

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

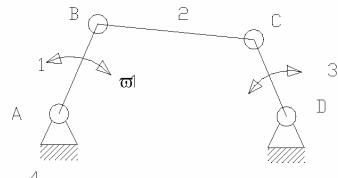
Конспект лекций

Лекция 1. Структурное исследование механизмов.

Теория механизмов и машин занимается исследованием и разработкой механизмов и машин. Последние состоят из звеньев.

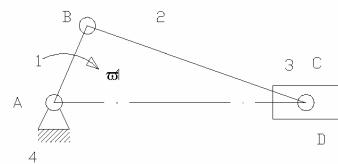
Звено механизма – это деталь или несколько жёстко связанных между собой деталей, которые двигаются, как одно целое.

Кривошипно-коромысловый механизм.



4 звено – это стойка, неподвижное звено. Звено, к которому сообщается движение, называется входным (ведущим), звено, совершающее движение для выполнения которого предназначен механизм – выходное звено. Порядок нумерации звеньев: выходное звено – 1, стойка – последний номер.

Кривошипно-ползунный механизм.



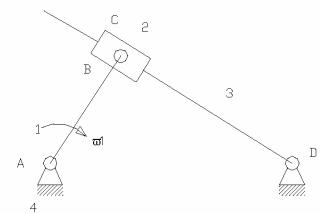
1 звено – кривошип; это звено, прикреплённое к стойке, совершает полный оборот вокруг неё.

2 звено – коромысло; это звено совершает колебательные движения относительно стойки.

3 звено – шатун; шарнирно связано с неподвижными звеньями, и совершает плоскопараллельное движение (ползун, поршень).

4 звено – стойка.

Кулисный механизм.



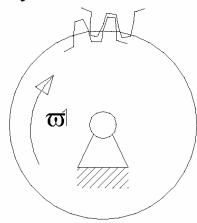
3 звено – ползун; движется по подвижным или неподвижным направляющим.

1 – кривошип;

2 – камень кулисы (втулка) вместе с 3^в 1 совершают полный оборот вокруг А (ω_1 и ω_2 одно и тоже), а также движется вдоль звена 3 приводя его во вращение;

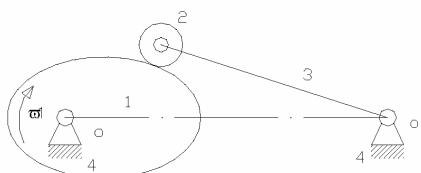
3 – кулиса, неподвижная направляющая для камня.

Зубчатый механизм.



Зубчатое колесо – звено механизма, имеющее замкнутую систему зубьев, обеспечивающее непрерывное движение другого звена. Меньшее из зубчатых колёс (обычно ведущее) называется шестерней, ведомое (обычно большее) – колесом.

Кулачковый механизм.



1 – кулачок (ведущее звено);

2 – ролик;

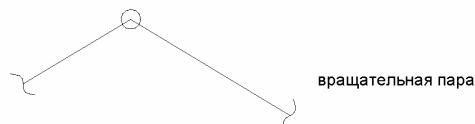
3 – толкатель (выходное);

4 – стойка;

Эксцентрик (кулачок) – это звено, рабочая поверхность которого, имеет переменную кривизну.

Кинематическая пара (КП) – это подвижное соединение двух контактирующих звеньев, ограничивающее их относительное движение.

Все кинематические пары на схеме обозначаются буквами латинского алфавита (A, B, C и т.д.).



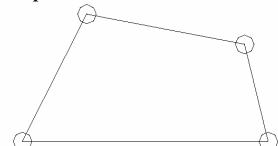
вращательная пара



поступательная пара

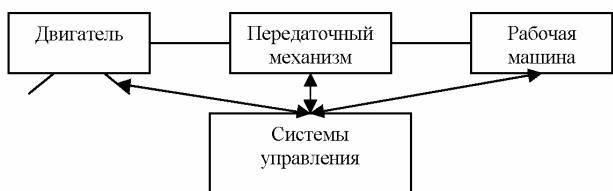
Звенья, соединяясь друг с другом, образуют кинематические цепи.

Кинематическая цепь – это совокупность звеньев (подвижных) объединённых кинематическими парами.



Механизм – это устройство из твёрдых тел предназначенное для многократного воспроизведения заданного закона движения.

Чтобы привести в соответствие механические характеристики двигателя и рабочей машины между ними устанавливают передаточный механизм (фрикционные зубчатые и т.д. передачи).

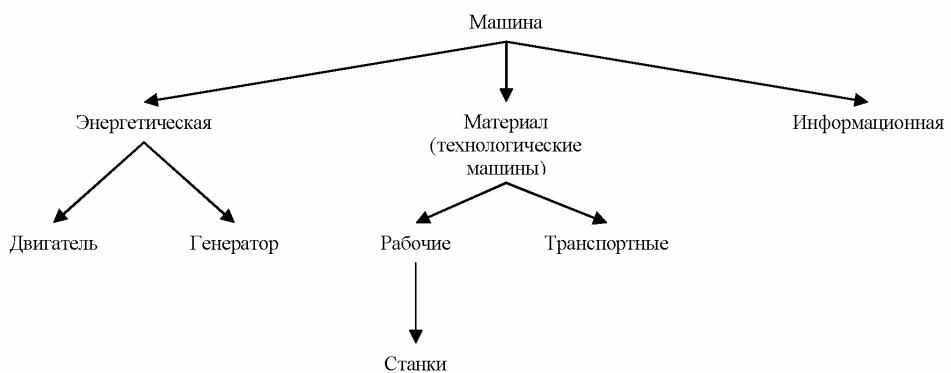


Машинный агрегат.

Двигатель – техническое устройство, преобразующее один вид энергии в другой (ДВС).

Трансформаторная машина – техническое устройство, потребляющее энергию извне и совершающее полезную работу (насосы, станки, прессы).

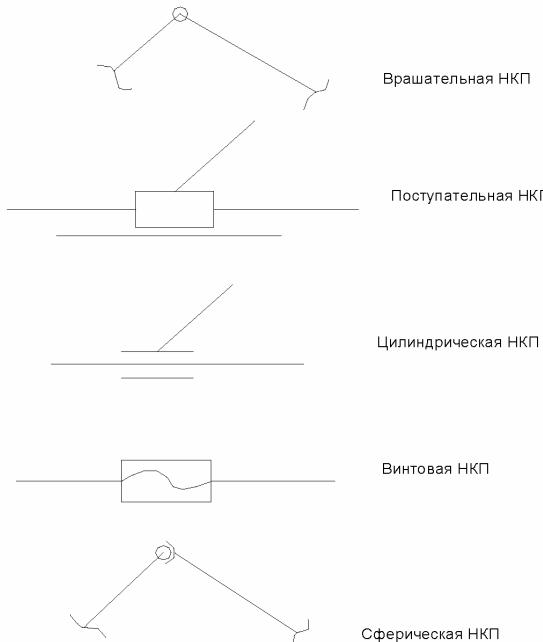
Машина – устройство, совершающее механическое движение, предназначенное для преобразования энергии, материалов, информации, и служащее для облегчения физического и умственного труда.



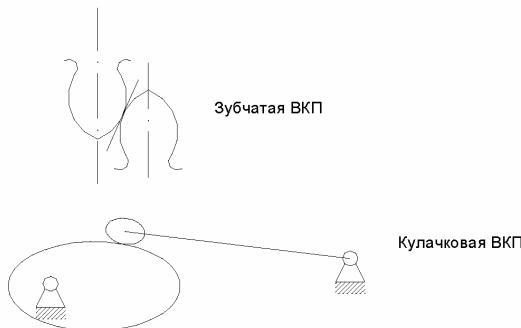
Кинематические пары делятся на:

- низшие кинематические пары;
- высшие кинематические пары.

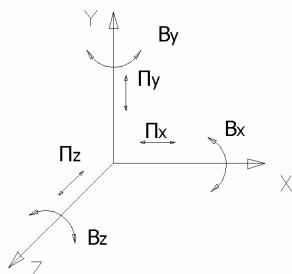
Низшая кинематическая пара (НКП) – это та пара, где контакт осуществляется по поверхности или плоскости.



Высшая кинематическая пара (ВКП) – это та пара, где контакт между звеньями осуществляется по линии или в точке.



Кинематические пары классифицируются по числу i степеней свободы одного звена в относительном движении (числу подвижностей) или по числу связей j – числу ограничений на относительное движение одного звена. Классификация КП по числу степеней свободы считается основной.



Под степенью свободы понимается возможность независимого перемещения твёрдого тела.

В пространстве свободно перемещающееся тело имеет шесть подвижностей: три вращательных подвижности относительно осей координат B_x , B_y , B_z и три поступательных подвижности вдоль осей координат Π_x , Π_y , Π_z . Для звеньев, составляющих кинематическую пару, число степеней свободы (число подвижностей) в их движении всегда меньше шести. Ограничение, накладываемое кинематической парой

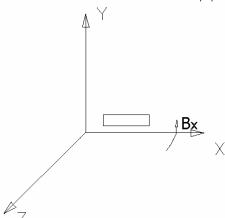
на возможность относительного движения звеньев, называется связью.

$$i + j = 6$$

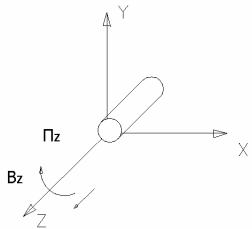
При $i=6$ кинематическая пара не существует, два звена движутся независимо друг от друга. Когда $j=6$ кинематическая пара становится жёстким соединением двух деталей, т.е. одним звеном. Согласно классификационному признаку любая кинематическая пара может быть либо i – подвижной (1Π , 2Π , 3Π , 4Π , 5Π), либо класса j ($5C$, $4C$, $3C$, $2C$, $1C$). Рассмотрим основные кинематические пары.

Деление кинематических пар по родам.

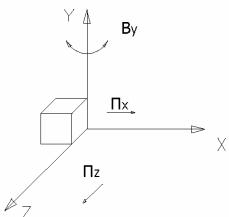
1. P_1 – пара первого рода (одноподвижная кинематическая пара). 1Π , $5C$, одно относительное движение при 5 связях.



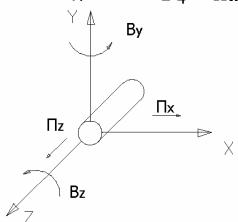
2. P_2 – пара второго рода (двухподвижная КП). 2Π , $4C$, два относительных движения при 4 связях.



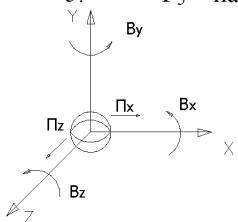
3. P_3 – пара третьего рода. 3П, 3С, три относительных движения при 3 связях.



4. P_4 – пара четвёртого рода. 4П, 2С, четыре независимости, две связи.



5. P_5 – пара пятого рода. 5П, 1С, пять подвижностей, одна связь.



P_4 и P_5 – высшие кинематические пары.

Степень свободы плоского механизма.

Плоский механизм – это механизм, траектория движения всех звеньев находится в одной плоскости, все оси параллельны друг другу и перпендикулярны плоскости.

$$i + j = 4$$

W – число степеней свободы плоского механизма

n – общее число звеньев механизма

(n-1) – число подвижных звеньев механизма (без стойки)

3(n-1) – общее число подвижностей всех звеньев механизма (плоского)

$$W_3 = 3(n - 1) - 2P_1 - P_2$$

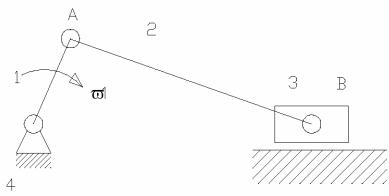
В плоском механизме одноподвижная пара (P_1)(НКП) отнимает две подвижности, двухподвижная пара (ВКП) отнимает одну подвижность. В плоском механизме одноподвижные пары являются низшими, а двухподвижные – высшими. В первом случае контакт по поверхности или плоскости, во втором, по линии или в точке.

Формула Чебышева:

$$W_3 = 3(n - 1) - 2P_n - P_e$$

P_n – число низших КП.

P_e – число высших КП.



1 – кривошип	}	4 – 1 – НКП вращательная
2 – шатун		1 – 2 – НКП
3 – ползун		2 – 3 – НКП
4 – стойка		3 – 4 – НКП поступательная

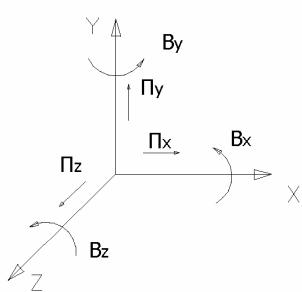
$$W_3 = 3(4 - 1) - 2 \cdot 4 = 1$$

В этом механизме число подвижных звеньев $n = 3$, число низших кинематических пар – четыре; высшие кинематические пары отсутствуют.

$$W_3 = 1,$$

Следовательно достаточно задать движение одного звена и движение остальных звеньев определится.

Лекция 2. Определение числа свободы пространственного механизма (Формула Сомова Малышева).



$$i + j = 6$$

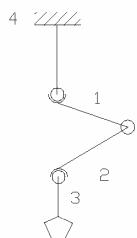
В пространственном механизме оси непараллельны, звенья могут двигаться в разных плоскостях.

$$W_m = 6(n-1) - \underbrace{5P_1 - 4P_2 - 3P_3}_{\text{НКП}} - \underbrace{2P_4 - P_5}_{\text{ВКП}}$$

$$W_m = 6(n-1) - \sum_{i=1}^{i=5} (6-i)P_i \quad \text{где:}$$

i – число подвижностей в КП;

P_i – число кинематических пар i -х подвижностей.



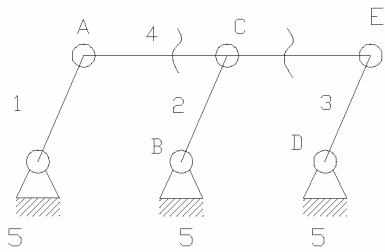
1 – плечо
2 – предплечье
3 – кисть
4 – корпус

$n = 4$

4 – 1 – сферическая НКП
1 – 2 – вращательная НКП
2 – 3 – сферическая НКП
 $W = 6(4-1) - 5 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = 7$

Здесь $n=4$, $P_1=1$, $P_2=0$, $P_3=2$, $P_4=0$, $P_5=0$.

О методических повторяющихся связях



1, 2, 3 – кривошипы
4 – шатун
5 – стойка

$n = 5$

5 – 1, 5 – 2, 5 – 3, 1 – 4, 2 – 4, 3 – 4 – 6НКП вращательные

$$W_u = 3(5-1) - 2 \cdot 6 = 0$$

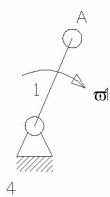
Фактическое число степеней свободы и число степеней свободы, определяемое по формуле Чебышева, не совпадают, следовательно можно воспользоваться числом метрических повторяющихся связей $[q_m]$.

q_m – это те связи, которые можно отбросить.

$$q_m = W_\phi - W_u$$

Кинематическое и структурное исследование механизмов.

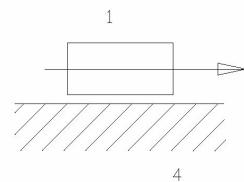
Начальный механизм – это механизм, который состоит из стойки и стольких подвижных звеньев, сколько степеней свободы имеет плоский механизм.



1 - кривошип

4 – стойка

$$W_q = 1$$



1 – ползун

4 – стойка

$$W_q = 1$$

Структурная группа (группа Ассура).

Структурной группой называется группа из нескольких подвижных звеньев, объединённых кинематической парой, присоединение которой к остальному механизму не изменяет его степень свободы.

$\Delta W = 0$ – число степеней свободы в группе Ассура.

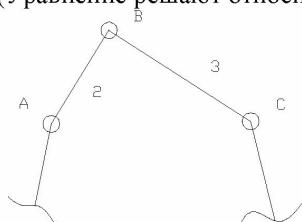
$\Delta W = 3n' - 2P'_n$, n' , $P'(P_n)$ – число звеньев, одноподвижных КП (НКП) в этой структурной группе, это целочисленные величины.

n' – число звеньев в группе;

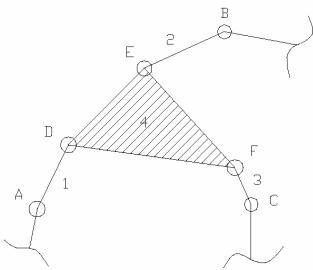
$n' = 2/3P_n$, т.е. P'_n – должно быть кратно 3;

$P'_n = 3/2n'$, т.е. n' – должно быть кратно двум.

(Уравнение решают относительно P'_n или n')



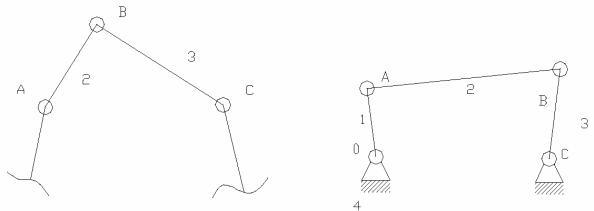
двух поводковая группа (2ПГ).



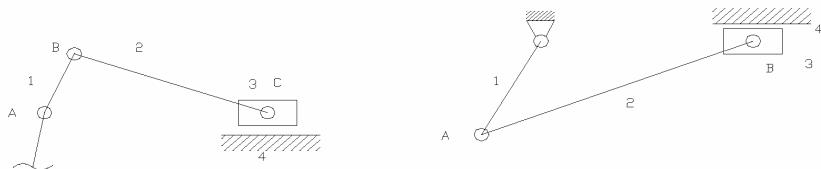
трёх поводковая группа (3ПГ).

Поводок – звено образующее одно поводковую КП с одним из звеньев механизма, к которому присоединяется группа.

Двух поводковая группа первого вида (2ПГ→1 вида):

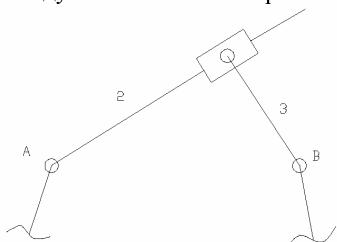


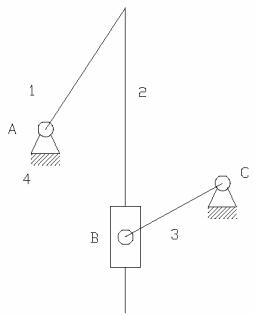
Двух поводковая группа второго вида (2ПГ→2 вида):



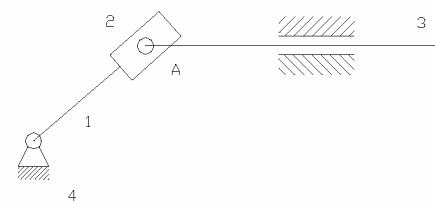
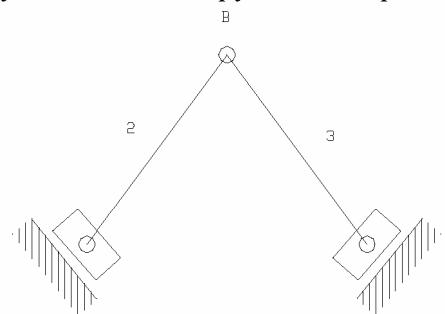
Двух поводковая группа третьего вида (2ПГ→3 вида):

- между звеньями есть пара с поступательным движением.

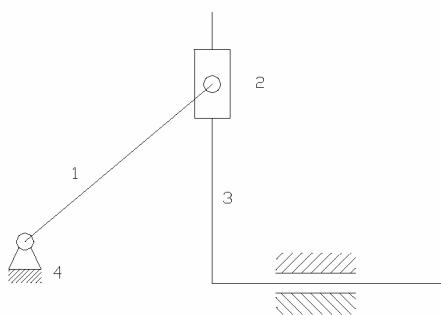
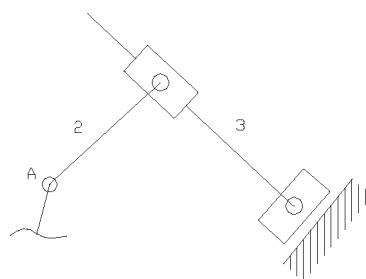




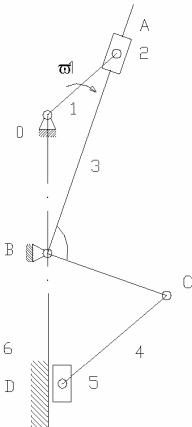
Двух поводковая группа четвёртого вида ($2\text{ПГ}\rightarrow 4$ вида):



Двух поводковая группа пятого вида ($2\text{ПГ}\rightarrow 5$ вида):



Лекция 3. Пример выполнения лабораторной работы.



В первую очередь следует:

1. поставить шарниры;
2. пронумеровать звенья.

1-е звено – кривошип
 2-е звено – ползун
 3-е звено – кулиса
 4-е звено – шатун
 5-е звено – ползун
 6-е звено – стойка

$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} n = 6$

6 – 1 НКП – вращательная (в сложном шарнире кинематических пар на одну меньше);

1 – 2 НКП – вращательная;

2 – 3 НКП – поступательная;

3 – 6 НКП – вращательная;

3 – 4 НКП – вращательная;

4 – 5 НКП – вращательная;

5 – 6 НКП – поступательная.

$W_f = 1$ – фактическая степень свободы;

$W_q = 3(n - 1) - 2P_h - P_v = 1$;

$q_m = W_f - W_q$, следовательно $q_m = 0$.

Структурный анализ механизма:

1. Ищем начальный механизм

HM – 6 – 1

(O, A_1) скорость и ускорение
 т. A_1 известны.

2. Ищем возможные поводки

1^{ая} 2ПГ → 2, 3 → 3^{го} вида

$(A_2 = A_4; A_3; B; C_3)$ скорость и ускорение
 т. C_3 и A_3 не известны.

2^{ая} 2ПГ → 4, 5 → 2^{го} вида

$(C_4 = C_3; D_4 = D_5; D_6)$ скорость и ускорение
 т. D_4 не известны.

3. Построить характерные точки

Кинематика структурных групп.

Два способа разложения движения

I способ.

Первый способ применяют в том случае, когда известно движение одной точки звена и необходимо определить движение другой точки этого же звена.

Дано: V_A, a_A

Определить V_B, a_B ?



$$\bar{V}_B = \bar{V}_{nep} + \bar{V}_{omn}; \bar{V}_{nep} = \bar{V}_A; \bar{V}_{omn} = \bar{V}_{BA};$$

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}, \bar{V}_{BA} \perp AB$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{nep} + \bar{a}_{omn}'' + \bar{a}_{omn}'; \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}'' + \bar{a}_{BA}'; \bar{a}_{BA}'' \parallel AB, \bar{a}_{BA}' \perp AB$$

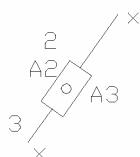
$$\bar{a}_{BA}'' = \frac{V_{BA}^2}{R_{AB}}; \bar{a}_{BA}'' = \omega^2 R_{AB}; a_{BA}' = \varepsilon \cdot R_{AB}$$

II способ.

Второй способ разложения движения применяют тогда, когда известно движение точки одного звена и необходимо определить движение точки другого звена, составляющего с первым звеном поступательную пару.

Дано: V_{A2}, a_{A2}

Определить V_{A3}, a_{A3} ?



$$\bar{V}_{AB} = \bar{V}_{nep} + \bar{V}_{omn}; \bar{V}_{nep} = \bar{V}_{A_2}; \bar{V}_{omn} = \bar{V}_{A_3A_2}$$

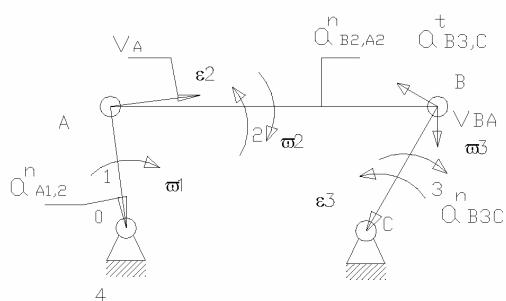
$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_2} + \bar{V}_{A_3A_2}, \bar{V}_{A_3A_2} \parallel X - X$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{nep} + \bar{a}_{omn} + \bar{a}_{kop}; \bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{A_3A_2}^{kop} + \bar{a}_{A_3A_2}^{omn}; \bar{a}_{A_3A_2}^{omn} \parallel X - X, \bar{a}_{A_3A_2}^{kop} \perp X - X.$$

$$\bar{a}_{nep} = \bar{a}_{A_2}; \bar{a}_{omn} = \bar{a}_{A_3A_2}; \bar{a}_{kop} = \bar{a}_{A_3A_2}^{kop}; \bar{a}_{A_3A_2}^{kop} = 2\omega_{nep} \cdot \sin(\omega V) = 2\omega_3 V_{A_3A_2}.$$

Для плоского механизма $\sin(\omega V) = 1$, т.к. угол между векторами = 90°

Кинематика двух поводковой группы первого вида.



В дальнейшем принято величину, известную по модулю и направлению, подчёркивать двумя чертами. Если известна только линия действия вектора, то его подчёркивают одной чертой и указывают направление. При этом символ «||» обозначает параллельность, а « \perp » - перпендикулярность к линии.

Абсолютную линейную скорость и ускорение любой точки можно представить в виде геометрической суммы переносного и относительных движений. За переносное движение принимают заданное движение (V_A , a_A) и его считают поступательным движением. Относительным движением исследуемой точки В является вращательное движение этой точки относительно заданной точки А. Это движение известно только по направлению.

$$\bar{V}_B = \bar{V}_{nep} + \bar{V}_{omn} = \underline{\underline{V}}_A + \underline{\underline{V}}_{BA}$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{nep} + \bar{a}_{omn}^n + \bar{a}_{omn}^t = \underline{\underline{a}}_A + \underline{\underline{a}}_{BA}^n + \underline{\underline{a}}_{BA}^t$$

где:

V_{nep} , V_A – скорость переносного движения, м/с;

V_{omn} , V_{BA} – скорость относительного движения, м/с;

a_{nep} , a_A – ускорение переносного движения, м/с²;

a_{omn}^n , a_{BA}^n – нормальная составляющая ускорения относительного движения. Это ускорение направлено от исследуемой точки В к заданной точке А по прямой линии. Оно определяется:

$$a_{BA}^n = \omega_i^2 \cdot l_{BA} = \frac{V_{BA}^2}{l_{BA}}, \text{ где } \omega_i \text{ – угловая скорость звена, } \text{с}^{-1}; l_{BA} \text{ – длина звена.}$$

a_{omn}^t , a_{BA}^t – тангенциальная составляющая ускорения относительного движения, м/с². Это ускорение направлено по касательной к исследуемой точке В, т.е. перпендикулярна прямой АВ. Оно определяется как $a_{BA}^t = \varepsilon_i \cdot l_{BA}$

ε_i – угловое ускорение звена, с⁻².

В этом случае абсолютное движение исследуемой точки раскладывают на переносное движение (совместное движение ползуна и направляющей) и на относительное движение (движение ползуна по направляющей). Переносное движение считается поступательным и равным движению заданной точки (A_2). Относительное движение исследуемой точки направлено по направляющей.

$$\left. \begin{array}{l} 1\text{-е звено – кривошип} \\ 2\text{-е звено – шатун} \\ 3\text{-е звено – коромысло} \\ 4\text{-е звено – стойка} \end{array} \right\} n = 4$$

4 – 1 НКП – вращательная

1 – 2 НКП – вращательная

2 – 3 НКП – вращательная

3 – 4 НКП – вращательная

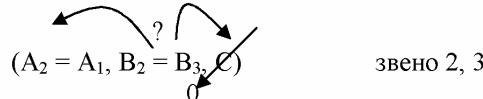
$W_\Phi = 1$ – фактическая степень свободы

$W_q = 3(n - 1) - 2P_h = 1$

$q_m = W_\Phi - W_q$, следовательно $q_m = 0$

Н. М.: 4 – 1 (O, A₁)

1^{ая} 2ПГ → 1^{го} вида



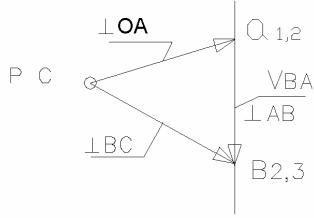
звено 2, 3

$\omega_1 = \text{const}$, $V_{A1} = \omega_1 R_{OA}$, $V_{A_1} = V_{A_2}$, $a_{A_1}' = \varepsilon_1 \cdot R_{OA} = 0$, $a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot R_{OA}$.

Планом скоростей (ускорений) – называется чертёж, на котором в определённом масштабе нанесены векторы скоростей (ускорений) основных точек механизма.

Построение плана скоростей

$$\bar{V}_{B23} = \underline{\underline{\bar{V}_{A_2}}} + \underline{\underline{\bar{V}_{B_2A_2}}}; \bar{V}_{A_2} \perp OA, \bar{V}_{B_2A_2} \perp AB$$



$$\bar{V}_{B23} = \underline{\underline{\bar{V}_C}} + \underline{\underline{\bar{V}_{B_3C}}}; \bar{V}_C = 0, \bar{V}_{B_3C} \perp BC$$

$V_{a_1} = \omega_1 \cdot l_{OA} = \mu_s \cdot \omega_1 \cdot OA; a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = \frac{V_A^2}{l_{OA}} = \mu_s \cdot \omega_1^2 \cdot OA$. μ_s - масштабный коэффициент плана механизма. $\mu_s = \frac{R_{OA}}{OA} = \frac{l_1}{OA}; \left(\frac{m}{mm} \right)$.

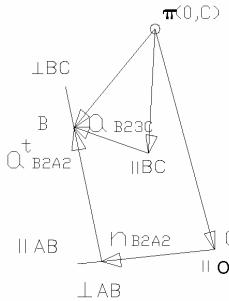
Берут произвольную точку Р (полюс плана), от неё по направлению вращения ω_1 откладывают отрезок $P \cdot a \perp OA$. Это скорость точки А на начальном звене, затем вычисляют масштабный коэффициент скорости $\mu_v = \frac{V_A}{P \cdot a} = \mu_s \omega_1 \frac{OA}{P \cdot a} \left(\frac{m}{c^2, mm} \right)$, строят план скоростей.

$$V_B = \mu_v (P_b); V_{BA} = \mu_v (b \cdot a).$$

$$\omega_2 = \frac{V_{B_2A_2}}{R_{AB}} = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{\mu_v \cdot (b \cdot a)}{\mu_s \cdot (BA)}; \omega_3 = \frac{V_{BC}}{l_{BC}} = \frac{\mu_v \cdot (P_b)}{\mu_s \cdot (BC)}$$

Направление ω_2 и ω_3 совпадает с V_{BA}, V_{BC}

Построение плана ускорений.



$$\bar{a}_{B_{2,3}} = \underline{\underline{\bar{a}_{A_2}^n}} + \underline{\underline{\bar{a}_{B_2A_2}^n}} + \underline{\bar{a}_{B_2A_2}^t}; a_{A_2}^n \parallel OA, a_{B_2A_2}^n \parallel BA, a_{B_2A_2}^t \perp BA$$

$$\bar{a}_{B_{2,3}} = \underline{\underline{\bar{a}_C^n}} + \underline{\underline{\bar{a}_{B_{2,3}C}^n}} + \underline{\bar{a}_{B_{2,3}C}^t}; a_C = 0, a_{B_{2,3}C}^n \parallel BC, a_{B_{2,3}C}^t \perp BC; \varepsilon_2 = \frac{a_2^t}{R_2} = \frac{a_{B_2A_2}^t}{R_{AB}}$$

$$a_{B_2A_2}^n = \frac{V_{B_2A_2}^2}{R_{AB}} = \omega_2^2 \cdot R_{AB}; a_{B_3C}^n = \frac{V_{B_3C}^2}{R_{BC}}; a_{B_{2,3}C}^n = \frac{a_{B_{2,3}C}^n}{\parallel BC} = \frac{a_{A_2}^n}{\parallel CA} + \frac{a_{B_2A_2}^n}{\parallel BA} + \frac{a_{B_2A_2}^t}{\perp BA}$$

В этом выражении известно ускорение a_{A_2} , нормальные составляющие $a_{B_{2,3}C}^n$ и $a_{B_2A_2}^n$, тангенциальные составляющие $a_{B_{2,3}C}^t$ и $a_{B_2A_2}^t$ известны только по направлению. Строят план

ускорений. Отмечают точку П и из неё параллельно звену ОА проводят прямую линию. Нормальное ускорение точки А направлено к центру вращения. От точки П по направлению a_A откладываем отрезок Π_A производной длины. Этот отрезок будет соответствовать ускорению точки А, затем вычисляем масштабный коэффициент и отрезок нормального ускорения $a_{B_2,3C}^n$ и $a_{B_2A_2}^n$.

$$\mu_a = \frac{a_A}{\Pi_a} = \mu_s \omega_1^2 \frac{OA}{\Pi_a} \left(\frac{M}{c^2, MM} \right); \quad an_{B_2A_2} = \frac{a_{B_2A_2}^n}{\mu_a} = \frac{V_{BA}^2}{\mu_a l_{BA}} = \frac{(\mu_v ba)^2}{\mu_a \mu_s (BA)}. \text{ (мм);}$$

$$\Pi n_{B_2,3C} = \frac{a_{B_2,3C}^n}{\mu_a} = \frac{V_{B_3A}^2}{\mu_a l_{BC}} = \frac{(\mu_v P_b)^2}{\mu_a \mu_s (BC)}, \text{ (мм)}$$

Строим план ускорений.

Отрезок $an_{B_2A_2}$ направлен от точки В к точке А, центру относительного движения точки В. Отрезок $\Pi n_{B_2,3C}$ направлен от точки В к точке С, центру относительного движения точки В. Точка b является точкой пересечения линий действия тангенциальных ускорений $a_{B_2,3C}^t$ и $a_{B_2A_2}^t$. Для определения реальных значений ускорений a_B , $a_{B_2,3C}^t$, $a_{B_2A_2}^t$ необходимо соответствующие длины отрезков на плане ускорений умножить на μ_a :

$$a_B = \mu_a (\Pi b); \quad a_{B_2A_2}^t = \mu_a (n_{B_2A_2} b); \quad a_{B_2,3C}^t = \mu_a (n_{B_2,3C} b)$$

Для расчёта условных звеньев 2 и 3 необходимо тангенциальные ускорения $a_{B_2,3C}^t$ и $a_{B_2A_2}^t$ разделить на соответствующие длины звеньев.

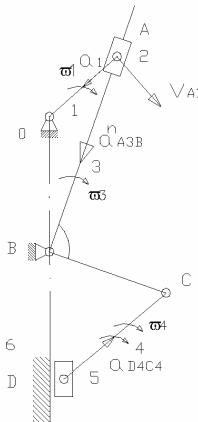
$$\varepsilon_2 = \frac{a_{B_2A_2}^t}{l_{BA}} = \frac{\mu_a (n_{BA} b)}{\mu_s (BA)};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{B_2,3C}^t}{l_{BC}} = \frac{\mu_a (n_{BC} b)}{\mu_s (BC)};$$

направление угловых ускорений совпадает с направлениями тангенциальных ускорений.

Лекция 4. Кинематика двух поводковых групп 2^{го} и 3^{го} вида (пример выполнения первого домашнего задания).

I этап:



$$W_q = 1.$$

H.M.: 6, 1 (OA)

$$a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot R_{OA}; \quad a_{A_1}^n = 0;$$

$$V_{A_1} = \omega_1 \cdot R_{OA}$$

Возможные поводки: 3, 5, 2.

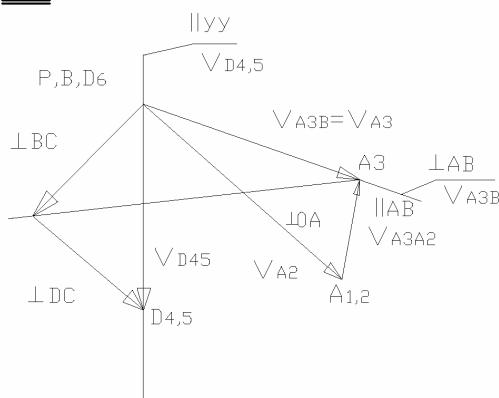
$(A_2 = A_1; A_3, B; C_3) \xrightarrow[0]{?} C$ – ищется по теореме подобия
1^{ая} 2ПГ $\rightarrow 2, 3 \rightarrow 3$ вида

$(C_4 = C_3; D_4 = D_5, D_6) \xrightarrow[0]{?}$
2^{ая} 2ПГ $\rightarrow 4, 5 \rightarrow 2$ вида

II этап: (построение плана скоростей).

План скоростей – плоская фигура, на которой изображены все скорости механизма.

$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_{1,2}} + \bar{V}_{A_3A_2}, \quad \bar{V}_{A_2} \perp OA, \quad \bar{V}_{A_3A_2} \parallel AB, \quad \bar{V}_{A_3} = \bar{V}_B + \bar{V}_{A_3B}, \quad \bar{V}_{A_3B} \perp AB.$$



Строим план скоростей. Через конец вектора $P \cdot a_{1,2}$ проводят прямую \parallel прямой AB на плане механизма, а из полюса Р плана скоростей – прямую \perp AB. Точка a_3 пересечения этих прямых

определяет вектора $P \cdot a_3$, $a_{1,2} \cdot a_3$, соответствуют скоростям V_{a_3} , $V_{A_3 A_{1,2}}$; $V_{A_3} = \mu_V \cdot P \cdot a_3$;

$$V_{A_3 A_{1,2}} = \mu_V \cdot a_{1,2} \cdot a_3$$

$$\text{Угловая скорость кулисы } \omega_3 = \frac{V_{A_3}}{l_{A_3 B}} = \frac{\mu_V \cdot P \cdot a_3}{\mu_3 \cdot A_3 B}$$

Скорость V_C второй структурной группы находят по теореме о подобии фигур. Для этого на плане скоростей строят $\Delta Pa_3 C$, подобный ΔBAC на плане механизма. На стороне AB этого треугольника откладывают вектор Pa_3 с плана скоростей. Через точку a_3 проводят прямую $a_3 C$, параллельную стороне AC . Построенный $\Delta Pa_3 C$ переносят на план скоростей.

$$V_{C_3} = \mu_V \cdot P \cdot c$$

Составляем векторные выражения:

$$\bar{V}_{D_{4,5}} = \underline{\underline{V}}_{C_4} + \underline{\underline{V}}_{D_{4,5}C_4}; V_{C_4} = V_{C_3}; \bar{V}_{D_{4,5}} = \underline{\underline{V}}_{D_6} + \underline{\underline{V}}_{D_5D_6}; V_{D_5D_6} \parallel YY$$

Через точку C проводят прямую \perp отрезку DC на плане механизма, а из полюса P прямую \parallel вертикали YY . Точка $D_{4,5}$ определяет векторы скоростей $\bar{V}_{D_{4,5}}$ и $\bar{V}_{D_{4,5}C_4}$

$$V_{D_{4,5}} = \mu_V \cdot P \cdot d_{4,5}$$

$$V_{D_{4,5}C_4} = \mu_V \cdot C_4 \cdot d_{4,5}$$

Носят угловую скорость шатуна 4

$$\omega_4 = \frac{V_{D_{4,5}C_4}}{C_{DC}} = \frac{\mu_V (C_4 d_{4,5})}{\mu_s DC}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{V}_{D_{4,5}} = \underline{\underline{V}}_{C_4} + \underline{\underline{V}}_{D_{4,5}C_4}, \bar{V}_{D_{4,5}C_4} \perp DC, \bar{V}_{C_4} \perp CB \\ \bar{V}_{D_{4,5}} = \underline{\underline{V}}_{D_6} + \underline{\underline{V}}_{D_5D_6}, \bar{V}_{D_6} = 0, \bar{V}_{D_5D_6} \parallel Y-Y \end{array} \right\} \bar{V}_{D_{4,5}} = \underline{\underline{V}}_{C_4} + \underline{\underline{V}}_{D_{4,5}C} = \underline{\underline{V}}_{D_5D_6}$$

$$\omega_3 = ?$$

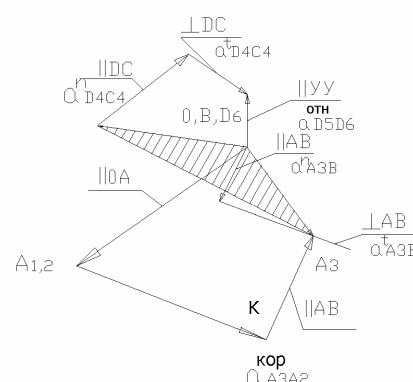
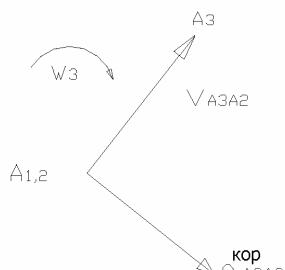
$$\omega_3 = \frac{V_{A_3 B}}{R_{A_3 B}}$$

III этап: (план ускорений).

$$\bar{a}_{A_3} = \underline{\underline{\bar{a}}}_{A_2} + \underline{\underline{\bar{a}}}_{A_3 A_2}^{kop} + \underline{\underline{\bar{a}}}_{A_3 A_2}^{omn}; \bar{a}_{A_3 A_2}^{omn} \parallel AB, \bar{a}_{A_3 A_2}^{kop} \perp AB, \bar{a}_{A_2} \parallel OA.$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_B + \bar{a}_{A_3 B}^n + \bar{a}_{A_3 B}^\tau; \bar{a}_B = 0, \bar{a}_{A_3 B}^n \parallel AB, \bar{a}_{A_3 B}^\tau \perp AB.$$

$$\bar{a}_{A_3 A_2}^{kop} = 2\omega_{nep} \cdot V_{omn} \cdot \sin(\omega^V) = 2\omega_3 V_{A_3 A_2}.$$



$$a_{A_3B}^n = \frac{V_{A_3B}^2}{R_{AB}}; \bar{a}_{A_3} = \underline{\bar{a}_{A_3B}^n} + \underline{\bar{a}_{A_3B}^\tau} = \underline{\bar{a}_{A_2}} + \underline{\bar{a}_{A_3A_2}^{kop}} + \underline{\bar{a}_{A_3A_2}^{omn}}$$

Для определения направления кориолисова ускорения необходимо вектор относительной скорости $\bar{V}_{A_3A_2}$ повернуть на 90° по направлению угловой скорости направляющей-кулисы.

$$\bar{a}_{D_{4,5}} = \underline{\bar{a}_{C_4}} + \underline{\bar{a}_{D_{4,5}C_4}^n} + \underline{\bar{a}_{D_{4,5}C_4}^\tau}; \bar{a}_{D_{4,5}C_4}^n \parallel DC, \bar{a}_{D_{4,5}C_4}^\tau \perp DC;$$

$$a_{D_{4,5}C_4}^n = \frac{V_{D_{4,5}C_4}^2}{R_{DC}}.$$

$$\bar{a}_{D_{4,5}} = \bar{a}_{D_6} + \bar{a}_{D_6D_6}^{kop} + \bar{a}_{D_6D_6}^{omn}; \bar{a}_{D_6D_6}^{kop} = 2\omega_6 V_{D_6D_6} = 0, \text{ т.к. } \omega_6 = 0; \bar{a}_{D_6} = 0.$$

Рассчитывают ускорение $a_{A_{1,2}}$ – нормальное $a_{A_{1,2}} = \mu_s \cdot OA \cdot \omega_1^2$, откладывают на луче отрезок

$\Pi a_{A_{1,2}}$ (нормальное ускорение всегда направлено к центру вращения – точка О на плане механизма).

$$\mu_a = \frac{a_{A_{1,2}}}{\Pi a_{A_{1,2}}}.$$

План ускорений. Из конца вектора $\Pi a_{A_{1,2}}$ проводят луч кориолисова ускорения, откладывают отрезок $a_{A_{1,2}}K$. Через точку К проводят прямую \parallel отрезку АВ на плане механизма. Из полюса П откладываем отрезок Πn_{A_3B} нормального ускорения, направление которого от точки А₃ к точке В – к центру относительного движения точки А. Через точку n_{A_3B} проводят линию действия тангенциального ускорения, \perp к отрезку АВ на плане механизма.

$$a_{A_3} \mu_a \Pi a_{A_3}, a_{A_3B}^\tau = \mu_a n_{A_3B}; a_{A_3A_{1,2}}^{omn} = \mu_a K_{A_3A_{1,2}} a$$

Ускорение т С₄ находят по теореме о подобии фигур.

$$a_{c_4} = \mu_a \Pi c_4$$

Отрезок $c_4 n_{D_{4,5}C}$ нормального ускорения $a_{D_{4,5}C_4}^n$

$$c_4 n_{D_{4,5}C} = \frac{a_{D_{4,5}C_4}^n}{\mu_a} = \frac{V_{D_{4,5}C_4}^2}{\mu_a l_{DC}} = \frac{V_{D_{4,5}C_4}^2}{\mu_a \mu_s(DC)} = \frac{(C_4 D_{4,5})^2 \cdot \mu_s^2}{\mu_a \mu_s(DC)}$$

Через точку н проводят прямую $\perp DC$, а из полюса П – прямую параллельную YY' находят D_{4,5}

$$a_{D_{4,5}} = \mu_a (\Pi d_{4,5})$$

$$a_{D_{4,5}C}^\tau = \mu_a (nd_{4,5})$$

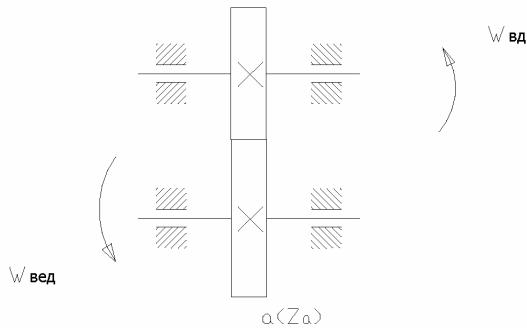
$$\text{Находят угловые ускорения } \varepsilon_4 = \frac{a_{D_{4,5}C}^\tau}{l_{DC}} = \frac{a_{D_{4,5}C}^\tau}{\mu_s(DC)}$$

Направление ε_4 определяется направлением $a_{D_{4,5}C}^\tau$

Лекция 5. Кинематика простых и сложных зубчатых механизмов.

Механизмы с высшими кинематическими парами.

Кинематика простого зубчатого механизма с неподвижными валами.



Достоинства:

1. малый вес и габариты;
2. возможность точного воспроизведения закона движения выходного звена;
3. Высокий КПД (0,85 ... 0,99).

Недостатки:

1. Повышенные удельные давления в точке контакта могут привести к усталостному выкрашиванию материала.

$$W_u = 1$$

a – ведущее зубчатое колесо;

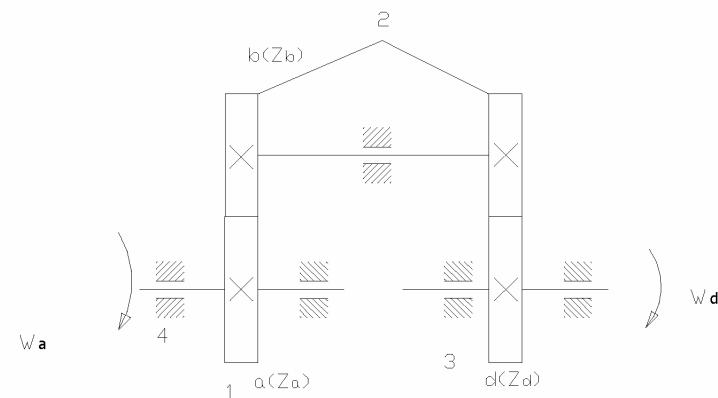
b – ведомое зубчатое колесо;

z_a, z_b – число зубьев;

U – передаточное отношение.

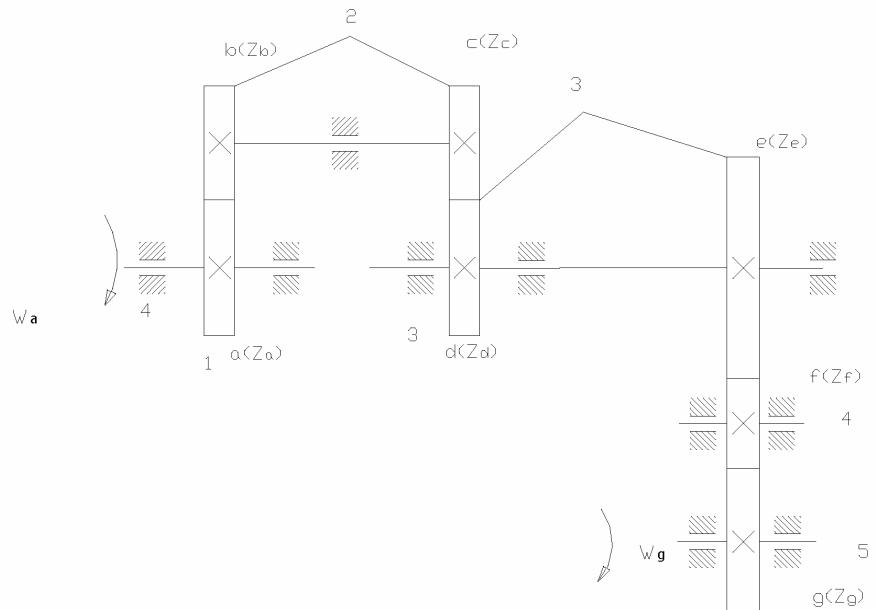
$$U_{ab} = \frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{z_b}{z_a} (-1)^k, \text{ где } k \text{ – число внешних цилиндрических зацеплений.}$$

Определение передаточных отношений с неподвижными валами.



$$U_{ad} = U_{ab} \cdot U_{cd} = \frac{\omega_a}{\omega_b} \frac{\omega_c}{\omega_d} = \frac{z_b}{z_a} \frac{z_d}{z_c} (-1)^2 = A$$

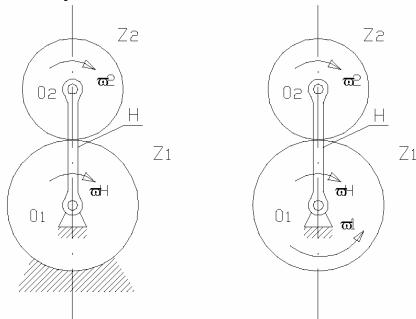
Определение передаточных отношений в многоступенчатой зубчатой передаче с промежуточным колесом (валы неподвижны).



$$U_{ag} = U_{ab} \cdot U_{cd} \cdot U_{ef} \cdot U_{fg} = \frac{\omega_a \omega_c \omega_e \omega_f}{\omega_b \omega_d \omega_f \omega_d} = \frac{\omega_a}{\omega_g} = \frac{z_b z_d z_f z_g}{z_a z_c z_e z_f} (-1)^4 = B$$

Назначение промежуточного колеса (4) – изменение направления движения; габариты передачи, передаточное число она не меняет.

Для получения больших передаточных чисел и для сложения и вычисления независимых угловых скоростей звеньев применяют планетарные и дифференциальные передачи. Эти передачи от обычных многоступенчатых передач отличаются наличием подвижных осей O_2 и водила H , которое является ведущим звеном.



Зубчатые колёса z_1 называются центральными или солнечными колёсами, а z_2 сателлитами (спутниками). В планетарных передачах центральное колесо закреплено неподвижно, при вращении водила H ось O перемещается в месте с колесом z_2 , которое вращается вокруг оси O_2 и перекатывается по колесу z_1 . В дифференциальных передачах при этом колесо z_1 вращается. Планетарным называется механизм, имеющий в своём составе хотя бы одно звено с подвижной геометрической осью в пространстве.

Звено, имеющее подвижную геометрическую ось в пространстве, называется сателлитом.

Звено, на которое устанавливается ось сателлитов, называется водило (H).

Зубчатые колёса, имеющие неподвижную геометрическую ось в пространстве, называются центральными.

Центральное колесо, имеющее внешние зубья, называется солнечное колесо.

Центральное колесо, имеющие внутренние зубья, называется коронной шестерней (опорным колесом).

Достоинства планетарных передач:

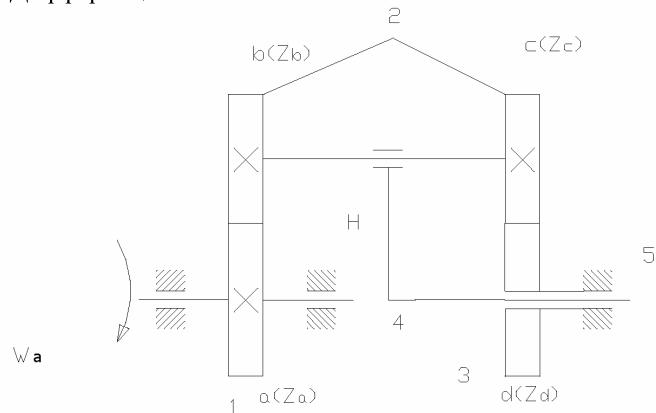
1. Имеют малые габариты и вес из-за того, что поток мощности, подводимой к центральному колесу, распределяется по сателлитам, затем поток мощности собирается на выходном звене, на одной планетарной передаче можно поставить до 24 сателлитов.
2. Очень высокий КПД до 0,99.

Недостатки:

Если число сателлитов не равно 3, то необходимо выравнивать нагрузку между ними, это утяжеляет и удорожает конструкцию.

Определение передаточных отношений в передачах с подвижными валами.

Дифференциальный механизм:



Здесь применён сдвоенный сателлит состоящий из двух жёстко связанных колёс 2 и 3. Если в этой передаче закрепить водило Н, то получится обыкновенная соосная двухступенчатая передача с неподвижными осями вращения колёс.

Структура дифференциального механизма:

a, d – центральные и солнечные колёса;

b, c – сателлиты (спутники);

H – водило.

$$\left. \begin{array}{l} 5 - 1 \text{ НКП – вращательная} \\ 2 - 4 \text{ НКП – вращательная} \\ 4 - 3 \text{ НКП – вращательная} \\ 3 - 5 \text{ НКП – вращательная} \end{array} \right\} P_H = 4$$

Следовательно в дифференциальных передачах необходимо задавать движение двух звеньев (два ведущих звена)

$$\left. \begin{array}{l} 1 - 2 \text{ ВКП} \\ 2 - 3 \text{ ВКП} \end{array} \right\} P_B = 2$$

$$W_q = 3(n - 1) - 2P_H - P_B = 2$$

Формула Виллиса (для дифференциального механизма).

Метод обращённого движения.

Мысленно сообщим звеньям механизма, включая стойку, дополнительное движение с угловой скоростью ω_H .

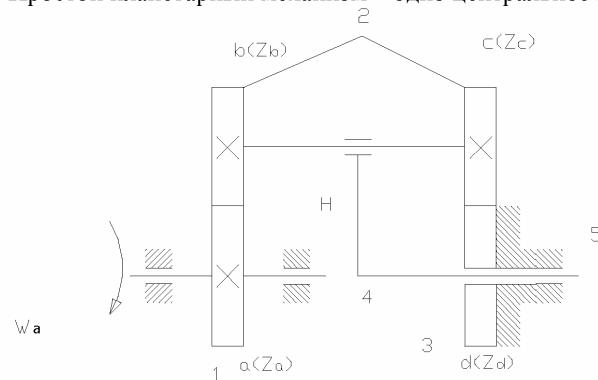
Тогда будем иметь:

Звенья Виды движения	a	d	H
Абсолютное (полное)	ω_a^s	ω_d^s	ω_H^s
Дополнительное (переносное)	$-\omega_H$	$-\omega_H$	$-\omega_H$
Суммарное (относительное)	$\omega_a - \omega_H$	$\omega_d - \omega_H$	$\omega_H - \omega_H = 0$

Здесь и в дальнейшем верхний индекс указывает, какое звено является неподвижным.

$$U_{ad}^{(H)} = \frac{\omega_a \omega_H}{\omega_d \omega_H} = \frac{z_b z_d}{z_a z_c} (-1)^2 = K \text{ — формула Виллиса с искусственно остановленным водилом.}$$

Простой планетарный механизм — одно центральное колесо не подвижно.



Здесь 4 колесо неподвижно. Если в этой передаче закрепит водило и заставить вращаться колесо 4, то получим двухступенчатую соосную передачу.

$$\left. \begin{array}{l} 4 - 1 \text{ НКП — вращательная} \\ 2 - 3 \text{ НКП — вращательная} \\ 3 - 4 \text{ НКП — вращательная} \end{array} \right\} \begin{array}{l} P_H = 4 \\ P_B = 2 \end{array}$$

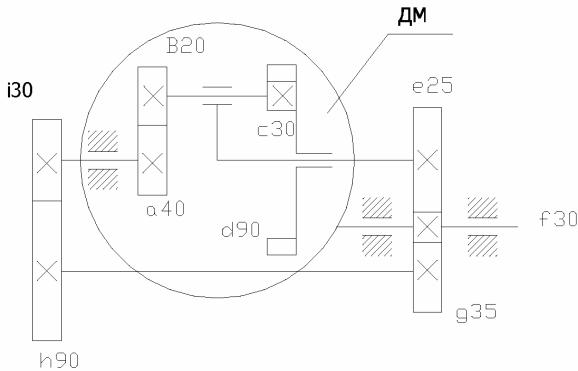
$$W_q = 3(n - 1) - 2P_H - P_B = 1$$

Звенья Виды движения	a	d	H
Абсолютное (полное)	ω_a^4	$\omega_d^4 = 0$	ω_H^4
Дополнительное (переносное)	$-\omega_H$	$-\omega_H$	$-\omega_H$
Суммарное (относительное)	$\omega_a - \omega_H$	$-\omega_H$	$\omega_H - \omega_H = 0$

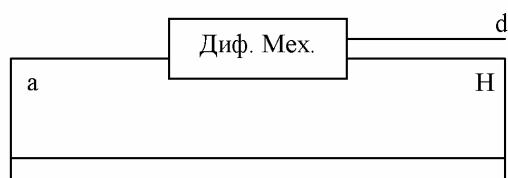
$$U_{ad}^{(H)} = \frac{\omega_a - \omega_H}{\omega_d - \omega_H} = \frac{z_b z_d}{z_a z_c} (-1)^2 = -\frac{\omega_a}{\omega_H} + 1 = 1 - U_{aH}$$

$$U_{aH} = 1 - U_{ad}^{(H)} = 1 - \frac{z_b z_d}{z_a z_c}$$

Сложный планетарный механизм с Замыкающей цепью (пример выполнения 2^{го} домашнего задания).



1. Найти дифференциальный механизм (сначала водило, потом сателлиты, потом ц.к.)
2. $U_{ad} - ?$
3. $U_{dh} - ?$
4. $U_{ah} - ?$
1. а, д, б, с, Н – дифференциальный механизм.
f, g, h, k – замыкающий механизм.
2. $U_{ad}^{(H)} = \frac{\omega_a - \omega_H}{\omega_d - \omega_H} = \frac{z_b z_d}{z_a z_c} (-1)^1 = -\frac{90 \cdot 20}{30 \cdot 40} = \frac{3}{2}$ число внешних цилиндрических зацеплений = 1.
3. Есть Д.М., ищем передачу через замыкающую цепь:



$$U_{ah}^* = \frac{\omega_a}{\omega_H} = \frac{\omega_k}{\omega_H} = U_{ke} = \frac{z_e z_f z_h}{z_f z_g z_k} (-1)^{k=3} = \frac{25}{30} \cdot \frac{30}{35} \cdot \frac{90}{30} (-1) = -\frac{15}{7} \text{ число внешних цилиндрических зацеплений} = 3.$$

$$4. U_{ad}^{(H)} = \frac{\omega_a - \omega_H}{\omega_d - \omega_H} = \frac{\frac{\omega_a}{\omega_d} - \frac{\omega_H}{\omega_d}}{\frac{\omega_d}{\omega_a} - \frac{\omega_H}{\omega_a}} = \frac{1 - U_{Ha}}{U_{da} - U_{Ha}} \text{ отсюда выразим } U_{da}$$

$$U_{da} = \frac{1 - U_{Ha} + U_{Ha} \cdot U_{ad}^{(H)}}{U_{ad}^{(H)}} = \frac{1 + \frac{7}{15} + \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{13}{9}; U_{ad} = -\frac{9}{13}$$

$$5. U_{ad}^{(H)} = \frac{\omega_a - \omega_H}{\omega_d - \omega_H} = \frac{\frac{\omega_H}{\omega_d} - \frac{\omega_H}{\omega_H}}{\frac{\omega_d}{\omega_H} - \frac{\omega_H}{\omega_H}} = \frac{U_{dh} - 1}{U_{dh} - 1} \text{ выразим } U_{dh} U_{dh} = \frac{U_{ah} - 1 + U_{ad}^{(H)}}{U_{ad}^{(H)}} = \frac{-\frac{15}{7} - 1 - \frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = \frac{65}{21}$$

$$\text{Проверка: } U_{ad} = \frac{\omega_a}{\omega_d} = \frac{\omega_H}{\omega_d} = \frac{U_{ah}}{U_{dh}} = -\frac{9}{13}$$

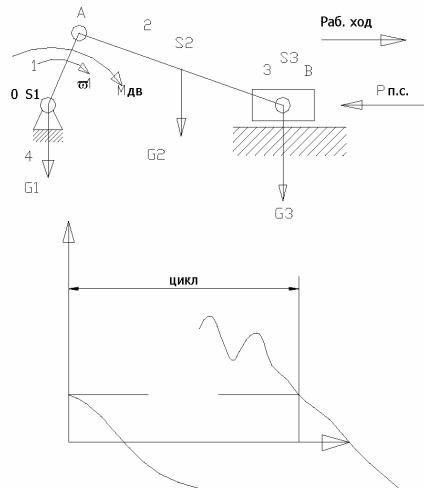
Кинетостатическое исследование механизма.

Цель кинетостатики: по заданному закону движения и некоторым силам определить реакции в кинематических парах и неизвестную движущую силу на начальном звене.

Принцип Даламбера: ко всем действующим силам на механизме добавляются силы инерции, т.о. уравновешиваются механизм и можно решать его методами статики.

Силы действующие в машинах.

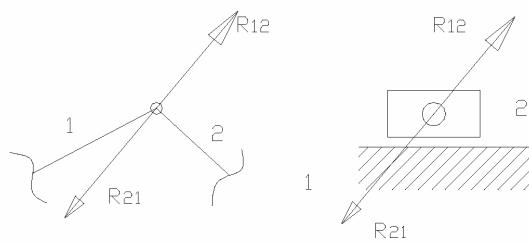
Цикл – промежуток времени, по истечении которого все кинематические параметры принимают первоначальное значение, а технологический процесс, происходящий в рабочей машине, начинает повторяться вновь.



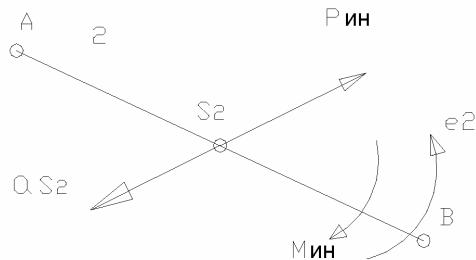
1. $M_{dv} - ? A_{dv} > 0$.
2. P_{dv} – силы полезного сопротивления $A_{nc} < 0$.
3. G – веса $0 < A_G < 0$ S – центр тяжести.
4. $P_{упр}$ пренебрегают.
5. $F_{tp} \quad \eta = \frac{A_{nc}}{A_{sc}} = \frac{A_{nc}}{(A_{nc} + A_{mp})}$ – КПД.
1. Движущие силы. Они сообщают движение звеньям механизма. В точке приложения движущая сила направлена по скорости её движения или составляет с ней острый угол. Работа движущей силы считается положительной. Движущие силы являются внешними силами. При кинематическом исследовании определяют движущий момент M_d на начальном звене механизма.
2. Силы полезного сопротивления. К этим силам относят усилия и нагрузки, возникающие при выполнении полезной работы (силы резания, силы давления в процессах и т.д.) Они приложены к ведомым звеньям механизма. Силы полезного сопротивления в точке приложения всегда направлена против скорости её движения или образует с ней тупой угол. Работа этих сил считается отрицательной, силы полезного сопротивления являются внешними.
3. Силы тяжести звеньев. К этим силам относятся силы тяготения звеньев механизма к земле, которые вычисляют по формуле $G_i = m_i g$, где: m_i – масса звена в кг; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения. При кинематическом исследовании считают, что сила тяжести G_i приложена в центре тяжести звена. Если звено выполнено в виде стержня, то его ц.т. Расположен в центре симметрии звена, а если в виде ползуна, то в центре шарнира. Силы тяжести в течении расчётного цикла могут быть как движущими, так и силами полезного сопротивления, поэтому работа этих сил за цикл равна нулю. Эти силы считаются внешними силами.
4. Силами упругости пренебрегаем.
5. Силы трения. Эти силы возникают между элементами кинематической пары при их относительном движении. Силы трения являются внутренними силами. Они направлены

против скорости относительного движения. Работа этих сил всегда считается отрицательной.
Силами трения пренебрегаем.

6. $R - ? -$ реакции.



7. $P_{ин} - ? -$ силы инерции.



Упрощения при кинетостатическом исследовании.

1. $\omega_1 = const$ – угловая скорость начального звена;
2. пространственную систему сил считаем плоской и изображаем в одной плоскости;
3. силами трения пренебрегаем;
4. силами упругости пренебрегаем;
5. реакции распределённые считаем сосредоточенными и приложенными в центре шарниров.

Порядок исследования.

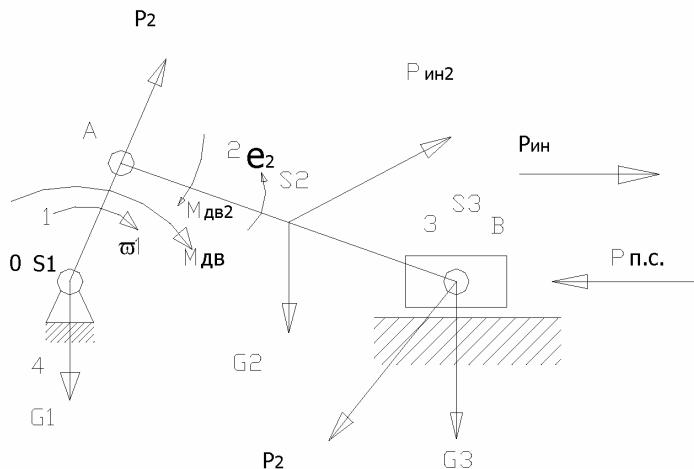
1. Исследования проводятся по группам Ассура;
2. Исследования начинают с последней группы, т.е. где приложена сила полезного сопротивления;
3. Переходя от группы к группе определяем реакции в кинематических парах;
4. дойдя до начального механизма определяем реакцию в опоре Н.М. и неизвестную движущую силу на начальном звене механизма.

Лекция 6. Кинетостатическое исследование механизма.

Последовательность исследования.

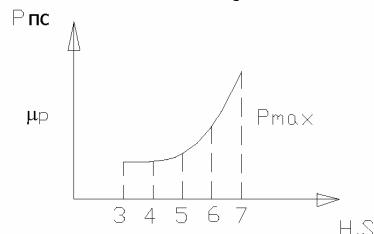
Дано: размеры $S, m, I_s, P_{п.с.}$.

Определить: R - реакции в К.П.
 $P_{п.с.}, M_{дв.}?$

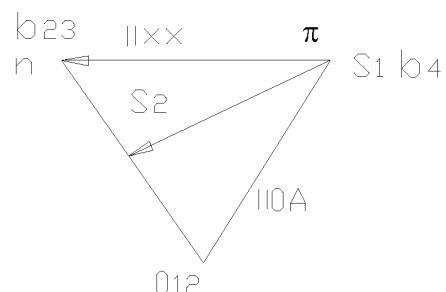


1. Построить план механизма.
2. Структурный анализ.
3. Кинематическое исследование.
4. Определение сил и моментов действующих в механизме.
5. Определение реакций в КП.
6. Нахождение движущего момента на начальном звене механизма.
7. Контроль кинетостатического исследования.

Сила полезного сопротивления приложена к последнему звену и направлена против его работы.



Определение силы инерции на основе принципа Даламбера.



$$a_{1,2}^n = \omega_1^2 \cdot R_{OA}$$

$$a_{B_{2,3}} = a_{A_{2,1}}^n + a_{BA_2}^n + a_{BA_2}^\tau$$

$$a_{B_{2,3}} = \cancel{a}_{B_4} + \cancel{a}_{B_3B_4}^{top} + a_{B_3B_4}^{omn}$$

Масштабный коэффициент (μ_s) – это действительный отрезок R_{OA} (м), делённый на ОА (мм)

$$\mu_s = R_{OA}(m)/OA(\text{мм})$$

Масштабный коэффициент ускорений (μ_A):

$$\mu_a = \frac{a_{A_{1,2}}}{(\pi a_{1,2})} = \omega_1^2 \cdot R_{OA} / (\pi a_{1,2}) = \omega_1^2 \mu_s (OA) / (\pi a_{1,2})$$

$$\mu_A = \omega_1^2 \mu_s - !!!$$

$$13\text{в}. P_{HH_1} = -m_1 a_{S_1} = 0 \quad a_{S_1} = 0$$

$$M_{HH_1} = -I_{S_1} \varepsilon_1 = 0 \quad \varepsilon_1 = 0$$

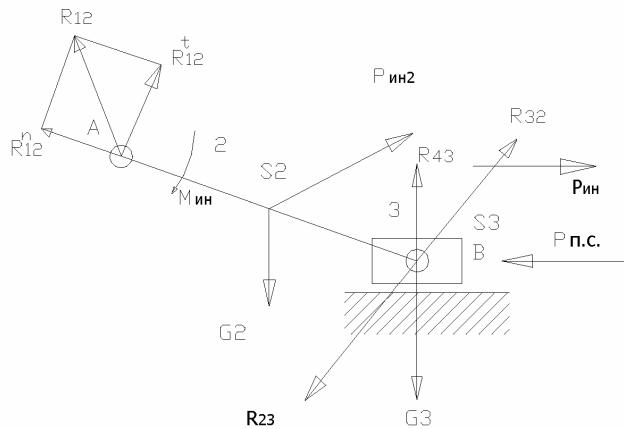
$$23\text{в}. P_{HH_2} = -m_2 a_{S_2} = -m_2 \mu_A (\pi S_2)$$

$$M_{HH_2} = -I_{S_2} \varepsilon_2 = -I_{S_2} (a_2^r / R_2) = -I_{S_2} (\mu_A (nb_2) / \mu_s (AB))$$

$$33\text{в}. P_{HH_3} = -m_3 a_{S_3} = -m_3 \mu_A (\pi S_3)$$

Исследование по структурным группам Ассура для определения реакций в КП и неизвестного движущего момента.

Определить: $R_{1,2}^n$, $R_{1,2}^\tau$, $R_{4,3}$



Во внешнем шарнире А действие от отброшенного звена 1 заменяют нормальной $R_{1,2}^n$ и тангенциальной $R_{1,2}^\tau$ составляющими реакции $R_{1,2}$. Действие отброшенного звена 4 на структурную группу заменяют реакцией $R_{4,3}$, направленной перпендикулярно к оси ползуна.

В уравнении 1 отрезок AB – плечо действия реакции $R_{1,2}^\tau$, h – плечо действия силы G_2 , h_1 – плечо действия силы P_{HH_2} , их определяют измерением на плане структурной группы.

При построении плана сил сначала проводят линию, \parallel звену AB, линию действия реакции $R_{1,2}^n$. На этой линии произвольно берут точку и на перпендикуляре к ней откладывают отрезок реакции $R_{1,2}^\tau$, согласовывая направление отрезка с направлением силы. Далее последовательно и параллельно силам откладывают отрезки известных сил, входящих в уравнение 2.

Неизвестную силу F_i с плана сил можно вычислить по формуле $F_i = \mu_F \cdot X_{F_i}$, где X_{F_i} – отрезок на плане i – ой силы.

В связи с тем, что при рассмотрении условия равновесия звеньев векторные выражения равны 0, то планы сил являются замкнутыми фигурами. При этом направление векторов сил на плане должно совпадать с направлением обхода многоугольника сил.

Начальный механизм.

Плечо действия силы $R_{2,1}$ определяют измерением на плане структурной группы.

Построение рычага Жуковского и определение по нему $M_{\text{дв}}$.

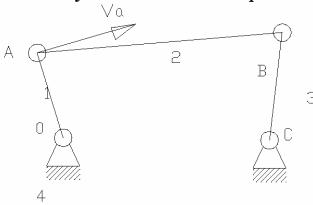
По следствию из третьей теоремы о рычаге Жуковского: если все точки, уравновешенные на механизме, перенести параллельно самим себе в соответствующие точки рычага, то они будут уравновешены на рычаге и сумма моментов их относительно полюса будет равна нулю.

$$P_2 = M_{\text{ин}_2} / ((AB)\mu_s)$$

$$\Sigma M_{P_p} = 0 : -M_{\text{об}} - G_2 \cdot \mu_p \cdot h - P_{\text{ин}_2} \cdot \mu_p \cdot h_1 + (P_{nc} - P_{\text{ин}_3}) \cdot \mu_p \cdot (P_p b) + M_{\text{ин}_2} = P_2 \cdot AB \cdot \mu_s$$

$$\Delta = \frac{M_{\text{об,больш.}} - M_{\text{об,меньш.}}}{M_{\text{об,меньш.}}} \cdot 100\% ; \quad \Delta \approx 10\% \div 5\% \text{ достоверность результатов.}$$

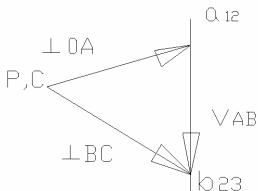
Рычаг Жуковского и теоремы о нём.



$$\mu_s = \frac{R_{OA}}{(OA)} \frac{m}{mm}$$

$$V_A = \omega_1 R_{OA} ; \quad V_{B_{2,3}} = \frac{V_{A_{1,2}}}{\perp OA} + \frac{V_{B_2 A_2}}{\perp AB} ; \quad \overline{V}_{B_{2,3}} = \overline{V}_C + \overline{V}_{B_3 C} ; \quad \overline{V}_C = 0 , \quad \overline{V}_{B_3 C} \perp BC$$

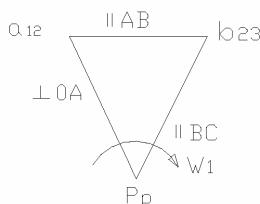
$$\mu_V = \frac{V_{A_{1,2}}}{(pa_{1,2})} = \frac{\omega_1 \mu_s (OA)}{(pa_{1,2})} ; \quad (OA) = (pa_{1,2}) \Rightarrow \mu_V = \omega_1 \mu_s ;$$



$$\text{в общем случае: } \mu_V = \omega_1 \cdot \frac{\mu_s}{k} ; \quad k = 1, 2, 3, \dots = \frac{(pa_{1,2})}{(OA)} .$$

Рычагом Жуковского называется рычаг переменной конфигурации в каждый момент времени, подобно плану скоростей, но повернутый на 90° против вращения начального звена.

Рычаг Жуковского фигура подвижная. Он вращается с $\omega_{\text{рычага}} = \omega_1$

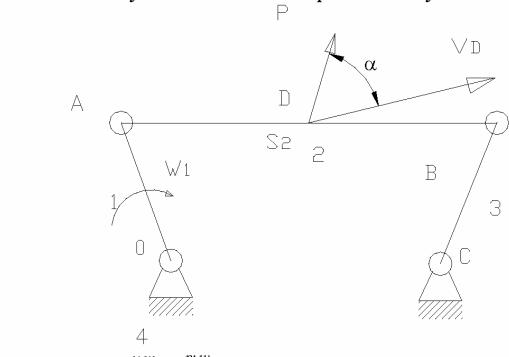


$$V_A = V_a ; \quad V_{A_1} = \omega_1 R_{OA} = \omega_1 \mu_s (OA) ; \quad V_{a_1} = \omega_p \mu_p (P_p a) ; \quad \mu_V = \frac{\omega_1 \mu_s (OA)}{\omega_p (P_p a)} = \frac{\mu_s (OA)}{(P_p a)} ; \quad \frac{(P_p a)}{(OA)} = k$$

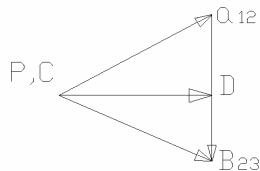
$$\mu_p = \frac{\mu_s}{k} !!!$$

Лекция 7. Теорема о рычаге Жуковского.

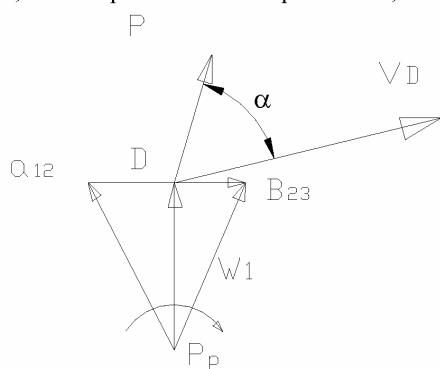
Теорема 1: Скорость любой точки на механизме равна по величине и направлению скорости соответствующей точке на рычаге Жуковского



$$\text{Докажем: } V_D^{\text{мех}} = V_d^{\text{рыч}}$$



но $\omega_1 = \omega_p$; $PD = p_p d$ последнее принято при построении, следовательно скорости равны по величине, но они равны и по направлению, т.к. обе перпендикулярны вектору $p_p d$ на рычаге.



$$V_D = \mu_v(PD) = \frac{\omega_1 \mu_s(OA)}{(pa_1)}(PD), \frac{pa_1}{OA} = k, V_D = \frac{\omega_1 \mu_s}{k}(PD)$$

$$V_d = \omega_p \mu_p(P_p d) = \omega_p \frac{\mu_s(OA)}{(p_p a_1)}(P_p d), \frac{P_p a}{OA} = k, V_d = \omega_p \frac{\mu_s}{k}(P_p d)$$

Следствие: рычагом Жуковского можно пользоваться, как планом скоростей.

Теорема 2: Если силу механизма перенести параллельно самой себе на рычаг Жуковского, то мощность этой силы на механизме будет равна мощности той же силы на рычаге Жуковского.

$$N_p = pV_D \cos(PV_D) = pV_D \cos\alpha;$$

$$N_{p'} = p'V_d \cos\alpha'.$$

Следствие: $\underline{N_{p'}} = p'V_d \cos\alpha' = p'\mu_p(P_p d) \cos\alpha' \omega_p = p'\omega_p \mu_p h = \underline{M_p \omega_p}$, т.е. мощность любой силы равна моменту этой силы, относительно полюса и угловой скорости рычага (произведению).

Теорема 3: Если все силы уравновешены на механизме перенести параллельно, в соответствующие точки рычага, то сумма моментов всех сил относительно полюса рычага равны нулю.

Если силы на механизме уравновешены, то сумма их мощностей равна 0. Но мощности на рычаге и на механизме равны, следовательно сумма мощностей сил на рычаге тоже будет равна 0.

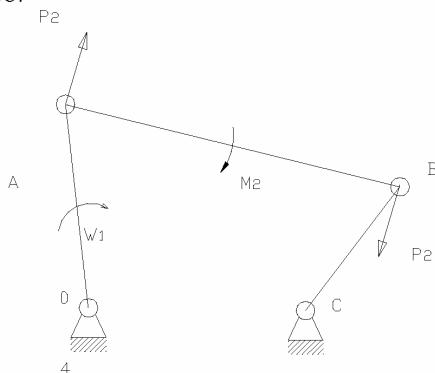
$$\sum N_p = \sum p' V_d \cos \alpha' = \sum M_p \omega_p = 0$$

$$\omega_p \sum M_{p'} = 0, \omega_p \neq 0 \rightarrow \sum M_p = 0$$

Следствие: для нахождения движущего момента на начальное звено нужно: перенести с механизма на рычаг все силы параллельно себе в соответствующие точки, включая движущий момент; затем нужно составить сумму моментов относительно полюса рычага, и решить её относительно движущего момента (силы инерции так же включаются).

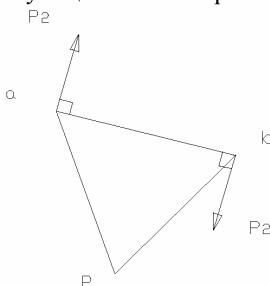
Два способа переноса момента с механизма на рычаг Жуковского.

I способ:

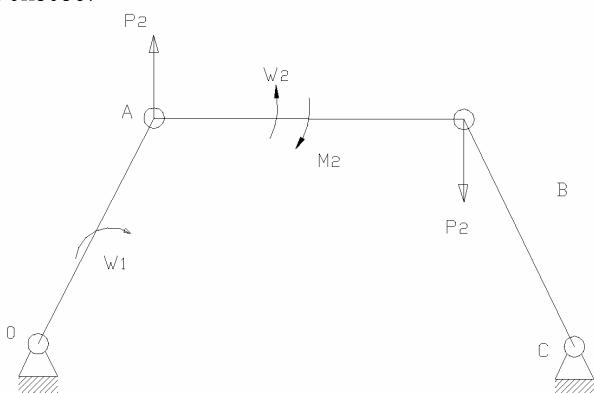


Момент силы приводят к двум точкам звена, направляя силы в этих точках согласно знаку момента.

Сила P_2 в этих точках равна: $P_2 = \frac{M_z}{l_{AB}} = \frac{M_z}{\mu_s(AB)}$; затем силы переносятся на рычаг в соответствующие точки параллельно самим себе.



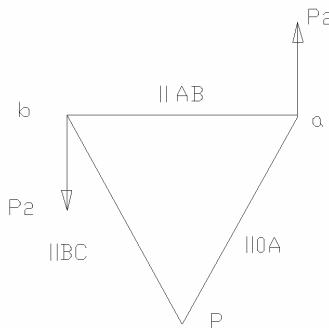
II способ:



Момент силы переносят на рычаг Жуковского из условия равенства их мощностей M – момент силы на механизме, M' – на рычаге.

$P = M\omega_{звена} = M'\omega_P$; P – мощность момента сил на механизме.

$$M' = \frac{\omega_{звена}}{\omega_P} M \quad (\omega_P = \omega_1)$$



Направление M' определяют из условия знаков ω_1 и $\omega_{зв}$. Если угловые скорости направлены в одну сторону (ω_1 и $\omega_{зв}$ один знак), то момент силы не меняет своего направления. При разных знаках момент при переносе должен изменить своё направление.

$$M_2\omega_2 = M'_2\omega_P, \quad M'_2 = M_2 \frac{\omega_2}{\omega_P}$$

Тема: Динамическое исследование механизма.

$T_{i+1} - T_i = \sum A$ – уравнение кинетической энергии.

Определение: Приращением кинетической энергии за промежуток времени равно сумме работ всех внешних и внутренних сил механизма.

1. $A_{\partial\partial} ; A_{\partial\partial} > 0$ – работа движущих сил.
2. $A_{n.c.} ; A_{n.c.} < 0$ – работа сил полезного сопротивления.
3. $A_{mp} ; A_{mp} < 0$ – работа сил трения.
4. $A_G ; 0 < A_G < 0$ – работа сил веса.
5. $A_R ; A_R = 0$.
6. $A_{cc} ; A_{cc} = A_{n.c.} + A_{mp} + A_G$ – работа сил сопротивления.

$$\sum A = A_{\partial\partial} - A_{cc}.$$

1. Если звено совершает только вращательное движение, то его кинетическая энергия равна:

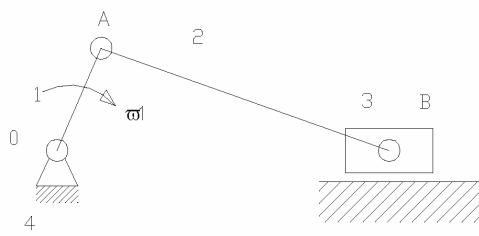
$$T_k = \frac{I_{S_k} \omega_k^2}{2} \quad \text{– для кривошипов, кулис коромысел.}$$

2. Если звено совершает только поступательное движение: $T_k = \frac{m_k V_{S_k}^2}{2}$ – для ползуна.

$$3. \quad \text{Сложное движение: } T_k = \frac{I_{S_k} \omega_k^2}{2} + \frac{m_k V_{S_k}^2}{2} \quad \text{– для ползуна.}$$

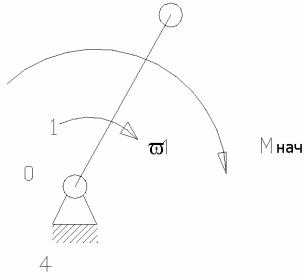
Кинетическая энергия всего механизма: $T_{mex.} = \sum_{k=1}^{n-1} T_k = \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{I_{S_k} \omega_k^2}{2} + \frac{m_k V_{S_k}^2}{2} \right)$ k – номер подвижного звена; n – число звеньев.

Определение кинетической энергии, для кривошипно-ползунного механизма.



$$T_{\text{mex.}} = \sum_{k=1}^{n-1} T_k = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{I_{S_1}\omega_1^2}{2} + \frac{I_{S_2}\omega_2^2}{2} + \frac{m_2 V_{S_2}^2}{2} + \frac{m_3 V_{S_3}^2}{2}.$$

Приведённый момент инерции механизма.



Приведение масс основано на равенстве кинетических энергий реальных звеньев и звена приведения (начальный механизм).

$$T_1 = \frac{I_{S_1}\omega_1^2}{2}; \quad \frac{I_{S_{i+1}}\omega_{i+1}^2}{2} - \frac{I_{S_i}\omega_i^2}{2} = \sum A.$$

$$T_{\text{n.m.}} = T_{\text{mex.}} = \sum_{k=1}^{n-1} T_k.$$

$$\frac{I_{S_1}\omega_1^2}{2} = \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{I_{S_k}\omega_k^2}{2} + \frac{m_k V_{S_k}^2}{2} \right)$$

$$\underline{\underline{I_{S_1}}} = \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{I_{S_k}\omega_k^2}{\omega_1^2} + \frac{m_k V_{S_k}^2}{\omega_1^2} \right) = I_{np}$$

При динамическом исследовании механизма на расчётной схеме машинного агрегата отмечают основные силовые факторы и основные массы звена. Затем осуществляют переход от расчётной схемы одномассовой динамической модели. При переходе за звено приведения.

В дальнейшем: I_{S_k} – момент инерции звена относительно ц.т. ($\text{кг} \cdot \text{м}^2$); I_{np_i} , $I_{np_{i-1}}$ – приведённые к начальному звену моменты инерции всех подвижных звеньев ($\text{кг} \cdot \text{м}^2$).

$A_{g_i}^{i+1}$ – приведённая к начальному звену машины работа движущих сил в интервале от i -го г $i+1$ положения, ($\text{Н} \cdot \text{м}$).

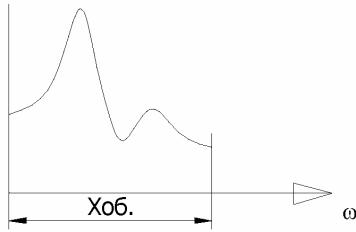
$A_{c_i}^{i+1}$ – приведённая к начальному звену работа сил полезного сопротивления, сил веса подвижных звеньев машины, сил трения в рассматриваемом интервале, ($\text{Н} \cdot \text{м}$).

Лекция 8. Силовой анализ механизма.

Определение: Приведённым моментом инерции называется момент инерции такой фиктивной массы на начальном звене, при наличии которого кинетическая энергия начального звена равна кинетической энергии всего механизма.

I_{np} – величина переменная.

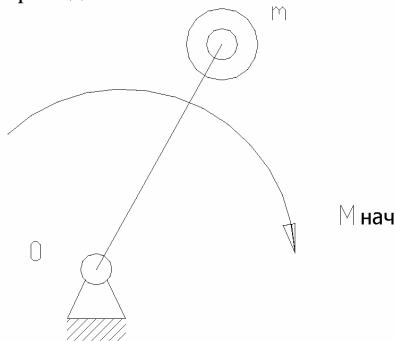
Примерный вид графика зависимости $I_{np} = f(\varphi)$.



$$T_{i+1} - T_i = \sum A$$

$$\frac{I_{np_{i+1}} \omega_{i+1}^2}{2} - \frac{I_{np_i} \omega_i^2}{2} = \sum A_i^{i+1} = A_g^{i+1} - A_c^{i+1} = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_g d\varphi - \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_c d\varphi$$

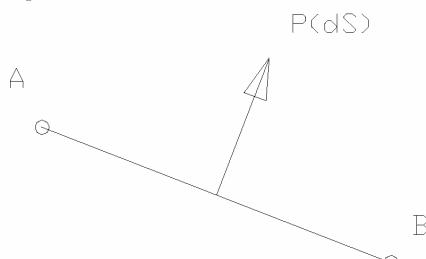
Приведённый момент сил.



Указанные работы удобно вычислять, используя понятие о приведённом к кривошипу машины моменте сил, соответственно силам движущих (со стороны двигателя) и силам сопротивления (со стороны машин).

$$A_{h.m.q.}^{i+1} = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_h d\varphi$$

Произвольное звено:



$$A_{P_i}^{i+1} = \int_{S_i}^{S_{i+1}} P dS \cos(P dS)$$

$$\sum A_{P_i}^{i+1} = \sum \int_{S_i}^{S_{i+1}} P dS \cos(P dS)$$

Введём скорости в точки приложения сил:

$$V = \frac{dS}{dt} \Rightarrow dS = Vdt;$$

$$\Rightarrow dS = \frac{V}{\omega} d\varphi$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow dt = \frac{1}{\omega} d\varphi;$$

далее, в уравнении $\sum A_p^{i+1}$ подставим dS :

$$\sum A_{P_i}^{i+1} = \sum \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} \frac{PV \cos(Pd\varphi)}{\omega} d\varphi = (PV \cos(\dots) - \text{это есть мощность}) = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} \sum \frac{N_p}{\omega} d\varphi = (\text{но по следствию из теоремы о рычаге Жуковского}) = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} \frac{\sum M_p \omega_p}{\omega} d\varphi = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} \frac{M_p \sum \omega_p}{\omega} d\varphi,$$

$$\omega_p = \omega \Rightarrow \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} \sum M_p d\varphi = \sum M_{np} = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{np} d\varphi = \dots = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{oe} d\varphi - \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{cc} d\varphi$$

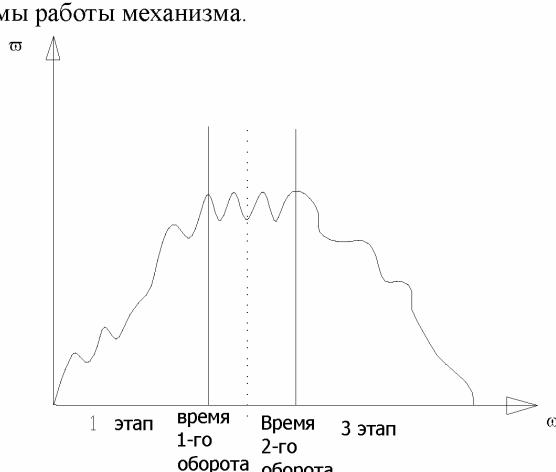
Определение: Приведённым моментом сил называется момент такой фиктивной силы, на начальном звене, работа и мощность, которого равна работе и мощности всех сил механизма.

$$T_{i+1} - T_i = \sum A_i^{i+1} = A_{oe}^{i+1} - A_{cc}^{i+1}$$

$$\frac{I_{np_{i+1}} \omega_{i+1}^2 - I_{np_i} \omega_i^2}{2} \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{oe} d\varphi - \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{cc} d\varphi - \text{уравнение кинетической энергии}$$

$$\omega_{i+1} = \sqrt{\frac{2(A_{oe}^{i+1} - A_{cc}^{i+1} - T_i)}{I_{np_{i+1}}}} \quad \text{для случая созданной динамической модели механизма, т.е. есть только Н.М., но на нём сосредоточена вся фактическая масса и сила.}$$

Режимы работы механизма.



2 этап

I этап – разгон машины: $A_{oe} > A_{cc}$

II этап – установившийся режим работы машины: $A_{oe} = A_{cc}$

Есть две характеристики второго этапа:

1. Такой, как приведён выше;
2. Постоянное изменение ω , т.е. по заданному закону.

III этап – остановка (торможение) машины: $A_{oe} < A_{cc}$.

Коэффициент неравномерности хода.

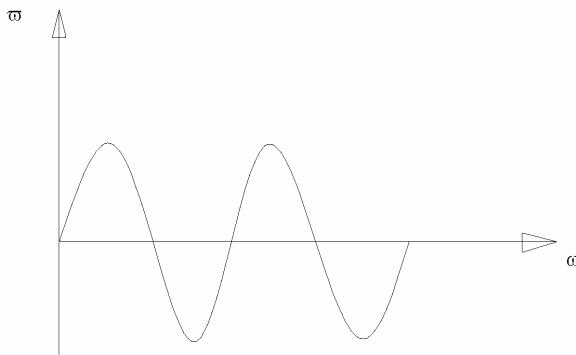
Приведение сил основано на равенстве секундных работ (мощностей) реальных сил и моментов приложенных к звеньям механизма, на их возможных перемещениях и суммарного приведённого момента, приложенного к начальному звену на его возможное перемещение.

$$M_{\Sigma}^{np} d\varphi_1 = \sum_{i=1}^{i=n-1} F_i dS_i + \sum_{i=1}^{i=n-1} M_i d\varphi_i \text{ если } \times \frac{1}{dt},$$

$$M_{\Sigma}^{np} \omega_1 = \sum_{i=1}^{i=n-1} F_i V_i \cos(\hat{F} \cdot \hat{V}) + \sum_{i=1}^{i=n-1} M_i \omega_i$$

$$M_{\Sigma}^{np} = \sum_{i=1}^{i=n-1} F_i \frac{V_i}{\omega_1} \cos(\hat{F}_i \cdot \hat{V}_i) + \sum_{i=1}^{i=n-1} M_i \frac{\omega_i}{\omega_1}$$

Задан закон изменения ω :



δ – коэффициент неравномерности хода машины.

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}}; \omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}$$

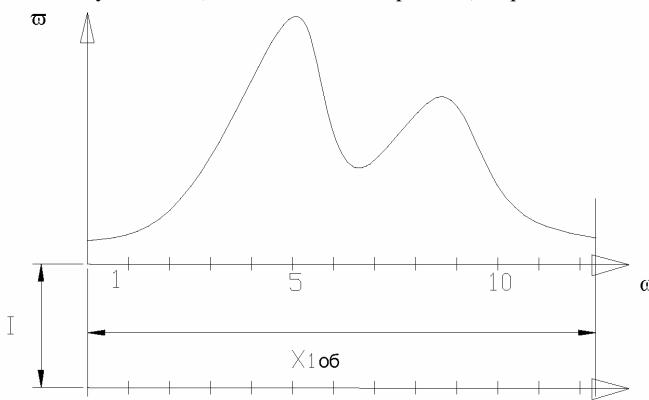
$$\delta = \frac{2(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{\omega_{\max} + \omega_{\min}}$$

δ – для станков = 0.05 – 0.08

δ – для прессов = 0.15 – 0.20

Динамическое исследование механизмов для случаев, когда силы зависят от скорости.

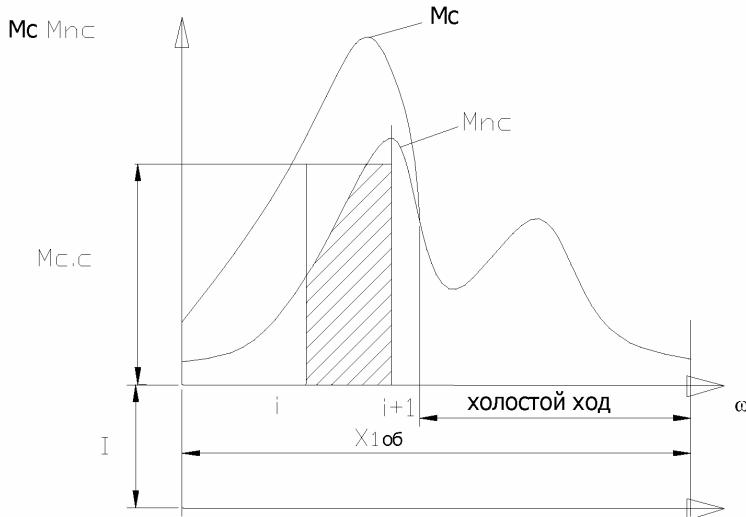
1. Строятся 12 положений механизма.
2. Строятся 12 рычагов Жуковского.
3. Пользуясь Р.Ж., как планами скоростей, определяется I_{np} и строится график:



$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{X_{106}} \left(\frac{pa\delta}{M.M} \right), \quad \mu_{I_{np}} = \frac{I_{np\max} - I_{np\min}}{\Delta Y_{I_{np}}}; \quad \Delta Y \approx 40 - 60 \text{ (мм)}, \quad Y_{I_{np}} = \frac{I_{np}}{\mu_{I_{np}}}. \quad I_{np_i} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{m_i V_{S_i}}{\omega_1^2} + \frac{I_{S_i} \omega_i^2}{\omega_1^2} \right) \text{ где } V_{S_i},$$

ω_i и ω_1 берутся с рычага Жуковского с учётом масштаба. Учитывая, что приведённый момент инерции механизма должен быть увеличен путём установки на кривошип маховика с моментом инерции $I_{\max} = \text{const}$ график $I_{np} = f(\varphi)$ по оси ординат, соответственно, увеличивается.

4. $M_{nc}, [M_{nc}, \varphi] \quad \mu_M = \frac{M_{nc\max}}{Y_{M_{nc\max}}}, \quad Y_{M_{nc\max}} \approx 80 - 100 \text{ (мм)}, \quad Y_{M_{nc}} = \frac{M_{nc}}{\mu_M}.$



Величина приведённого момента сил полезного сопротивления (с учётом силы полезного сопротивления и сил тяжести, без учёта сил трения) равна алгебраической сумме моментов сил относительно полюса P_P рычага Жуковского, при плече сил (мм) относительно полюса тщательно изменяются на точно построенных рычагах Жуковского. При этом знак (+) в уравнении моментов присваивается моменту направленному против $\omega_1 = \omega_{np}$, а знак (-) – моменту, направление которого совпадает с направлением СО. Отложив соответствующие отрезки на ординарных прямых соответствующих 12(8) положениям механизма, проводим кривую зависимости $M_{nc} = f(\varphi)$.

5. Определить работу:

$$A_{nc}|_i^{i+1} = \int_{\varphi}^{\varphi+1} M_{nc} d\varphi = F_{nc}|_i^{i+1} \mu_M \mu_{\varphi} = Y_{cp}|_i^{i+1} \Delta X \mu_M \mu_{\varphi}$$

$$\Delta X = \frac{X_{106}}{12}$$

Вычислив работу сил сопротивления по интервалам найдём работу сил за один оборот:

$$A_{nc106} = \sum_{i=0}^n A_{nc_i}^{i+1} (H \cdot M). \quad \text{Далее необходимо произвести учёт работы силы трения. Работу силы}$$

трения распределяют на две части:

- постоянную на протяжении всего хода рабочего звена;
- переменную в каждом положении во время рабочего хода;

при этом, отношение $\frac{A'_{mp}}{A''_{mp}} = \lambda$. В результате получаем из двух уравнений

$$\left| \begin{array}{l} A'_{mp} + A''_{mp} = A_{mp_{lo\delta}} \\ \frac{A'_{mp}}{A''_{mp}} = \lambda \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} \text{находим зная работу сил } A_{nc} \text{ и коэффициент полезного} \\ \text{действия машины } \eta = \frac{A_{nc_{lo\delta}}}{A_{nc_{lo\delta}} + A_{mp_{lo\delta}}} \end{array}$$

$$A'_{mp} = A_{mp_{lo\delta}} \frac{\lambda}{1+\lambda}; \quad A''_{mp} = A_{mp_{lo\delta}} \frac{1}{1+\lambda}.$$

Для учёта A'_{mp} на графике $M_{nc} = f(\phi)$ опустим ось ϕ на величину γ и получим новую ось абсцисс с началом в точке О.

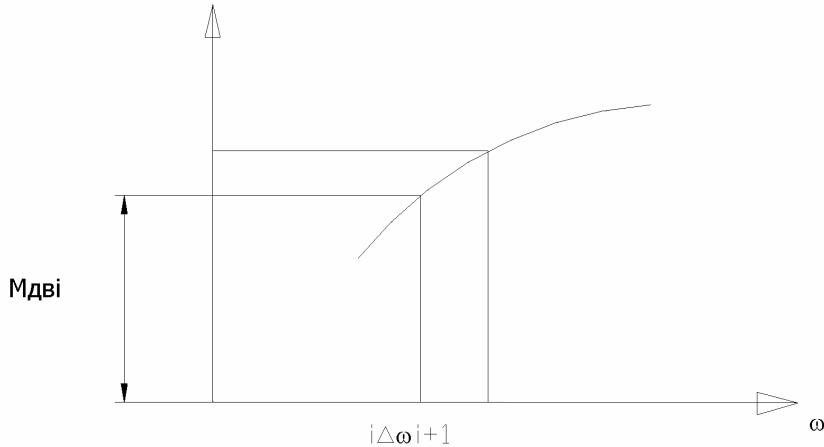
$$y'_{mp} = \frac{A'_{mp}}{\mu_M \mu_\phi X_{lo\delta}} \text{ (мм)}; \quad M'_{mp} = \frac{A'_{mp}}{2\pi}.$$

Для распределения переменной части работы сил трения A''_{mp} находится сумма работ сил полезного сопротивления за время рабочего хода $A_{nc_{px}}$, сложив A_{nc_i} для всех интервалов рабочего хода.

$$\text{Тогда } \frac{A''_{mp}}{A_{nc_{px}}} = \gamma = \frac{M''_{mp_i}}{M_{nc_{px_i}}} = \frac{y''_{mp_i}}{y_{M_{nc_{px_i}}}} \rightarrow y''_{mp_i} = \gamma y_{M_{nc_{px_i}}}$$

6. M_{dv}

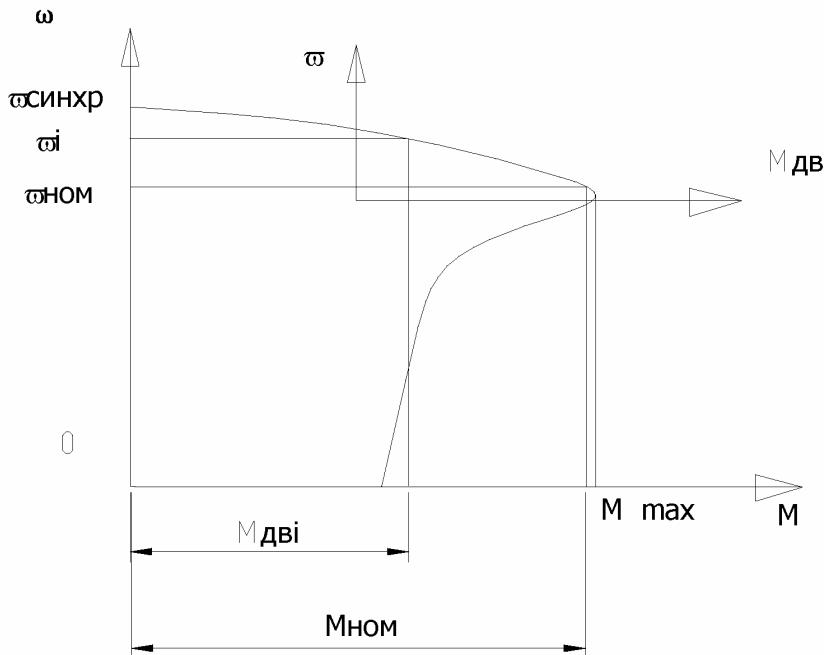
M_{dv}



$$\Delta\phi = 2\pi/12 \text{ обычно } 30^\circ \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{oe} d\phi = \frac{M_{\partial\theta_i} + M_{\partial\theta_{i+1}}}{2} \Delta\phi = \dots = \frac{M_{\partial\theta_i} \Delta\phi}{2} + \frac{M_{\partial\theta_{i+1}} \Delta\phi}{2}$$

$$7. \quad \frac{I_{np_{i+1}} \omega_{i+1}^2}{2} - \frac{I_{np_i} \omega_i^2}{2} = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{oe} d\phi - \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{cc} d\phi = \frac{M_{\partial\theta_i} \Delta\phi}{2} + \frac{M_{\partial\theta_{i+1}} \Delta\phi}{2} - A_{cc}|_{i+1}^{i+1}.$$

8. Характеристика электродвигателя.



Общий вид характеристики асинхронного электродвигателя трёхфазного тока.

$$n_{\text{зdc}} = \frac{60f}{p} = \frac{3000}{p} \quad (p = 1, 2, 3, 4 - \text{число полюсов}). \quad \text{Рабочая часть характеристики} - \text{кривая}$$

линия небольшой кривизны, поэтому в дальнейшем будем полагать рабочий участок прямолинейным.

На листе графики $M_{\text{дв}} - \omega^2$, $\omega^2 - \varphi$ и $M_{\text{дв}} - \varphi$ стоятся относительно друг друга следующие:

1. Совпадение осей $O_2\omega^2$ и $O\varphi$ характеристик $M_{\text{дв}} - \omega^2$ и $M_{\text{дв}} - \varphi$;
2. Совпадение осей $O_1\varphi$ и $O_2M_{\text{дв}}$ характеристик $\omega^2 - \varphi$ и $M_{\text{дв}} - \omega^2$;
3. Параллельность осей $O_2\omega^2$ и $O_1\varphi$, что позволяет исключить ось ω^2 и от графика $\omega^2 - \varphi$ прейти простым построением к графику $M_g - \varphi$ на поле графика $M_c - \varphi$, построенного ранее.
4. Масштаб по осям ординат OM и O_2M_g должен быть одинаковым.
5. Построение характеристик двигателя $M_{\text{дв}} - \omega^2$ производится в следующем порядке. Отложив отрезки y''_{mp_i} от зависимости $M_{nc} = f(\varphi)$ найдём точки графика $M_c = \varphi(\varphi)$, а соединив их кривой получим графическую зависимость $M_c = f(\varphi)$, графики $M_{nc} = f(\varphi)$ и $M_c = \varphi(\varphi)$ сопрягаются в начале холостого хода.
6. О выборе электродвигателя.

Зная полную работу сил сопротивления сил трения ($H \cdot m$) $A_{c_{1ob}} = A_{nc_{1ob}} + A'_{mp_{1ob}} + A''_{mp_{1ob}}$ можно определить мощность N' электродвигателя (потребную):

$$N' = \frac{A_{c_{1ob}}}{1000 \cdot t_{1ob\varphi}} = \frac{A_{c_{1ob}} \cdot n_{kp_{nom}}}{60 \cdot 1000} (\kappa Bm), \quad \text{где } n_{kp_{nom}} - \text{частота вращения кривошипа (мин}^{-1}\text{),}$$

величина известная. Зная потребную мощность и синхронное число оборотов электродвигателя в линейке (1500, 1000, 750) находят необходимый электродвигатель, по условию $N > N'$, ближайший к N . Выписываются характеристики электродвигателя (марка, мощность, синхронную и номинальную частоту вращения, а также значение допустимой перегрузки). Для решения задачи динамики необходимо знать синхронную n_s и номинальную n_n частоту вращения кривошипа. Номинальное число n_n (мин⁻¹) задано проектировщику. Выбрав электродвигатель известно $n_{\text{дан}}$ (мин⁻¹), следовательно можно

определить инерционное число $I_{\text{од-кп}} = \frac{n_{\text{одс}}}{n_{\text{одн}}}$. Теперь можно найти синхронную частоту

$$\text{вращения кривошипа } n_{\text{окр}} = \frac{n_{\text{одс}}}{I_{\text{од-кп}}} = n_{\text{нкп}} \frac{n_{\text{одс}}}{n_{\text{одн}}}.$$

Зная $n_{\text{окр}}$, $n_{\text{нкп}}$ вычисляем ω_c и ω_h по общей формуле $\omega = \frac{\pi n}{30} \rightarrow \omega^2$

Можно, зная $n_{\text{одс}}$ и $I_{\text{од-кп}}$ передаточное число

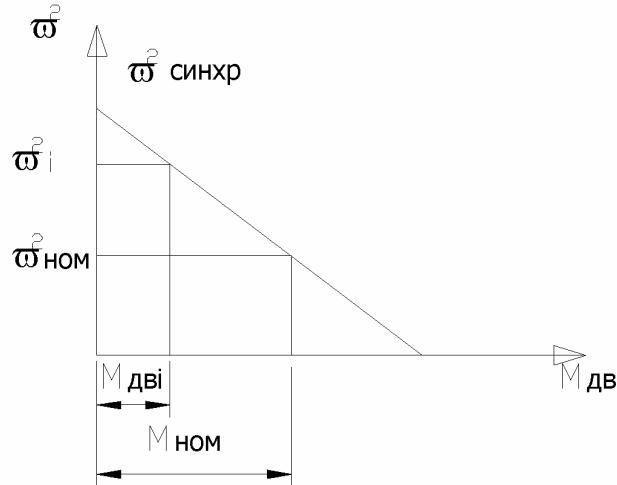
$$I_{\text{од-кп}} \rightarrow n_{\text{окр}} = \frac{n_{\text{одс}}}{I_{\text{од-кп}}} \rightarrow n_{\text{нкп}} = n_c \frac{n_{\text{одн}}}{n_{\text{одс}}} = \frac{n_{\text{одн}}}{I_{\text{од-кп}}} \rightarrow \omega_c, \omega_h \rightarrow \omega^2.$$

Вычислив номинальную частоту вращения кривошипа находим величину номинального момента электродвигателя приведённого к кривошипу.

$$M_{\text{ном}} = 9552 \frac{N(\text{kBm})}{n_{\text{нкп}} (\text{мин}^{-1})} (H \cdot m)$$

Лекция 9.

$$9. \quad \frac{I_{npi+1} \omega_{i+1}^2}{2} - \frac{I_{npi} \omega_i^2}{2} = \frac{M_{\partial\theta_i} \Delta\varphi}{2} + \frac{M_{\partial\theta_{i+1}} \Delta\varphi}{2} - A_{cc_i}^{i+1}$$



$$M_{hom} = 9552 \frac{N_{kem}}{n_{kp}}; \quad N_{nomp} = \frac{A_{cc106} \cdot n_{kp}}{1000 \cdot 60} (\kappa B m)$$

$$\omega_{sinh.\vartheta.\partial.} = \frac{\pi \cdot n_{sinh.\vartheta.\partial.}}{30}; \quad \omega_{sinh.k.p.} = \omega_{sinh.\vartheta.\partial.} \cdot U_{kp.\vartheta.\partial.}; \quad U_{kp.\vartheta.\partial.} = \frac{n_{kp}}{n_{\vartheta.\partial.}}$$

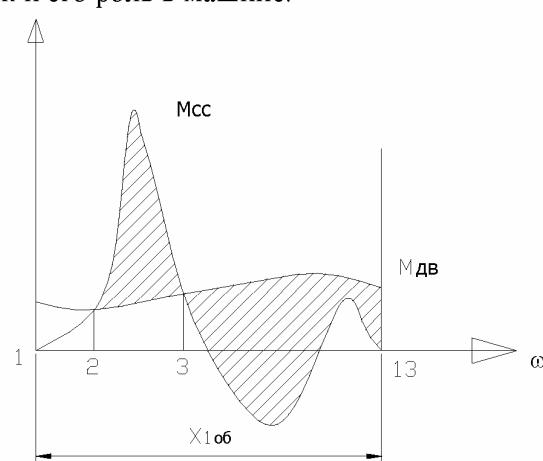
$$\omega_{hom.\vartheta.\partial.} = \frac{\pi \cdot n_{hom.\vartheta.\partial.}}{30};$$

$$\omega_{hom.kp} = \omega_{hom.\vartheta.\partial.} \cdot U_{kp.\vartheta.\partial.};$$

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_{kp}}{30}; \quad \omega_1 = \omega_{hom};$$

$$\omega_{i+1}^2 = \frac{\omega_i^2 \cdot \left(I_{npi} - \frac{M_{hom} \cdot \Delta\varphi}{\omega_{cuh}^2 - \omega_{hom}^2} \right) \cdot \omega_i^2 + 2 \cdot \frac{M_{hom} \cdot \Delta\varphi}{\omega_{cuh}^2 - \omega_{hom}^2} \cdot \omega_{cuh}^2 - 2 \cdot A_{cc_i}^{i+1}}{I_{npi+1} + \frac{M_{hom} \cdot \Delta\varphi}{\omega_{cuh}^2 - \omega_{hom}^2}}$$

Маховик и его роль в машине.

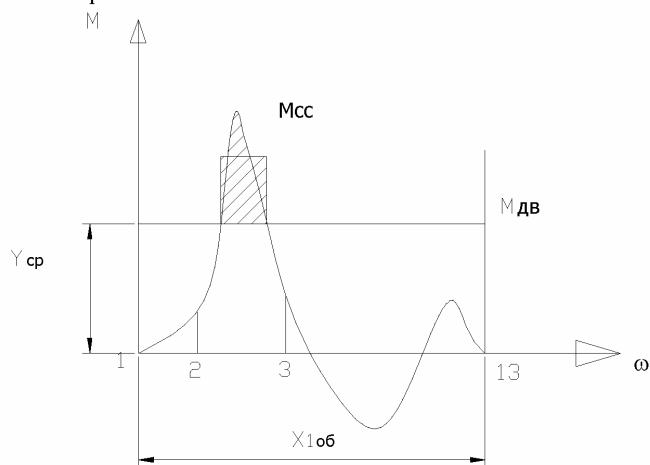


Маховик – это аккумулятор энергии.

Маховик накапливает энергию на тех участках, где $A_{\partial\theta} > A_{cc}$.

Маховик отдаёт энергию, где $A_{\text{об}} < A_{\text{cc}}$.

Расчёт энергии маховика:

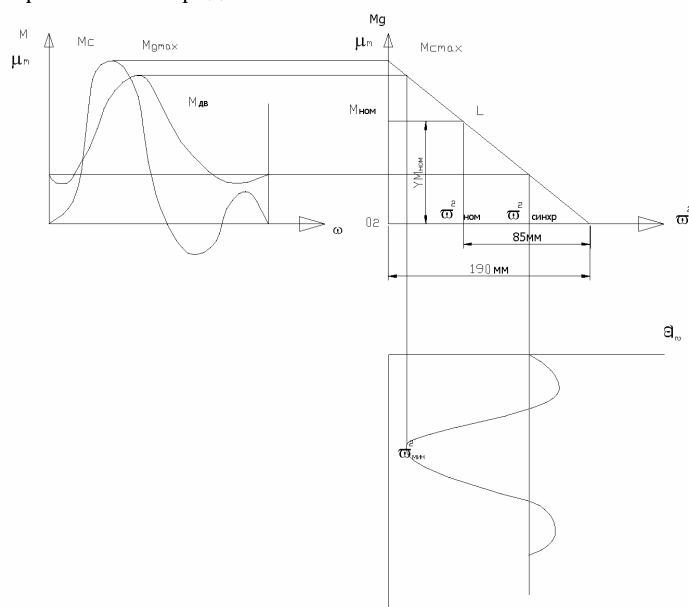


$$y_{cp, M_{\text{cc}}} = \frac{y_{M_{\text{cc}1}} + y_{M_{\text{cc}2}} + \dots + y_{M_{\text{cc}12}}}{12}$$

$$I_{np, \text{махов}} = \frac{F_{us\delta} \cdot \mu_M \cdot \mu_\varphi}{\delta \cdot W_{cp}^2}; \quad W_{cp} = \frac{\pi \cdot n_{kp}}{30}.$$

Если маховик отсутствует, то график $M_{\text{дв}}$ будет совпадать с M_{cc} . При бесконечном большом маховике график $M_{\text{дв}}$ будет прямая. При обычных величинах график $M_{\text{дв}}$ будет кривая.

Построение характеристики электродвигателя.



Определение момента инерции маховика.

Колебания величины угловой скорости кривошипа не должны превосходить некоторой величины δ . Для станков допускается от 0.02 до 0.05, для кузнечнопрессовых машин от 0.1 до 0.2 и т.д. Величина

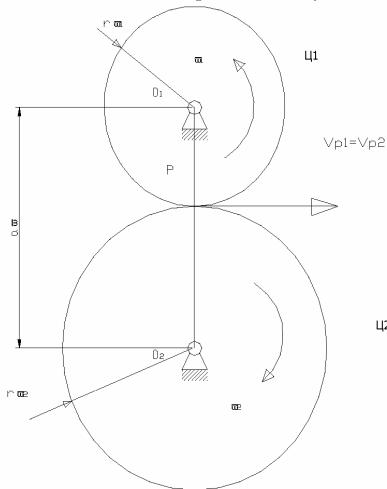
$$\delta \text{ вычисляется } \delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}}; \omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}.$$

Для обеспечения нужного значения δ необходимо выбрать и установить на валу кривошипа маховик с соответствующим значением момента инерции I_{\max} . Подбор маховика можно производить следующим образом. На оси ординат графика $M_C - \varphi$ в масштабе μ_M откладываются y_{cpM_c} (можно отложить M_h , найденное ранее) и проводится горизонтальная прямая. Выше этой прямой окажется часть графика $M_C - \varphi$. Необходимо найти величину площади между прямой M_h и кривой $M_C - \varphi$. Это будет так называемая избыточная площадь $F_{изб}$ (мм^2). Затем необходимо воспользоваться формулой $I_{\max} = \frac{\mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot F_{изб}}{\delta \cdot \omega_{np}^2}$, задавшись желательным коэффициентом δ . Выбрав маховик, необходимо учесть момент инерции маховика при определении I_{npi} как $I_{npi} = I_{\text{примех}} + I_{\text{махов}}$, отразив это на графике $I_{np} - \varphi$, опустив ось абсцисс. Построив зависимость $\omega^2 - \varphi$ можно проверить правильность выбора момента инерции маховика. Это производится путем сравнения δ_{cp} и δ заложенного в расчёт. При определении δ_{cp} , ω_{\max} и ω_{\min} берутся с графика зависимости $\omega^2 - \varphi$.

Если $\delta_{cp} \leq \delta$, то момент инерции маховика достаточен;

Если $\delta_{cp} > \delta$ – момент инерции маховика следует увеличить.

Теория зубчатых зацеплений. Цилиндрические зубчатые колёса. Основные термины и определения.



Определения:

1. полюс – это мгновенный центр скоростей в относительном движении;
2. центроиды – это воображаемые окружности, жестко связанные с колёсами, которые катятся друг по другу без скольжения;
3. начальная скорость – это центроида в зацеплении двух колёс.

Под центроидой понимается геометрическое место мгновенных центров скоростей в относительном движении профилей двух звеньев. Мгновенный центр скоростей в относительном движении двух профилей называется полюсом.

Передаточное отношение (U).

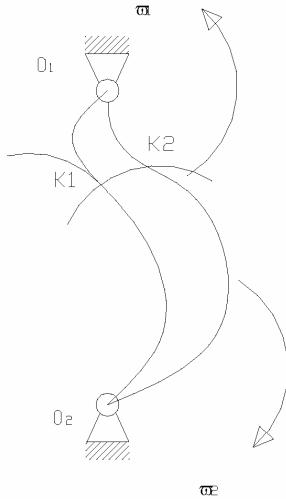
$$U_{1,2} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{n_1}{n_2}; \quad W_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30}; \quad W_2 = \frac{\pi \cdot n_2}{30}; \quad (V_{P1} = W_1 \cdot r_{W1}) \cdot \frac{W_1}{W_2} = \frac{r_{W2}}{r_{W1}}; \quad (V_{P2} = W_2 \cdot r_{W2}) \cdot \frac{W_1}{W_2} = \frac{r_{W1}}{r_{W2}};$$

$$Z_1 \cdot n_1 = Z_2 \cdot n_2; \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1}; \quad U_{1,2} = \frac{r_{W2}}{r_{W1}} = \frac{O_2 \cdot P}{O_1 \cdot P} = \frac{W_1}{W_2}.$$

Основной закон зацепления.

Нормаль к профилям в точке контакта должна проходить через полюс и делить межосевой перпендикуляр на отрезки обратнопропорциональные угловым скоростям.

Определение: линия зацепления – это путь, пройденный точкой контакта профилей.



Определение: линия зацепления – это геометрическое место точек контакта профилей, отмеченных в неподвижной плоскости.

В современном машиностроении наиболее распространенным типом механической передачи является зубчатая. В этих передачах движение передаётся с помощью зацепления пары зубчатых колёс. Зубчатые передачи используют при мощностях, начиная от ничтожно малых до измеряемых десятками тысяч киловатт. Передаваемые моменты достигают $5 \cdot 10^6 (H \cdot m)$. Диаметры колёс судовых установок в передачах на гребной винт достигают 6 метров. Округленные скорости колеблются от ничтожно малых до 150 м/с и обеспечивают передачу движения между произвольно расположеными в пространстве валами без проскальзывания, что обеспечивает постоянное передаточное отношение с наименьшие потери на трение.

Преимущества зубчатых передач по сравнению с другими:

- а. высокая надёжность в работе;
- б. компактность;
- в. высокий КПД (0.96 – 0.97);
- г. сравнительно малые нагрузки на валы и подшипники;
- д. постоянство передаточного отношения;
- е. простота обслуживания.

Недостатки:

- а. высокие требования к точности изготовления и монтажа;
- б. шум при больших скоростях;
- в. большая жёсткость, не позволяющая компенсировать динамические нагрузки.

По взаимному расположению геометрических осей валов: цилиндрическое (косозубые, прямозубые, шевронные, с криволинейными зубьями), конические – при пересекающихся осях, гипоидные

конические передачи при перекрещивающихся осях, винтовые – цилиндрические передачи перекрещивающихся осях.

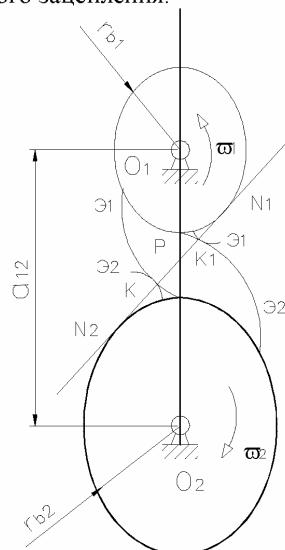
Для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот применяется реечная передача, которая является частным случаем цилиндрической зубчатой передачи. Рейку рассматривают как часть колеса, диаметр которого обращается в бесконечность.

По форме бокового профиля зубья бывают: эвольвентные, циклоидальные и круговые (зацепление Новикова). В современном машиностроении и курсе ТММ широко рассматриваются эвольвентные З.П.

По сравнению с другими видами зацеплений, эвольвентное зацепление имеет некоторые преимущества:

1. использование стандартизованного инструмента с прямолинейными режущими кромками для изготовления эвольвентных зубчатых колёс;
2. простота модификации поверхности зуба (преднамеренное отклонение поверхности зуба от теоретической для компенсации действия факторов, отрицательно влияющих на работу эвольвентной зубчатой передачи);
3. возможность изготовления зубчатых колёс с эвольвентным профилем при смещении инструмента для улучшения показателей качества зацепления или при заданном межосевом расстоянии передачи;
4. нечувствительность эвольвентной зубчатой передачи к колебаниям межосевого расстояния при монтаже (передаточное отношение З.П. не изменяется);
5. взаимозаменяемость эвольвентных З.К. одного модуля.

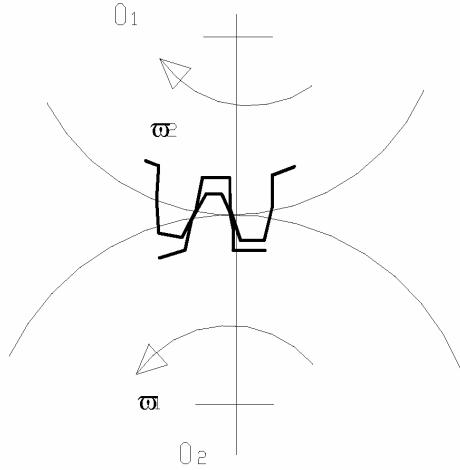
Свойства эвольвентного зацепления.



Свойства:

1. Линия зацепления – прямая.
2. $U_{1,2} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \text{const.}$
3. $U_{1,2} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \text{const.}$ Передаточное отношение остаётся постоянным при изменении межцентрового расстояния.
4. Нарезается по методу обработки инструментом реечного типа.

Основы теории зацепления и передаточное отношение.



При работе зубчатых передач, зубья одного колеса входят в впадины другого, при этом боковая поверхность зуба ведущего колеса давит на боковую поверхность зуба ведомого колеса. Профили зубьев пары колёс должны быть сопряжёнными, т.е. заданному профилю зуба одного колеса должен соответствовать вполне определённый профиль зуба другого колеса. Чтобы обеспечить постоянство передаточного отношения, профили зубьев нужно очертить такими кривыми, которые удовлетворяли бы требованиям основной теоремы зацепления.

Теорема зацепления: общая нормаль, проведённая через точку касания двух профилей, делит межосевое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям сопряжённых колёс. Для доказательства теоремы рассмотрим пару сопряжённых зубьев в зацеплении. Профили зубьев шестерни и колеса соприкасаются в точке К, называемой точкой зацепления. Центры вращения O_1 и O_2 расположены на неизменном расстоянии друг от друга (межосевое расстояние – a_w). При вращении шестерни с угловой скоростью ω_1 давит на зуб колеса, сообщая последнему угловую скорость ω_2 . Проведём через точку К общую для обоих профилей касательную ТТ и нормаль NN. Окружные скорости точки К относительно центров вращения O_1 и O_2 $V_1 = (O_1K) \cdot \omega_1$ и $V_2 = O_2K \cdot \omega_2$. Разложим V_1 и V_2 на составляющие по направлению NN и по направлению ТТ: $V_1 = V_{N1} + V_{T1}$; $V_2 = V_{N2} + V_{T2}$.

Для обеспечения постоянного касания профилей необходимо соблюдение условия $V_{N1} = V_{N2}$, т.к. при $V_{N1} < V_{N2}$ зуб шестерни отстанет от зуба колеса, а при $V_{N1} > V_{N2}$ произойдёт врезание зубьев. Опустим из центров O_1 и O_2 перпендикуляры $O_1A = h_1$ и $O_2B = h_2$ на нормаль NN. Углы, образованные между перпендикуляром h_1 и линией O_1K и перпендикуляром h_2 и линией O_2K обозначим соответственно α_1 и α_2 . Так как вектор скорости V_1 перпендикулярен к линии O_1K , а вектор V_{N1} перпендикулярен к линии $O_1A = h_1$, то угол между этими векторами будет равен α_1 . Аналогично можно доказать, что угол между векторами V_2 и V_{N2} , будет равен α_2 .

Из построений получаем $V_{N1} = V_1 \cdot \cos\alpha_1 = \omega_1 \cdot (O_1K) \cdot \cos\alpha_1 = \omega_1 \cdot h_1$,

$$V_{N2} = V_2 \cdot \cos\alpha_2 = \omega_2 \cdot (O_2K) \cdot \cos\alpha_2 = \omega_2 \cdot h_2;$$

$$\omega_1 \cdot h_1 = \omega_2 \cdot h_2 \text{ или } U_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{h_2}{h_1}.$$

Из подобия треугольников O_1AP и O_2BP запишем, что $\frac{h_2}{h_1} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r_{W2}}{r_{W1}}$ или окончательно получим

$$U_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{W2}}{r_{W1}} = \frac{O_2P}{O_1P} = const, \text{ что и требовалось доказать.}$$

Прямая O_1O_2 называется межосевой линией колёс. Общая нормаль NN профилем пересекает межосевую линию O_1O_2 в постоянной точке Р (в соответствии с доказанной теоремой). Эта точка

называется полюсом зацепления, её положение на межосевой линии определяется отношением угловых скоростей колёс, т.е. передаточным отношением.

Отрезок общей нормали NN' , ограниченной токами А и В и являющийся траекторией общей точки контакта зубьев, называется линией зацепления зубчатой передачи.

Окружности, проходящие через полюс и обозначенные d_{W1} и d_{W2} , называются начальными окружностями. При вращении зубчатых колёс начальные окружности перекрываются друг по другу без скольжения, о чём свидетельствует равенство их окружных скоростей $\omega_1 \cdot r_{W1} = \omega_2 \cdot r_{W2}$.

Следует иметь ввиду, что незначительное изменение межосевых расстояний a_n приведёт к изменению и диаметров начальных окружностей, т.к. положение полюса зацепления при этом остаётся неизменным. α_w – носит в дальнейшем название угол профиля – острый угол между линией зацепления и перпендикуляром к межосевой линии, его стандартное значение для эвольвентных зацеплений $\alpha_w = 20^\circ$.

Эвольвентные окружности и её свойства.

Эвольвентой называется кривая, описываемая любой точкой прямой, перекатываемой без проскальзывания по неподвижной окружности.

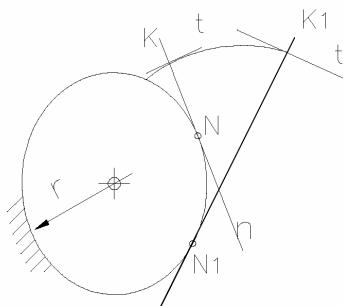
Так точка А прямой NN' (точки от A_0 до A_8) опишет эвольвенту. Длина дуги окружности, которую проходит точка её контакта с прямой NN' , всегда равна длине этой прямой от точки касания с окружностью до эвольвенты (например дуга $A_0B_1 = A_1B_1$, $A_0B_2 = A_2B_2$, $A_0B_3 = A_3B_3$ и т.д.).

Окружность радиусом r_b , по которой перекатывается прямая NN' , называется эволютой или основной окружностью, а перекатываемая прямая – производящей прямой. Для построения профиля зуба используется часть эвольвенты.

Свойства эвольвенты:

1. эвольвента не заходит внутрь основной окружности а представляет собой спиральную кривую, начинающуюся от основной окружности и полностью определяющуюся её радиусом;
2. производящая прямая NN' является одновременно касательной к основной окружности и нормалью ко всем производимым ею эвольвентам, это свойство вытекает непосредственно из построения эвольвенты;
3. две или семейство эвольвент одной и той же основной окружности эквидистанты. Эквидистантными или равноудалёнными называются две кривые, расстояние между которыми в направлении нормали везде одинаковое, (P_b) – это шаг по основной окружности;
4. радиус кривизны эвольвенты в любой точке равен длине касательной к основной окружности, проведённой из этой точки. Центр кривизны эвольвенты в данной точке находится на основной окружности. Это свойство так же вытекает непосредственно из построения эвольвенты;
5. с увеличением радиуса r_b основной окружности эвольвента становится более пологой и при $r_b = \infty$ обращается в прямую.

Эвольвента и её свойства.

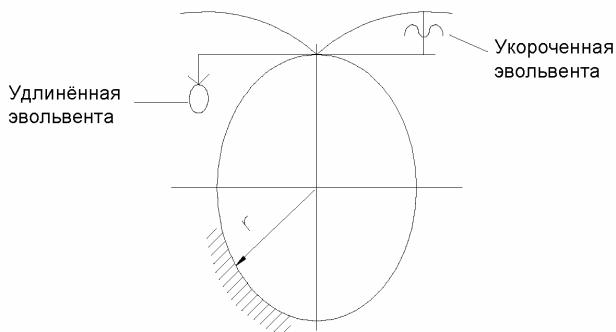


Эвольвента – это след движения точки принадлежащей прямой при её качении по неподвижной окружности без скольжения

Свойства:

- Все нормали в эвольвентах касаются одной и той же основной окружности.

- Все центры кривизны эвольвенты лежат на одной и той же основной окружности. Основная окружность – это геометрическое место центров кривизны эвольвенты (эволюты). Эвольвента – симметричная кривая с точкой возврата, лежащей на основной окружности. Возможность получения удлинённых и укороченных эвольвент.



При увеличении r_b эвольвента распрямляется и при $r_b = \infty$ становится прямой линией.

Взаимодействие эвольвент.

Рассмотрим взаимодействие эвольвент двух окружностей радиусами r_{b1} и r_{b2} с центрами O_1 и O_2 , вокруг которых могут вращаться эвольвенты 1 и 2.

В первом положении эвольвенты касаются в точке K' . В этой точке они имеют общую нормаль АВ. Эта нормаль является производящей прямой обоих эвольвент и поэтому касается обеих основных окружностей. Из рассмотренного вытекает очень важное свойство эвольвент: у двух сопряжённых эвольвент радиусы кривизны точек касания лежат на общей нормали.

Повернём основную окружность с эвольвентой 1 на некоторый угол φ_1 вокруг центра O_1 . При этом эвольвента 1 окажет давление на эвольвенту 2, это давление F_n может предаваться только по общей нормали к обоим кривым, т.е. по линии АВ. Следовательно общая нормаль является линией давления. Поскольку линия давления не проходит через центр O_2 , то вторая основная окружность вместе с эвольвентой 2 повернётся на некоторый угол φ_2 . Таким образом, посредством двух эвольвентных профилей можно осуществить передачу движения.

В новом положении эвольвенты соприкасаются в т. K'' , имея общую нормаль АВ. Общая нормаль является геометрическим местом точек касания взаимодействующих эвольвент. Из сказанного следует, что линия зацепления является линией давления.

При повороте эвольвент соответствующие дуги основных окружностей $a'_1a''_1$ и $a'_2a''_2$ равны между собой, поскольку каждая из них равна расстоянию $K'K''$ по общей нормали, а значит $r_{b1}\varphi_1 = r_{b2}\varphi_2$.

Так как угловые скорости пропорциональны углу поворота, то $U_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = const$, т.е.

отношение угловых скоростей двух взаимодействующих эвольвентных профилей обратно пропорционально радиусам их основных окружностей и не зависит от межосевого расстояния этих окружностей.

Начальные окружности перекатываются без скольжения, т.е. эвольвентные профили взаимодействуют различными участками (считая от основания эвольвенты), т.е. дугами различной длины, то их относительное движение происходит со скольжением, чем далее от полюса тем больше скольжение, наибольшее скольжение имеет место у основания эвольвенты. При переходе через полюс изменяется направление скольжения.

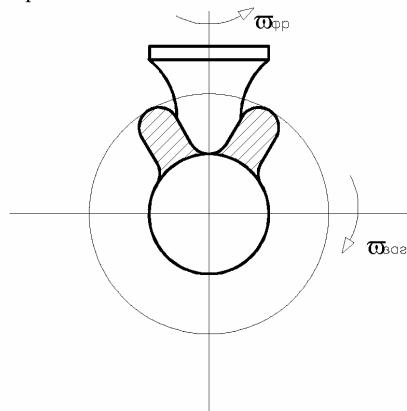
Взаимодействие эвольвентных профилей сопровождается трением. Сила трения достигает наибольшего значения вблизи полюса, где скорость скольжения близка к нулю.

Лекция 10.

Методы нарезания зубчатых колёс.

Заготовку зубчатых колёс получают литьём, штамповкой или ковкой, в зависимости от материала, формы и размеров. Существуют два основных метода изготовления зубчатых колёс: метод копирования и метод обкатки.

Метод копирования.



Метод копирования заключается в удалении той части материала заготовки, которая заполняет объём будущей впадины, инструментом с режущим контуром, совпадающим с контуром впадины нарезаемого колеса. После прорезания каждой впадины заготовка поворачивается на угол $360/z$. Контур впадины нарезаемого колеса, определяется его параметрами (m, z, m_h). С изменением одной из этих характеристик должен быть изменён режущий контур соответствующего инструмента. Колеса, изготовленные методом копирования, нарезаются неточно. Таким образом, данный метод малопроизводителен, неточен и требует большого количества инструмента. При методе обкатки режущему инструменту и заготовке сообщают такое относительное движение, какое имели бы зубчатые колёса в зацеплении. Зацепление производящего колеса с обрабатываемым называют станочным зацеплением. Существуют несколько способов обкатки.

При зубодолблении инструмент (долбяк) совершает возвратно-поступательно движение, одновременно долбяку и колесу (заготовка) сообщается вращательное движение. Профиль зуба образуется какгибающая последовательных положений зуба долбяка, построенных относительно заготовки.

При нарезании зуба с помощью инструментальной рейки (гребёнки) суппорт с рейкой участвуют в реверсивном движении, при рабочем ходе осуществляется строгание. За время вспомогательного хода заготовка получает перемещение вдоль гребёнки и поворот вокруг своей оси. Это движение осуществляется аналогично процессу зацепления колеса с рейкой.

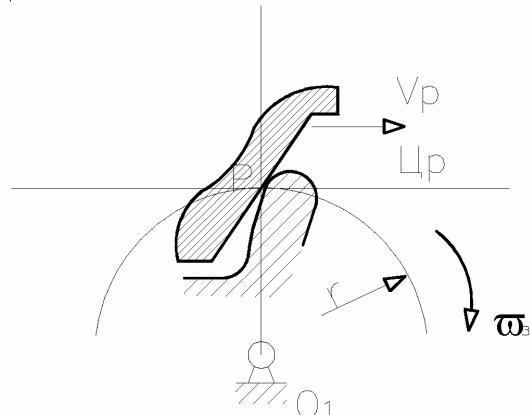
Более производительным при нарезании колёс с внешним зубчатым венцом считается зубофрезерование с помощью фрез.

Зубья точных зубчатых колёс после нарезания подвергают доводке шевингованием, шлифованием, притиркой или обкаткой.

Шевингование применяется для тонкой обработки незакалённых колёс. Выполняется инструментом – шевером, имеющим вид зубчатого колеса с узкими канавками на поверхности зубьев. Вращаясь в зацеплении с обрабатываемым колесом, шевер снимает режущими кромками канавок волосообразные стружки с зубьев колеса.

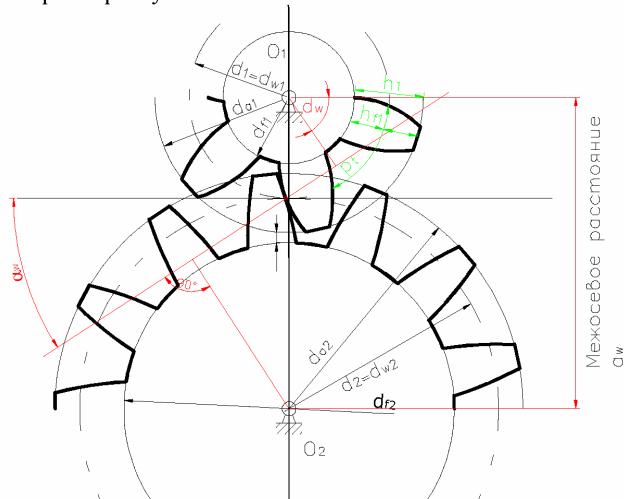
Шлифование применяется для тонкой обработки закаленных зубьев. Выполняется шлифовальными кругами способом копирования или обкатки.

Притирка используется для отделки закалённых зубьев колёс. Выполняется притиром – точно изготовленном чугунным колесом с использованием притирочных абразивных паст. Метод обкатки.



Обкатка применяется для сглаживания шероховатостей на рабочих поверхностях зубьев незакалённых колёс. В течении 1...2 минут зубчатое колесо обкатывается под нагрузкой с эталонным колесом Большой твёрдости.

Основные размеры зубчатых колёс.



Часть зубчатого колеса, содержащая все зубья, связанные друг с другом прилегающей к ним поверхностью. Тело зубчатого колеса, называется зубчатым венцом.

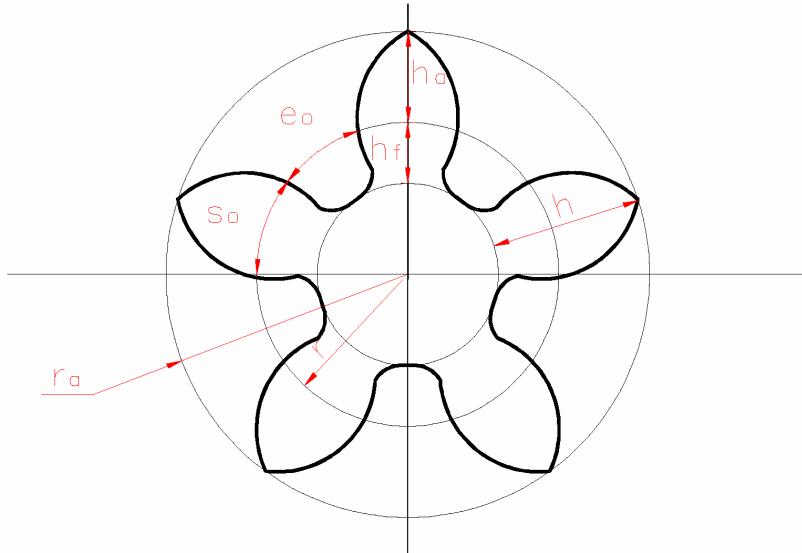
r_{w1}, r_{w2} – радиусы основных окружностей.

$aW = r_{w1} + r_{w2}$ – межосевое расстояние.

$$r = \frac{M \cdot z}{2} \text{ – радиус делительной окружности.}$$

$$m = \frac{2 \cdot r}{z} = \frac{d [MM]}{z} \text{ – модуль [мм].}$$

Модуль – это часть диаметра делительной окружности, приходящейся на 1 зуб.



$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{z}$ – шаг – часть длины делительной окружности, приходящейся на 1 круг.

$S_0; l_0$ – ширина впадины.

$P = S_0 + l_0$.

h_a – высота головки зуба.

h_f – высота ножек зуба.

h – полная высота зуба.

$h = h_a + h_f$

r_a – радиус окружности головки.

r_f – радиус окружности ножек.

$h = r_a - r_f$.

Таким образом, окружным делительным модулем m_t зубьев называется линейная величина в π раз меньшая делительного окружного шага. Если модуль представить как $m_t = a/z$, то окружной делительный модуль можно рассматривать как часть диаметра делительной окружности, приходящийся на один зуб. Модуль измеряют в мм. Для пары зацепляющихся колёс модуль должен быть одинаковым. Для обеспечения взаимозаменяемости зубчатых колёс и унификации зуборезного инструмента значение m_t гостированы. Из изложенного видно, что диаметр делительной окружности равен произведению числа зубьев на стандартный модуль.

Окружный шаг зубьев по делительной окружности равен сумме толщины зуба и ширины впадины:

$$P_t = S_t + l_t; S_t = l_t = \frac{\pi m_t}{2}.$$

Для пары сцепляющихся колёс шаг одинаков. Толщина зубьев S_t и ширина впадины теоретически равны между собой. Практически между зацепляющимися зубьями имеется небольшой боковой зазор.

Основной шаг P_t измеряется по основной окружности. Из треугольника O_1AP или O_2BP

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_w; ZP_b = ZP_t \cos \alpha_w; P_b = P_t \cos \alpha_w.$$

Угловым шагом зубьев называется центральный угол окружности в центре зубчатого колеса, равный $?^{\circ}$. Делительная окружность делит зуб на головку и ножку, высоты которых соответственно обозначены h_a и h_f . При этом обычно принимают $h_a = h_f = 1,25m_t$, откуда $h = h_a + h_f = 2,25m_t$.

Разница в высоте ножек зубьев одного колеса и высоте головок зубьев другого необходима для образования радиального зазора с: $c = h_f - h_a = 0,25m_t$.

Геометрию зубчатого венца характеризуют концентрическими окружностями с центром на оси зубчатого колеса, лежащими в торцевом сечении. Различают делительную (d_1, d_2), начальную (d_{w1}, d_{w2}), основную (d_{b1}, d_{b2}), вершин зубьев (d_{a1}, d_{a2}), впадин зуба (d_{f1}, d_{f2}).

Начальными называются окружности, проходящие через полюс П, которые в процессе зацепления перекатываются одна по другой без скольжения. Начальная скорость – центройда относительного движения и зацепления зубчатых колёс в передаче. Под центроидой понимается геометрическое место мгновенных скоростей в относительном профилей двух звеньев. Мгновенный центр скоростей в относительном движении двух профилей – это полюс зацепления.

$$a_w = 0,5(d_{w1} = d_{w2}) = 0,5d_{w1}(1+U_{1,2}).$$

Делительной называется окружность, по которой в процессе изготовления зубчатого колеса проводится деление цилиндрической заготовки на z равных частей (технологическая окружность). В нулевых передачах, у которых коэффициент суммы смещений $x_\Sigma = 0$ и угол зацепления d_w равен стандартному углу ($\alpha = 20^\circ$) профиля зuba исходного контура, делительные окружности совпадают с начальными ($d_1 = d_{w1}, d_2 = d_{w2}$). Диаметр делительной окружности равен $\pi d = zP_t$, где P_t – окружный шаг зубьев по делительной окружности, т.е. расстояние между одноимёнными профилями соседних зубьев по дуге делительной окружности, z – число зубьев.

Делительная окружность принадлежит отдельно взятому колесу. При изменении межосевого расстояния её диаметр остаётся неизменным $d = \frac{P_t}{\pi}z; m_t = \frac{P_t}{\pi}; d = m_t z$, где m_t – окружный диаметральный модуль передачи.

Наибольшее расстояние между торцами звеньев колеса называется шириной венца и обозначается $?$. Расчётные окружности прямозубых колёс $d = m_t z; d_a = d + 2h_a = m_t z + 2m_t = m_t(z+2)$; $d_f = d - 2h_f = m_t z - 2,5m_t = m_t(z-2,5)$.

Межосевое расстояние прямозубой передачи без смещения:
 $a_w = d_1 + d_2 = d_1(U_{1,2} + 1) = \frac{m_t z(U_{1,2} + 1)}{2} = \frac{m_t z_\Sigma}{2}$, где $z_\Sigma = z_1 + z_2$. Зная z_Σ определяют число зубьев шестерни $z_1 = \frac{z_\Sigma}{U_{1,2} + 1}$ и колеса $z_2 = z_\Sigma - z_1$.

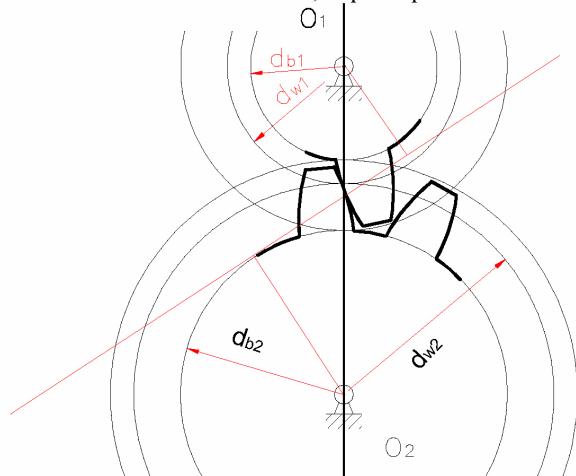
Диаметр основной окружности $d_b = d \cos \alpha_w$, диаметр окружности впадин $d_f = m_t(z-2,5)$.

Приняв эти выражения, получим $d \cos \alpha_w = m_t(z-2,5); m_t z \cos \alpha_w = m_t(z-2,5); z = \frac{2,5}{1 - \cos \alpha_w}$, если

$$\alpha_w = 20^\circ!, \text{ то } z = \frac{2,5}{1 - \cos \alpha_w} \approx 41.$$

Следовательно, если число зубьев колеса более 41, то диаметр основной окружности меньше диаметра окружности впадин и весь профиль зuba может быть очерчен по эвольвенте. Если же $z < 41$, то диаметр основной окружности больше диаметра окружности впадины и только часть профиля зuba, лежащая за пределами основной окружности, очерчен по эвольвенте. Часть профиля зuba, лежащая внутри основной окружности, очерчивается по переходным кривым, не отвечающим требованиям основной теоремы зацепления.

Активная линия зацепления, характерные точки на линии зацепления, профиль зуба.



Как указывалось выше. Линией зацепления ЗП является отрезок АВ, который представляет траекторию общей точки контакта двух сопряжённых зубьев за период их зацепления. При этом отрезок АВ определяет предельную длину линии зацепления. При внешнем зацеплении эвольвентные профили являются сопряжёнными только в пределах отрезка АВ линии зацепления, ограниченного точками касания с основными окружностями (точки А и В получены путём восстановления перпендикуляров к производящей прямой соответственно из центров O_1 и O_2). Таким образом, за пределами линии зацепления нарушаются основная теорема зацепления. Активной линией зацепления называется отрезок ab (K_1K_2), представляющий собой часть линии зацепления АВ. Активная линия зацепления отсекается на прямой АВ окружностями вершин сопряжённых зубьев. Длину активной линии зацепления будем обозначать буквой g_a .

Активной поверхностью зуба называется часть боковой поверхности зуба, на которой происходит взаимодействие с боковой поверхностью зуба парного колеса. Активным профилем зуба называется часть профиля зуба, соответствующая активной поверхности. Профиль головки зуба полностью участвует в зацеплении сопряжённого зуба. Профиль же ножки зуба не весь участвует в зацеплении. Тот участок профиля на котором происходит фактическое касание сопряжённых зубьев, и является его активной частью. Чтобы определить границу активного участка профиля (его верхнюю и нижнюю точки), нужно на ножке зуба найти точку, сопряжённую с вершиной парного зуба.

Чтобы найти активные участки профиля зуба обоих колёс, нужно через начало и конец активной линии зацепления (через точки а и б) провести дуги из центра O_1 радиусом O_1a до встречи с профилем зуба в точке a_1 , а через точку b из центра O_2 радиусом O_2b до встречи со своим профилем зуба в точке b_2 .

Увеличение активных профилей зубьев возможно вследствие увеличения диаметров окружностей вершин. Однако, если окружность вершин одного из зубчатых колёс будет пресекать линии зацепления за предельными точками А или В, то произойдёт явление интерференции зубьев, при котором профиль головки зуба одного колеса накладывается на профиль ножки второго колеса за пределами линии зацепления. Произойдёт заклинивание колёс.

Коэффициент перекрытия.

Для обеспечения непрерывной безударной работы передачи необходимо, чтобы выход из зацепления одной пары зубьев упреждался входом в зацепление следующей пары зубьев. Это свойство характеризуется коэффициентом перекрытия, которых характеризует плавность работы зубчатой передачи и показывает, какое число зубьев одновременно участвует в перекрытии зацепления.

Теоретически ε_a может быть равен 1 и это означает что только одна пара зубьев вышла из зацепления, следующая пара сразу же вошла в зацепление. Если $\varepsilon_a < 1$, то предыдущая пара зубьев из зацепления вышла, а следующая пара в зацепление не вошла, т.е. передача работает с ударами и

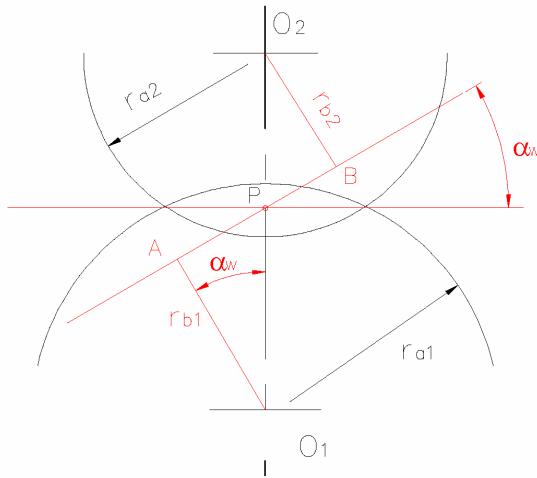
её применение недопустимо. Эвольвентная зубчатая передача с прямозубым колесом имеет $\varepsilon_\alpha = 1,1 \dots 1,5$, для косозубых колёс коэффициент перекрытия ε_α увеличивается за счёт коэффициента осевого перекрытия ε_β .

Коэффициентом торцевого перекрытия ЗП называется отношение угла торцевого перекрытия зубчатого колеса передачи к его угловому шагу $\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_a}{\tau}$, где φ_a – угол торцевого перекрытия зубчатого колеса, под которым понимают угол поворота зубчатого колеса от положительного входа зuba в зацепление до выхода его из зацепления; τ – угловой шаг передачи.

$$\tau = \frac{2\pi}{z}; \quad \varphi_{a1} = \frac{g_a}{r_{b1}} = \frac{2g_a}{m_t z_1 \cos \alpha} \rightarrow \varepsilon_\alpha = \frac{g_a}{m_t \pi \cos \alpha}; \quad g_a \text{ – длина активной линии зацепления.}$$

$$P_b = P_t \cos \alpha; \quad \pi m_t = P_t \rightarrow \varepsilon_\alpha = \frac{g_a}{P_b}.$$

Полученное выражение может использоваться только при наличии графических построений зацепления. Для аналитического метода определения ε_α воспользуемся рисунком.



$$g_a = ab = aP + Pb = (aB - BP) + (bA - AP) = bA + aB - AB; \quad bA = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2}; \quad aB = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2};$$

$$AB = r_1 \sin \alpha_w + r_2 \sin \alpha_w = a_w \sin \alpha_w; \quad \varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w}{\pi m_t \cos \alpha}.$$

В расчётной практике пользуются приближённой формулой: $\varepsilon_\alpha = [1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right)] \cos \beta$; здесь

знак + для внешнего, минус для внутреннего зацепления. Величина ε_α зависит от числа зубьев z и угла наклона зубьев β . Поэтому выгодно применять колёса с большим числом зубьев или при заданном диаметре d с малым модулем m_t . С увеличением β растёт окружной шаг P_b , а длина активной линии зацепления g_a остаётся неизменной, при этом ε_α уменьшается, что является одной из причин ограничения угла β .

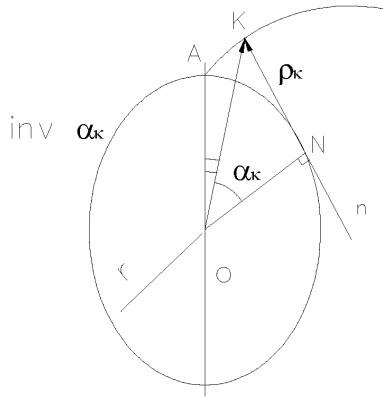
Уравнение эвольвенты в полярных координатах.

Точка А – начало эвольвенты.

ОА – линия начала отсчёта углов в полярных координатах.

S_k – радиус кривизны эвольвенты.

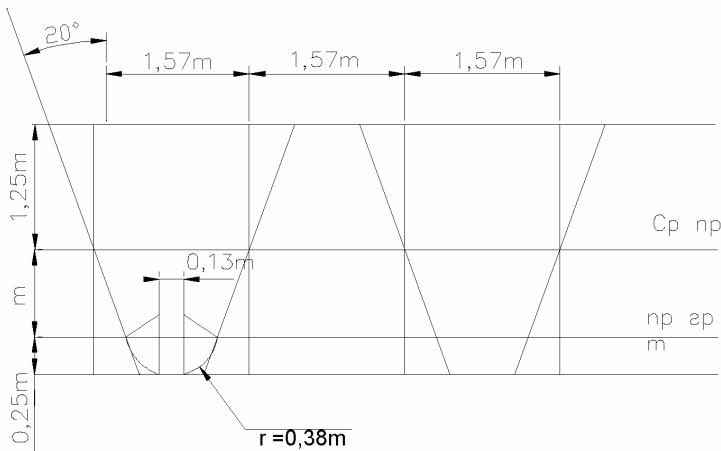
θ_K – полярных угол.



$$r_k = \frac{r_a}{\cos \alpha_k}; \operatorname{inv} \alpha_k = \operatorname{tg} \alpha_k - \alpha_k; A^{\vee}B = A^{\vee}N - B^{\vee}N;$$

$$r_b \cdot \operatorname{inv} \alpha_k = r_b \cdot \operatorname{tg} \alpha_k - r_b \cdot \alpha_k; A^{\vee}N = KN = r_b \cdot \operatorname{tg} \alpha_k.$$

Стандартный исходный центр рейки.



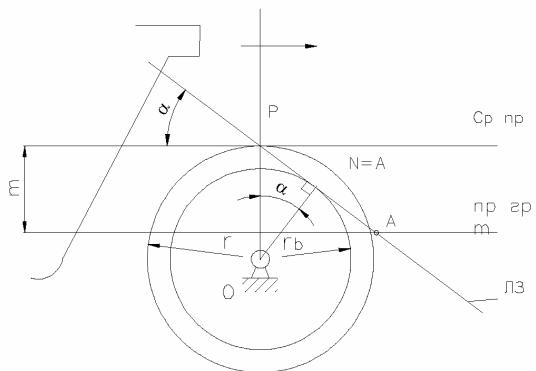
При увеличении числа зубьев до бесконечности, колесо превращается в рейку, а эвольвентный профиль зуба – в прямолинейный, нормальный к линии зацепления.

Строят исходный контур инструментальной зубчатой рейки: проводят линию, принимаемую за среднюю линию (СП) рейки. Вниз от СП последовательно откладывают расстояния $h_a^* m$ и $c^* m$ ($h_a^* = 1$, $c^* = 0,25$). Через них проводят линии граничных точек (ЛГТ) и прямые головок и ножек зубьев рейки. На средней линии (СП) отмечают полюс – точку Р и откладывают расстояния $S = e = 1,57m$ (толщину зуба и ширину впадины соответственно). Через полученные точки на средней линии проводят наклонные линии под углом 20° к вертикали.

Головки зубьев рейки на углах скругляют сопрягающими дугами. Закругление начинается от линии ЛГТ, отстающей от средней прямой на расстояние m . Центр закругления c' находится на пересечении двух прямых: перпендикуляра bc' к профилю зуба рейки, проведённому из точки b и перпендикуляра dc к прямой головок рейки, проведённому из точки d . Для нахождения точки d необходимо отложить $be = ed$. Радиус ρ закругления головок зубьев рейки равен $\rho = bc' = dc' = 0,38m$. По окончании построения левых и правых закруглений головки зуба рейки делают проверку: расстояние между центрами этих закруглений должно составлять $0,13m$.

Лекция 11.

Характерные точки на линии зацепления.



α – последняя рабочая точка над линией зацепления.

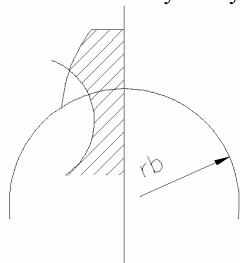
μ – характеризует со средней прямой.

P – полюс зацепления.

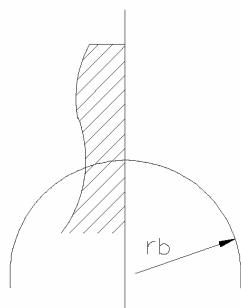
N – точка, до которой выдерживается основной закон зацепления.

$$OP = \frac{mz}{2}; OP - \text{радиус делительной окружности.}$$

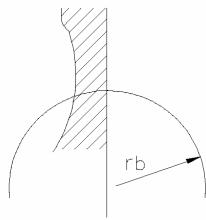
1. $Pa > PA$: при этом условии возникает явление подреза. Оно характеризуется укорочением головки зуба и утоньшением ножки зуба.



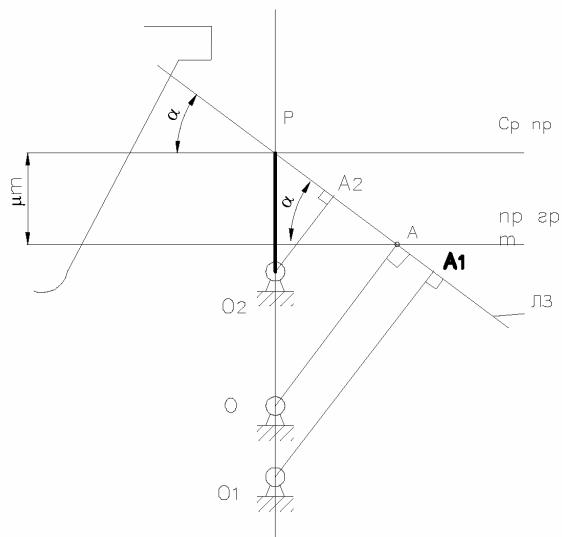
2. $Pa = PA$; при этом условии подреза нет.



3. $Pa < PA$.



Влияние числа зубьев на подрез.



ЛЗ – линия зацепления.

Уменьшение числа зубьев ведёт к опасности возникновения подреза.

$$1. \quad O_1P = r_1 = \frac{mz_1}{2}; \quad Pa < PA$$

$$2. \quad O_2P = r_2 = \frac{mz_2}{2}; \quad Pa > PA \text{ (появляется подрез)}$$

Минимальное число зубьев, нарезаемых без подреза, если а совпадает с А.

$\mu m = PA \sin \alpha$ из треугольника APC; из треугольника OAP $PA = PO \sin \alpha$; $\mu m = PO \sin^2 \alpha$;

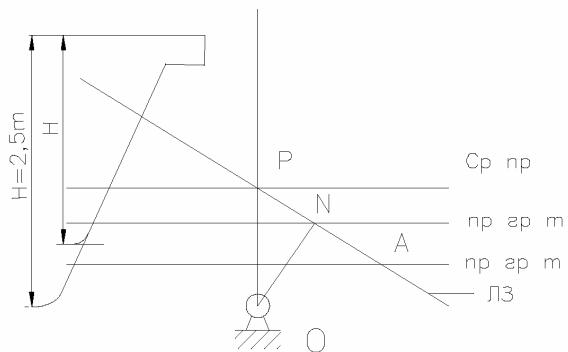
$$OP \sin^2 \alpha = r \sin^2 \alpha = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha; \quad \mu m = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha \rightarrow z = \frac{2\mu}{\sin^2 \alpha}; \quad \text{если } \alpha = 20^\circ \quad z = 17 \cdot \mu, \quad \text{если } \mu = 1, \quad z = 17.$$

$\mu(h_a^*)$ – коэффициент высоты головки зуба. Явление подреза для прямозубой передачи при $z = 17$.

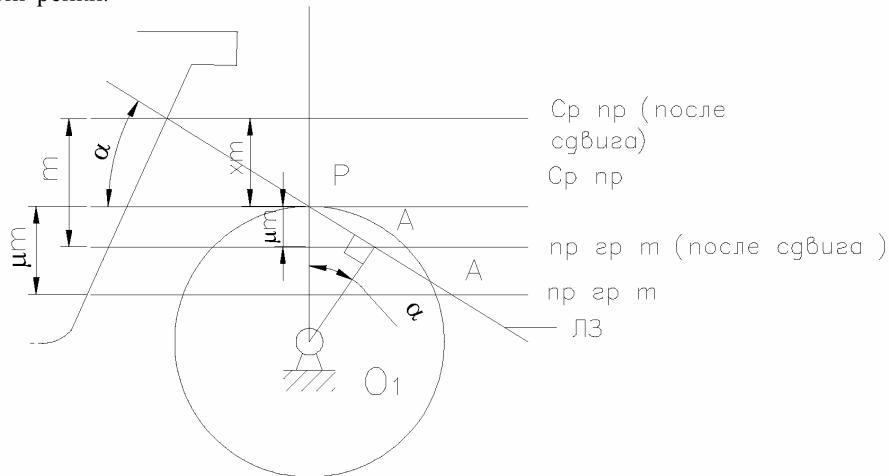
Методы устранения подреза.

I. Угловая модификация (увеличение угла α'). При $\alpha' > \alpha_1$ явление подреза исчезает.

II. Высотная модификация (уменьшение исходного контура рейки). Этот метод не очень удобен из-за большого количества инструмента.



III. Сдвиг рейки.



X_m – абсолютный сдвиг рейки.

Исправление зубчатых колёс методом смещения зуборезного инструмента.

Исправление зубчатых зацеплений представляет собой улучшение свойств зацепления путём очерчивания рабочего профиля зубьев различными участками эвольвенты той же основной окружности. Изготовление таких колёс не сложнее и не дороже, чем при нормальном зацеплении. Их изготавливают на том же оборудовании стандартным инструментом. Отличие в изготовлении заключается в том, что заготовки выполняют изменённого диаметра и инструмент устанавливают с некоторым смещением в радиальном направлении.

Если средняя модульная прямая исходного реечного контура касается делительной окружности заготовки, то сдвиг рейки отсутствует, то нарезаемое колесо называют нормальным или нулевым колесом. Толщина зуба и ширина впадины нулевого колеса равны между собой. Размеры нулевых колёс приводились ранее.

Если рейку отодвинуть от центра нарезаемого колеса, то получим положительный сдвиг рейки, в этом случае средняя прямая рейки проходит вне делительной окружности. Нарезаемое колесо называется положительным.

В рассматриваемом случае осуществляется подрез зуба, так как точка а вышла за пределы линии зацепления (точка А). Для устранения подреза необходимо сместить рейху от центра заготовки так, чтобы линия граничных точек прошла через точку А. Назовём это смещение инструмента абсолютным и обозначим x_m , где x – коэффициент смещения: $X = \frac{17 - z_1}{17}$.

Если рейку приблизить к центру заготовки, то сдвиг будет отрицательным и средняя прямая рейки проходит внутри делительной окружности заготовки. Нарезанные колёса в этом случае называют отрицательными.

Рассмотренные типы колёс при зацеплении одного с другим образуют следующие передачи: нулевую, положительную и отрицательную.

Нулевая зубчатая передача состоит из пары нулевых колёс и из колёс, нарезанных инструментальной рейкой так, что положительный сдвиг одного колеса равен абсолютной величине отрицательного сдвига другого колеса. Такую передачу называют равносмешённой. В таких передачах $x_{\Sigma} = 0$ и угол зацепления α_w в строке равен стандартному углу α профиля зуба исходного контура. Начальные окружности совпадают с делительными и касаются в полюсе зацепления. Межосевое расстояние $a_w = a = \frac{mz_{\Sigma}}{2}$. При равносмешенной зацеплении изменяются лишь радиусы окружностей вершин и впадин, толщина зубьев по делительной окружности шестерни увеличивается, а толщина зубьев колеса уменьшается, но сумма толщин по делительной окружности сцепляющихся зубьев остаётся постоянной и равной шагу.

Положительная передача состоит из двух положительных колёс или одного другого нулевого или отрицательного, но при положительной сумме коэффициента смещения т.е. $x_{\Sigma} > 0$. В этих передачах угол зацепления α_w и межосевое расстояние a_w при сборке больше стандартных α и a . Делительные окружности не совпадают с начальными, т.е. не проходят через полюс зацепления. При этом суммарная толщина зубьев делительной окружности больше чем у нормальной передачи.

Отрицательная передача состоит из двух отрицательных колёс или одного отрицательного и другого нулевого или положительного но при $x_{\Sigma} < 0$. При этом межосевое расстояние меньше нормального, получающийся угол зацепления α_w не равен α , а сумма толщин зубьев по делительной окружности меньше, чем у нормальной передачи.

$$a_w = m(0,5z_{\Sigma} + x_{\Sigma} - \Delta y), \quad z_{\Sigma} = z_1 + z_2; \quad x_{\Sigma} = x_1 + x_2.$$

Δy – коэффициент уравнительного смещения при x определяется по ГОСТ 16532 – 70. Рекомендации по выбору коэффициента смещения x так же даны в ГОСТ 165.

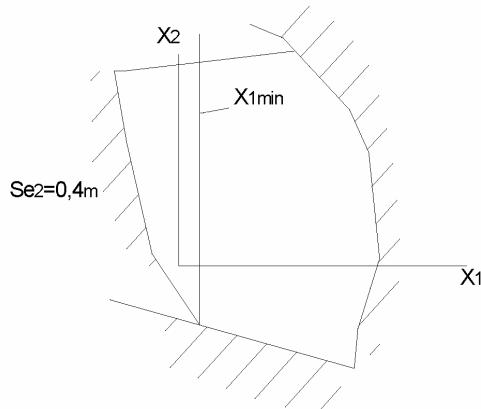
Для можно определять последовательно по формулам:

1. $\operatorname{inv}\alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{inv}\alpha;$
2. $y = \frac{z_1 + z_2}{\cos\alpha_w} \cdot \sin \frac{\alpha_w + \alpha}{2} \cdot \sin \frac{\alpha_w - \alpha}{2};$
3. $\Delta y = x_1 + x_2 - y.$

При выборе x_1, x_2 предельные значения этих величин ограничиваются следующими факторами:

- а. недопустимым подрезанием зубьев (т.е. уменьшение ножки зуба из-за врезания инструмента в рабочий профиль);
- б. заострением зубьев, т.е. уменьшением толщины зубьев по окружности выступов до предельного значения, обычно 0,25м, а для цементованных колёс 0,4м;
- в. появлением интерференции (взаимного внедрения) профиля при работе;
- г. уменьшение коэффициента перекрывания до предельного значения.

Предельные значения смещений можно определить с помощью специальных расчётных графиков – так называемых блокирующих контуров, которые строят в координатах: по оси абсцисс – коэффициенты смещения шестерни x_1 , по оси ординат – коэффициенты смещения колеса x_2 . Каждый из перечисленных факторов отсекает на графике область смещений, которые не могут быть использованы.



Существуют системы, которые позволяют определить смещение по простейшим электрическим формулам, например определение коэффициента смещения по формуле М.А. Скурида.

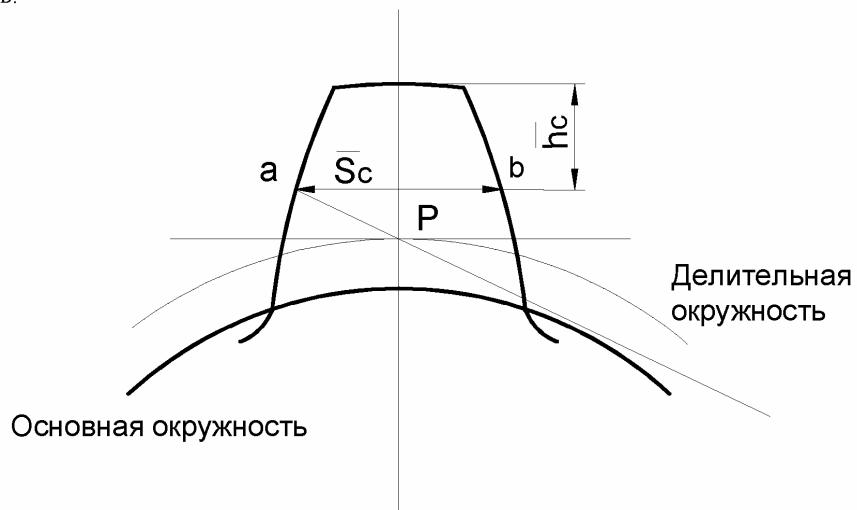
Если $z_1 + z_2 < 36$, то $x_1 = 0,792 - 0,05z_1 + 0,006z_2$, $x_2 = 0,792 - 0,05z_2 + 0,006z_1$.

Если $z_1 + z_2 \geq 36$, то $x_1 = 1,008 - 0,056z_1$, $x_2 = -x_1$.

Это равносмешённая передача.

Размеры для контроля зубьев.

Постоянная хорда (отрезок прямой, соединяющий две точки различных боковых эвольвентных поверхностей зуба, принадлежащие одной цилиндрической поверхности и нормалям, проведённым к ним из одной точки делительной поверхности), зависит только от модуля и не зависит от числа зубьев.



Длина общей нормали (расстояние между различными боковыми поверхностями зубьев по общей нормали к этим поверхностям).

$$W_1 = (0,014z_1 + 0,684x_1 + B)m;$$

$W_2 = (0,014z_2 + 0,684x_2 + B)m$, при $z \leq 18$ охват двух зубьев ($B = 4,432$), а при $z > 18$ охватываются три зуба ($B = 7,386$).

При охвате двух зубьев общая нормаль проводится касательно к основной окружности и перпендикулярно линии симметрии впадины, а при охвате трёх зубьев – перпендикулярно линии симметрии зуба.

X – коэффициент сдвига рейки.

$$m = Xm + \mu m;$$

$$X = \frac{17 - z}{17};$$

Если $Z = 17$, то $X = 0$.

Если $Z < 17$, то $X > 0$ положительный сдвиг рейки.

Если $Z > 17$, то $X < 0$ отрицательный сдвиг рейки.

Отрицательный сдвиг увеличивает коэффициент перекрытия.

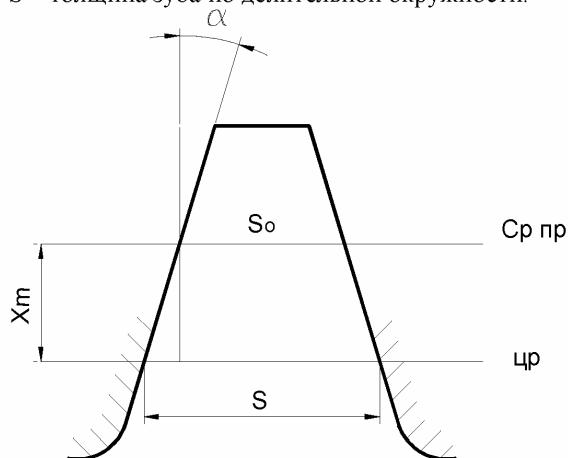
Сдвиг рейки не влияет на следующие размеры:

$$1. \quad r = \frac{mz}{2};$$

$$2. \quad r_a = r \cos \alpha.$$

Изменение размеров зубьев после сдвига рейки:

1. S – толщина зуба по делительной окружности.



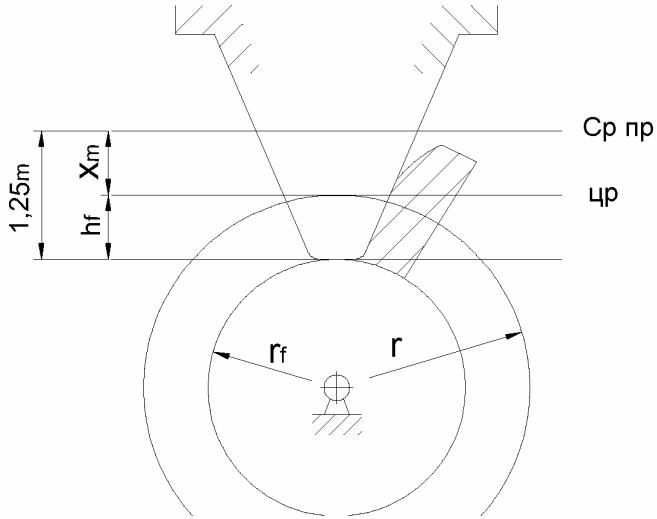
$$S = S_0 + 2 \cdot X \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha;$$

$$S_0 = \frac{D}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}; \text{ до сдвига}$$

$$S = \frac{\pi \cdot m}{2} + 2 \cdot X \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha;$$

2. h_f – высота ножек зуба.

r_f – радиус окружности ножек.



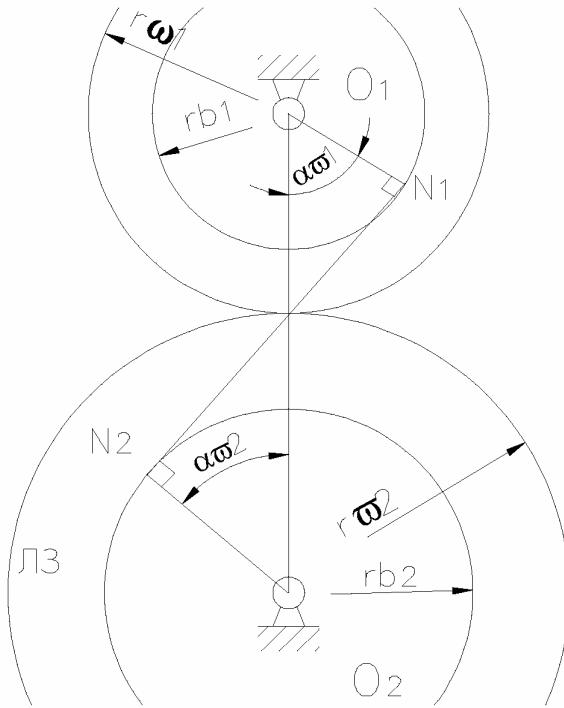
$$h_f = 1,25m - X \cdot m;$$

$$r_f = r - h_f;$$

$$r_f = \frac{m \cdot z}{2} - [1,25 \cdot m - X \cdot m].$$

3. r_w – радиус начальной окружности.

p_w – шаг по начальной окружности.



$$r_{w1} = \frac{r_{b1}}{\sin \alpha_{w1}} = r_1 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}; \quad r_{w2} = \frac{r_{b2}}{\sin \alpha_{w1}} = r_2 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w};$$

$$\text{шаг} - P = \frac{2\pi \cdot r}{Z} = \pi \cdot m;$$

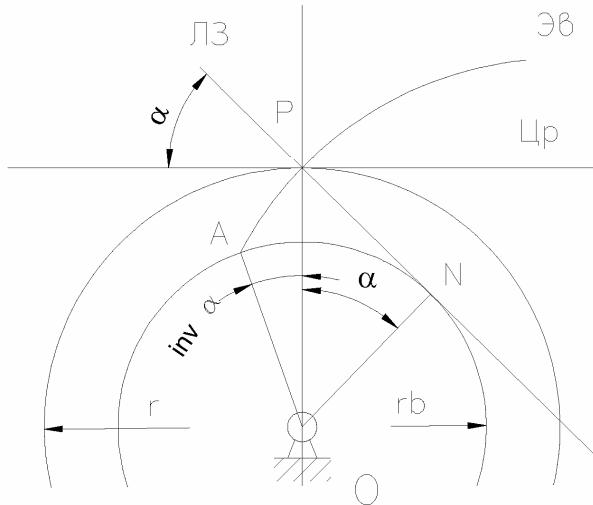
$$P_w = \frac{2\pi \cdot r_w}{Z} = \frac{2\pi \cdot r \cdot \cos \alpha}{Z \cdot \cos \alpha_w} = P \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \pi \cdot m \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}.$$

Расчёт исправленной зубчатой передачи.

Формулы для расчёта исправленного внешнего зацепления, когда заданы модуль m , передаточное отношение $U_{1,2}$ и число зубьев z_1 (это число меньше 17).

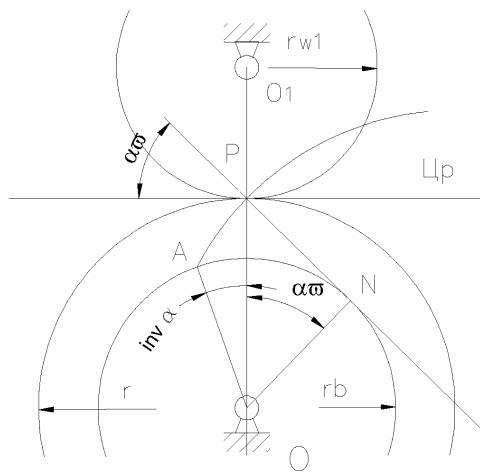
1. число зубьев колеса 2: $z_2 = U_{1,2} z_1$;
 2. шаг по делительной окружности: $P_t = \pi m$;
 3. радиус делительной окружности: $r_1 = \frac{mz_1}{2}$, $r_2 = \frac{mz_2}{2}$;
 4. радиус основной окружности: $r_b = r_1 \cos \alpha$, ($\alpha = 20^\circ$), $r_{b2} = r_2 \cos \alpha$;
 5. относительный сдвиг (смещение) инструмента: $x_1 = \frac{17 - z_1}{17}$, $x_2 = \frac{17 - z_2}{17}$ (если число зубьев больше 17, то для него сдвиг инструмента можно брать равным 0);
 6. толщина зуба по делительной окружности: $x_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha \right)$ ($\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 20^\circ = 0,364$);
 7. интервал угла зацепления при сборке: $\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + \frac{2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2}$, где при $\alpha = 20^\circ \rightarrow \operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{tg} 20^\circ - 0,349065 = 0,0149$, с учётом вычисляемого значения $\operatorname{inv} \alpha_w$ определяют угол α_w зацепления по таблице инвалиют;
 8. радиус начальной окружности: $r_{w1} = r_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$, $r_{w2} = r_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$;
 9. делительное межосевое расстояние (без смещения) $a = 2 + z$;
 10. межосевое расстояние зубчатой передачи: $a_w = r_{w1} + r_{w2} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} r_1 + r_2 = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$;
 11. воспринимаемое смещение в передаче: $y_m = a_w - a$, где y – коэффициент воспринимаемого смещения, $y = \frac{a_w - a}{m}$;
 12. коэффициенты $\Delta y = x_1 + x_2 - y = x_\Sigma - y$;
 13. радиус окружности вершины зубьев: $r_{a1} = r_1 + (h_a + x_1 - \Delta y)m$, $r_{a2} = r_2 + (h_a + x_2 - \Delta y)m$ ($h_a = 1$);
 14. радиус окружности впадин: $r_{f1} = r_1 - (h_f + c - x_1)m$, $r_{f2} = r_2 - (h_f + c - x_2)m$ ($h_f = 1$);
 15. коэффициент перекрытия цилиндрической зубчатой передачи: $\varepsilon_\alpha = \frac{z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1} + z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2} - (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w}{2\pi}$, где α_{a1} , α_{a2} – углы профиля на вершине зуба шестерни и колеса соответственно: $\alpha_{a1} = \arccos \left(\frac{r_{b1}}{r_{a1}} \right)$, $\alpha_{a2} = \arccos \left(\frac{r_{b2}}{r_{a2}} \right)$; результат вычисления по чертежу формуле:
- $$\varepsilon_\alpha = \frac{ab}{\pi m \cos \alpha}; \quad \text{проверка может быть выполнена по формуле:}$$
- $$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha_w}.$$

Полярный угол эвольвенты на делительной окружности.



$$r = \frac{r_b}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha.$$

Полярный угол эвольвенты на начальной окружности.



$$r_w = \frac{r_b}{\cos \alpha_w}; \quad \operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \alpha_w.$$

Особенности геометрического расчёта прямозубой цилиндрической передачи при заданном межосевом расстоянии.

Заданно передаточное отношение $U_{1,2}$, межосевое расстояние a_w : $a_w = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$,

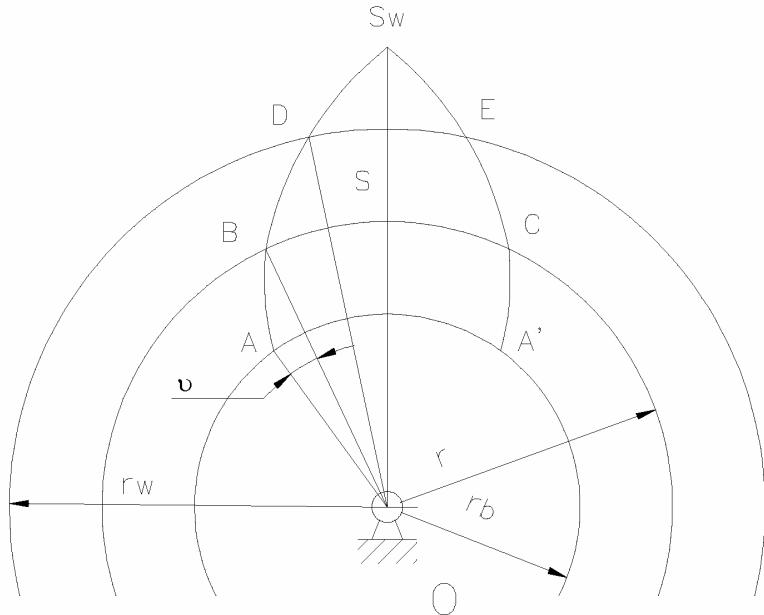
$a = r_1 + r_2 = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$. Подобрать такое m , z_1 , z_2 ($z_2 \approx z_1 U_{1,2}$), чтобы делительное межосевое расстояние приблизительно равнялось заданному. Далее находим шаг по делительной окружности P_i , радиус делительной окружности $r_i = \frac{mz_1}{2}$, радиус основной окружности $r_b = r_1 \cos \alpha$.

Угол зацепления передачи (в сборке): $\alpha_w = \arccos \left(\frac{m(z_1 + z_2) \cos \alpha}{2a_w} \right)$. Суммарный относительный сдвиг

инструмента $x_\Sigma = x_1 + x_2 = (z_1 + z_2) \frac{\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$, где $\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \alpha_w$ определяются по таблице инвалют с учётом найденного угла α_w зацепления в передаче, а $\operatorname{inv} \alpha = 0,014904$. Далее $x_1 = \frac{17 - z_1}{17}$,

для колеса $x_2 = \sum x - x_1$. После определения x_1 и x_2 коэффициентов смещения, расчёт параметров зубчатых колёс не отличается от вышеизложенной методики.

Лекция 12. Толщина зуба по начальной окружности.



АО – линия отсчёта полярных углов эвольвенты;

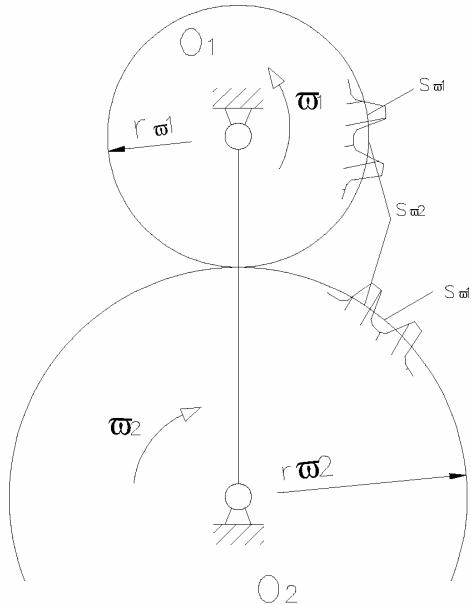
$$S = \frac{\pi m}{2} + 2x m \operatorname{tg} \alpha ;$$

ВС – толщина зуба;

$$S_w = r_w \angle DOE = r_w [\angle BOE - 2(\theta_w - \theta)] = r_w \frac{S}{r} - 2r_w (\theta_w - \theta);$$

$$r_w = r \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}; \quad r = \frac{m z}{2}; \quad \theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha; \quad S_{w1,2} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \left[\frac{\pi}{2} + 2x_{1,2} \operatorname{tg} \alpha - z_{1,2} (\theta_w - \theta) \right].$$

Основное уравнение эвольвентного зацепления.



$$\text{Шаг} - P_w = S_{w1} + S_{w2} + j; \quad P_w = S_{w1} + S_{w2}$$

Шаг по начальной окружности:

$$P_w = P \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} = \pi m \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}.$$

Кулачковые механизмы.

Назначения кулачковых механизмов:

- подаёт заготовку на рабочую позицию, удерживает и отводит с позиции;
- подаёт и отводит инструмент на рабочую позицию;
- управляет движением клапанов а ДВС;
- служит шаблоном при обработке деталей сложной формы.

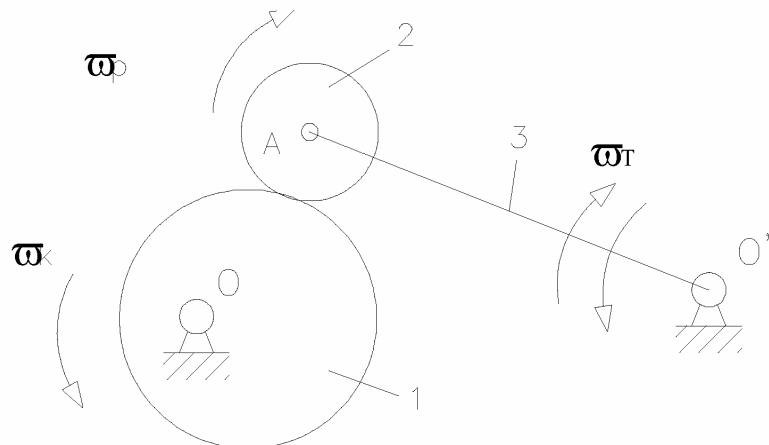
Достоинства кулачковых механизмов:

1. простота конструкции;
2. простота задачи синтеза кулачковых механизмов;
3. возможность получения любого закона движения, даже с остановками.

Недостатки:

1. сложность изготовления кулачка;
2. наличие В.К.П. ограничивает нагружочную способность механизма;
3. не жёсткость конструкции ограничивает применение больших скоростей.

Структура кулачкового механизма.



Механизм в состав которого входит кулачёк, называется кулачковым механизмом. Он предназначен для преобразования равномерного движения кулачка в неравномерное движение толкателя по определённому закону. Кулачёк – ведущее звено механизма снабжённое рабочей поверхностью переменной кривизны. Эта поверхность называется конструктивным профилем кулачка.

При выполнении синтеза кулачкового механизма считается заданным:

1. тип кулачкового механизма;
2. закон ускорения движения толкателя;
3. максимальное перемещение толкателя;
4. углы поворота кулачка;
5. допускаемый угол давления в высшей кинематической паре;
6. эксцентриситет оси перемещения толкателя;
7. вид замыкания;
8. длина толкателя;

Последовательность проектирования может быть представлена следующими этапами:

1. определение и обоснование закона движения толкателя, построить графики ускорения, скорости и перемещения толкателя, и рассчитать соответствующие масштабные коэффициенты;
2. определение основных размеров звеньев механизма, определить начальный радиус центрового профиля кулачка, графическим построением определить профиль кулачка, определить радиус ролика толкателя;
3. построить график углов давления в ? кинематической паре кулачкового механизма.

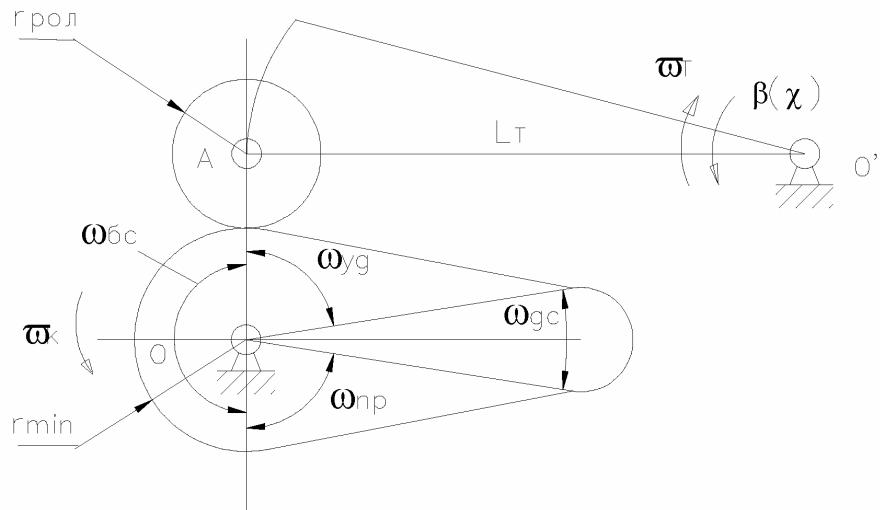
В машинах-автоматах кулачковые механизмы выполняют, в основном, функции управления, включая и выключая рабочие органы.



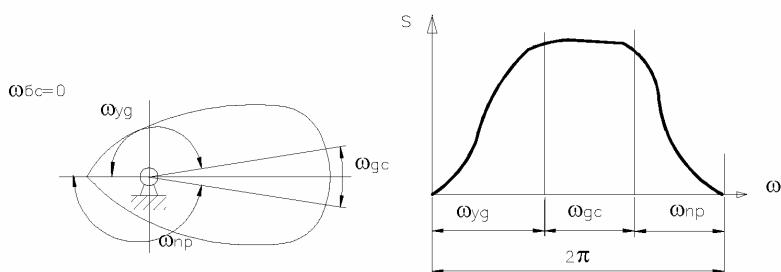
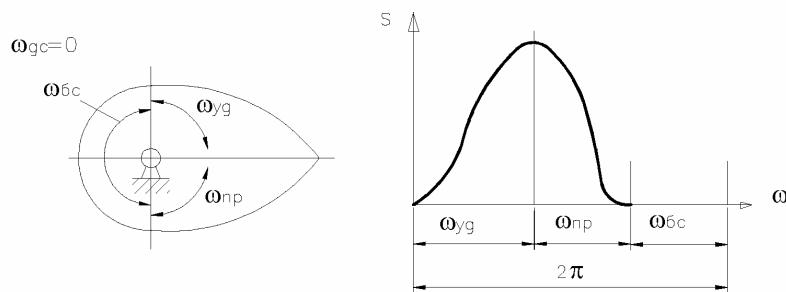
Толкатель – ведомое звено механизма, совершающее возвратно-колебательное движение.

- | | |
|---|-----------|
| 1- кулачок
2- ролик
3- толкатель
4- стойка | } $n = 4$ |
|---|-----------|
- 4 – 1 – НКП – вращательное;
 1 – 2 – ВКП;
 2 – 3 – НКП – вращательное;
 3 – 4 – НКП – вращательное.
 $P_H = 3$; $P_B = 1$;
 $W_3 = 3(n-1) - 2P_H - P_B = 3(4-1) - 2 \cdot 3 - 1 = 2$; вторая степень свободы появляется из-за ролика.

Основные параметры кулачкового механизма.

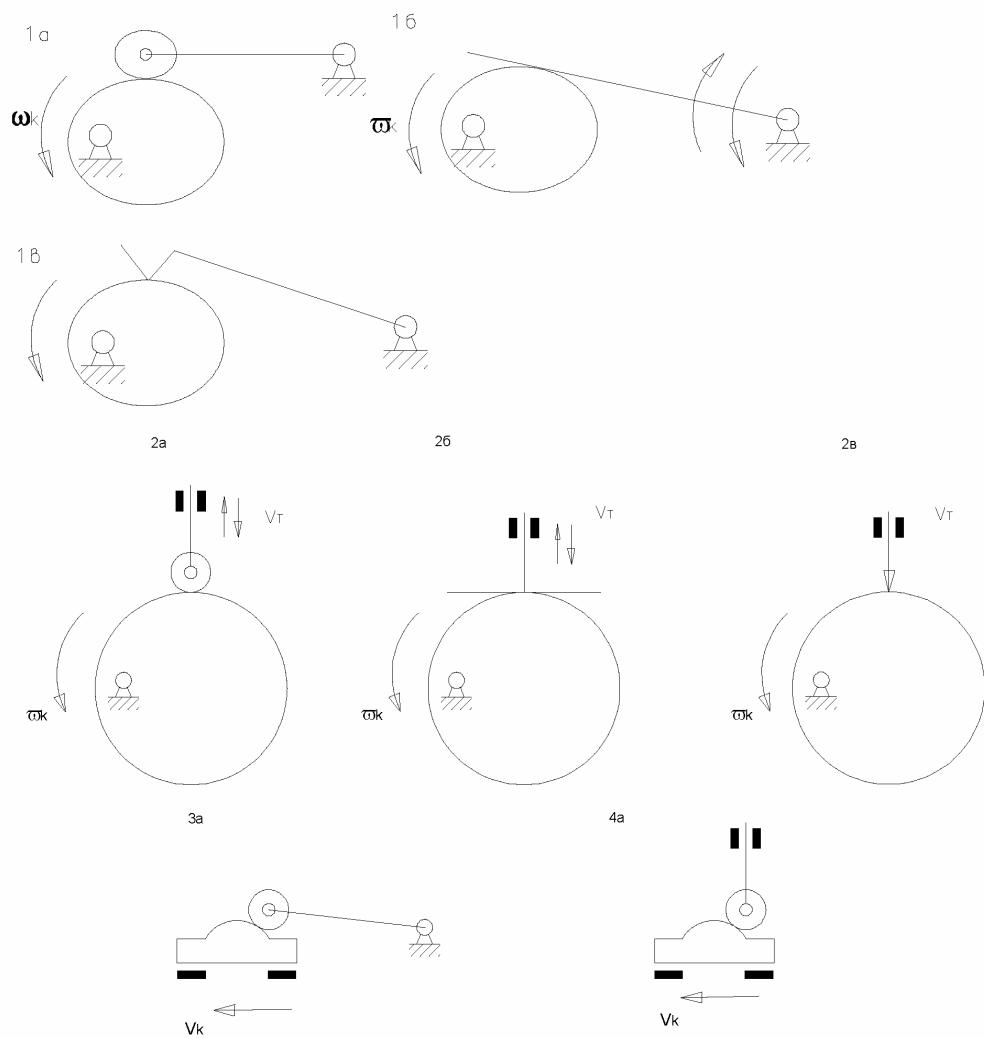


Для уменьшения сил трения в высшей кинематической паре А при работе кулачкового механизма используют толкатели с роликами.



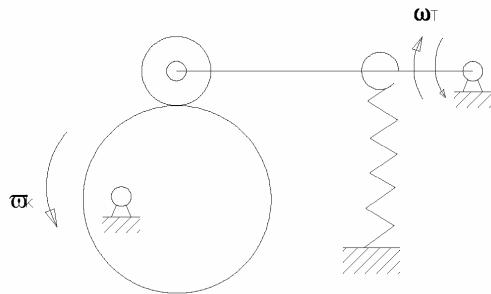
Типы кулачковых механизмов.

Виды движения		Форма толкателя		
Кулачок	Толкатель	Ролик	Плоскость	Остриё
Вращательное	Вращательное	1 ^a	1 ^б	1 ^в
Вращательное	Поступательное	2 ^a	2 ^б	2 ^в
Поступательное	Вращательное	3 ^a	3 ^б	3 ^в
Поступательное	Поступательное	4 ^a	4 ^б	4 ^в



Замыкание кулачковых механизмов.

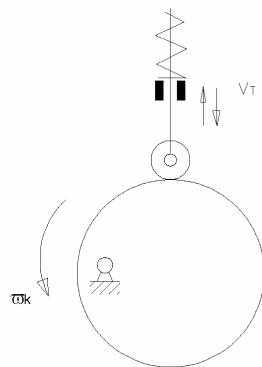
Обеспечение постоянства контакта в высшей кинематической паре.



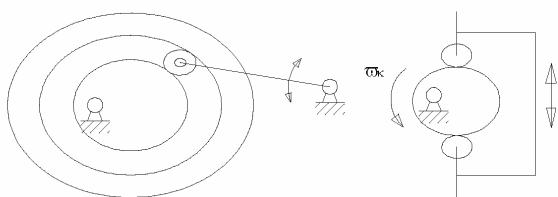
Из-за действия сил инерции при работе кулачкового механизма может произойти разрыв элементов ВКП – разрыв контакта между конструктивным профилем кулачка и толкателем. Для обеспечения постоянства контакта с профилем кулачка применяется силовое и геометрическое замыкание. При силовом замыкании постоянство контакта профиля кулачка и ролика с толкателем осуществляется под действием пружины. Одним из наиболее распространённых способов геометрического замыкания является применение двухдискового или пазового кулочков.

$$M_{np} > M_{um} > I_{st} \varepsilon_T > I_{st} \frac{a_{T\max}^t}{l_T}; M_{np} - \text{момент пружины.}$$

1. Силовое замыкание. $P_{np} > P_{inin} > m_T a_{T\max}$



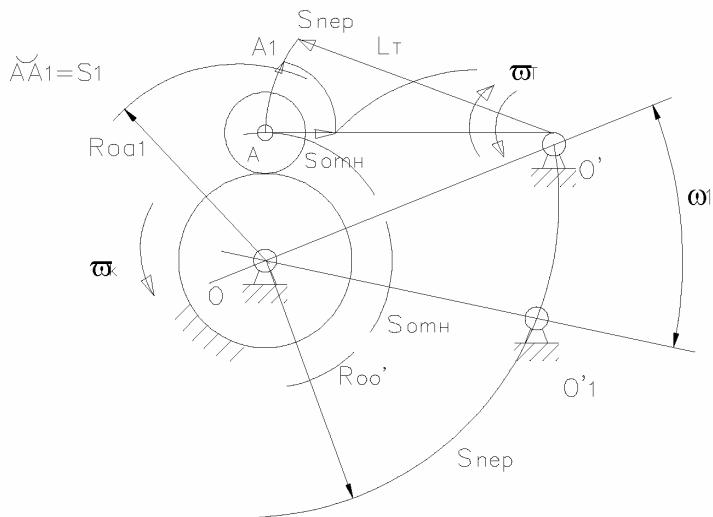
2. Геометрическое замыкание.



Метод инверсии (метод обращённого движения).

Всем звеньям, включая стойку сообщается скорость равная, но противоположная скорости кулачка. В результате сложения движения кулачок становится неподвижным звеном, т.е. превращается в неподвижную направляющую, а толкатель и стойка условно получают подвижность и начинают перемещаться со скоростью кулачка в противоположном направлении. Перемещение толкателя относительно профиля кулачка в действительном и обращённом движении останется неизменным. Условие непрерывности касания толкателя и кулачка при движении позволяют решить задачу по проектированию профиля кулачка.

Лекция 13.



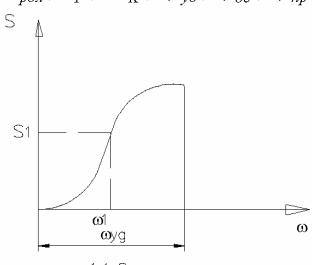
Виды движения	Звенья	кулачок	толкатель	стойка
Абсолютное (реальное)		W_K	W_T	0
Дополнительное (переносное)		$-W_K$	$-W_K$	$-W_K$
Суммарное (относительное)		0	$W_T - W_K$	$-W_K$

Эквидистанта (равноотстоящая).

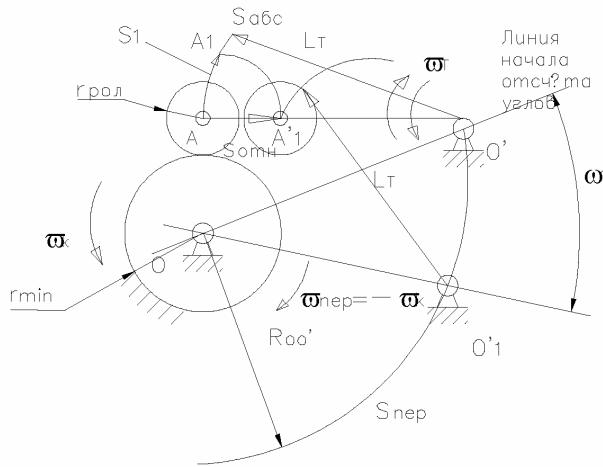
Синтез кулачкового механизма.

Дано: тип кулачка 1^a.

$r_{\min}; r_{pol}; l_T; W_K; \varphi_{yo}; \varphi_{oc}; \varphi_{np}; \varphi_{dc}.$



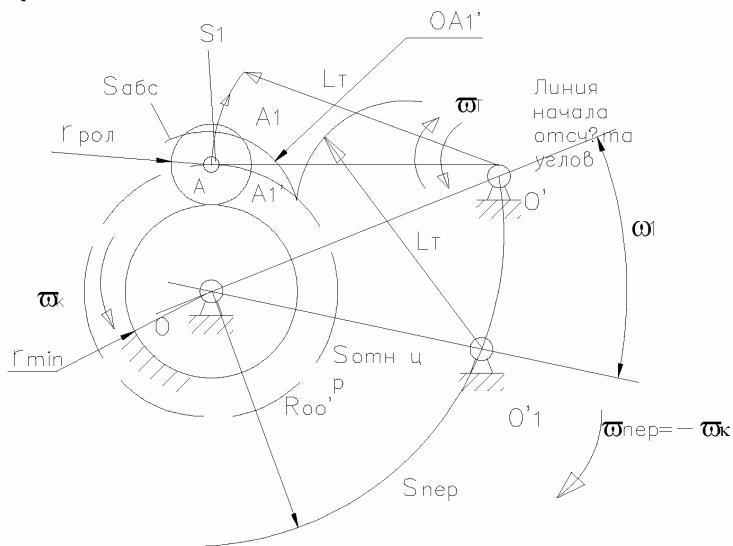
14.2



Задача анализа кулачкового механизма.

Дано: кулачковый механизм.

Определить: закон движения.



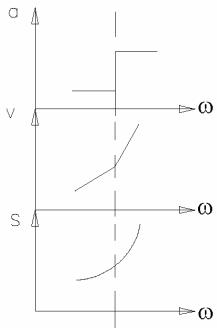
Понятия о мягком и жёстком ударах.

От характера изменения скорости и ускорения при работе кулачкового механизма зависит возможность возникновения ударов между элементами КП. Мягкие удары звеньев которые возникают при мгновенном изменении ускорения движения толкателя на конечную величину ($\Delta a \neq 0, \Delta V = 0$) допустимы только при работе тихоходных механизмов ($\omega_k \leq 20 c^{-1}$).

Жёсткие удары звеньев, возникающие при мгновенном изменении скорости движения на конечную величину ($\Delta V \neq 0, a \rightarrow \infty$) недопустимы при работе кулачкового механизма.

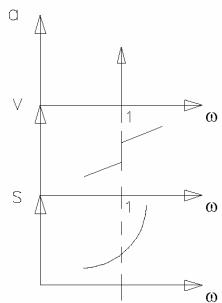
Для устранения ударов, даже мягких необходимо выбирать такой закон движения толкателя, чтобы не было скачков конечных (мгновенных) приращений V и a.

Мягкий удар.

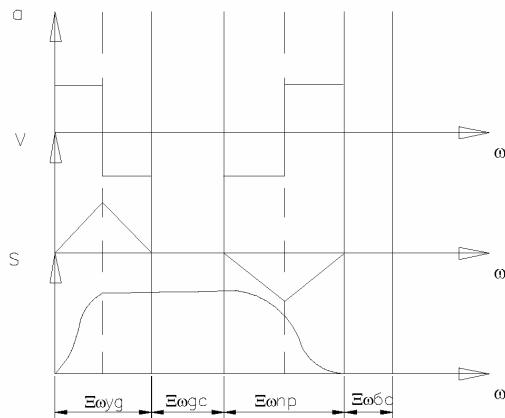


Мягкий удар – это мгновенное изменение ускорения на конечную величину. В машинах допускается.

Жёсткий удар.



Жёсткий удар – это мгновенное изменение скорости на конечную величину. В машинах не допускается.



$X\varphi_{yo}$ не совпадает с φ_{yo} , нужно увеличить $\varphi_{yo} \cdot \mu_\varphi = \frac{2\pi}{X_{lo\delta}}$.

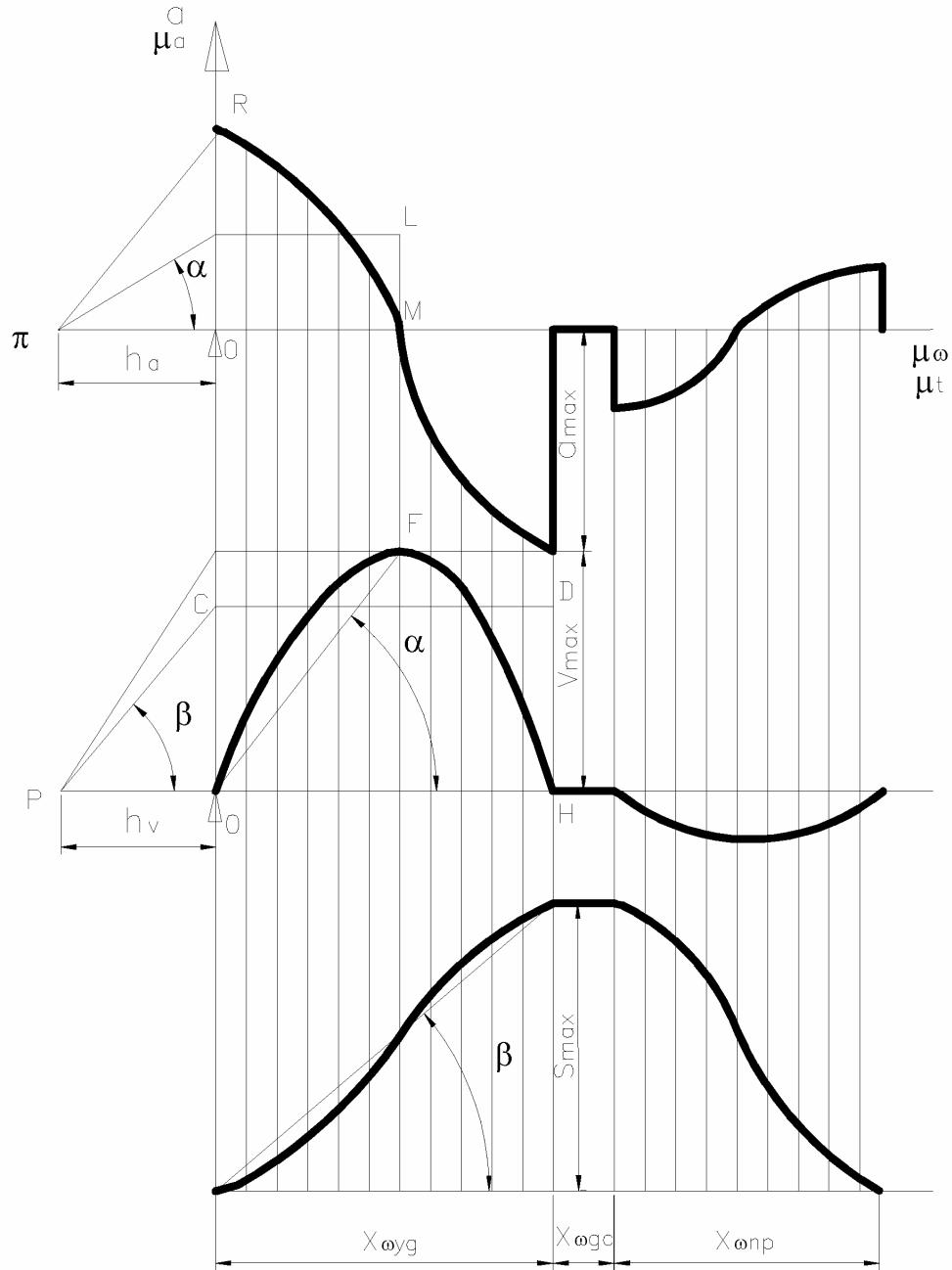
Анализ:

- ударная нагрузка 6 ударов на 1 оборот кулачка;
- сила инерции направлена против ускорения;

- если скорость и ускорение совпадают по знаку, то ускоренное, если наоборот, то замедленное.

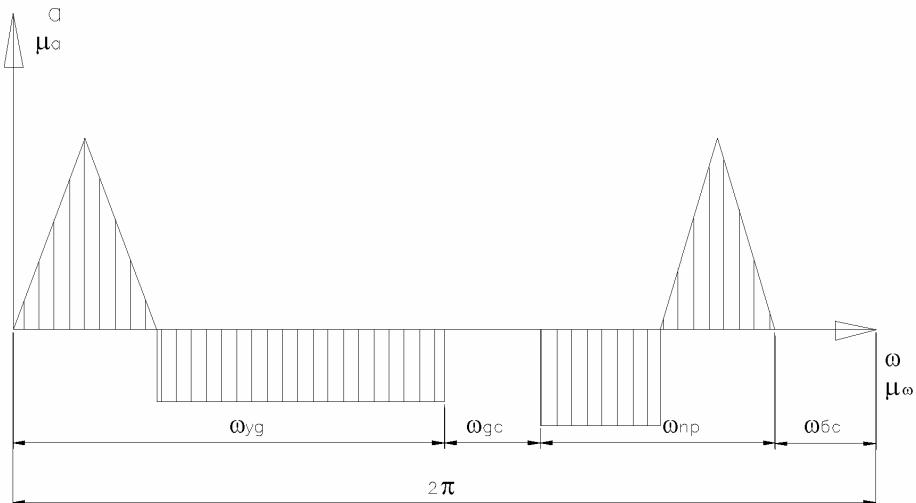
Построение графиков закона перемещения толкателя.

При отсутствии данных автоматизированного расчёта параметров a_ϕ , V_ϕ , S кулачкового механизма, строятся графики: $V - \varphi$, $S - \varphi$ графическим интегрированием закона ускорения $a = f(t)$ перемещения толкателя, заданного в описании станка. Сначала на левой части чертёжного листа наносится сетка с указанием осей $a - \varphi$, $V - \varphi$ и $S - \varphi$, расположенных друг под другом.

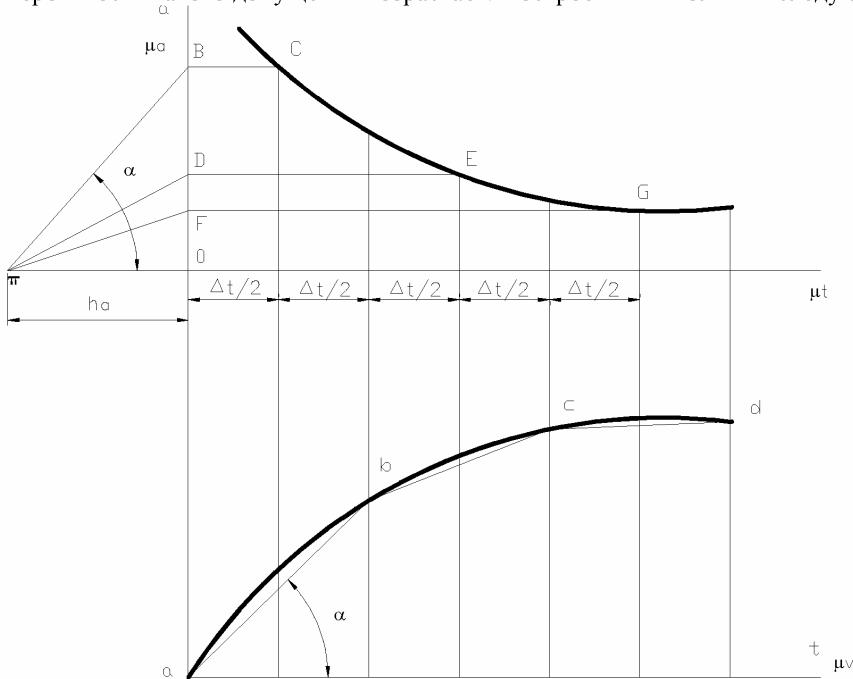


Следует отметить, что приведённые законы ускорения толкателя на угле φ_{yo} являются симметричными. Однако конкретные требования к работе кулачкового механизма могут в условиях эксплуатации привести к использованию и асимметричных законов ускорения движения толкателя. Основным требованием при реализации того или иного закона ускорения толкателя является выполнение равенства положительных и отрицательных площадей, ограниченных графиком ускорения и разбиваемых осью абсцисс на соответствующие части.

На угле φ_{np} приближения закон ускорения толкателя принимают обратным закону ускорения движения толкателя на угле φ_{yo} удаления. Могут быть и комбинированные законы.



Затем в системе координат $a - \varphi$ на угле φ_{yo} поворота кулачка следует построить график ускорения перемещения толкателя. Графическое интегрирование наиболее удобно выполнять по методу хорд. Этот метод основан на допущении, что хорда, стягивающая концы кривой на некотором участке, параллельна касательной к этой кривой в её средней точке. При уменьшении длины участка вероятность такого допущения возрастает. Построения выполняют в следующей последовательности.



На оси абсцисс откладывают равные отрезки Δt , из концов этих отрезков вверх проводятся ординаты до пересечения с графиком функции $a = f(t)$. Каждый полученных интервал делят пополам и отмечают средние точки С, Е, Г и т.д. на кривой $a = f(t)$. Из этих точек проводят горизонтали до пересечения с осью ординат, получают точки В, Д, Ф и т.д. Слева от начала координат на оси абсцисс откладывают отрезок ОП. Точки В, Д, Ф и т.д. соединяют с точкой П.

На оси V в системе координат V – t откладывают начальную скорость и из точки а на первом участке Δt_1 проводят хорду ab, параллельную лучу ПВ, проведённому под углом α . На втором участке из точки b проводят хорду bc, параллельную лучу ПД. Построения повторяют для всех участков Δt . Полученную ломанную линию abcd... заменяют плавной линией функции V(t).

Ординаты функции V(t) прямо пропорциональны ПО, полюсному расстоянию h_a . Полюсное расстояние $h_a = PO$ находят следующим образом. Из начала О системы координат V – t проводят прямую OF под углом α к оси абсцисс, соединяющую точку О с вершиной F максимальной ординаты графика скорости. Площадь OQM, ограниченную графиком ускорения, заменяют равновеликим прямоугольником OQLM. Из Q этого прямоугольника к оси абсцисс под углом α т.е. параллельно прямой OF на графике V – t, проводим прямую линию QP до пересечения с осью абсцисс. Так определяют полное расстояние h_a , затем методом хорд проводят графическое интегрирование графика a – t.

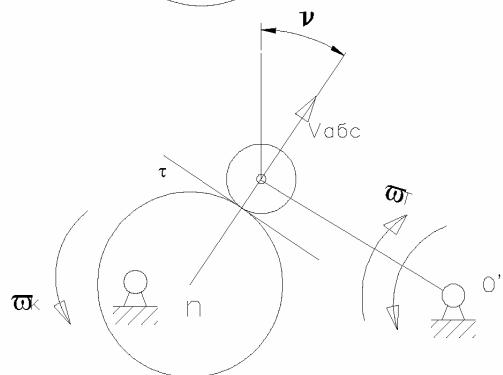
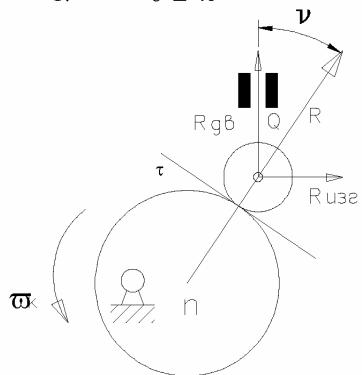
Полюсное расстояние $h_v = PO$ в системе координат $V - \varphi$, необходимое для построения графика $S - \varphi$ находят аналогично определению полюсного расстояния h_a . Графическим интегрированием функции $V - \varphi$ строят график $S - \varphi$ перемещения толкателя.

Лекция 14. Угол давления в кулачковых механизмах.

Углом давления называется угол, между вектором абсолютной скорости и нормалью к профилюм в точке контакта.

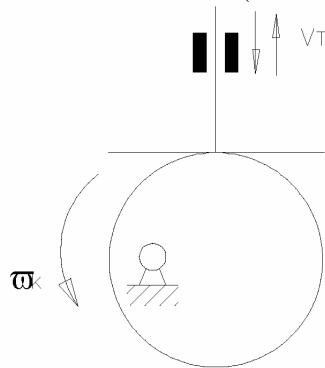
θ – угол давления.

1. $\theta \leq 45^\circ$

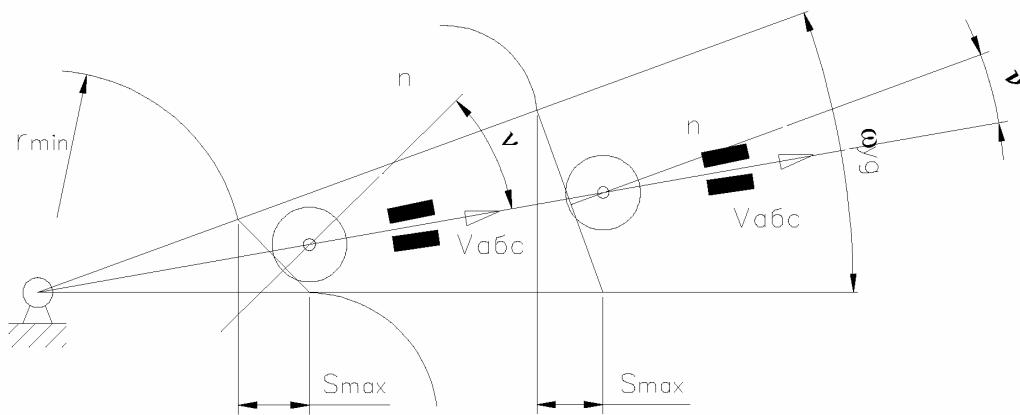


2. $\theta \leq 60^\circ$

3. $\theta = 0^\circ$ (здесь нет графика угла давления, т.к. он равен 0).

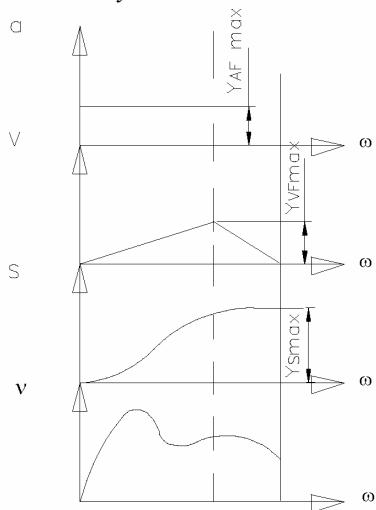


Уменьшения угла давления в кулачковом механизме.



Увеличение r_{\min} уменьшает угол давления.

Масштабы кулачковых механизмов.



В распечатке AF – аналог ускорения. VF – аналог скорости

$$AF = \frac{a_{\text{max}}}{W_k^2} [M];$$

$$\mu_{AF} = \frac{AF_{\max}}{y_{AF_{\max}}} \left[\frac{M}{MM} \right]; \quad \mu_{VF} = \frac{VF_{\max}}{y_{VF_{\max}}} \left[\frac{M}{MM} \right];$$

$$\mu_a = \mu_{AF} \cdot W_k^2; \quad \mu_V = \mu_{VF} \cdot W_k^2;$$

$$\mu_s = \frac{S_{\max}}{y_{S_{\max}}} \left[\frac{M}{MM} \right]; \quad \mu_Q = \frac{\varphi p}{MM}.$$