПОСТУПАТЕЛЬНОЙ И ВИНТОВОЙ ПАРАХ.

ТРЕНИЕ В ПЕРЕДАЧАХ

- 6.1. Трение в поступательной кинематической паре. Влияние угла давления и формы контактной поверхности на силу трения. ([1], § 45)
- 6.2. Трение в винтовой кинематической паре. ([1], § 46)
- 6.3. Трение во фрикционной передаче. ([1], § 50)
- 6.4. Трение в передачах с гибкими звеньями (ременная передача). ([1], § 51)

6.1. Трение в поступательной кинематической паре. Влияние угла давления и формы контактной поверхности на силу трения.

В п.5.2 предыдущей лекции рассмотрено трение в поступательной кинематической паре, образованной плоскими поверхностями неподвижной стойки и подвижного ползуна (Рис.6.1). Было показано, что в соответствии с законом сухого трения (закон Амонтона – Кулона):



$$F_{mp} = f_{ck} \cdot N, \quad \text{где } f_{ck} = \tan \varphi \quad (\varphi - \text{угол трения})$$

Рис.6.1

При этом ранее ничего не говорилось о том, под действием чего движется ползун. Между тем, входящая в расчетную формулу нормальная реакция N существенно зависит от направления силы, возникающей в паре между ведущим шатуном и ведомым ползуном. Эта сила является для ползуна движущей и может уменьшать или увеличивать прижатие ползуна к стойке, определяя ту или иную силу трения. Кроме того, поступательные кинематические пары конструктивно могут быть реализованы различными способами, что также влияет на силу трения. В этой связи конструктор, придав поверхностям трения нужную конфигурацию, может влиять на трение в нужную для себя сторону. Данный раздел посвящен изучению именно этих, важных для работы поступательной пары вопросов.

Начнем с вопроса о влиянии на трение направления движущей силы. На рис.6.2 изображен кривошипно-ползунный механизм, в котором массы шатуна 2 и ползуна 3 равны нулю ($m_2 = 0$, $m_3 = 0$). Действующая на ползун сила \bar{P} приложена в шарнире и является для ползуна движущей. Угол между направлением этой силы и направлением скорости ползуна называют углом давления. В нашем случае (при $m_2 = 0$) направление силы \bar{P} совпадает с направлением продольной оси шатуна. При $\alpha > 0$ сила \bar{P} прижимает ползун к верхней направляющей, обуславливая силу трения \bar{F}_{tp} . Увеличение угла α приводит к увеличению силы трения, а угол α выше критического вызывает заклинивание механизма.

Выясним, при каких углах α изображенный механизм будет работоспособен.

Изобразим отдельно элементы данной кинематической пары (Рис.6.3).

Обозначим: α - угол давления; \bar{P} - сила, передаваемая ползуна через невесомый шатун; Q - сила полезного сопротивления; \bar{R} - реакция опоры. Опорная поверхность – верхняя. Силы инерции отсутствуют ($V=const$). Сила тяжести $G_3=0$ (т.к. $m_3=0$).

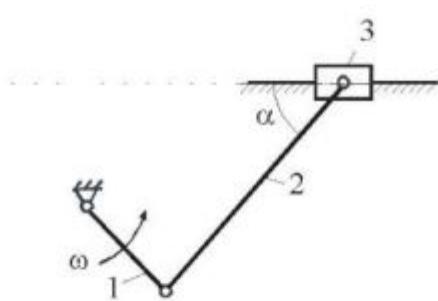


Рис.6.2

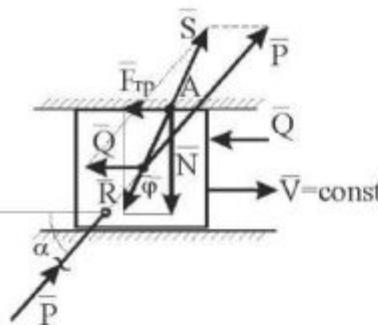


Рис.6.3

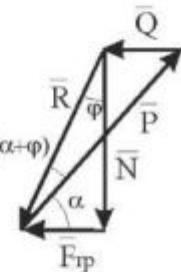


Рис.6.4

Найдем равнодействующую $\bar{S} = \bar{P} + \bar{Q}$. Если \bar{S} пересекает контактную поверхность, то ползун полностью прижат к направляющей. На ползун действуют 3 силы ($\bar{P}, \bar{Q}, \bar{R}$). Поэтому данная система сил является сходящейся. Реакция \bar{R} уравновешивает силу \bar{S} , поэтому они лежат на одной прямой. Кроме этого, сила R отклонена от нормали на угол φ трения. Из плана сил (Рис.6.4) получим зависимость между \bar{Q} и \bar{P} .

$$\frac{P}{\sin(90 + \varphi)} = \frac{Q}{\sin[90 - (\alpha + \varphi)]}; \quad \frac{P}{Q} = \frac{\sin(90 + \varphi)}{\sin[90 - (\alpha + \varphi)]} = \frac{\cos \varphi}{\cos(\alpha + \varphi)}$$

Таким образом, сила, которую нужно приложить к ползуну, обеспечив его движение, будет равна:

$P = Q \frac{\cos \varphi}{\cos(\alpha + \varphi)}$

(6.1)

При этом $\varphi = const$, а α - может изменяться в зависимости от конструкции механизма.

Анализ (6.1) позволяет сделать следующие выводы:

- 1) При $\cos(\alpha + \varphi) = 0$ (т.е. при $\alpha + \varphi = 90^\circ$) даже большая сила \bar{P} не в состоянии сдвинуть механизм с места. В соответствии с (6.1) для этого требуется бесконечно большая сила P , даже при малом Q . В этих условиях механизм самостоятельно не может начать движение, т.е. в определенном смысле, становится неработоспособным. В то же время, движение ползуна при таком угле давления является возможным, если оно осуществляется за счет запаса

кинетической энергии механизма (торможение в этот момент отсутствует, т.к. движущие и тормозящие силы уравновешены).

- 2) Условие гарантированной работы механизма без заклинивания, в том числе в момент старта $\rightarrow \alpha + \varphi < 90^\circ$. Для этого угол давления в кинематической паре всегда должен удовлетворять условию - $\alpha < \alpha_{\max} = 90^\circ - \varphi$.
- 3) Угол $\alpha = \alpha_{\max}$ является границей перехода механизма в режим самоторможения.
- 4) Угол $\alpha > \alpha_{\max}$ обеспечивает режим самоторможения механизма, когда тормозящие силы превалируют над движущими.
- 5) При $\alpha = 0$ трение отсутствует. Поэтому движущая сила (при $\bar{F}_{tp} = 0$) становится равной полезной нагрузке ($P = Q$).

* * *

Следующим важным вопросом теории трения в поступательных парах является вопрос о профилировке сопряженных поверхностей.

Рассмотрим случай соединения стойки и ползуна по клиновидной поверхности (Рис.6.5). Такое соединение бывает необходимо для сообщения ползуну движения в строго определенном направлении (например, суппорт строгального станка).

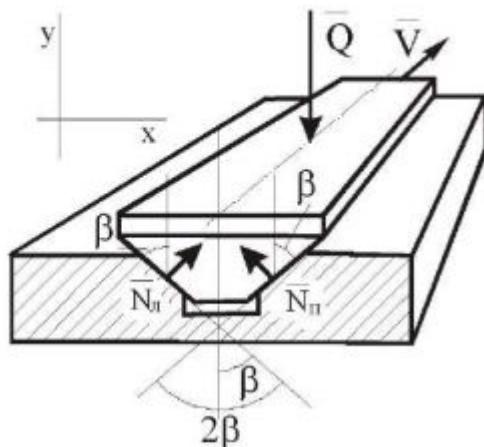


Рис.6.5

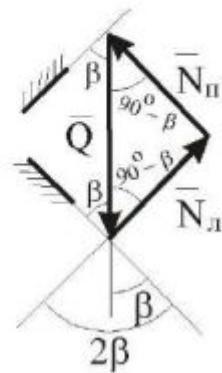


Рис.6.6

Из условия равновесия ползуна следует (Рис.6.6):

$$\sum F_{xy} = 0; \quad N_\pi \cos(90 - \beta) + N_\pi \cos(90 - \beta) - Q = 0;$$

$$Q = 2N \sin \beta; \quad N_\pi = N_\pi = \frac{Q}{2 \sin \beta}$$

Учитывая, что $F_{tp} = f \cdot N$, получим силу трения в клиновом соединении

$$F_{tp,\pi} = F_{tp,n} = f \cdot N = f \frac{Q}{2 \sin \beta}$$

Общая сила трения $F_{tp} = F_{tp,\pi} + F_{tp,n} = 2 \cdot f \frac{Q}{2 \sin \beta} = \frac{f}{\sin \beta} \cdot Q$. (6.2)

Если обозначить $f_{np} = \frac{f}{\sin \beta}$ - приведенный коэффициент трения, то $F_{tp} = f_{np} \cdot Q$.

Таким образом, трение на клиновой поверхности больше, чем на плоской. При $\beta = 30^\circ \Rightarrow f_{np} = 2f$. Т. е. за счет клиновой поверхности можно при той же силе нормального давления получить больший коэффициент трения (на этом основана работа клиноременной передачи).

* * *

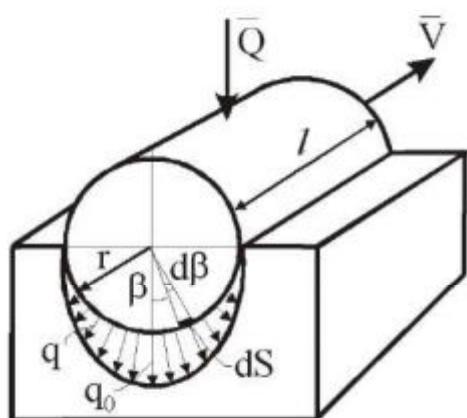


Рис.6.7

Рассмотрим поступательную кинематическую пару при соединении ее элементов по цилиндрической поверхности (Рис.6.7). Закон изменения контактного давления $q = q_0 \cos \beta$, где q_0 – давление в центральном сечении. Дуга $dS = r \cdot d\beta$. Тогда сила давления

$$dN = q \cdot l \cdot dS = q_0 \cdot l \cdot r \cdot \cos \beta \cdot d\beta;$$

$$dF_{tp} = f dN = f \cdot q_0 \cdot l \cdot r \cdot \cos \beta \cdot d\beta.$$

После интегрирования получим

$$F_{tp} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f \cdot q_0 \cdot l \cdot r \cdot \cos \beta \cdot d\beta = 2f \cdot q_0 \cdot l \cdot r.$$

Определим q_0

$$Q = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dN \cos \beta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} q_0 \cdot l \cdot r \cdot \cos \beta \cdot d\beta \cdot \cos \beta = q_0 \cdot l \cdot r \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \beta \cdot d\beta.$$

Вычислим интеграл

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \beta \cdot d\beta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\beta}{2} \cdot d\beta = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\beta + \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2\beta \cdot d\beta = \frac{\pi}{2}.$$

Поэтому сила трения в поступательной кинематической паре:

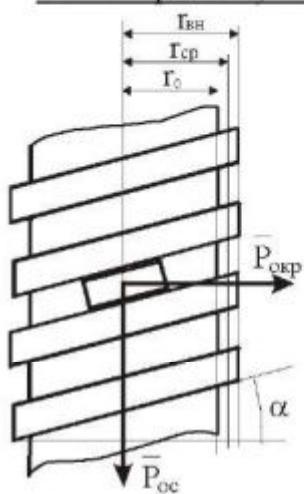
$$F_{tp} = 2f \ell r \frac{2Q}{\pi \ell r} = \frac{4}{\pi} f Q, \text{ т.е. } \frac{4}{\pi} f = f_{np} = 1.27f; F_{tp} = f_{tp} \cdot Q \quad (6.3)$$

Таким образом, в случае цилиндрической направляющей сила трения больше, чем на плоской поверхности в 1,27 раза!!!

6.2. Трение в винтовой кинематической паре

Винтовую кинематическую пару составляют винт и гайка. По классификации И.И.Артоболевского эта пара имеет 5-й класс (т.к. вращательное движение и поступательное в направлении оси связаны) и степень подвижности, равную 1.

Рассмотрим случай, когда резьба имеет прямоугольный профиль, а окружное усилие прикладывается в направлении подъема винтовой линии (Рис.6.8).



Введем обозначения:

α - угол подъема винтовой линии;

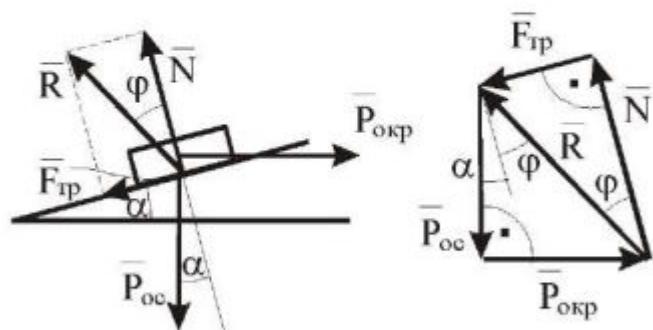
$P_{окр}$ - окружное усилие;

$P_{ос}$ - осевое усилие.

Предположим, что гайка закреплена в горизонтальной плоскости. Тогда вращение гайки в направлении подъема винтовой линии вызовет перемещение винта вниз.¹ К гайке приложены: окружная сила $\bar{P}_{окр}$; осевая сила со стороны корпуса гайки $\bar{P}_{ос}$; реакция со стороны винтовой поверхности гайки \bar{R} .

Рис.6.8

Покажем систему сил, действующих на гайку, и построим план сил. При выводе расчетной формулы гайку можно уподобить грузу, поднимающемуся вверх по наклонной плоскости (Рис.6.9).



Из плана сил имеем зависимость между $\bar{P}_{ос}$ и $\bar{P}_{окр}$:

$$\bar{P}_{окр} = P_{ос} \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) \quad (6.4)$$

Момент, который нужно приложить, чтобы преодолеть $\bar{P}_{ос}$:

$$M = 2P_{окр}r_{cp} = 2r_{cp}P_{ос} \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$$

Рис.6.9

¹ Примерами подобных механизмов могут служить нажимной механизм прокатной клети, винтовой домкрат, механизм винтового пресса и др.

Рассмотрим теперь случай, когда окружное усилие прикладывают к гайке в направлении опускания винтовой линии.

На рис.6.10 изображены схема сил, действующих на гайку, и планы сил для случаев силового откручивания гайки и ее самопроизвольного отвинчивания.

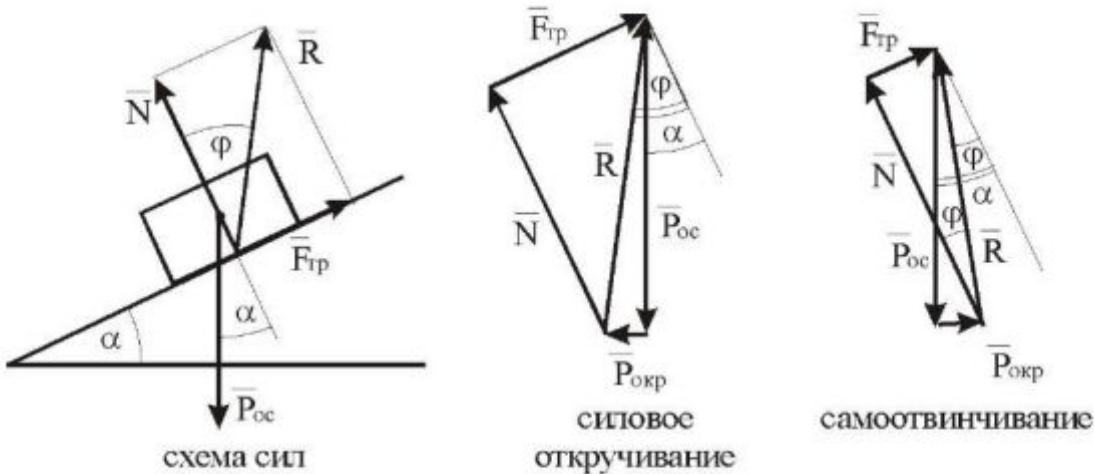


Рис.6.10

Из первого плана сил следует: при $\alpha < \varphi$ для того, чтобы сдвинуть гайку, напряженную осевым усилием P_{oc} , необходимо приложить силу P_{okr} в сторону откручивания гайки (т.е. резьба самотормозится). Окружное усилие, необходимое для откручивания гайки найдем из формулы:

$$P_{okr} = P_{oc} \cdot \operatorname{tg}(\varphi - \alpha) \quad (6.5)$$

Из второго плана сил имеем: при $\alpha > \varphi$ под действием осевой силы P_{oc} начинается самопроизвольное отвинчивание гайки. Для удержания ее в равновесном состоянии необходимо приложить силу P_{okr} в сторону завинчивания. Окружное усилие удержания гайки в покое найдем из формулы:

$$P_{okr} = P_{oc} \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) \quad (6.6)$$

Очевидно, что при $\alpha = \varphi$ окружное усилие, необходимое для уравновешивания действующей на гайку системы сил, равно нулю. Это значит, что самопроизвольного отвинчивания гайки не будет, однако отвинчивание может быть выполнено за счет минимального окружного усилия.

6.3. Трение во фрикционной передаче

В контакте между колесами фрикционной передачи (Рис.6.11) возникает сила взаимодействия, которую можно разложить на нормальную и касательную составляющие. Нормальная составляющая – равна усилию прижатия колес. Физический смысл касательной составляющей – сила трения скольжения. Учитывая равенство действия и противодействия можно утверждать, что сила трения, тормозящая колесо 1, од-

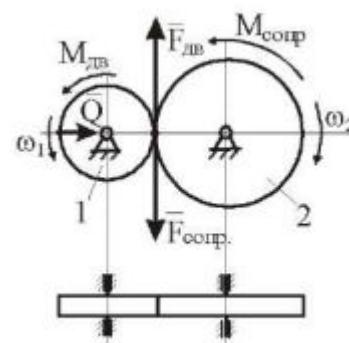


Рис.6.11

новременно, является движущей силой для колеса 2. Назовем эту силу, приложенную к колесу 2 - \bar{F}_{de} . В точке контакта приложим также силу сопротивления \bar{F}_{comp} , заменив ею момент сопротивления, приложенный к колесу 2.

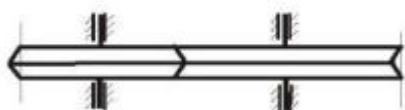
Движение возможно, если $F_{de} \geq F_{comp}$. Выразив эти силы через заданные величины получим:

$$F_{de} = f Q; \quad F_{comp} = \frac{M_c}{R_2} \Rightarrow f Q \geq \frac{M_{comp}}{R_2}.$$

Таким образом, условие нормальной работы передачи - $Q \geq \frac{M_{comp}}{R_2 f}$ (6.7)

Из (6.7) следует, что для передачи большего момента необходимо:

1. Увеличить Q (силу прижатия) либо уменьшить $\frac{M_o}{R_2 f}$.
2. Увеличить f (коэффициент трения) либо увеличить R_2 .



Увеличение Q имеет ограничение по прочности колес. Увеличить f можно за счет профилирования контактной поверхности колес, например, выполнения ее клиновидной (Рис.6.12).

Рис.6.12

Тогда $f_{np} = \frac{f}{\sin \beta}$. Но!!! Недостатком этого метода является разница в скоростях точек колес 1 и 2. Скорости точек колес будут одинаковы только по начальным окружностям. Для точек, не принадлежащих начальным окружностям, равенства скоростей не будет, что приведет к проскальзыванию и износу колес.

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = u = \frac{r_1}{r_2} \neq \frac{r'_1}{r'_2}.$$

6.4. Трение в передачах с гибкими звеньями (ременная передача)

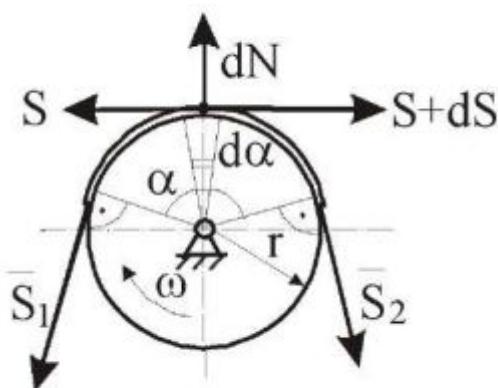


Рис.6.13

Рассмотрим один из шкивов ременной передачи (Рис.6.13). Предположим, что колесо стоит, а ремень скользит по нему. Тогда натяжение ветвей ремня $S_2 = S_1 + F_{tp}$.

Для элементарного участка ремня имеем:

$$dF_{mp} = dS; \quad dF_{mp} = f dN \Rightarrow dS = f dN$$

Из равновесия ремня на участке $d\alpha$ получим:

$$dN = (2S + dS) \cdot \sin \frac{d\alpha}{2} \approx 2 \cdot S \frac{d\alpha}{2} = S d\alpha \Rightarrow \\ dS = f \cdot S \cdot d\alpha \quad (6.8)$$

$$\text{Но!!! } dS \cdot \frac{d\alpha}{2} \approx 0$$

Разделив в уравнении (6.8) переменные и проинтегрировав, получим:

$$\int_{S_1}^{S_2} \frac{dS}{S} = f \int_0^\alpha d\alpha \Rightarrow \ln \frac{S_2}{S_1} = f \alpha \Rightarrow S_2 = S_1 \cdot e^{f\alpha} \quad \text{- формула Эйлера.} \quad (6.9)$$

Таким образом, S_2 увеличивается при увеличении f и α .

$$\text{Сила трения: } F_{mp} = S_2 - S_1 = S_1(e^{f\alpha} - 1) \quad (6.10)$$

Когда шкив вращается, то F_{mp} – есть наибольшая сила, которая может быть передана шкиву.

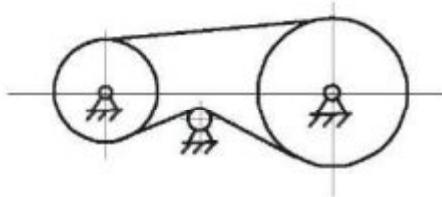
Если $F_{\text{сопр}} \leq F_{tp}$, гибкое звено заставляет вращаться шкив.

Если $F_{\text{сопр}} > F_{tp}$, гибкое звено проскальзывает по шкиву.

Наибольший момент, который может быть передан гибким звеном

$$M_{mp} = F_{mp} \cdot R = R \cdot S_1(e^{f\alpha} - 1) \quad (6.11)$$

Для увеличения момента, передаваемого передачей с гибким звеном:



1. Увеличивают радиусы колес (при этом увеличивается длина зоны контакта).
2. Увеличивают натяжение ремня ($\uparrow S$).
3. Применение клиновременной передачи ($\uparrow f$).
4. Увеличивают угол охвата α (установкой натяжного ролика – Рис.6.14)

Рис.6.14

Интересное приложение имеет формула Эйлера в приспособлениях, применяемых на флоте. Так, при швартовке корабля к причалу используют палубные и причальные **кнехты** (Рис.6.15) – стальные цилиндрические тумбы (как правило, сдвоенные на общем основании) для укладывания каната восьмеркой. Формула Эйлера позволяет вычислить выигрыш в силе в зависимости от угла охвата.

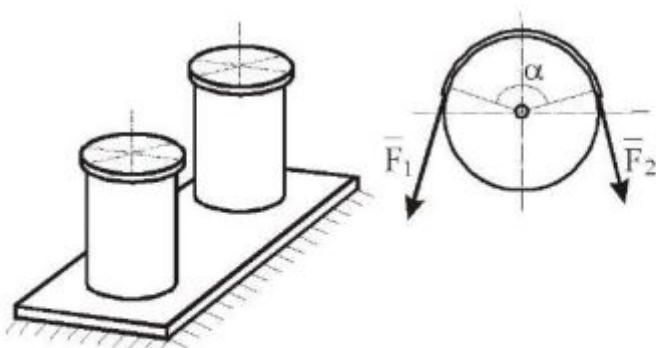


Рис.6.15

Таблица 6.1

Обороты каната	Угол охвата, рад	Отношение F_1/F_2	Выигрыши в силе
0.5	π	0.208	x 5
1.0	2π	0.043	x 20
1.5	3π	0.009	x 100
2.0	4π	0.002	x 500

Лекция 7

КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ (КПД) МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

- 7.1. Механический коэффициент полезного действия (КПД). Механический коэффициент потерь. ([1], §65; [2], §7.4)
 - 7.2. КПД машины при последовательном соединении механизмов. ([1], §65)
 - 7.3. КПД машины при параллельном соединении механизмов. ([1], §65)
 - 7.4. КПД машины при смешанном соединении механизмов. ([1], §65)
 - 7.5. КПД плоского рычажного механизма с учетом трения в кинематических парах. ([1], §66)
- 7.1. Механический коэффициент полезного действия (КПД). Механический коэффициент потерь**

Период движения механизма (от начала движения и до полной остановки) можно условно разделить на три режима (Рис.7.1): разбег, установившийся режим и выбег. Основным является установившийся режим, когда скорость ведущего звена изменяется периодически, повторяясь через каждый цикл (промежуток времени $T_{\text{ц}}$ на тахограмме, рис.7.1). Рассмотрим движение механизма в установленном режиме работы.

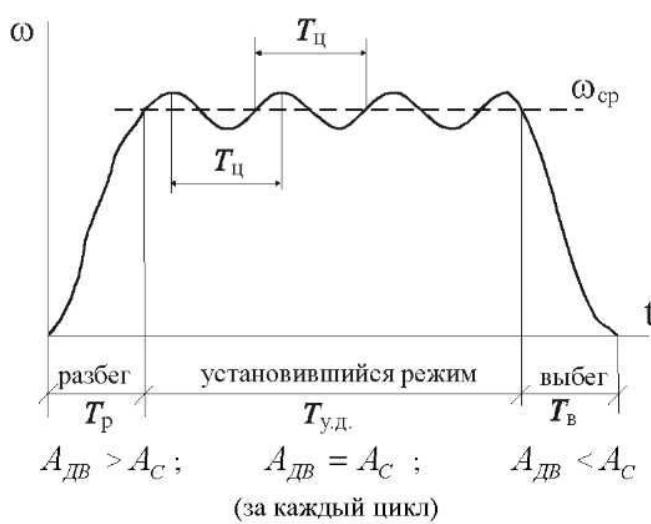


Рис. 7.1

Т.к. скорости звеньев в начале и в конце цикла одинаковы, то приращение кинетической энергии механизма за каждый полный цикл равно нулю. Тогда, в соответствии с теоремой об изменении кинетической энергии имеем за один полный цикл $A_{\text{дв}} = A_C$, т.е. равенство работ движущих сил $A_{\text{дв}}$ и сил сопротивлений A_C .¹

Возникающие при работе механизма силы сопротивления можно условно разделить на силы полезного сопротивления и силы вредного сопротивления.

Силами полезного сопротивления считают силы, для преодоления которых механизм создавался (усилие резания при токарной обработке детали; усилие прокатки в прокатной клети; сила тяжести груза при его подъеме краном и т.д.).

¹ Силы тяжести звеньев механизма, в зависимости от положений, могут быть движущими (в период опускания звена) или силами сопротивления (в период подъема звена). В то же время, работа сил тяжести за полный цикл равна нулю в силу замкнутости траекторий центров масс. Поэтому в уравнении энергетического баланса работа сил тяжести намерено не учтена.

Силами вредного сопротивления (нежелательными) являются в основном силы трения в кинематических парах механизма.

Таким образом, имеем:

$$A_C = A_{PC} + A_{BC}, \quad (7.1)$$

где A_{PC} - работа сил полезных сопротивлений;

A_{BC} - работа сил вредных сопротивлений.

Механическим коэффициентом полезного действия (КПД) называют характеристику энергетической эффективности работы механизма в установившемся режиме работы. КПД показывает, какая часть энергии двигателя (после всех преобразований и трансформаций в механизме) воплощается в полезную работу. Механический КПД численно равен отношению абсолютной величины работы сил полезных сопротивлений к работе всех движущих сил за один цикл установившегося движения.

$$\eta = \frac{A_{PC}}{A_{DB}} \quad (7.2)$$

$$\text{Или с учетом (7.1): } \eta = \frac{A_{PC}}{A_{DB}} = \frac{A_{DB} - A_{BC}}{A_{DB}} = 1 - \frac{A_{BC}}{A_{DB}} \quad (7.3)$$

Отношение $\frac{A_{BC}}{A_{DB}} = \lambda$ называют механическим коэффициентом потерь.

Тогда выражение для КПД можно окончательно записать в виде:

$$\eta = 1 - \lambda \quad (7.4)$$

При этом для реальных механизмов: $0 \leq \eta < 1$ и $0 < \lambda \leq 1$. (7.5)

- $\eta = 1$ не возможен, т.к. нет механизмов с $A_{BC} = 0$;
- $\eta = 0$ возможен, если при движении механизм не совершает полезной работы (холостой ход механизма).

Иногда при расчете КПД механизмов получают противоречащие (7.5) значения, а именно: $\eta < 0$ при $\lambda > 1$. Это возможно, когда силы трения превалируют над движущими. Такой режим работы механизма называется режимом саморазмажения. Он скоротечен и ведет к остановке механизма, т.е. не является характеристикой установившегося движения. Следует помнить, что

КПД определяется для целого числа циклов установившегося движения!!!

На практике, из-за трудностей определения работ сил, вместо формул (7.2) и (7.3) используют отношение мощностей, т.е.:

$$\eta = \frac{N_{PC}^{cp}}{N_{DB}^{cp}} \quad (7.6) \qquad \eta = 1 - \frac{N_{BC}^{cp}}{N_{DB}^{cp}} \quad (7.7)$$

где N_{AB}^{cp} , N_{BC}^{cp} , N_{BC}^{cp} - средние за цикл мощности соответствующих сил.

Формулы (7.6) и (7.7) можно получить, разделив на время цикла числитель и знаменатель выражений (7.2) и (7.3). В результате деления получают среднюю за цикл мощность:

$$N^{cp} = \frac{A}{T_y} \quad (7.8)$$

Расчетное определение КПД через мощности является приближенным, но более удобным, т.к. необходимые величины сил (моментов сил) и скорости (угловые скорости) могут быть найдены из силового расчета и планов скоростей.

Чем выше КПД, тем энергетически более выгоден механизм.

В заключении раздела приведем значения КПД некоторых, широко известных механизмов и машин.

Таблица 7.1

№	Механизм (машина)	КПД, %	№	Механизм (машина)	КПД, %
1	Рычаг	99	9	Паровая машина Уатта (1768 г.)	3-4
2	Блок (подвижный или неподвижный)	94-98	10	Паровоз	3
3	Полиспаст из 10 блоков	78	11	Паровоз ИС («Иосиф Сталин»)	5,5
4	Клип ¹	10-30	12	Современная паровая машина (стационарная)	15
5	Домкрат винтовой	30-40	13	Двигатель карбюраторный	25-30
6	Лебедка ручная (одна пара шестерен)	80	14	Первый дизель (1897 г.)	22
7	Электродвигатель	82-98	15	Дизель современный (стационарный)	34-44
8	Электропоезд	28	16	Дизель тракторный	28-32

7.2. КПД машины при последовательном соединении механизмов

Механизмы в машине могут соединяться в последовательные, параллельные и смешанные цепи.

Рассмотрим структурную схему машины (Рис.7.2), в которой механизмы за движителем соединены последовательно.

На выходе каждого из элементов машины имеем полезную работу, выполняемую движителем (A_{de}) или соответствующим механизмом (A_k , где $k = 1, 2, 3, 4$). Часть энергии расходуется на преодоление сил вредных сопротивлений и безвозвратно теряется в каждом из механизмов. Эти потери количественно выражаются

¹ Более острый клин (т.е. дающий больший выигрыш в силе) имеет меньший КПД.

ются работой сил вредных сопротивлений ($A_{BC\kappa}$). Аналогичные рассуждения справедливы и в отношении средних мощностей.

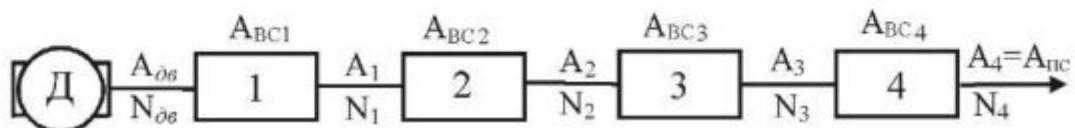


Рис.7.2.

КПД каждого отдельного механизма можно определить формулами:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_{de}}; \quad \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}; \quad \eta_3 = \frac{A_3}{A_2}; \quad \eta_4 = \frac{A_4}{A_3} \quad (7.9)$$

Общий КПД машины:

$$\eta_m = \frac{A_{pc}}{A_{de}} = \frac{A_4}{A_{de}} = \frac{A_1}{A_{de}} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{A_3}{A_2} \cdot \frac{A_4}{A_3} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \quad (7.10)$$

Вывод: При последовательном соединении механизмов общий КПД машины равен произведению КПД отдельных механизмов.

Формула (7.10) говорит о том, что для создания машины с высоким КПД необходимо обеспечить высокий КПД всех её механизмов. Доля КПД каждого механизма в общем КПД - равнозначна.

7.3. КПД машины при параллельном соединении механизмов

При параллельном соединении механизмов (Рис.7.3) доля энергии двигателя, поступающая на каждую параллельную ветвь механизмов, определяется ко-

эффициентом распределения энергии v_i , где i - номер ветви.

$$\text{Очевидно, что } v_1 + v_2 + v_3 = 1 \quad (7.11)$$

Умножая на A_{de} , получим (Рис.7.3):

$$A_{de} = v_1 A_{de} + v_2 A_{de} + v_3 A_{de} \quad (7.12)$$

КПД отдельных механизмов:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{v_1 A_{de}}; \quad \eta_2 = \frac{A_2}{v_2 A_{de}}; \quad \eta_3 = \frac{A_3}{v_3 A_{de}} \quad (7.13)$$

Вычислим общий КПД машины, используя выражения (7.13):

$$\eta_m = \frac{A_{pc}}{A_{de}} = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{A_{de}} = \frac{A_{de}(\eta_1 v_1 + \eta_2 v_2 + \eta_3 v_3)}{A_{de}} \quad (7.14)$$

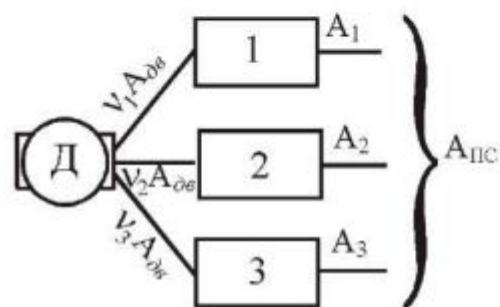


Рис. 7.3

Отсюда

$$\eta_m = \eta_1 v_1 + \eta_2 v_2 + \eta_3 v_3 \quad (7.15)$$

Вывод: При параллельном соединении механизмов общий КПД складывается из суммы произведений КПД отдельных механизмов на соответствующие коэффициенты распределения энергии.

Так как доля различных механизмов в общем КПД зависит от коэффициентов распределения энергии, то для создания машины с высоким КПД следует, в первую очередь, повышать КПД механизмов с большим коэффициентом потребления энергии.

7.4. КПД машины при смешанном соединении механизмов

Применяя аналогичные рассуждения для машины со смешанным соединением механизмов, получим для КПД машины (Рис.7.4) формулу (7.16). Студентам вывод формулы (7.16) предлагается выполнить самостоятельно.

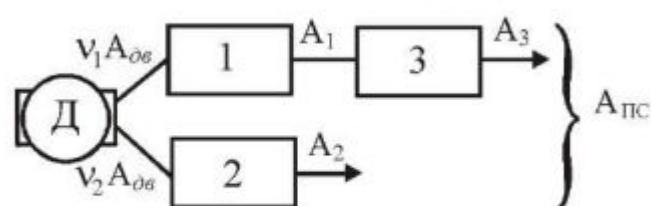


Рис. 7.4

$$\eta_m = \eta_{13} v_1 + \eta_2 v_2 = v_1 \eta_1 \eta_3 + v_2 \eta_2 \quad (7.16)$$

7.5. КПД плоского рычажного механизма.

Рассмотрим задачу определения КПД плоского рычажного механизма. Для примера возьмем шарнирный четырёхзвенник, изображенный на рис.7.5.

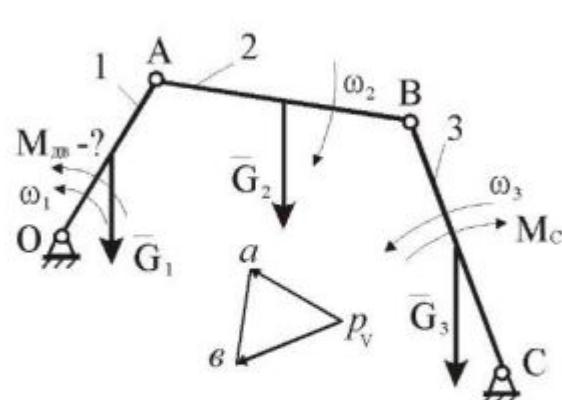


Рис. 7.5

Дано: Механизм работает в установившемся режиме. Ведущее звено – 1, ведомое – 3. Даны n положений механизма, составляющих 1 цикл. В заданных положениях на механизм действуют известные силы тяжести $\bar{G}_1, \bar{G}_2, \bar{G}_3$, известный момент сил сопротивления M_C (полезная нагрузка) и неизвестный движущий момент M_{DB} .¹

Требуется определить: КПД механизма в режиме установившегося движения.

¹ Движущий момент должен быть достаточен для преодоления сил полезных сопротивлений и сил трения в кинематических парах. В свою очередь, условия трения в кинематических парах могут быть различными. Поэтому, величину движущего момента заранее предсказать нельзя.

Решение.

Коэффициент полезного действия механизма будем определять по формуле (7.6), т.е.

$$\eta = \frac{N_{PC}^{cp}}{N_{DB}^{cp}}$$

Так как величина движущего момента является неизвестной, его мощность можно заменить энергетически эквивалентной суммой мощностей сил полезных сопротивлений и сил вредных сопротивлений:

$$\eta = \frac{N_{PC}^{cp}}{N_{DB}^{cp}} = \frac{N_{PC}^{cp}}{N_{PC}^{cp} + N_{BC}^{cp}}$$

Таким образом, задача определения КПД сводится к нахождению средних за цикл мощностей сил полезных и вредных сопротивлений, которые либо известны, либо определяются в ходе динамического анализа и силового расчета механизма.

Для определения средних значений мощностей следует научиться вычислять мгновенные мощности, т.е. мощности сил сопротивлений в конкретных положениях. Покажем, что это возможно.

Предположим, что динамический и силовой расчет для заданного положения механизма выполнены. Поэтому известны угловые скорости звеньев механизма и реакции в кинематических парах $R_{01}, R_{12}, R_{23}, R_{30}$.

Тогда:

1. Мощность сил полезных сопротивлений $N_{PC} = M_C \cdot \omega_3$
2. Мощность сил трения в кинематических парах O, A, B, C .
 $N_{mp} = N_{mp\ 0} + N_{mp\ A} + N_{mp\ B} + N_{mp\ C}$

$$N_{mp\ 0} = M_{mp\ 0} \cdot \omega_1; \quad N_{mp\ A} = M_{mp\ A} \cdot \omega_{12}; \quad N_{mp\ B} = M_{mp\ B} \cdot \omega_{23}; \quad N_{mp\ C} = M_{mp\ C} \cdot \omega_3;$$

$$M_{mp\ 0} = R_{01}r_0f_{mp\ 0}; \quad M_{mp\ A} = R_{12}r_Af_{mp\ A}; \quad M_{mp\ B} = R_{23}r_Bf_{mp\ B}; \quad M_{mp\ C} = R_{30}r_Cf_{mp\ C}.$$

При этом r_0, r_A, r_B, r_C , а также $f_{mp\ 0}, f_{mp\ A}, f_{mp\ B}, f_{mp\ C}$ должны быть заданы.

Абсолютные угловые скорости ω_1 и ω_3 определяют из плана скоростей. Относительные угловые скорости ω_{12} и ω_{23} определяют с учетом направления вращения звеньев (см. Рис. 7.5).

Так $\omega_{12} = \omega_1 + \omega_2$ - вращение в противоположные стороны;

$\omega_{23} = \omega_2 + \omega_3$ - вращение в противоположные стороны.¹

Таким образом, можно определить $N_{TP} = N_{BC}$ в данном положении механизма.

¹ При вращении в одну сторону берется разница, т.е. вычитание угловых скоростей

Для определения среднего за цикл КПД механизма следует вычислить мгновенные мощности сил полезных и вредных сопротивлений для n положений (т.е. необходимо построить n планов положений, n планов скоростей, выполнить силовой анализ для n положений)

Далее, вычислить среднее за цикл значение мощности сил полезных сопротивлений по формуле:

$$N_{PC}^{ep} = \frac{\sum_{i=1}^{12} N_{PC,i}}{n}$$

Вычислить среднее за цикл значение мощности сил вредных сопротивлений (т.е. сил трения в кинематических парах):

$$N_{TP}^{ep} = \frac{\sum_{i=1}^{12} N_{TP,i}}{n}$$

Подставив полученные значения в формулу (7.6) определить КПД механизма:

$$\eta = \frac{N_{PC}^{ep}}{N_{PC}^{ep} + N_{TP}^{ep}}$$

Литература

1. Артоболевский И.И. **Теория механизмов и машин**; Учеб. для вузов.- 4-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.- 640 с.
2. **Теория механизмов и машин**; Учеб. для вузов/ К.В.Фролов, С.А.Попов, А.К.Мусатов и др.; Под ред. К.В.Фролова.- М.: Высш. шк., 1987.- 496 с.