

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Учебное пособие с заданиями

Изложены основы теории механизмов и машин. Пособие ориентировано на применение современной вычислительной техники, в нем представлены алгоритмы расчетов в графической и аналитической формах проектирования механизмов и машин. Представлены методики проектирования структурной и кинематической схем механизма по основным и дополнительным условиям, а также силовой анализ механизма с учетом геометрии масс звеньев при движении их с ускорением. Рассмотрена динамика машин с защитой механизмов от механических колебаний. Даны методика проектирования зубчатых передач и определение их качественных показателей. Разработан анализ механизмов с прерывистым движением выходного звена и синтез кулачковых механизмов.

Содержание соответствует Государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования и методическим требованиям, предъявляемым к учебным изданиям.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	9
1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МЕХАНИКЕ СИСТЕМ МАШИН.....	12
1.1. Общие требования	12
1.2. Последовательность выполнения расчётно-графической работы.....	13
1.3. Требования к составлению пояснительной записи по разделу «Структурный и кинематический анализ механизмов»	14
1.4. Требования к составлению пояснительной записи по разделу «Силовой расчёт механизма»	15
1.5. Требования к составлению пояснительной записи по разделу «Расчёт маховика».....	16
1.6. Требования к составлению пояснительной записи по разделу «Проектирование эвольвентного зубчатого зацепления»	17
1.7. Требования к составлению пояснительной записи по разделу «Проектирование кулачкового механизма»	18
1.8. Основные требования, предъявляемые к оформлению чертежей.....	18
1.8.1. Общие требования	18
1.8.2. Надписи и обозначения.....	18
1.8.3. Требования к оформлению отдельных листов	19
1.8.4. Требования к чертежам по разделу «Кинематическое исследование механизмов».....	19
1.8.5. Требования к чертежам по разделу «Силовой расчёт механизма»	20
1.8.6. Требования к чертежам по разделу «Расчёт маховика»	20
1.8.7. Требования к чертежам по разделу «Проектирование эвольвентного зубчатого зацепления»	21
2. СТРОЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ.....	22
2.1. Теоретическая часть	22
2.2. Структурная формула механизма	26
2.3. Принцип образования механизмов	28
2.4. Эквивалент высшей кинематической пары	31
2.5. Избыточные связи	32
2.6. Алгоритм проведения структурного анализа плоского механизма	34
2.7. Структурный синтез манипулятора.....	37

3. СИНТЕЗ РЫЧАЖНО-ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ	39
3.1. Общие понятия.....	39
3.2. Проектирование шарнирного четырёхзвенника.....	40
3.3. Проектирование кривошипно-ползунного механизма	42
3.4. Проектирование механизма с качающейся кулисой.....	44
3.5. Проектирование механизма с вращающейся кулисой.....	46
3.6. Проектирование механизма зубострогального полуавтомата	48
3.7. Проектирование механизма манипулятора.....	51
4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА	53
4.1. Кинематика групп Ассура.....	53
4.2. Алгоритмы для расчёта кинематики групп Ассура	56
4.2.1. Решение задачи о положениях группы 2_1	57
4.2.2. Решение задачи о скоростях группы 2_1	58
4.2.3. Решение задачи об ускорениях группы 2_1	58
4.2.4. Решение задачи о положениях группы 2_2	59
4.2.5. Решение задачи о скоростях группы 2_2	60
4.2.6. Решение задачи об ускорениях 2_2	61
4.2.7. Решение задачи о положениях группы 2_3	61
4.2.8. Решение задачи о скоростях группы 2_3	62
4.2.9. Решение задачи об ускорениях группы 2_3	62
4.2.10. Решение задачи о положениях группы 2_4	63
4.2.11. Решение задачи о скоростях группы 2_4	63
4.2.12. Решение задачи об ускорениях группы 2_4	64
4.2.13. Решение задачи о положениях группы 2_5	65
4.2.14. Решение задачи о скоростях группы 2_5	65
4.2.15. Решение задачи об ускорениях 2_5	66
4.3. Кинематика начального звена	67
4.3.1. Решение задачи кинематики начального звена первого типа	67
4.3.2. Решение задачи кинематики начального звена второго типа	67
4.4. Кинематика двух вспомогательных задач.....	69
4.4.1. Решение задач кинематики для вспомогательной задачи первого типа	70
4.4.2. Решение задач кинематики для вспомогательной задачи второго типа	70
4.5. Определение координаты, проекций скоростей и ускорений центров масс звеньев	71
4.6. Функция положения и её производные	73
4.6.1. Пример кинематического расчёта механизма строгального станка	75

4.7. Кинематический анализ манипулятора.....	79
4.8. Графоаналитический метод кинематического исследования рычажных механизмов.....	82
4.8.1. Определение предельных положений механизма (графический метод).....	82
4.8.2. Построение плана положений механизма.....	85
4.9. Примеры расчёта рычажных механизмов графоаналитическим методом кинематического исследования.....	89
4.9.1. Механизм шарнирного четырёхзвенника $ABCD$	89
4.9.2. Кривошипно-ползунный механизм ABC	92
4.9.3. Кулисный механизм ABC	96
4.9.4. Пятизвенный стержневой механизм.....	100
4.10. Алгоритмы кинематического анализа рычажных механизмов	103
 5. КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ МЕХАНИЗМА ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ.....	118
5.1. Силы, действующие на звенья механизма	119
5.2. Задачи силового расчёта	119
5.3. Условия, налагаемые структурой механизмов на определение усилий в кинематических парах	120
5.4. Условия равновесия структурной группы	123
5.5. Порядок силового расчёта механизма.....	123
5.6. Определение уравновешивающее силы методом Жуковского (рычаг Жуковского).....	124
5.7. Рекомендуемая последовательность выполнения кинетостатического расчёта механизма	126
5.8. Силовой расчёт вибрационного механизма.....	127
5.8.1. Определение сил инерции звеньев и моментов пары сил.....	127
5.8.2. Определение реакций в кинематических парах структурной группы II класса 2-го вида (звенья 5 и 4)	130
5.8.3. Определение реакций в кинематических парах структурной группы	134
5.8.4. Силовой расчёт ведущего звена.....	136
5.8.5. Определение уравновешивающего момента с помощью рычага Жуковского.....	137
5.8.6. Определение потребной мощности двигателя	138
5.9. Силовой расчёт строгального станка	138
5.9.1. Определение сил инерции звеньев	140
5.9.2. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 2_2^2 (звенья 5 и 4).....	140

5.9.3. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 2 ₃ (звенья 3 и 2)	142
5.9.4. Силовой расчёт ведущего звена	144
5.9.5. Определение уравновешивающей силы (F_y) с помощью рычага Жуковского.....	145
5.10. Принцип виртуальных перемещений для силового расчёта	147
5.10.1. Условия статической определимости групп Ассура	149
5.10.2. Аналитическая статика групп Ассура второго класса	151
5.11. Последовательность силового расчёта аналитическим методом	163
5.11.1. Пример расчёта.....	164
 6. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА	168
6.1. Основные данные для динамического анализа	170
6.2. Связь между коэффициентом неравномерности и моментом инерции маховика	171
6.3. Построение графика избыточных работ.....	173
6.4. Построение графика кинетической энергии звеньев и приведённого моментов инерции механизма	176
6.5. Алгоритм расчёта момента инерции маховика по методу Н.И. Мерцалова	177
6.6. Расчёт момента инерции по методу Ф. Виттенбауэра (с помощью диаграммы энергомоментов)	178
6.6.1. Диаграмма моментов ($T = f(J_{\pi})$)	178
6.6.2. Алгоритм расчёта момента инерции маховика по методу Ф. Виттенбауэра.....	179
6.7. Определение основных размеров маховика.....	182
6.8. Дисковый маховик.....	183
6.9. Динамическое исследование механизма нефтяного оборудования	188
6.9.1. Структурный анализ механизма	188
6.9.2. Построение положений звеньев механизма.....	189
6.9.3. Исследование механизма методом планов скоростей и ускорений.....	190
6.9.4. Кинетостатический расчет механизма	192
6.9.5. Определение кинетической энергии.....	196
6.9.6. Определение приведенной массы.....	197
6.9.7. Определение мгновенной мощности сил трения	197
 7. СИНТЕЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ	199
7.1. Виды кулачковых механизмов	199
7.1.1. Рабочий процесс кулачкового механизма.....	202

7.2. Задачи проектирования кулачковых механизмов	204
7.2.1. Установление целесообразного закона движения ведомого звена.....	204
7.2.2. Профилирование кулачка	204
7.3. Законы движения ведомых звеньев	205
7.3.1. Параболический закон	205
7.3.2. Косинусоидальный закон	208
7.3.3. Синусоидальный закон	210
7.3.4. Построение графиков зависимостей $dS/d\phi = f(\phi)$ и $S = f(\phi)$ при заданном законе изменения ускорений	212
7.4. Определение минимальных размеров кулачкового механизма.....	215
7.4.1. Определение минимальных размеров кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем	215
7.5. Построение профиля кулачка	219
7.6. Определение размеров ролика толкателя	221
7.7. Определение минимальных размеров кулачка с коромыслом	221
7.8. Определение минимальных размеров кулачка с плоским толкателем	224
7.8.1. Метод «Задача Геронимуса».....	224
7.9. Метод суммирования ординат графиков	226
7.10. Проектирование кулачкового механизма аналитическим методом.....	228
7.10.1. Рекомендуемая последовательность проектирования кулачкового механизма	228
7.10.2 Кинематический анализ кулачкового механизма	230
7.10.3. Профилирование кулачковой шайбы для механизма с плоским толкателем	233
7.10.4. Профилирование кулачковой шайбы для механизма толкателем, оканчивающимся остриём или роликом	235
7.10.5. Профилирование кулачковой шайбы для механизма с коромыслом	237
8. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ	241
8.1. Назначение зубчатых передач и требования к ним	241
8.2. Эвольвента и её свойства.....	242
8.3. Линия зацепления, угол зацепления.....	243
8.4. Основные размеры нормальных зубчатых колёс	245
8.5. Сопряжённые точки, рабочие участки	247
8.6. Дуга зацепления, коэффициент перекрытия.....	249
8.7. Удельное скольжение эвольвентных профилей.....	251
8.8. Подрезание зубьев эвольвентного профиля	251
8.9. Выбор расчётных коэффициентов смещения	252
8.10. Построение картины зацепления	264
8.11. Порядок построения картины инструментального зацепления.....	266

9. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ (ПЛАНЕТАРНЫХ) МЕХАНИЗМОВ	270
10. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	289
 ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	290
 ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО ТМММ	294
Приложение 1. Образец выполнения пояснительной записи для студентов специальностей А и АХ, СТМ, СДМ, ЭТС, МАХП	300
Приложение 2. Исследовательская работа по проектированию зубчатой передачи	347
Приложение 3. Исследовательская работа по проектированию кулачкового механизма	362
Приложение 4. Алгоритм проектирования механики манипулятора для укладки изделий	371
Приложение 5. Моделирование расчёта кинематики и динамики компрессора	385
Приложение 6. Задания для курсового проекта и контрольных работ	409
Приложение 7. Буквенные обозначения. Применение системы автоматизированных расчётов при выполнении курсовых работ	442

ВВЕДЕНИЕ

Рационально спроектированная машина должна удовлетворять социальным требованиям безопасности обслуживания и создания наилучших условий для обслуживающего персонала, а также эксплуатационным, экономическим, технологическим и производственным требованиям.

Поэтому необходимо изучить основные положения теории машин и общие методы кинематического и динамического анализа и синтеза механизмов, а также приобрести навыки в применении этих методов к исследованию и проектированию кинематических схем механизмов и машин различных типов.

Проект содержит задачи по исследованию и проектированию машин, состоящих из сложных и простых в структурном отношении механизмов (шарнирно-рычажных, кулачковых, зубчатых и др.). Курсовое проектирование способствует закреплению, углублению и обобщению теоретических знаний, а также применению этих знаний к комплексному решению конкретной инженерной задачи по исследованию и расчету механизмов и машин; оно развивает у студента творческую инициативу и самостоятельность, повышает его интерес к изучению дисциплины и прививает некоторые навыки научно-исследовательской работы.

Первая задача, требующая самостоятельного разрешения, состоит в подборе недостающих параметров по некоторым наперед заданным условиям, вытекающим из требований технологического процесса либо из других рациональных условий (повышения износостойчивости, уменьшения размеров, времени холостого хода и т.п.). Так, например, при синтезе кинематической схемы рабочей машины или двигателя требуется по заданному коэффициенту изменения скорости хода машины или по заданному значению угловой скорости ведущего звена, а также по другим данным определить недостающие основные размеры и т.д. В состав большинства проектных заданий входят, кроме шарнирно-рычажных механизмов, также кулачковые и трансмиссионные механизмы – приводы, предназначенные для передачи движения к исполнительным органам.

Вопросы синтеза и анализа привода связаны с вопросами геометрического синтеза зубчатого зацепления (геометрия и кинематика зубчатых передач).

Определение основных элементов зацепления приведено для нормального и для исправленного эвольвентного зацепления. Расчет исправленной передачи необходим не только для устранения подрезания и заострения зуба, но и для улучшения эксплуатационных качеств эвольвентного зацепления.

В современных машинах и приборах широкое применение получили также кулачковые механизмы. При проектировании рабочего профиля кулачка по заданной схеме кулачкового механизма исходят из технологических, динамических и других требований, предъявляемых к машине.

При проектировании кулачкового механизма, кроме задачи профилирования кулачка, обеспечивающего воспроизведение заданного закона движения, приходится определять еще и рациональные размеры механизма. Выбор этих размеров, т.е. определение области возможного расположения центра вращения кулачка, обусловливается не только конструктивными соображениями, но и предельными значениями заданного угла передачи, при которых создаются благоприятные условия работы проектируемого кулачкового механизма. Для оценки работы механизма и проверки отдельных его параметров спроектированный кулачковый механизм должен быть подвергнут анализу с целью установления динамических свойств, а также степени точности и правильности воспроизведения им заданного закона движения.

Прежде чем приступить к дальнейшей задаче – кинематическому анализу шарнирно-рычажного механизма, необходимо произвести его структурный анализ, т.е. выяснить характер кинематических пар, подсчитать число их и число подвижных звеньев и определить описываемые точками этих звеньев траектории. В результате этого анализа после отбрасывания всех цепей наслоения должен получиться механизм 1-го класса, содержащий неподвижное и начальное звено, закон движения которого задан в предположении однократной степени подвижности механизма.

Структурный анализ дает возможность определить порядок и методы кинематического исследования. Задачи кинематики комплексно связаны с задачами кинетостатики. Произведенный структурный анализ позволяет решить задачу кинетостатического расчета исследова-

ния, т.е. начиная расчет с последней, считая от ведущего звена, группы Ассура и кончая ведущим звеном.

Кинетостатический расчет дает возможность определить реакции в кинематических парах, уравновешивающий момент или уравновешивающую силу на ведущем звене и усилия, действующие на отдельные звенья механизма. Эти усилия необходимы при расчете звеньев на прочность и определении их рациональных конструктивных форм.

Динамический анализ должен заканчиваться определением мощности двигателя, если проектируется рабочая машина. В некоторых случаях для спроектированной машины вместо момента инерции маховика целесообразно определить коэффициент неравномерности движения механизма.

В процессе выполнения курсового проекта составление объяснительной записки по каждому разделу должно предшествовать оформлению графической части проекта. В начале объяснительной записи на основе исходных данных составляется план проведения анализа расчета механизмов и необходимых графических построений.

При защите проекта студент должен дать исчерпывающие объяснения по всем вопросам, связанным с анализом и расчетом проектного задания. В ответах на задаваемые вопросы студент должен показать, что он овладел методами исследования механизмов и приемами графических построений.

I. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МЕХАНИКЕ СИСТЕМ МАШИН

Цель выполнения расчетно-графической работы – систематизировать и закрепить теоретические знания, полученные при изучении разделов курса «Теория механизмов и машин», а также приобрести некоторый опыт при составлении и оформлении технического документа.

Расчетно-графическая работа заключается в проведении структурного, кинематического и динамического исследований заданного механизма, проектировании зубчатого механизма и кулачкового механизма, расчет которого проведены с помощью вычислительной машины.

Этапы проектирования:

1. Структурный и кинематический анализ механизма.
2. Силовой расчет механизма.
3. Расчет маховика и исследование движения главного вала машины.
4. Расчет и проектирование эвольвентного зацепления.
5. Проектирование кулачкового механизма.
6. Научно-исследовательская работа.

1.1. Общие требования

1. Пояснительная записка выполняется на писчей бумаге формата А4. Записи делаются на одной или двух сторонах листа. С правой и левой сторон листа оставляются поля размером 15–25 мм.

2. Титульный лист пояснительной записки оформляется согласно приложению 1. За титульным листом следует оглавление (содержание).

3. Вычислениям должны предшествовать расчетные выражения в буквенном виде с указанием значений входящих в них букв. В формулы подставляются все величины в числах с соответствующими размерностями, и после этого записывается окончательный результат.

4. Пояснительная записка должна иметь введение и оглавление с указанием страниц. В конце записи приводится список использованной литературы.

5. Таблицы, приводимые в записке, должны иметь название и номер.

6. Графическая часть проекта выполняется карандашом на 5 листах ватмана с обязательным соблюдением ГОСТов и ЕСКД.

1.2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

*Структурный, кинематический и силовой
анализы кривошипно-ползунного механизма
(выполнить на формате А2)*

Провести структурный анализ механизма, представить его в пояснительной записке.

Построить схему механизма в масштабе μ_l и выбрать расчетное положение на рабочем ходу двигателя.

Определить скорости и ускорения характерных точек механизма, построив планы скоростей и ускорений; вычислить угловую скорость и угловое ускорение звеньев шатуна 2.

Провести силовой расчет механизма построением планов сил, определить реакции в кинематических парах и уравновешивающий момент на кривошипе.

Составить систему уравнений для графоаналитического и аналитического расчетов кинематики и кинетостатики механизма, изучить идентификаторы и программу расчетов на ЭВМ.

Провести кинематический, силовой расчеты и выполнить расчет маховика на ЭВМ для 12 положений.

Сравнить результаты графоаналитического и аналитического расчетов, сделать выводы.

Расчет маховика (выполнить на формате А2)

1. Построить график изменения приведенного момента движущих сил (сил сопротивления) в функции угла поворота кривошипа $M_{\Delta}^n = f(\phi)$, ($M_c^n = f(\phi)$) по данным силового расчета механизма.

2. Методом графического интегрирования графика приведенного момента сил построить график работы движущих сил (сил сопротивления).

3. Построить график приращения кинетической энергии (избыточных работ) по углу поворота кривошипа.

4. Определить приведенные к кривошипу моменты инерции звеньев для 12 положений механизма и построить график $J_n = f(\phi)$.

5. Построить диаграмму приращения кинетической энергии в функции приведенного момента инерции $\Delta T = f(J_n)$ (диаграмму энержомоментов). По этой диаграмме определить момент инерции маховика, который

должен быть закреплен на валу кривошипа для обеспечения заданной неравномерности хода машины δ .

6. Определить основные размеры маховика и начертить его эскиз.

*Проектирование зубчатой передачи
(выполнить на формате А2)*

1. Рассчитать и построить зацепление исправленных цилиндрических зубчатых колес $z_{\text{ш}}$ и z_k . Использовать неравносмещенное зацепление зубчатых колес.

2. Построить рабочие участки профиля, дугу зацепления и определить коэффициент перекрытия аналитически и графоаналитически. Рас也算ать и построить эпюры относительных скольжений рабочих профилей зубьев.

*Проектирование кулачкового механизма
(выполнить на формате А2)*

1. Построить в одном масштабе $\mu_s = \mu_{ds/d\phi}$ зависимости $S = f(\phi)$, $dS/d\phi = f(\phi)$ и зависимость $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ по заданному закону движения ведомого звена.

2. Определить минимальный радиус кулачка по диаграмме $S = f(dS/d\phi)$. Построить диаграмму угла передачи движения $\gamma = f(\phi)$.

3. Построить центровой (теоретический) и рабочий (практический) профили кулачка, выбрав радиус ролика.

**1.3. ТРЕБОВАНИЯ К СОСТАВЛЕНИЮ
ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ ПО РАЗДЕЛУ
«СТРУКТУРНЫЙ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА»**

Сначала приводятся исходные данные по этому разделу. Пояснительная записка по разделу должна иметь следующее подразделы:

- структурный анализ;
- описание нахождения крайнего положения механизма в начале рабочего хода. Выбор расчетных положений механизма. Расчет масштаба μ_l (м/мм) выбрать таким образом, чтобы длина кривошипа на чертеже была не менее 50–40 мм.

Кинематическое исследование механизма провести методом планов скоростей и ускорений:

- определить скорости и ускорения ведущего звена; рассчитать масштабы μ_a и μ_V ; привести векторные уравнения для определения скоростей и ускорений характерных точек и звеньев механизма;
- рассчитать промежуточные скорости и ускорения звеньев, необходимые для построения планов;
- описать построение голографов скорости и ускорения центра масс шатуна, используя результаты расчетов на ЭВМ. Выбрать масштаб построения μ_a и μ_V ;
- описать построение графиков перемещения, скорости и ускорения поршня, используя результаты расчетов на ЭВМ. Графики выполнить в масштабах μ_a , μ_V , μ_S , μ_ϕ .

Определить процент ошибки значений величин, полученных методом планов и на ЭВМ по формуле, например, для скорости ползуна

$$\bar{\eta} = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max}} \cdot 100, \%$$

где V_{\max} – максимальное значение скорости ползуна, полученное по одному из методов;

V_{\min} – минимальное значение скорости ползуна, полученное по одному из методов.

Полученные значения занести в таблицу.

Методы исследования	$V_{s2}, \text{мс}^{-1}$	$a_{s2}, \text{мс}^{-2}$	$\omega_2, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_2, \text{с}^{-2}$	$V_{s3}, \text{мс}^{-1}$	$a_{s3}, \text{мс}^{-2}$
Аналитический						
Графоаналитический						
Процент ошибки ($\eta, \%$)						

1.4. ТРЕБОВАНИЯ К СОСТАВЛЕНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ ПО РАЗДЕЛУ «СИЛОВОЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМА»

В пояснительной записке следует привести:

1. Исходные данные.
2. Цель силового расчета.
3. Порядок силового расчета.
4. Определение по исходным данным силы полезного сопротивления или движущей силы в зависимости от типа механизма для рассматриваемого положения.

5. Определение сил инерции и моментов от сил инерции.
6. Определение реакций в кинематических парах группы Ассура, расчет масштаба μ_F н/мм.
7. Расчет ведущего звена.
8. Определение уравновешивающей силы или уравновешивающего момента.
9. Определение мощности двигателя по уравновешивающей силе для рассматриваемого положения механизма, приняв при этом $\eta = 0,85-0,87$.
10. Распечатка силового расчета (прикладывается в записке).
11. Определение % ошибки значений величин, полученных графоаналитическим методом и на ЭВМ по формуле приведенной в кинематическом анализе.

Определение погрешности расчетов при силовом расчете

Методы исследования	Сравниваемые значения			
	R_{01}, H	R_{12}, H	R_{03}, H	R_{23}, H
Аналитический				
Графоаналитический				
Процент ошибки ($\eta, \%$)				

1.5. ТРЕБОВАНИЯ К СОСТАВЛЕНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ ПО РАЗДЕЛУ «РАСЧЕТ МАХОВИКА»

В пояснительной записке необходимо:

1. Привести исходные данные.
2. Приложить распечатку динамического расчета на ЭВМ.
3. Описать порядок построения графиков приведенных моментов сил с указанием исходной формулы приведенного момента сил сопротивления (движущих). Привести расчеты масштабов μ_{M_n} (нм/мм) и μ_ϕ (рад/мм).
4. Описать порядок построения графика зависимости работ сил сопротивления A_c от угла ϕ путем графического интегрирования графика $M_n = f(\phi)$. Привести расчет масштаба μ_A (Дж/мм).
5. Объяснить построение графика зависимости работы сил движущих A_d от угла ϕ . Описать порядок построения диаграммы приращения кинетической энергии машины $\Delta T = f(\phi)$.
6. Описать порядок построения графика приведенных моментов инерции звеньев механизма J_n . Привести расчет масштаба μ_{J_n} (кгм²/мм).

7. Описать порядок построения зависимости $\Delta T = f(J_n)$, где $\Delta T = A_{\text{Д}} - A_{\text{С}}$ (способ Виттенбауэра).
8. Произвести расчет момента инерции маховика.
9. Выбрать конструкцию маховика и определить его размеры и массу.
10. Определить линейную скорость маховика на ободе, сравнить ее с допустимой, выбрать материал маховика.
11. Определить погрешность расчетов момента инерции маховика J_n по способу Виттенбауэра и расчетом на ЭВМ в %.

1.6. ТРЕБОВАНИЯ К СОСТАВЛЕНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ ПО РАЗДЕЛУ «ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ»

В пояснительной записке следует привести:

1. Исходные данные.
2. Расчет геометрических параметров неравносмещенного эвольвентного зубчатого зацепления:
 - а) выбор коэффициентов сдвига x_1 и x_2 , определение угла зацепления α_w , коэффициента отклонения межосевого расстояния u и уравнительного смещения Δu с указанием № таблиц, ссылкой на соответствующую литературу, по которой выбирались коэффициенты;
 - б) расчет размеров зубчатых колес, необходимых для вычерчивания рабочего зацепления, масштаб μ_1 (м/мм) надо выбрать так, чтобы полная высота зуба на чертеже была бы 30–60 мм;
 - в) описать построение рабочей части профиля зубьев, дуги зацепления.
3. Расчет коэффициентов удельного скольжения и описание построения диаграммы удельного скольжения, расчет масштаба коэффициентов удельного скольжения μ_v (1/мм).
4. Расчет коэффициента перекрытия ε . Расчет произвести двумя методами: теоретическим и практическим, полученным после построения рабочего зацепления колес, и определить процент ошибки.

Примечание: расчеты можно проводить с помощью ЭВМ, результаты представить в виде таблицы параметров зубчатых колес с учетом масштаба построения.

1.7. ТРЕБОВАНИЯ К СОСТАВЛЕНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ ПО РАЗДЕЛУ «ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА»

В пояснительной записке следует привести:

1. Исходные данные кулачкового механизма.
2. Расчет масштабов для построения диаграмм движения ведомого звена.
3. Краткое пояснение построения закона движения ведомого звена.
4. Описание построения совмещенной диаграммы $\frac{dS}{d\phi} = f(S)$ и определение минимального радиуса кулачка R_{min} с учетом одностороннего и двухстороннего движения.

5. Описание профилирования кулачковой шайбы, определение радиуса кривизны ρ . Выбор масштаба μ_1 (м/мм).

6. Вычисление значения радиуса ролика по полученным параметрам R_{min} и ρ .

Примечание: законы движения ведомого звена могут быть получены с помощью ЭВМ, результаты которых должны быть приведены в виде таблиц.

1.8. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ КО ФОРМЛЕНИЮ ЧЕРТЕЖЕЙ

1.8.1. Общие требования

Графическая часть курсового проекта выполняется на листах, форматы которых указаны выше.

Рабочее поле ограничивается рамкой: для подшивки – 20 мм, остальные – 5 мм. В правом нижнем углу рамки вычерчивается штамп согласно ГОСТу (приложение 1).

Если на одном листе указанного формата изображены два различных решения (например кинематический и силовой расчет механизма), то в штампе указываются эти два решения.

1.8.2. Надписи и обозначения

Надписи, буквенные и цифровые обозначения должны быть выполнены стандартным чертежным шрифтом и располагаться, как правило,

параллельно и над соответствующим изображением. При этом надписи должны иметь высоту букв и цифр не менее 5 мм. Кинематические схемы механизмов должны быть изображены условно согласно ГОСТ. Масштабы обозначаются с помощью масштабного коэффициента греческой буквой μ (мю) с соответствующим индексом обозначаемой величины и определенной размерностью. Оси графиков должны иметь соответствующие обозначения.

1.8.3. Требования к оформлению отдельных листов

Графическая часть курсового проекта, как правило, выполняется на пяти листах. В штампе чертежей указываются следующие наименования:

- на 1-м листе – кинематический анализ механизма;
- на 2-м листе – силовой расчет механизма;
- на 3-м листе – расчет маховика;
- на 4-м листе – синтез зубчатого зацепления;
- на 5-м листе – проектирование кулачкового механизма.

1.8.4. Требования к чертежам по разделу «Кинематическое исследование механизма»

На левой половине формата А2 вычертить и сделать надписи:

1. Схема механизма (вычерчивается 12 положений механизма).
2. Исследуемое положение (на рабочей части хода кривошипа) выделить контурной линией.
3. План скоростей исследуемого положения.
4. План ускорений исследуемого положения.
5. Годограф скоростей центра масс шатуна строится по результатам расчета на ЭВМ.
6. Годограф ускорений центра масс шатуна строится по результатам расчета на ЭВМ.
7. График перемещения поршня строится по результатам расчета на ЭВМ.
8. График скорости поршня строится по результатам расчета на ЭВМ.
9. График ускорения поршня строится по результатам расчета на ЭВМ.
10. Графики угловой скорости и углового ускорения строятся по результатам расчета на ЭВМ.

Указать масштабы:

- длины – μ_l (м/мм);

- перемещения – μ_s (м/мм);
- линейной скорости – μ_v (мс^{-1} /мм);
- линейного ускорения – μ_a (мс^{-2} /мм);
- угла поворота – μ_ϕ (рад/мм);
- угловой скорости – μ_ω (с^{-1} /мм);
- углового ускорения – μ_e (с^{-2} /мм).

1.8.5. Требования к чертежам по разделу «Силовой расчет механизма»

На левой половине 2-го листа формата А2 необходимо:

1. Вычертить в масштабе μ_1 (м/мм) схему механизма в выбранном положении, показать на ней точки приложения и направления всех внешних сил, сил инерции и моментов сил инерции согласно планам скоростей и ускорений для данного положения механизма.
2. Изобразить в этом же масштабе структурную группу с указанием точек приложения и направления всех действующих сил, отброшенные звенья заменить реакциями (усилиями, действующими со стороны одного звена на другое).
3. План сил рассматриваемой группы изобразить рядом со структурной группой, построив его в масштабе μ_F (н/мм) и сделать на плане обозначения каждой силы. Если сила очень мала (обращается в точку), то ставится на плане только ее обозначение.
4. Вычертить в масштабе ведущее звено. Показать все силы, действующие на ведущее звено. Рядом изобразить план сил ведущего звена.
5. Построить три графика суммарных сил (на выбор), полученных по результатам расчета на ЭВМ. Построение графиков выполнить в масштабах μ_F (н/мм) и μ_ϕ (рад/мм).

1.8.6. Требования к чертежам по разделу «Расчет маховика»

На листе 3 формата А2 вычертить и подписать:

1. Графики приведенных моментов сил с указанием масштабов μ_M (нм/мм) и μ_ϕ (рад/мм). Графики строятся по результатам динамического расчета.
2. График работ сил движущих $A_d = f(\phi)$ и сил сопротивления $A_c = f(\phi)$ строим методом графического интегрирования графика приведенных моментов сил с указанием масштаб μ_A (Дж/мм).

3. График приращения кинетической энергии машины $\Delta T = f(\phi)$ с указанием масштаба μ_T (Дж/мм).

4. График приведенного момента инерции звеньев машины $Jn = f(\phi)$ с указанием соответствующего масштаба μ_{Jn} (кгм²/мм).

5. Построить диаграмму энергомасс $\Delta T = f(Jn)$ с указанием масштабов $\mu_{\Delta T}$ (Дж/мм) и μ_{Jn} (кгм²/мм).

Выполнить эскиз маховика с указанием его размеров.

1.8.7. Требования к чертежам по разделу «Проектирование эвольвентного зубчатого зацепления»

На листе формата А2 следует:

1. Вычертить неравносмешённое эвольвентное зубчатое зацепление. При этом масштаб μ_l (м/мм) выбрать таким образом, чтобы полная высота зуба была бы в пределах 50–60 мм.

2. Построить графики удельного скольжения пары сопряженных профилей зубьев с указанием масштаба μ_v (1/мм).

II. СТРОЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ

2.1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Теория механизмов и машин (ТММ) есть наука, изучающая строение, кинематику и динамику механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

Машинами называются такие искусственные устройства, которые предназначены для облегчения физического и умственного труда человека, увеличения его производительности, для полной или частичной замены человека.

По выполняемым функциям машины можно разделить на следующие классы:

- 1) энергетические (машины-двигатели);
- 2) технологические;
- 3) транспортные;
- 4) контрольно-управляющие;
- 5) логические;
- 6) кибернетические;
- 7) промышленные роботы и манипуляторы.

Машины-двигатели предназначены для преобразования одного вида энергии в другой. Примерами энергетических машин являются электрические двигатели, двигатели внутреннего сгорания, турбины.

Наиболее обширен класс технологических машин, которые предназначены для выполнения технологических процессов, связанных с изменением свойств, состояния, формы или положения обрабатываемого материала или объекта (станки, текстильные машины, машины сельского хозяйства, полиграфические, пищевые и др.). К транспортным машинам относятся локомотивы, автомобили, тракторы, лифты и т.д.

Аппаратом называются искусственные устройства, в которых происходят различные химические, тепловые, электрические и другие процессы, необходимые для изготовления или обработки изделий, продукта, материала.

Огромное значение для развития всех отраслей современного производства имеет внедрение методов контроля обрабатываемых объектов. Устройства, используемые для этой цели, называются *приборами*.

Развитое машинное устройство, состоящее из двигателя, передаточных механизмов и рабочей машины, называется машинным агрегатом.

Машины называются автоматами, если все технологические процессы осуществляются ими без содействия человека, но под его контролем. В некоторых отраслях промышленности автоматы, выполняющие последовательные операции по превращению заготовки (сырья) в готовые изделия, составляют непрерывную автоматическую линию.

Принципиально новыми элементами современных технических систем являются промышленные роботы, которые состоят из манипулятора и системы управления ими, причем управление может осуществляться человеком-оператором по жесткой программе или искусственным интеллектом.

Манипулятор – техническое устройство, предназначенное для воспроизведения функций рук человека и дистанционно управляемое оператором или программным устройством.

Промышленные роботы позволяют совместить в едином цикле технические операции, повысить производительность труда и завершить комплексную механизацию и автоматизацию производства.

Таким образом, главное отличие ТММ от учебных дисциплин, изучающих методы проектирования специальных машин, в том, что ТММ основное внимание уделяет изучению методов синтеза и анализа, общих для данного вида механизма, не зависящих от его конкретного функционального назначения. Специальные дисциплины изучают проектирование механизмов данного конкретного назначения, уделяя основное внимание специфическим требованиям. При этом широко используются и общие методы синтеза и анализа, которые изучаются в курсе ТММ.

Механизм есть система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел.

Твердые тела, из которых образуется любой механизм, называются *звеньями*. Каждое звено представляет собой одну деталь либо совокупность нескольких деталей, жестко соединенных между собой.

Звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев, называется *входным звеном*.

Звено, совершающее движение, для выполнения которого пред назначен механизм, называется *выходным звеном*.

Кинематической парой называется соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

Класс кинематической пары определяется числом ограниченных ею относительных перемещений звеньев, т.е. числом связей.

Число независимых возможных перемещений звена называется *числом степеней подвижности*.

Для любой кинематической пары сумма числа налагаемых на нее связей и числа допускаемых движений всегда равна 6, т.е. числу степеней свободы твердого тела.

Поверхности, линии, точки звена, по которым оно может соприкасаться с другим звеном, образуя кинематическую пару, называются элементами кинематической пары.

По характеру соприкосновения звеньев, то есть в зависимости от вида элементов кинематические пары, выделяются высшие и низшие.

Высшей называется кинематическая пара, в которой звенья соприкасаются по линии или в точке.

Низшей парой называется кинематическая пара, в которой звенья соприкасаются по поверхности.

Кинематической цепью называется связанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары.

Кинематическая цепь называется плоской, если траектории всех точек звеньев лежат в параллельных плоскостях. Если точки звеньев кинематической цепи описывают неплоские траектории или траектории, лежащие в пересекающихся плоскостях, то кинематическая цепь называется пространственной.

Кинематическая цепь называется *замкнутой*, если каждое звено входит не менее чем в две кинематические пары (рис. 2.1, *а*).

Кинематическая цепь называется *незамкнутой*, если она содержит хотя бы одно звено, входящее лишь в одну кинематическую пару (рис. 2.1, *б*).

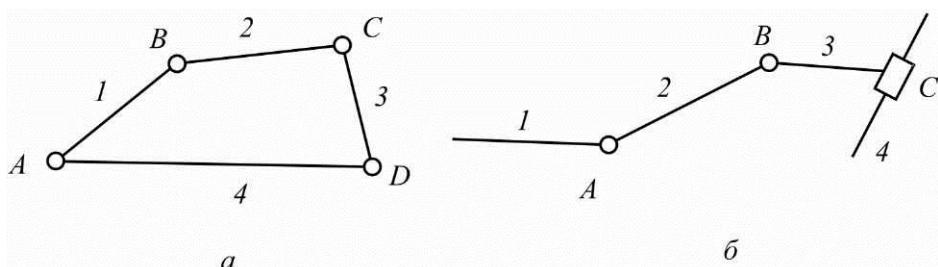


Рис. 2.1. Кинематическая цепь: *а*) замкнутая; *б*) незамкнутая;
A, B, C, D – кинематические пары; 1, 2, 3, 4 – звенья

В зависимости от характера совершаемого движения звенья механизмов имеют следующие названия.

Стойкой называется неподвижное звено механизма.

Звено, совершающее вокруг неподвижной оси поворот на угол 2π , называется кривошипом; коромыслом, если его угол поворота менее 2π .

Звено, перемещающееся вдоль подвижной или неподвижной направляющей, называется ползуном.

Кулиской называется звено, врачающееся вокруг неподвижной оси и служащее направляющей для ползуна.

На рис. 2.2, *а* приведена схема четырехзвенного кривошипно-коромыслового механизма (звено 1 – кривошип, звено 2 – шатун, звено 3 – ко-

ромысло, звено 0 – стойка). Такой механизм называется шарнирным, так как у него все кинематические пары – вращательные.

На рис. 2.2, б показан кривошипно-ползунный механизм, у которого звено 1 – кривошип, звено 2 – шатун, звено 3 – ползун.

У кулисного механизма (рис. 2.2, в) звено 1 – кривошип, звено 2 – ползун, звено 3 – кулиса.

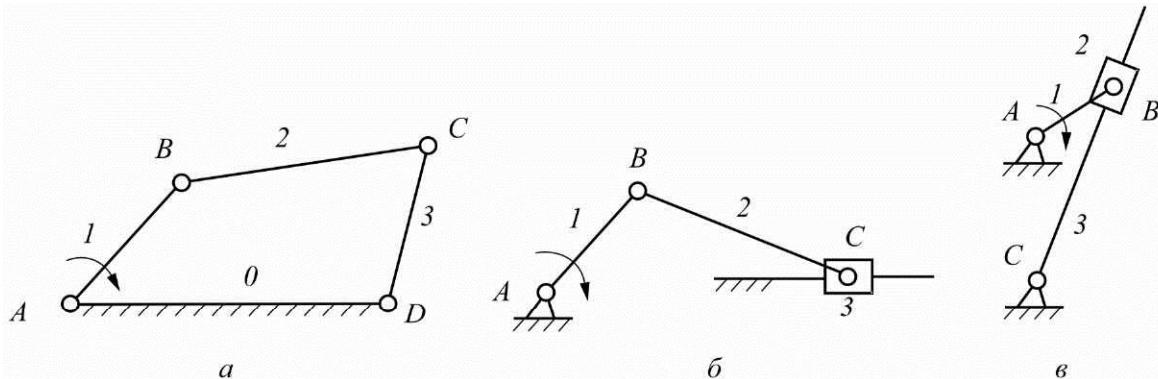


Рис. 2.2. Четырехзвенныи кривошипно-коромысловый (а),
кривошипно-ползунный (б) и кулисный (в) механизмы

Все эти механизмы плоские, так как их звенья совершают плоское движение параллельно одной и той же неподвижной плоскости.

На рис. 2.3 приведена структурная схема механизма схвата, применяемого в промышленных роботах, где звено 1 является ползуном, звенья 2 и 3 – шатунами, звенья 4 и 5 – коромыслами. Это также плоский механизм.

Двухкривошипный пространственный четырехзвенныи механизм (рис. 2.4) служит для передачи вращения от кривошипа 1 к кривошипу 3 при произвольном угле α между осями вращения.

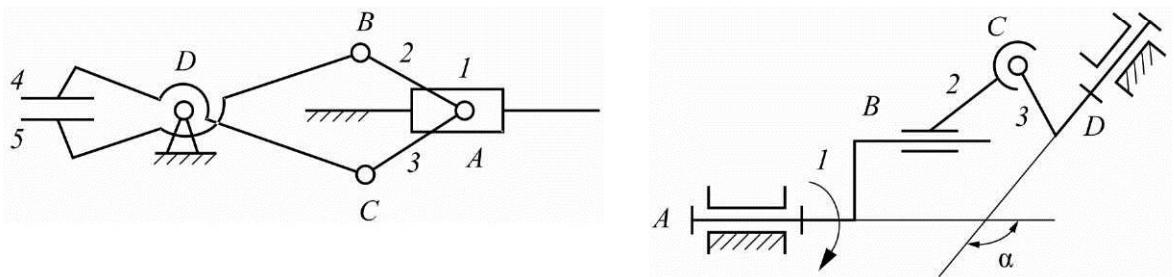


Рис. 2.3. Механизм схвата

Рис. 2.4. Двухкривошипный пространственный четырехзвенныи механизм

Структура пространственного механизма представлена на рис. 2.5.

На рис. 2.6 приведены структурные схемы механизмов манипуляторов, которые представляют собой незамкнутые пространственные кинематические цепи.

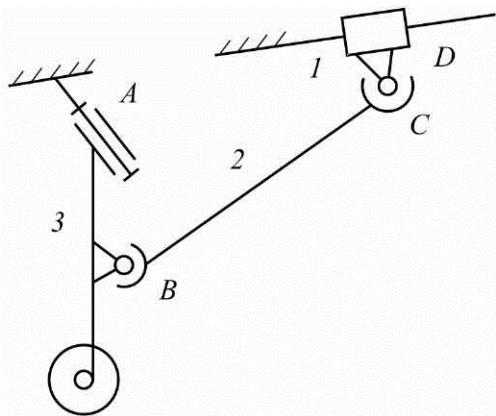


Рис. 2.5. Структура пространственного механизма

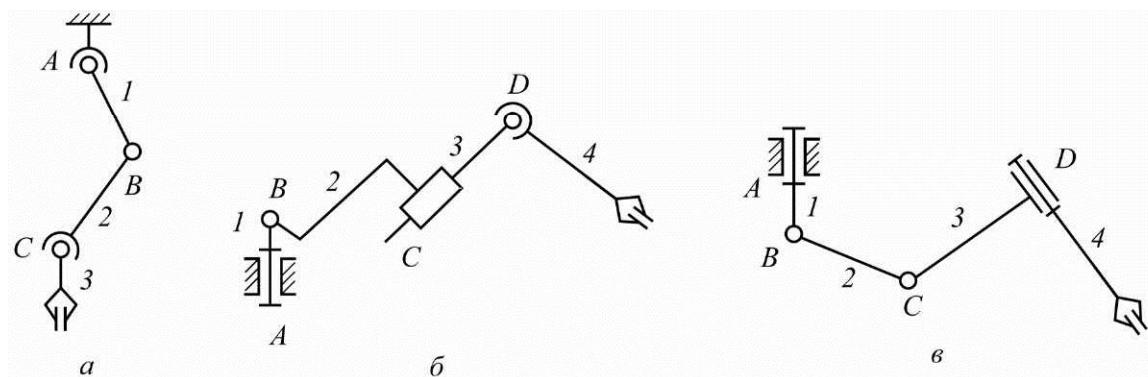


Рис. 2.6. Схемы манипуляторов: *a* – с трехподвижными кинематическими парами; *b* – с комбинированными кинематическими парами; *c* – с пятиподвижными кинематическими парами

Если все кинематические пары механизма низшие, он называется рычажным (или стержневым).

2.2. СТРУКТУРНАЯ ФОРМУЛА МЕХАНИЗМА

Общее число степеней свободы n подвижных звеньев механизма до их соединения в кинематические пары равно $6n$. Каждая кинематическая пара i -го класса отнимает у звеньев i степеней свободы. Общее число связей, налагаемых кинематическими парами механизма, равно

$$5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1,$$

где p_5 – число пар 5-го класса, p_4 – число пар 4-го класса и т.д.

Разность между общим числом степеней свободы подвижных звеньев механизма и числом связей, налагаемых кинематическими парами, определит число степеней подвижностей механизма:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (2.1)$$

Так, для механизма, показанного на рис. 2.4, имеем

$$n = 3; p_5 = 2; p_4 = 1; p_3 = 1; p_2 = p_1 = 0;$$

$$W = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 1.$$

Для плоского механизма

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (2.2)$$

так как в плоском движении каждое подвижное звено до соединения в кинематические пары обладало тремя степенями свободы, а кинематические пары в плоскости механизма могут быть только одноподвижными (5-го класса) и двухподвижными (4-го класса).

Так, все плоские рычажные четырехзвенники, приведенные на рис. 2.2, имеют

$$n = 3; p_5 = 4; p_4 = p_3 = p_2 = p_1 = 0;$$

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

Формулы (2.1) и (2.2) называются структурными формулами механизмов.

В механизмах с незамкнутыми кинематическими цепями число подвижных звеньев равно числу кинематических пар, и формула (2.1) принимает вид

$$W = p_5 + 2p_4 + 3p_3 + 4p_2 + 5p_1,$$

т.е. число степеней свободы такого механизма равно сумме степеней свободы кинематических пар.

Так, для механизма манипулятора, показанного на рис. 2.6, *a*, имеем:

$$W = p_5 + 3p_3 = 1 + 3 \cdot 2 = 7.$$

Для механизма манипулятора, показанного на рис. 2.6, *б*, имеем:

$$W = p_5 + 3p_3 = 3 + 3 = 6.$$

Механизм манипулятора, приведенный на рис. 2.6, *в*, имеет:

$$W = p_5 = 4.$$

Такой же результат будет получен при подсчете числа степеней свободы механизмов с незамкнутыми кинематическими цепями по формуле (2.1).

Число степеней подвижностей манипулятора при неподвижном захвате называется маневренностью манипулятора. Приведенный на рис. 2.6, *а* манипулятор имеет одну степень маневренности, так как при

неподвижном захвате его звенья могут вращаться вокруг оси, проходящей через центры сферических пар. Манипуляторы, показанные на рис. 2.6, б и 2.6, в, не имеют маневренности, т.е. каждому положению захвата соответствует единственное расположение всех звеньев.

Для определенности движения всех звеньев механизма число степеней подвижностей механизма должно соответствовать числу заданных независимых движений звеньев.

2.3. ПРИНЦИП ОБРАЗОВАНИЯ МЕХАНИЗМА

По методу Л.В. Ассура любой механизм может быть образован последовательным присоединением к входному звену и стойке структурных групп (групп Ассура). Входное звено со стойкой образует так называемый механизм 1-го класса, или начальный механизм.

Структурной группой называется кинематическая цепь, которая после присоединения к стойке элементами внешних кинематических пар имеет нулевую степень подвижности.

Следовательно, структурная группа пространственного механизма должна удовлетворять условию

$$6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 0. \quad (2.3)$$

Для структурной группы плоского механизма это условие имеет вид:

$$3n - 2p_5 - p_4 = 0. \quad (2.4)$$

Для структурной группы плоского рычажного механизма это выражение еще упрощается:

$$3n - 2p_5 = 0. \quad (2.5)$$

Отсюда следует, что число звеньев плоской структурной группы с низшими парами всегда четное, а число пар кратно трем.

Простейшей и самой распространенной является группа второго класса, состоящая из двух звеньев и трех кинематических пар (одна внутренняя и две внешние).

В зависимости от сочетания вращательных и поступательных пар структурные группы второго класса имеют 5 модификаций.

Ниже приведены схемы групп 2-го класса (группы Ассура) всех видов и механизмы, образованные присоединением этих групп ко входному звену и стойке.

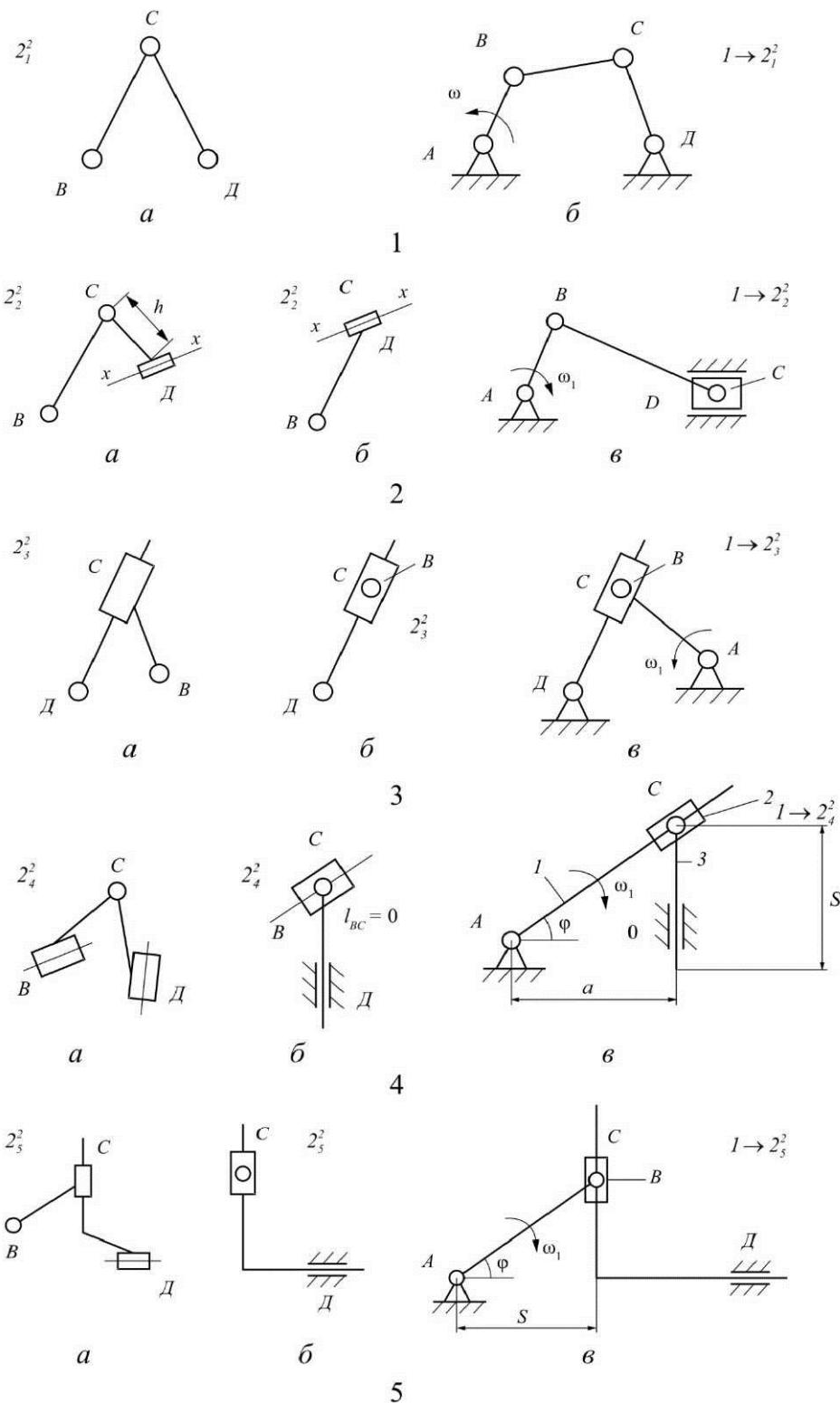


Рис. 2.7. Группы Ассура 2-го класса:

1. Шарнирный четырехзвенник: *a* – структурная группа 2_1^2 ; *b* – схема механизма.
2. Кривошипно-ползунный механизм: *a*, *b* – структурная группа 2_2^2 ; *c* – схема механизма.
3. Кулисный механизм: *a*, *b* – структурная группа 2_3^2 ; *c* – схема механизма.
4. Тангенсный механизм: *a*, *b* – структурная группа 2_4^2 ; *c* – схема механизма.
5. Синусный механизм: *a*, *b* – структурная группа 2_5^2 ; *c* – схема механизма

На рис. 2.8 показана последовательность построения структурной схемы сложного механизма строгального станка. Он образован присоединением к кривошипу 1 и стойке структурной группы 2-го класса третьего вида (звенья 2 и 3) и последующим присоединением к полученному кулисному механизму группы Ассура 2-го класса 2-го вида (звенья 4 и 5).

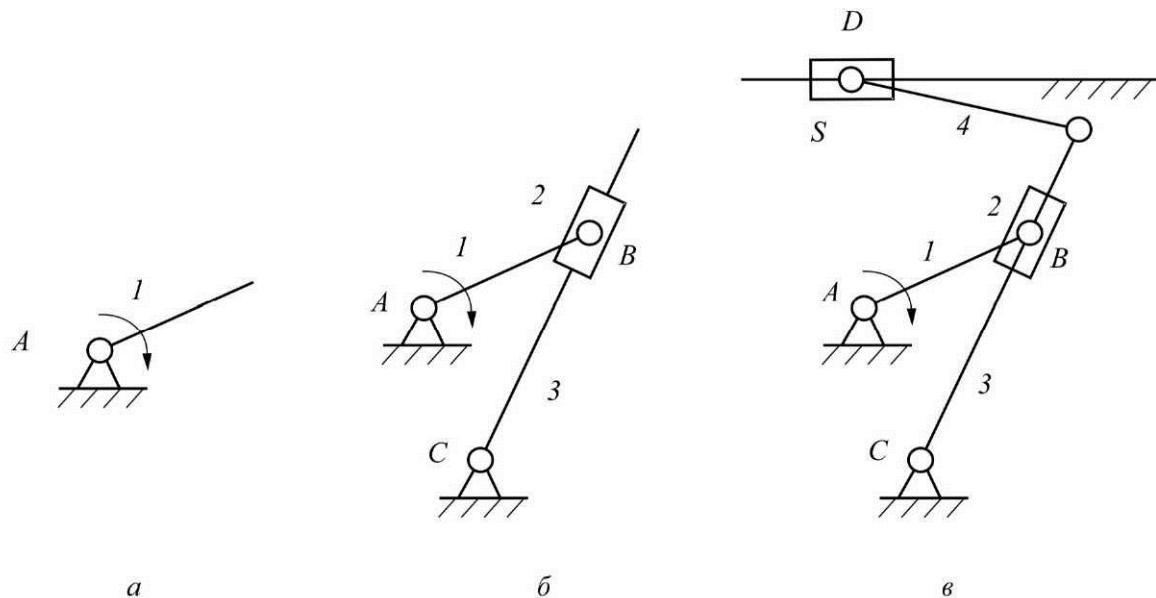


Рис. 2.8. Последовательность построения структурной схемы сложного механизма: *а* – входное звено; *б* – кулисный механизм; *в* – механизм строгального станка

На рис. 2.9, *а* показана структурная группа 3-го класса 3-го порядка, а на рис. 2.9, *б* – группа 4-го класса 2-го порядка. Они весьма редко применяются в технике.

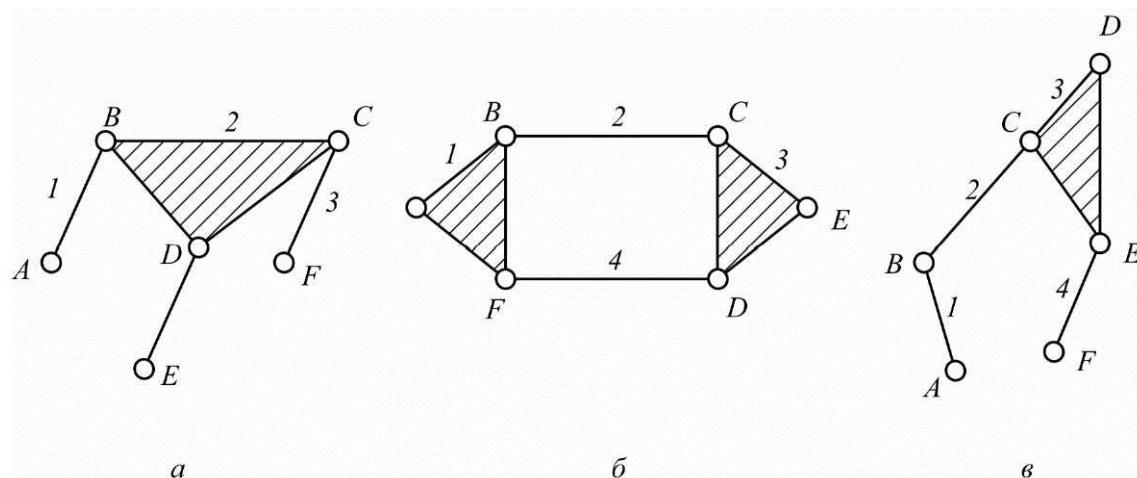


Рис. 2.9. Структурные группы 3-го класса 3-го порядка (*а*), 4-го класса 2-го порядка (*б*), соединение двух структурных групп 2-го класса (*в*)

Кинематическая цепь, приведенная на рис. 2.9, в, имеет $W = 0$, но это не структурная группа, а соединение двух групп 2-го класса: (1–2) + (3–4).

По предложению И.И. Артоболевского класс группы определяется числом внутренних кинематических пар, входящих в наиболее сложный замкнутый контур.

Порядок группы определяется числом внешних кинематических пар, которыми группа присоединяется к механизму. Все структурные группы 2-го класса имеют 2-й порядок.

Присоединение к механизму или отсоединение от него структурной группы, т.е. кинематической цепи с нулевой степенью свободы, не изменяет число степеней свободы механизма, а значит, сохраняется определенность в движении звеньев механизма. Присоединение или отсоединение кинематической цепи с числом степеней свободы, отличным от нуля, приведет к изменению числа степеней свободы механизма, и при прежнем числе заданных независимых движений не будет определенности в движении выходных звеньев.

Класс и порядок механизма определяются высшим классом и высшим порядком структурных групп, входящих в состав механизма.

2.4. ЭКВИВАЛЕНТ ВЫСШЕЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПАРЫ

При изучении кинематических и динамических свойств плоских механизмов удобно заменять механизм с высшими кинематическими парами 4-го класса механизмом с низшими кинематическими парами.

Эквивалент высшей пары в плоском механизме можно найти путем сопоставления двух механизмов, у которых одно и то же число степеней свободы и одинаковые законы движения звеньев.

Пусть в исходном механизме имеется одна высшая пара, в заменяющем – лишь пары 5-го класса.

Приравнивая выражения для W обоих механизмов, вычисленные по формуле (2.2), можно получить

$$3n - 2p_5 - p_4 = 3n' - 2p'_5.$$

Штрихи относятся к заменяющему механизму, отсюда

$$p_4 = 2(p'_5 - p_5) - 3(n' - n). \quad (2.6)$$

Равенство (2.6) превращается в тождество при $p_4 = 1$; $p'_5 - p_5 = 2$ и $n' - n = 1$, т.е. заменяющий механизм по сравнению с исходным должен содержать одно дополнительное звено и две кинематические пары 5-го класса.

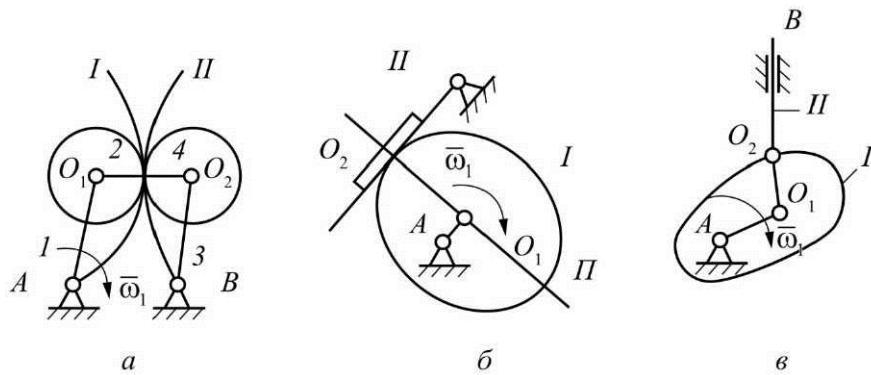


Рис. 2.10. Замена высшей пары одним звеном и двумя низшими парами:
 а – замена высшей пары, образованной двумя криволинейными поверхностями;
 б – замена высшей пары, образованной криволинейной поверхностью и прямой линией; в – замена высшей пары, образованной криволинейной поверхностью и точкой, образованной двумя прямыми линиями

Чтобы звенья заменяющего механизма в рассматриваемом положении совершили такое же движение, как и звенья исходного механизма, необходимо соблюдать определенные правила замены высшей пары одним звеном и двумя низшими парами (рис. 2.10).

2.5. Избыточные связи

В некоторых случаях подсчитанное по формуле (2.1) или (2.2) число степеней свободы механизма оказывается меньше 1, но при соблюдении определенных условий сборки механизм обладает положительной подвижностью. Это свидетельствует о наличии в механизме *избыточных связей*, которые не влияют на движение звеньев и которые не учитывают при определении числа степеней свободы механизма.

Так, если число избыточных связей в механизме q , то число степеней свободы механизма с избыточными связями

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 + q. \quad (2.7)$$

Например, в механизме сдвоенного параллелограмма (рис. 2.11) подсчитанное по формуле (2.2) число степеней свободы

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0.$$

Однако если $AD//EF//BC$ и оси шарниров строго параллельны, то наличие звена 4 не вносит геометрических связей и число степеней свободы механизма равно 1, как и в механизме без звена 4 (рис. 2.12). Звено 4 устанавливают для исключения превращения параллелограмма

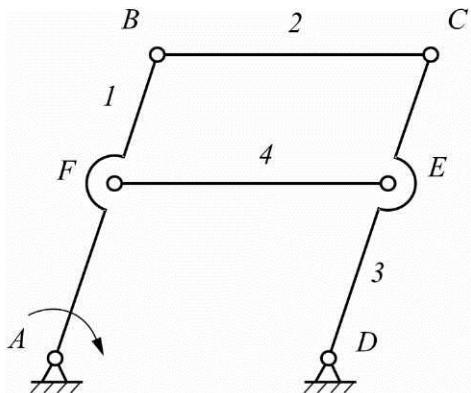


Рис. 2.11. Механизм сдвоенного параллелограмма

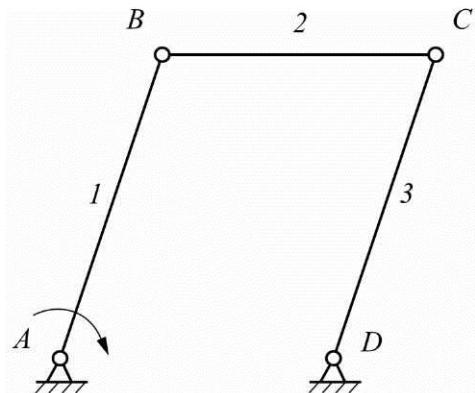


Рис. 2.12. Шарнирный четырехзвенник

в антипараллелограмм при выходе из положений, в которых оси всех звеньев расположены на одной прямой.

При несоблюдении указанных геометрических соотношений число степеней свободы механизма действительно равно нулю и движение звеньев невозможно.

Согласно формуле (2.2), в шарнирном четырехзвеннике (см. рис. 2.12) $W = 1$. Но если обусловленная неточностью изготовления непараллельность осей вращательных пар механизма не может быть компенсирована зазорами между элементами этих пар, то его следует рассматривать как пространственный механизм. И тогда, согласно (2.7), число избыточных связей в этом механизме составит

$$q = 1 - 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 3.$$

Сборка такого механизма возможна за счет деформации звеньев, а при его работе происходит усиленное изнашивание пар трения, появляется возможность заклинивания элементов кинематических пар.

Изменением подвижности кинематических пар можно устраниć имеющиеся в механизме избыточные связи. Так, если в рассматриваемом шарнирном четырехзвеннике одну вращательную пару заменить сферической, а другую – сферической с пальцем либо одну вращательную пару заменить сферической, а другую – цилиндрической, то такие механизмы будут лишены избыточных связей. Для них

$$q = 1 - 6 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 0.$$

Для кривошипно-ползунного механизма (см. рис. 2.2, б) устраниć избыточные связи можно, например, заменой вращательной пары «кривошип – шатун» сферической, а поступательной – цилиндрической.

Возможны и другие варианты устранения избыточных связей в рассмотренных механизмах.

Механизм без избыточных связей можно собрать без натягов при любых неточностях изготовления, что уменьшает силы трения в кинематических парах и увеличивает срок службы и надежность механизма. Такой механизм легко приспосабливается к деформации основания.

2.6. АЛГОРИТМ ПРОВЕДЕНИЯ СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА ПЛОСКОГО МЕХАНИЗМА

1. Составить структурную схему механизма.
2. Определить степень подвижности механизма по формуле (2.2).
3. Заменить высшие пары низшими и определить число степеней свободы заменяющего механизма по формуле (2.2).
4. Разложить механизм на структурные группы. Разложение следует начинать с отсоединения простейшей группы Ассура, наиболее удаленной по кинематической цепи от входного звена. При этом число степеней свободы оставшейся кинематической цепи должно соответствовать числу степеней свободы исходного механизма. Если отсоединить структурную группу 2-го класса не удается, следует отсоединить группу 3-го класса и т.д. После отсоединения первой группы отсоединяют следующую группу и т.д.
5. В результате разложения остается одно входное звено со стойкой, если степень подвижности механизма равна единице. Если число степеней свободы механизма равно k , то должно остаться k входных звеньев.
6. Записать формулу строения механизма, показывающую, в какой последовательности и какие группы Ассура присоединены к механизму 1-го класса.
7. Определить класс и порядок всего механизма.

Приведем пример определения порядка структурного анализа плоского механизма, представляющего замкнутую кинематическую цепь (рис. 2.13).

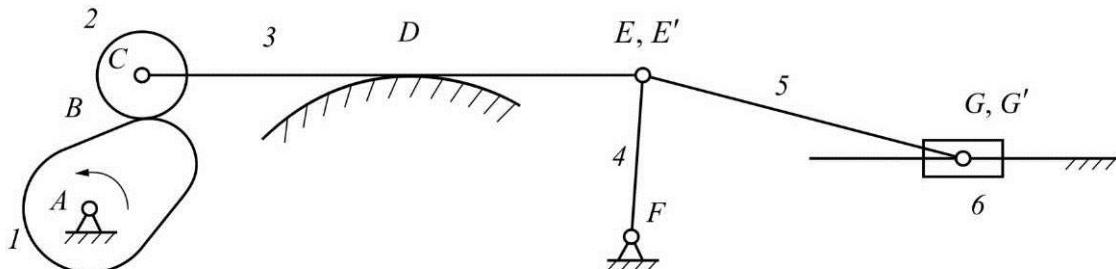


Рис. 2.13. Плоский механизм замкнутой кинематической цепи:
A, B, C, D, E, E', G, G', F – кинематические пары

1. Определим число степеней свободы механизма по формуле (2.2):

$$W = 3n - 2p_5 - p_4.$$

Для данного механизма $n = 6$, $p_5 = 7$, $p_4 = 2$. В случае соединения нескольких звеньев (например, шарнир E) число кинематических пар определяется числом соединяемых звеньев, уменьшенным на единицу.

Так, в шарнире E соединяются три звена, следовательно, число кинематических пар здесь $p_5 = 2$.

Таким образом,

$$W = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 7 - 2 = 2.$$

Формально это говорит о том, что для определенности движения всех звеньев механизма в нем должно быть два входных звена или одно входное звено с двумя заданными независимыми движениями.

Однако все звенья механизма совершают вполне определенное движение лишь при одном заданном движении одному из них (например, кулачку I). Лишнее число степеней свободы механизма, получаемое при подсчете по формуле (2.2), обусловлено наличием ролика 2. Возможность вращения ролика 2 относительно стержня 3 не влияет на движение остальных звеньев механизма.

Если жестко закрепить ролик 2 на стержне 3, то при этом относительное движение остальных звеньев останется прежним, но число подвижных звеньев n и число кинематических пар 5-го класса p_5 уменьшится на единицу ($n = 5$, $p_5 = 6$), а число степеней свободы механизма окажется равным

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 6 - 2 = 1.$$

2. Производим замену высших кинематических пар B и D механизма эквивалентными кинематическими цепями с низшими парами в соответствии со схемами, приведенными на рис. 2.14.

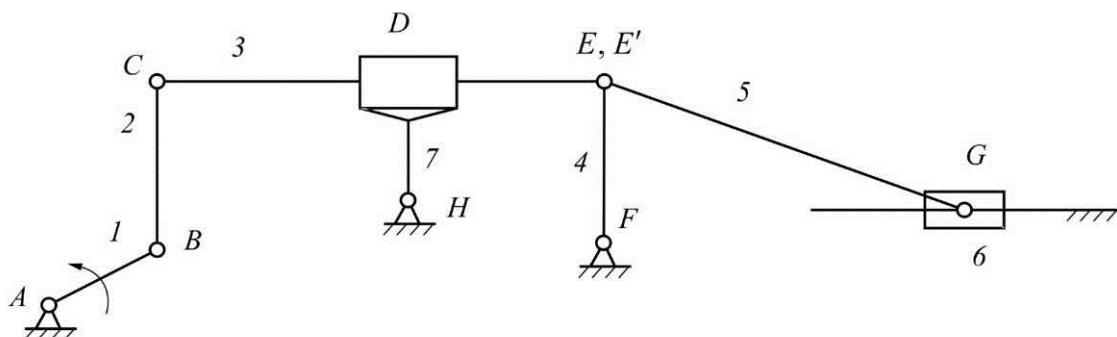


Рис. 2.14. Структурная схема заменяющего механизма

На рис. 2.14 приведена схема заменяющего механизма. Число степеней свободы этого механизма $W = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 = 1$.

3. Разложим механизм на структурные группы. Разложение начинаем с отсоединения простейшей группы Ассура, наиболее удаленной по кинематической цепи от входного звена. Это группа 2-го класса 2-го вида, содержащая звенья 5 и 6 (рис. 2.15). Оставшаяся кинематическая цепь является замкнутой, ее степень подвижности $W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$, т.е. осталась прежней. Значит, отсоединение выполнено правильно.

Дальнейшее отсоединение простейших групп невозможно. Так, отсоединение звеньев 3 и 4 или 3 и 7 приведет к размыканию кинематической цепи.

Если не удается отсоединить группу 2-го класса, пытаются отсоединить группу 3-го или 4-го классов, состоящую из четырех звеньев и шести кинематических пар. Так, звенья 2, 3, 4 и 7 образуют структурную группу 3-го класса 3-го порядка (рис. 2.16).

В результате разложения остался механизм 1-го класса (входное звено со стойкой), имеющий $W=1$ (рис. 2.17). Формула строения механизма записывается в порядке присоединения структурных групп к ведущему звену: $1 \rightarrow 3^3 \rightarrow 2_2^2$.

Таким образом, данный механизм есть механизм 3-го класса 3-го порядка. Он образован последовательным присоединением к входному звену и стойке структурных групп 3-го класса 3-го порядка и 2-го класса 2-го порядка второго вида.

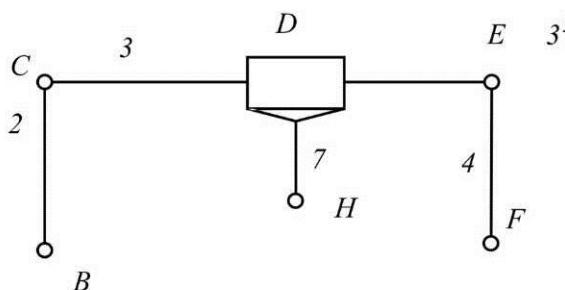


Рис. 2.16. Структурная группа 3-го класса 3-го порядка

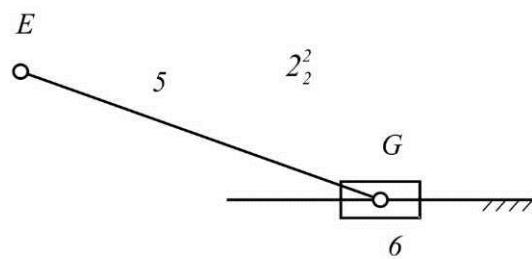


Рис. 2.15. Структурная группа 2-го класса 2-го порядка

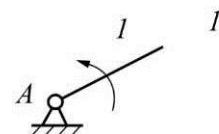


Рис. 2.17. Механизм 1-го класса

2.7. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ МАНИПУЛЯТОРА

Подвижность манипулятора (рис. 2.18) характеризуется числом независимых движений, которое задается звеньям, чтобы движение выходного звена было вполне определенным.

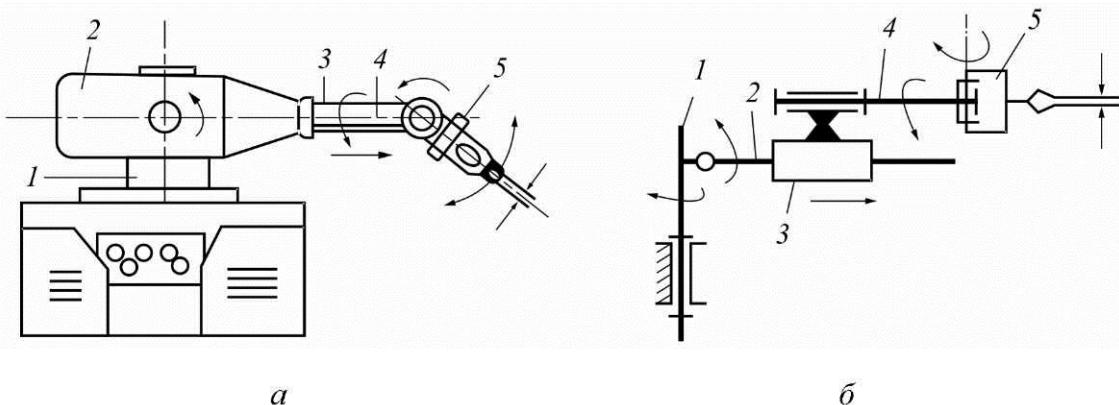


Рис. 2.18. Схемы манипулятора: *а* – внешний вид;
б – кинематическая схема; 1, 2, 3, 4, 5 – звенья

Для определения числа степеней подвижности манипулятора с гомономными связями достаточно найти разность между общим числом координат, определяющих положение его звеньев, и числом независимых уравнений связей.

Если исполнительный механизм имеет P_i кинематических пар, то общее число связей S , налагаемых на относительные движения звеньев, равно сумме числа связей всех пар:

$$S = \sum_{i=1}^5 ip_i .$$

Если все уравнения связей независимы, приходим к известной формуле Малышева для определения числа степеней подвижностей:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 ip_i ,$$

где n – число подвижных звеньев.

Для незамкнутой кинематической цепи число связей

$$S = \sum_{i=1}^5 p_i(6 - i) .$$

В случае избыточных или пассивных связей число уравнений связей уменьшается:

$$S = \sum_{i=1}^5 ip_i - q,$$

где q – число избыточных связей, а число степеней подвижностей механизма определяется по формуле

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 ip_i + q.$$

При известном числе степеней свободы можно из последней формулы найти число избыточных связей:

$$q = W - 6n + \sum_{i=1}^5 ip_i.$$

В манипуляторах избыточные связи могут появиться, например, при проектировании передаточного механизма для осуществления движения в шарнире основного механизма.

О.Г. Озол предложил формулу определения числа избыточных связей для многоконтурных механизмов:

$$q = W + 6k - f,$$

где k – число независимых контуров в механизме, отличающихся от других контуров по крайней мере одним звеном или кинематической парой; f – сумма подвижностей кинематических пар.

Под структурным синтезом манипулятора понимается проектирование его структурной схемы по заданным структурным условиям: типу, числу степеней свободы, виду движения перемещаемого объекта. Для реализации заданного движения объекта с числом степеней свободы W_0 число степеней подвижностей манипулятора W_m не может быть меньше, чем W_0 :

$$W_m \geq W_0.$$

Это условие позволяет решить задачу отбора цепей, имеющих минимальное число степеней свободы и обладающих полной подвижностью относительно заданного вида движения объекта.

Основной задачей структурного синтеза манипулятора является выбор числа звеньев, класса и порядка расположения кинематических пар.

Принцип наслаждения механизмов предполагает построение на одном из подвижных звеньев нового механизма, при этом число степеней свободы всей системы увеличивается.

Комбинируя кинематические цепи, можно создать манипуляторы, выполняющие разнообразные функции.

III. СИНТЕЗ РЫЧАЖНО-ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

3.1. Общие понятия

Задача синтеза плоских рычажно-шарнирных механизмов с низшими парами сводится к определению размеров звеньев, главным образом, расстояния между центрами шарниров. При этом размерная кинематическая цепь должна обеспечивать закон движения звеньев, положения последних в определенные моменты времени, траектории точек, соотношения скоростей различных точек или звеньев и т.д., предусмотренные в заданиях к проекту.

Для проектирования стержневых механизмов могут быть заданы:

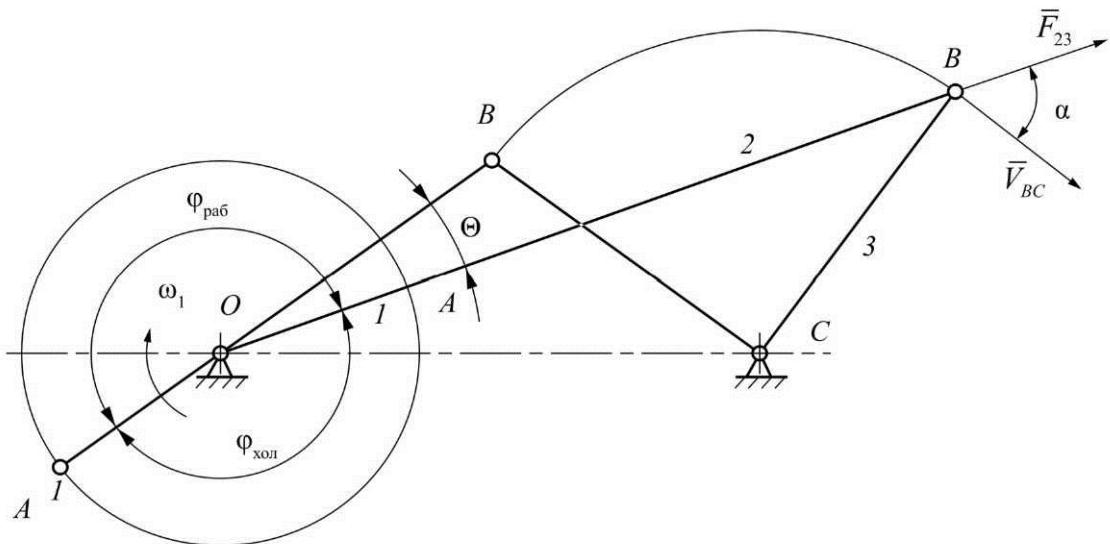
- 1) ход ведомого звена (ползуна или коромысла);
- 2) коэффициент изменения средней скорости перемещения ведомого звена K ;
- 3) максимальные допустимые углы давления в кинематических парах – α ;
- 4) соответствующие крайние положения ведущего и ведомого звеньев и др. Коэффициент K определяется как отношение времени (или скорости) перемещения ведомого звена в одном направлении к времени перемещения (или скорости) того же звена и в обратном направлении при равномерном вращении ведущего звена.

Коэффициент K можно выразить через углы поворота кривошипа $\Phi_{\text{хол}}$ и $\Phi_{\text{раб}}$ (рис. 3.1, а), соответствующие прямому и обратному ходу ведомого звена. Угол θ образован крайними положениями шатуна.

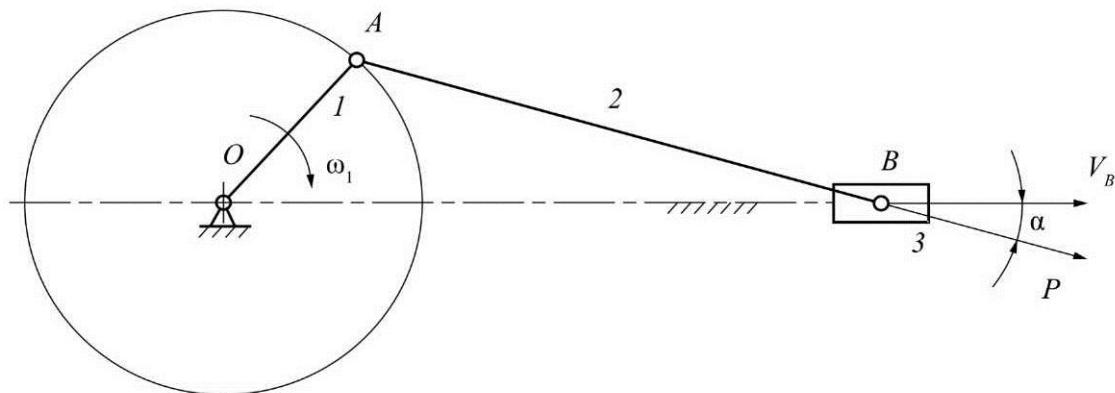
$$K = \frac{t_{\text{дал}}}{t_{\text{бли}}} = \frac{V_{\text{дал}}^{\text{нп}}}{V_{\text{бли}}^{\text{нп}}} = \frac{\Phi_{\text{дал}}}{\Phi_{\text{бли}}} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}; \quad (3.1)$$

$$\theta = 180^\circ \frac{K - 1}{K + 1} \quad (3.2)$$

Углом давления α называют угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения этой силы (рис. 3.1, а, б)



a



б

Рис. 3.1. Определение углов поворота кривошипа и угла давления:
а – шарнирный четырехзвенник; *б* – кривошипно-ползунный механизм

При увеличении угла давления α уменьшается КПД механизма и возникает возможность заклинивания звеньев. Поэтому при проектировании механизмов необходимо обеспечить условие, чтобы в любом его положении текущие значения угла давления не превышали допускаемого значения α .

3.2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

1. Заданы длина коромысла BC и расстояние между центрами коромысла и кривошипа OC . Известны крайние положения коромысла, расположенные симметрично относительно направления, перпендикулярного линии центров OC (рис. 3.2).

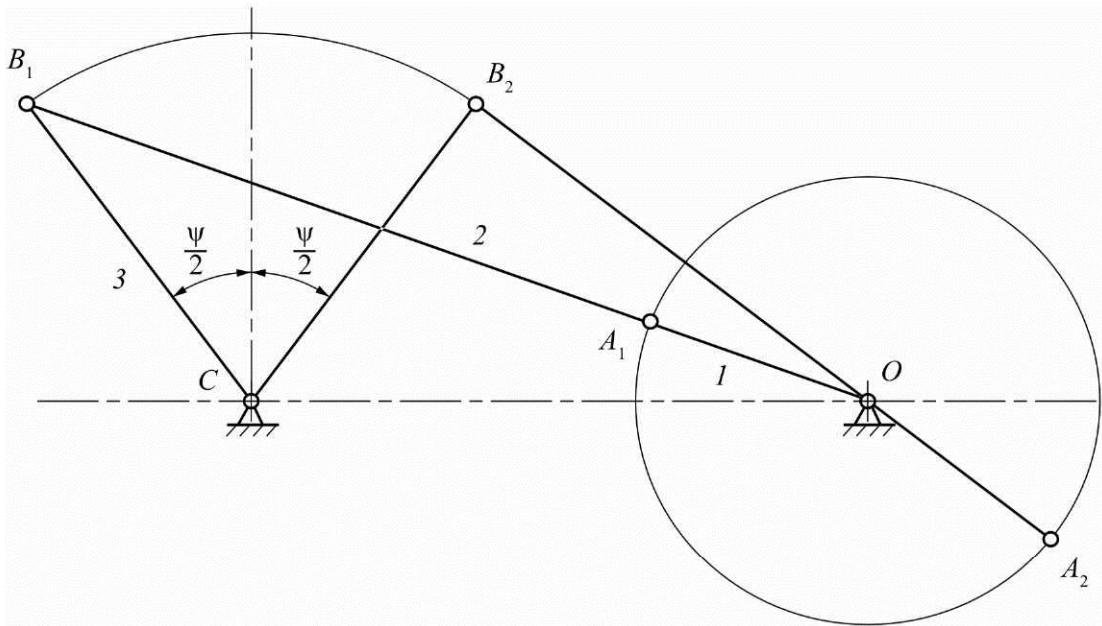


Рис. 3.2. Схема шарнирного четырехзвенника

Определить длины кривошипа OA и шатуна AB .

Для определения длины кривошипа соединим крайние положения точки B с центром шарнира O . Искомая длина OA и AB определится из соотношения

$$\left. \begin{aligned} OB_1 &= OA_1 + A_1B_1 \\ OB_2 &= A_2B_2 - OA_2 \end{aligned} \right\}, \quad (3.3)$$

откуда

$$OA = \frac{OB_1 - OB_2}{2}. \quad (3.4)$$

Если при заданном расстоянии OC положение точки O относительно коромысла неизвестно, его можно выбрать произвольно, зная длину AB .

2. Заданы положения коромысла и коэффициент K изменения средней скорости.

Недостающие размеры звеньев определяются положениями шарнирных точек O и A (рис. 3.3).

Положение точки O определяется значением угла θ (см. рис. 3.3). Точка O лежит на дуге NB_1B_2 окружности, являющейся геометрическим местом вершин угла θ , опирающегося на хорду B_1B_2 . Центр этой окружности (точка D) находится на середине гипотенузы прямоугольного треугольника B_1NB_2 , построенного на хорде B_1B_2 .

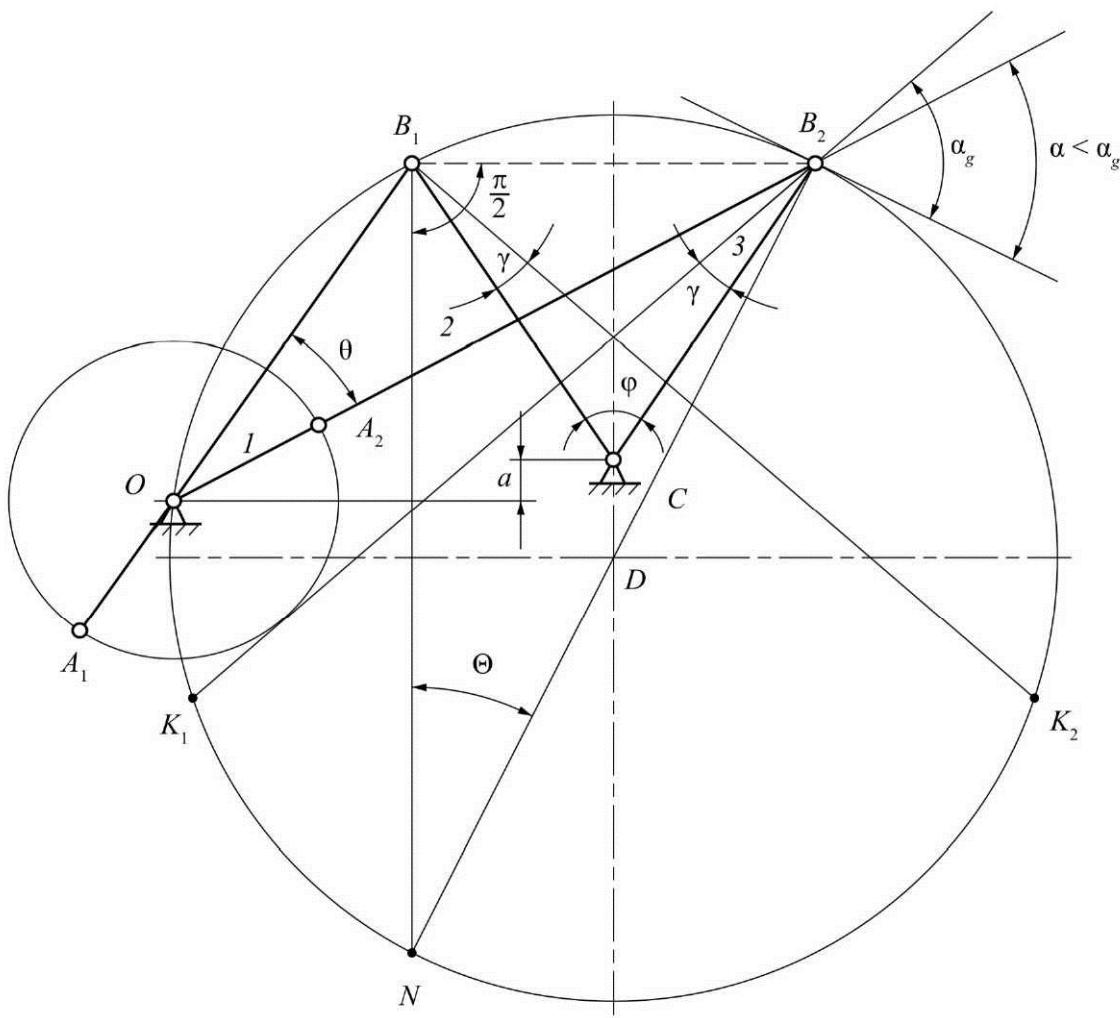


Рис. 3.3. Определение крайних положений кривошипно-шарнирного четырехзвенника

Положение точки O на дуге окружности $B_1 \cup B_2$ может быть ограничено лишь значением угла давления в крайних положениях.

Если задан угол α_g , центр O следует выбирать на дугах B_1K_1 либо B_2K_2 . Точки K_1 и K_2 определяются, если к направлениям коромысла в крайних положениях провести лучи под углом $\gamma = 90^\circ - \alpha_g$ так, как это показано на рис. 3.3.

Данная задача имеет множество решений, если не задана длина одного из звеньев.

3.3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА

Если заданы ход рабочего звена S_{\max} и расстояние между осью вращения кривошипа и крайним правым положением ползуна X_{\max} (рис. 3.4), то длину кривошипа r аксиального кривошипно-ползунного механизма определяют из соотношения:

$$r = OA = \frac{S_{\max}}{2}. \quad (3.5)$$

Длина шатуна

$$AB = l = X_{\max} - \frac{S_{\max}}{2}. \quad (3.6)$$

Если во время рабочего хода значения углов давления не должны превышать допускаемые, а угол давления α (см. рис. 3.4) аксиального механизма не удовлетворяет этому условию, то необходимо спроектировать дезаксиальный механизм (рис. 3.5).

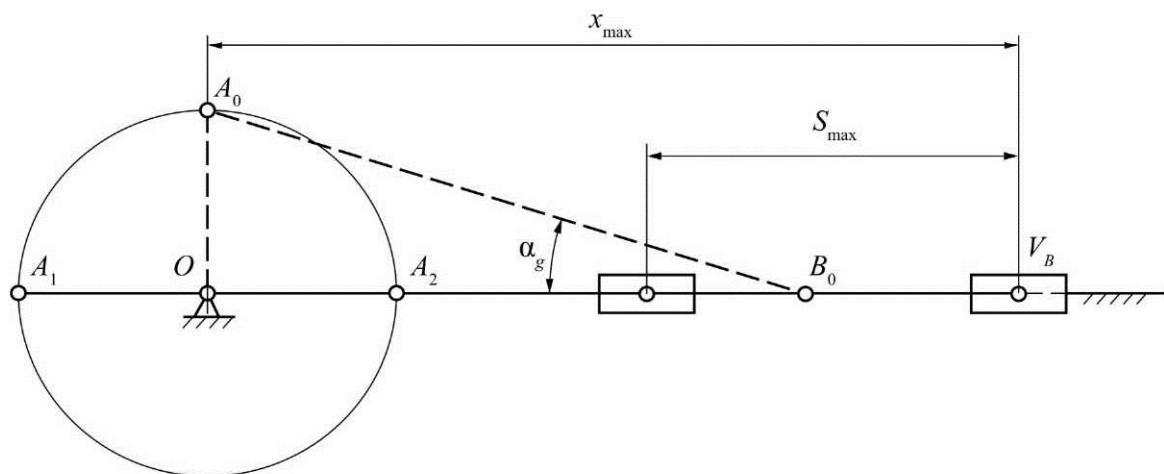


Рис. 3.4. Кривошипно-ползунный механизм

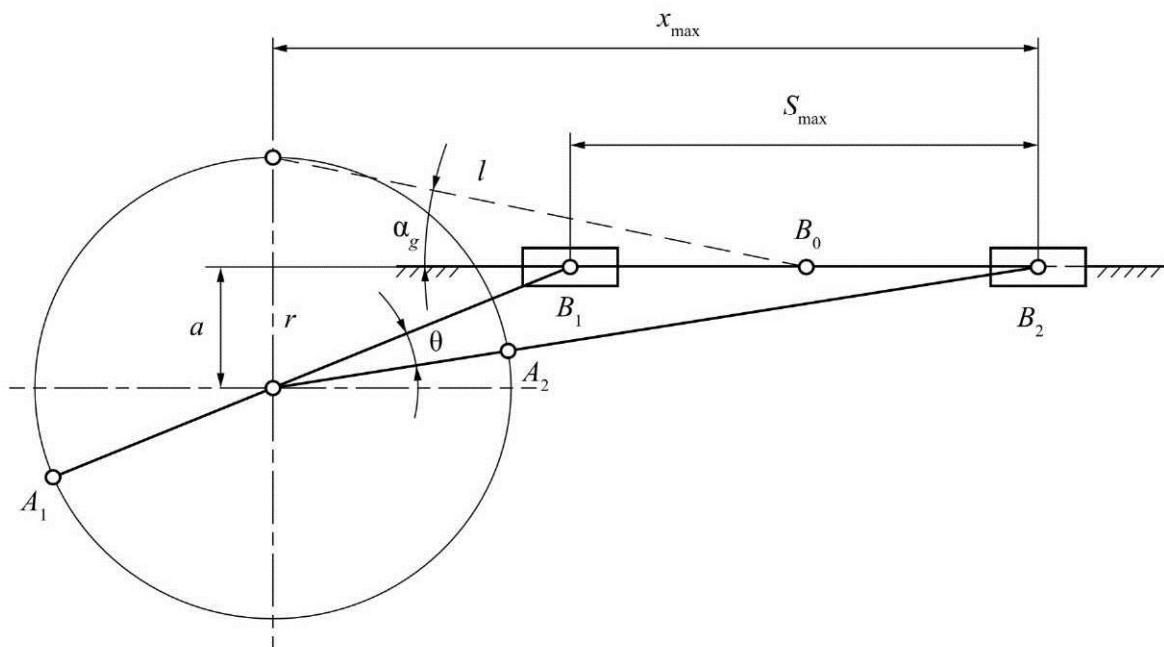


Рис. 3.5. Дезаксиальный механизм

Основные размеры дезаксиального механизма при заданных S_{\max} , α_g и отношении длины кривошипа к длине шатуна λ определяются по следующим формулам:

$$l = \frac{S_{\max}}{\sqrt{(1+\lambda)^2 - m^2} - \sqrt{(1-\lambda)^2 - m^2}};$$

$$r = \lambda l;$$

$$a = r - l \sin \alpha_g, \quad (3.7)$$

где $\lambda = \frac{r}{l}$ (обычно принимается $\lambda < 0,25$).

3.4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА С КАЧАЮЩЕЙСЯ КУЛИСОЙ

Как правило, механизм проектируется по следующим заданным параметрам: K – коэффициенту изменения средней скорости и S_{\max} – полному перемещению ведомого звена (рис. 3.6).

Угол размаха кулисы φ_3 определяется по заданному коэффициенту K по формуле (3.2):

$$\varphi_3 = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}.$$

Определив φ_3 , находим длину кулисы CB :

$$CB = l = \frac{S_{\max}}{2 \sin \frac{\varphi_3}{2}}. \quad (3.8)$$

Для механизма с качающейся кулисой должно быть выполнено условие $OC > OA$.

Траектория точки A кривошипа касается крайних положений кулисы, причем длина кривошипа должна быть, по возможности, большей, так как при ее увеличении уменьшаются давления в кинематических парах механизма. Крайнее верхнее положение пальца A кривошипа (точка H) нужно брать так, чтобы траектория пальца кривошипа не пересекала линию B_1B_2 .

Таким образом, для определения всех параметров механизма нужно подобрать центр кривошипа O так, чтобы окружность, являющаяся траекторией точки A , вписывалась в равнобедренный треугольник с высотой CH и сторонами, совпадающими с крайними положениями кулисы.

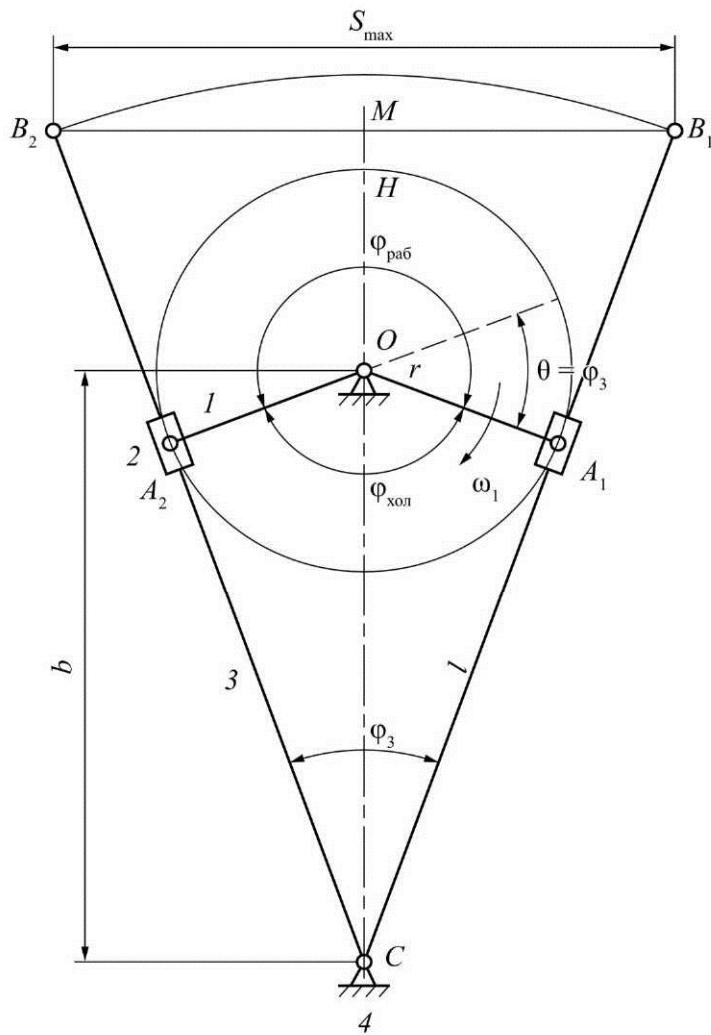


Рис. 3.6. Механизм с качающейся кулисой

Обозначив в соответствии с рис. 3.6 отношение

$$\frac{r}{b} = \sin \frac{\Phi_3}{2} = \lambda,$$

получим

$$\frac{S_{\max}}{2} = l \sin \frac{\Phi_3}{2} = l \frac{r}{b} = l \lambda, \quad (3.9)$$

откуда

$$l = \frac{S_{\max}}{2\lambda}. \quad (3.10)$$

Максимальная угловая скорость кулисы во время рабочего хода (в верхнем положении точки A)

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{r}{r+b} = \omega_1 \frac{\lambda}{1+\lambda}, \quad (3.11)$$

где ω_1 – угловая скорость кривошипа OA.

Следовательно, максимальная скорость точки B за время рабочего хода

$$V_B^{\max} = \omega_1 \frac{\lambda}{1+\lambda} l = \omega_1 \frac{S_{\max}}{2(1+\lambda)}. \quad (3.12)$$

Из этого соотношения можно определить угловую скорость кривошипа, если задана максимальная скорость V_B^{\max} шарнира B .

Аналогично для холостого хода максимальная скорость

$$V_B^{\max} = \omega_1 \frac{S_{\max}}{2(\lambda-1)}. \quad (3.13)$$

Коэффициент увеличения скорости хода K_y можно выразить через λ :

$$K_y = \frac{1+\lambda}{1-\lambda}. \quad (3.14)$$

Углы поворота кривошипа в интервалах рабочего и холостого перемещений механизма определяются по формулам

$$\begin{aligned} \omega_{\text{раб}} &= 2 \arccos \lambda; \\ \omega_{\text{раб}} &= 2\pi - 2 \arccos \lambda. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Если задано максимальное касательное ускорение ab точки B кулисы в интервале рабочего хода, угловая скорость кривошипа может быть определена из формулы

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2ab\sqrt{1-\lambda^2}}{S_{\max}}}. \quad (3.16)$$

3.5. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА С ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КУЛИСОЙ

Исходными данными для проектирования механизма являются: ход ползуна S_{\max} , коэффициент K изменения средней скорости, отношение длины шатуна CD к длине кривошипа BC – λ и длина кривошипа OA (рис. 3.7).

По заданному коэффициенту K определяем ϕ_x (половина угла поворота кривошипа, соответствующего холостому ходу) по формуле (3.2):

$$\varphi_x = \frac{180^\circ(K-1)}{K+1},$$

а затем

$$OB = OA \cos \omega. \quad (3.17)$$

Остальные размеры, т.е. BC и CD , определяются так же, как и при проектировании кривошипно-ползунных механизмов, так как цепь, состоящую из звеньев 3, 4, 5, можно рассматривать как кривошипно-ползунный механизм.

При проектировании механизма двухступенчатого компрессора (рис. 3.8) необходимо учитывать расположение оси направляющей ползуна 5 по отношению к линии центров OB (угол β).

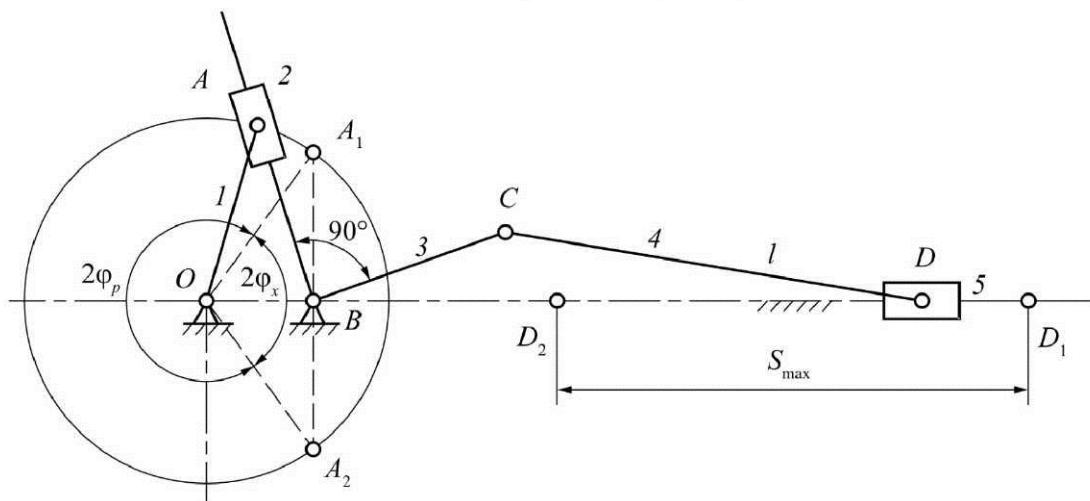


Рис. 3.7. Механизм с вращающейся кулисой

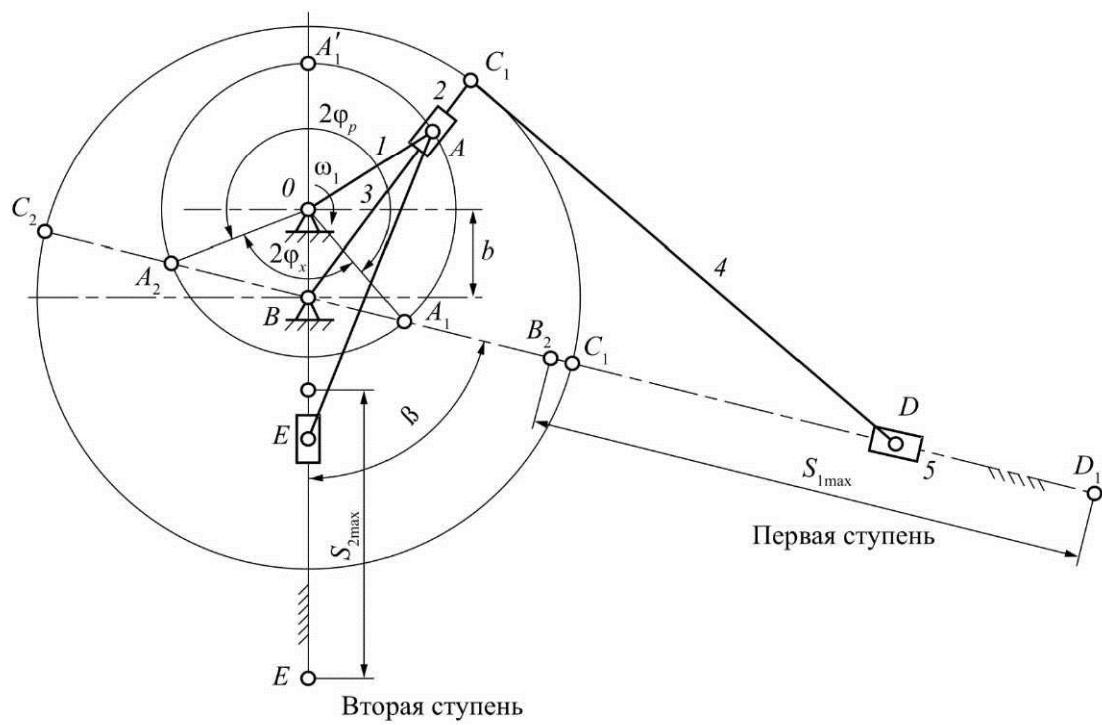


Рис. 3.8. Двухступенчатый компрессор

В этом случае расстояние OB определяется из соотношения

$$OB = OA \frac{\cos \varphi}{\sin \beta}. \quad (3.18)$$

Радиус кривошипа OA определяется по заданной длине хода ползуна второй ступени компрессора.

3.6. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ЗУБОСТРОГАЛЬНОГО ПОЛУАВТОМАТА

Механизм зубострогального полуавтомата (рис. 3.9) представляет собой шарнирный четырехзвенник $OABC$ с присоединенными двухпроводковыми группами $4-5$ и $4'-5'$.

Даны размеры OC, BC, OD .

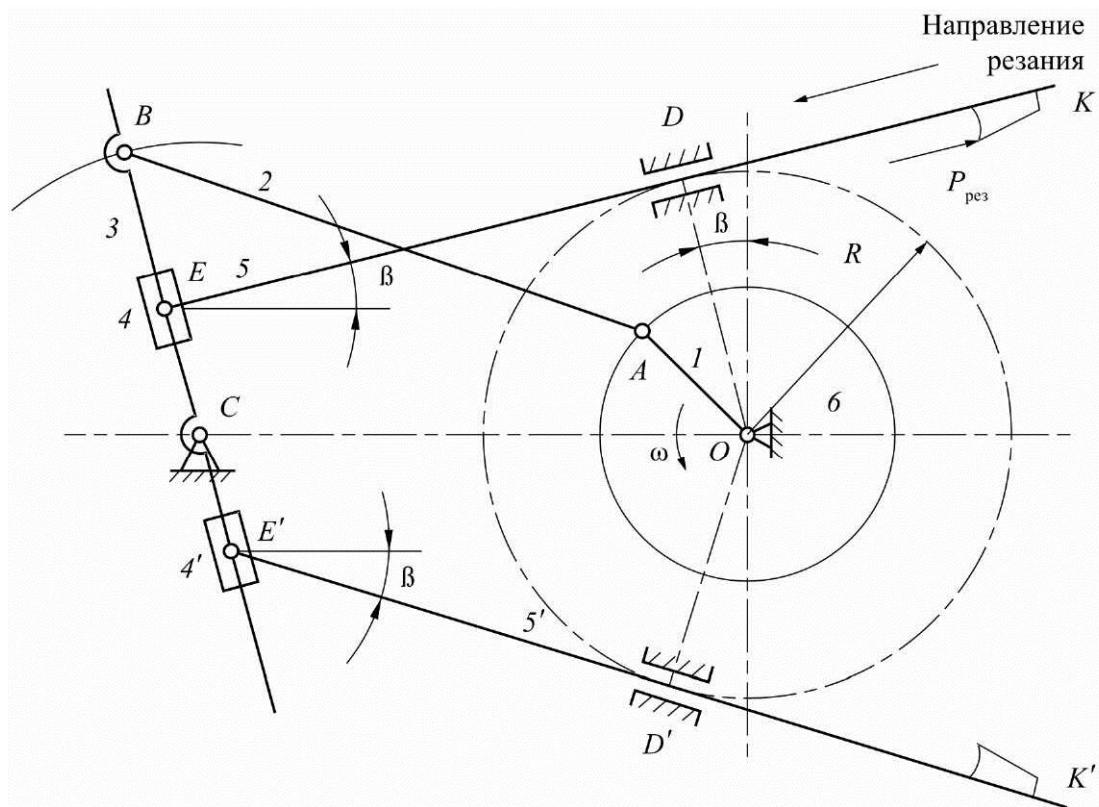


Рис. 3.9. Механизм зубострогального полуавтомата

Требуется по заданному ходу ползуна 5 определить крайние положения коромысла BC , размеры шатуна AB и кривошипа OA .

По приведенным в задании формулам подсчитывается угол β .

Длина хода ползунов одинакова, поэтому крайние положения коромысла располагаются симметрично относительно направления, перпендикулярного межцентровому расстоянию OC .

Угол ψ между крайними положениями коромысла можно определить аналитическим и графическим методами.

В качестве примера рассмотрим *аналитический метод* проектирования зубострогального станка.

Из построений на рис. 3.10 следует:

$$S_{\max} = E_2 b + E_1 b = b C \operatorname{tg}\left(\frac{\psi}{2} - \beta\right) + b C \operatorname{tg}\left(\frac{\psi}{2} + \beta\right);$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\psi}{2} - \beta\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\psi}{2} + \beta\right) = \frac{l_n}{b C} = K.$$

Произведя преобразования, получим выражение

$$K \operatorname{tg}^2 \beta \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2} + 2(1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} - K = 0.$$

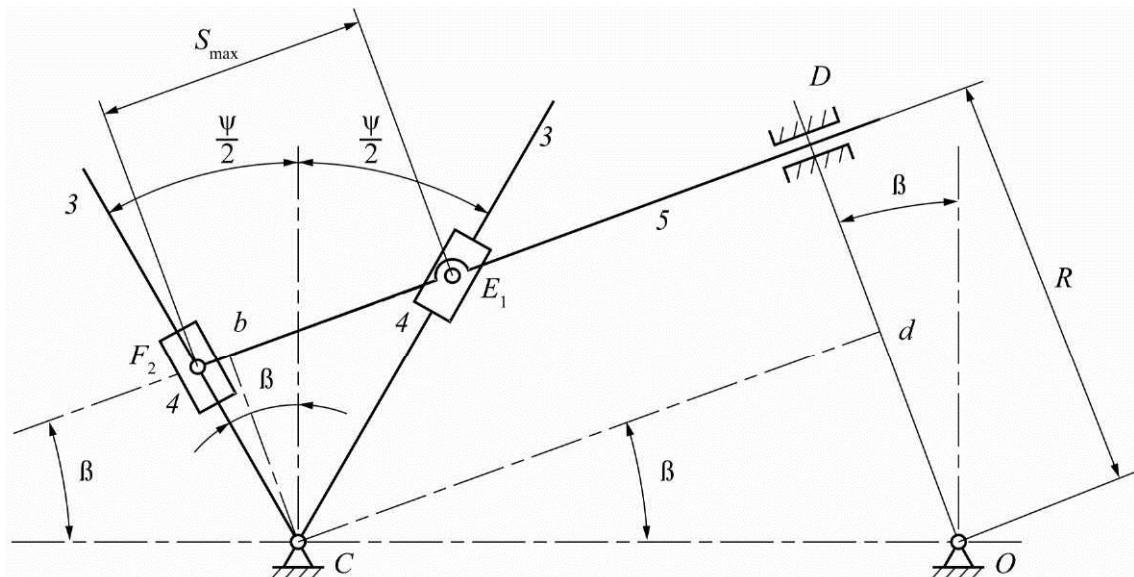


Рис. 3.10. Механизм коромысла

Следовательно, сохраняя положительное значение $\frac{\psi}{2}$,

$$\operatorname{tg} \frac{\psi}{2} = \frac{-2(1 + \operatorname{tg}^2 \beta) + \sqrt{4(1 + \operatorname{tg}^2 \beta)^2 + 4K^2 - \operatorname{tg}^2 \beta}}{2K \operatorname{tg}^2 \beta}. \quad (3.19)$$

Длина bC определяется из треугольника OdC :

$$dO = R - bC = OC \sin \beta,$$

откуда $bC = R - OC \sin \beta$, а

$$K = \frac{l_n}{R - OC \sin \beta}.$$

Для определения крайних положений коромысла используем вспомогательный механизм (рис. 3.11), который представляет собой часть CED основного механизма станка, к которой присоединены двухпроводковые группы $C'_0E'_0\tilde{N}$ и $\tilde{N}_0GC'_0$.

Группа $\tilde{N}_0GC'_0$ обеспечивает симметричное расположение коромысла C_0C и $\tilde{N}_0\tilde{N}$ относительно линии GC . Между точками E и E'_0 звена ED сохраняется постоянное расстояние EE'_0 .

Звено ED перемещается в заданном направлении под углом β к линии центров OC .

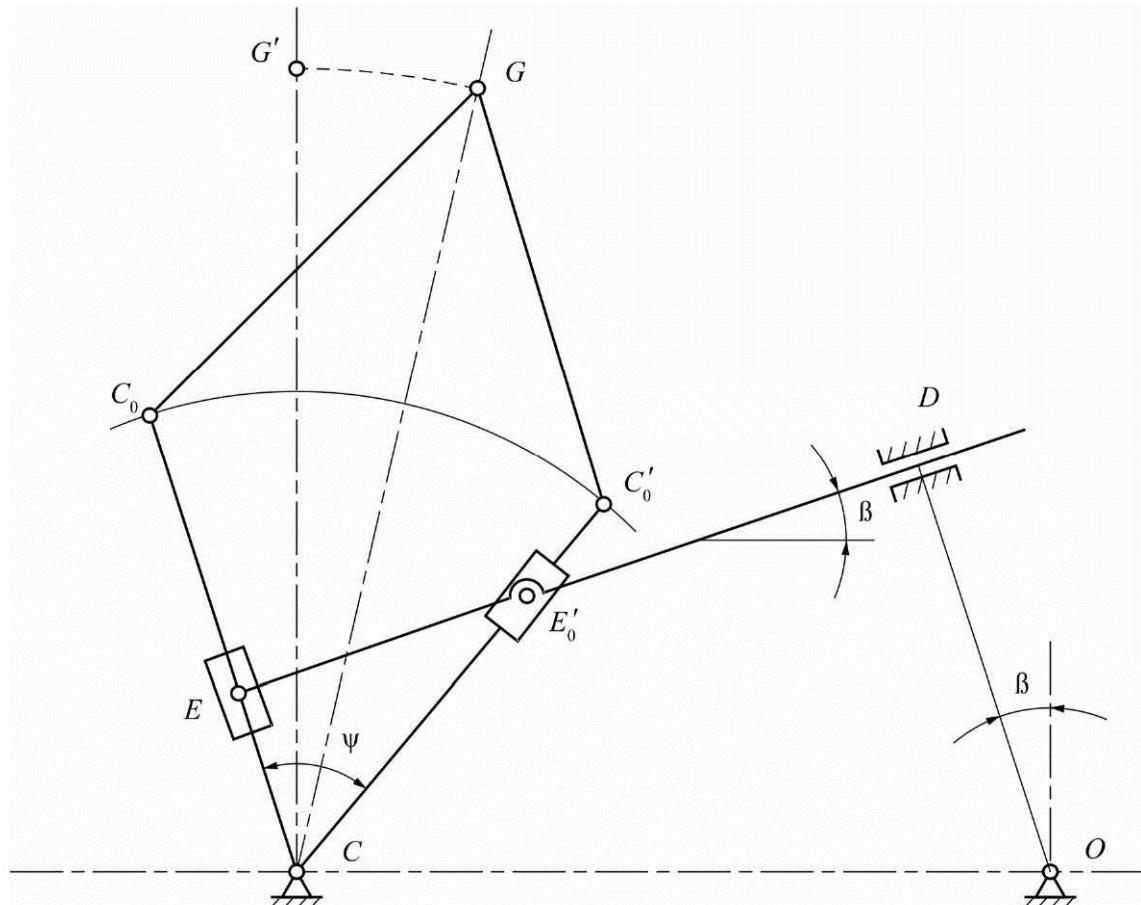


Рис. 3.11. Вспомогательный механизм

Перемещая звено ED в направляющих, построим траекторию точки G . Пересечение этой траектории с направлением, перпендикулярным линии центров OC , определит положение точки G , при котором коромысла C_0C и $\tilde{N}_0\tilde{N}$ занимают крайние положения колебателя основного проектируемого механизма.

3.7. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА МАНИПУЛЯТОРА

Исходными данными для проектирования механизма манипулятора (рис. 3.12) являются: угол поворота φ_4 лепестка из одного крайнего положения в другое, межосевое расстояние OC и BC диска 3.

В заданиях предусмотрено проектирование механизма по двум схемам (рис. 3.13, a, b).

Должны быть определены: угол размаха диска – φ_3 , длина кривошипа OA , длина шатуна AB , расстояние CE от оси диска до оси лепестка. Для механизма по схеме рис. 3.13, b необходимо определить размер CD .

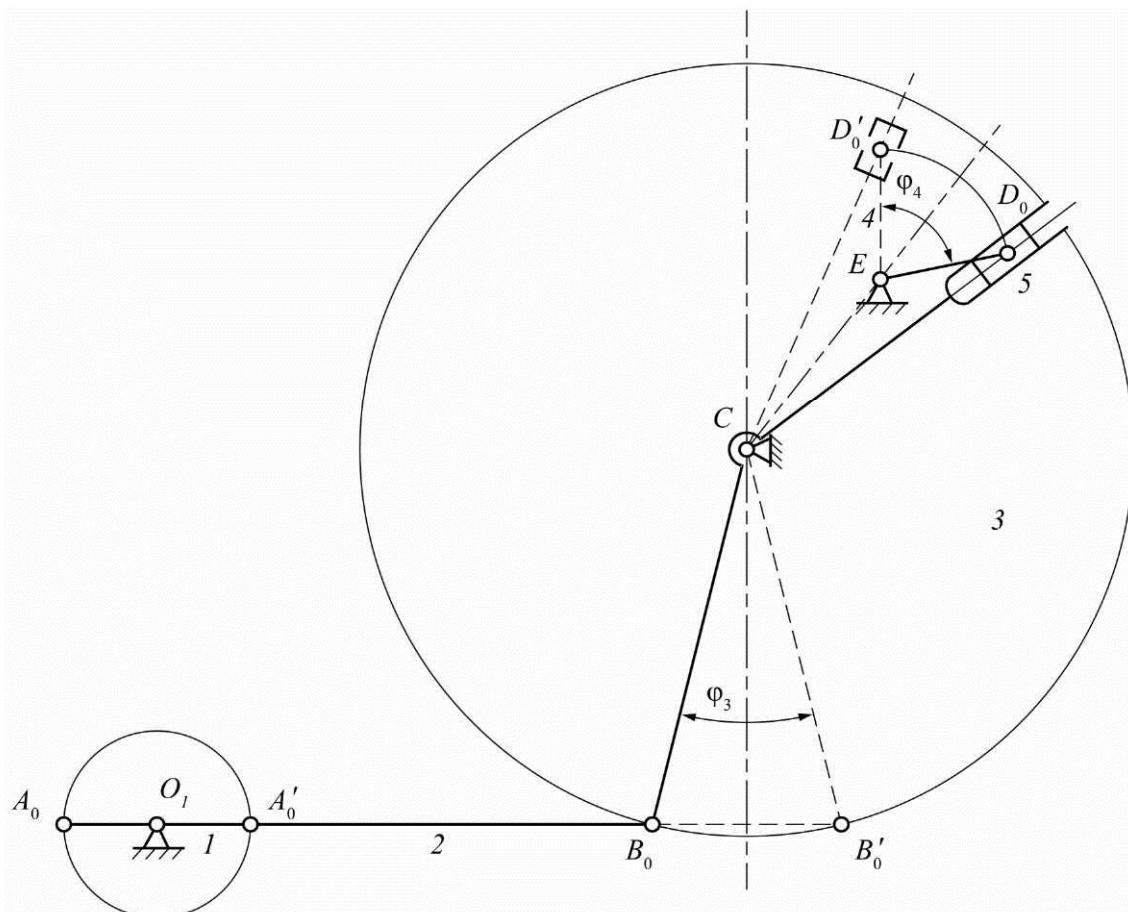


Рис. 3.12. Механизм манипулятора

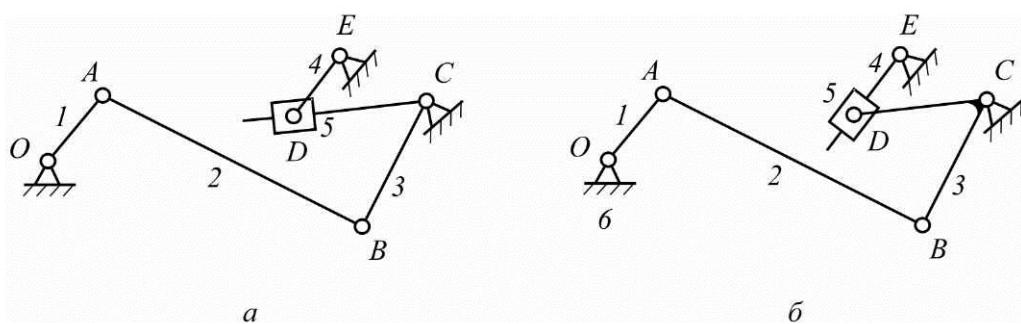


Рис. 3.13. Заменяющий механизм:
а – первая схема; б – вторая схема

Определение недостающих размеров производится следующим образом: они задаются расположением точек D и E внутри диска, причем ось E вращения лепестка 4 в существующих затворах обычно располагается на расстоянии около $3/4$ радиуса диска 3 от оси C ; начальное положение пальца D лепестка должно быть взято таким, чтобы размах лепестка был симметричным относительно линии EC (см. рис 3.13, б).

Затем вычерчивают крайние положения лепестка, отложив угол ϕ_4 , и по ним графически находят угол размаха диска ϕ_3 .

От вертикали, проведенной через точку C , симметрично откладывают углы $\frac{\phi_3}{2}$ и определяют крайние положения шарнира B на окружности радиуса BC (точки \hat{A}_0 и \hat{A}'_0). Через найденные точки \hat{A}_0 и \hat{A}'_0 проводят нормаль к вертикали, которая определит направление шатуна AB , и делают засечку на этом направлении из центра шарнира C радиусом OC .

Радиус кривошипа и длина шатуна определяются из условий:

$$OB_0 = OA + AB, \\ OB' = AB - OA. \quad (3.20)$$

Таким образом, длина кривошипа

$$OA = \frac{OB_0 - OB'}{2}. \quad (3.21)$$

IV. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

Одним из основных средств снижения сроков создания новой техники является разработка систем автоматического проектирования (САПР). Теория механизмов и машин призвана обеспечить методическое и математическое содержание САПР, т.е. теорию, методы проектирования и математические модели механизмов, машин и систем машин. При этом возникает необходимость в создании надежных и устойчивых алгоритмов по всем разделам теории механизмов и машин.

4.1. КИНЕМАТИКА ГРУПП АССУРА

При кинематическом анализе механизмов обычно выделяют три задачи: задачу о положениях, задачу о скоростях и задачу об ускорениях.

Эти задачи решаются последовательно, нельзя, например, решить сразу третью задачу, не решив предварительно две первых. Рассмотрим решение трёх задач кинематики для групп Ассура второго класса.

Вводимые обозначения. Рассмотрим рис. 4.1, на котором изображены группы второго класса пяти видов. Каждая группа включает в себя два звена и три кинематические пары. Одно из звеньев группы обозначим номером i , а второе – номером k . Внешние кинематические пары обозначим B и D , а внутреннюю – C . Для того чтобы группа была кинематически определима, должны быть известны положения, скорости и ускорения внешних кинематических пар в неподвижной системе координат $X_0Y_0Z_0$. Например, при решении задачи о положениях должны быть известны: для внешних вращательных пар – координаты центров этих пар, для внешних поступательных пар – координаты произвольной точки на оси пары и проекции единичного вектора оси пары. При аналитическом расчете упомянутые координаты и проекции единичных векторов являются входами в группы. Поскольку каждая группа второго класса имеет две внешние кинематические пары и одну внутреннюю, то для каждой группы необходимо задавать два входа. Сведем эти входы в таблицу.

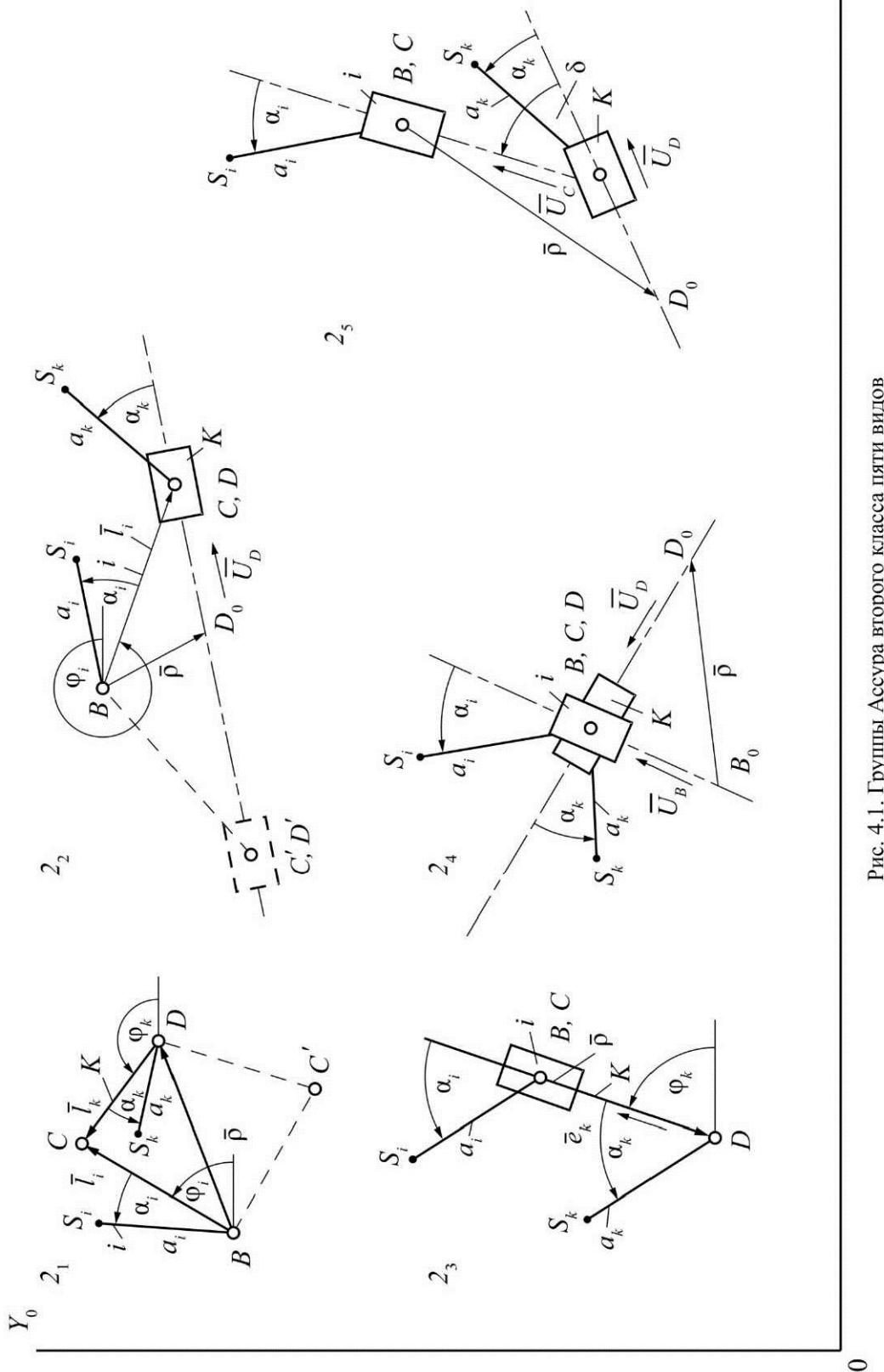


Рис. 4.1. Группы Ассура второго класса пяти видов

Максимальное число элементов входов зафиксировано в группе четвертого вида, т.к. она включает в себя две внешние поступательные пары (см. рис. 4.1). При решении задач о скоростях и ускорениях должны быть известны первые и вторые производные от входов, используемые в задаче о положениях. Обозначая буквой u первые производные, а цифрой 2 вторые, составим еще две таблицы входов. Такое обозначение производных наиболее удобно при написании программ для вычисления машин.

Входы, приведенные в табл. 4.1, 4.2, 4.3, изменяются при движении механизма, поэтому назовем их переменными признаками групп. Кроме переменных признаков необходимо задавать постоянные признаки, к которым относятся длины звеньев, отрезки и углы, характеризующие положения центров масс звеньев. В соответствии с рис. 4.1 сведем постоянные признаки групп в таблицу.

Таблица 4.1

Входы в группы при решении задачи о положениях

Группа	1	2	3	4	5	6	7	8
2_1	X_{B_0}	Y_{B_0}	—	—	X_{D_0}	Y_{D_0}	—	—
2_2	X_{B_0}	Y_{B_0}	—	—	X_{D_0}	X_{D_0}	U_{D_x}	U_{D_y}
2_3	X_{B_0}	Y_{B_0}	—	—	X_{D_0}	X_{D_0}	—	—
2_4	X_{B_0}	Y_{B_0}	U_{B_x}	U_{B_y}	X_{D_0}	X_{D_0}	U_{D_x}	U_{D_y}
2_5	X_{B_0}	Y_{B_0}	—	—	X_{D_0}	X_{D_0}	U_{D_x}	U_{D_y}

Таблица 4.2

Входы в группы при решении задачи о скоростях

Группа	9	10	11	12	13	14	15	16
2_1	$X_{B_0}1$	$Y_{B_0}1$	—	—	$X_{D_0}1$	$Y_{D_0}1$	—	—
2_2	$X_{B_0}1$	$Y_{B_0}1$	—	—	$X_{D_0}1$	$Y_{D_0}1$	$U_{D_x}1$	$U_{D_y}1$
2_3	$X_{B_0}1$	$Y_{B_0}1$	—	—	$X_{D_0}1$	$Y_{D_0}1$	—	—
2_4	$X_{B_0}1$	$Y_{B_0}1$	$U_{B_x}1$	$U_{B_y}1$	$X_{D_0}1$	$Y_{D_0}1$	$U_{D_x}1$	$U_{D_y}1$
2_5	$X_{B_0}1$	$Y_{B_0}1$	—	—	$X_{D_0}1$	$Y_{D_0}1$	$U_{D_x}1$	$U_{D_y}1$

Таблица 4.3

Входы в группы при решении задачи об ускорениях

Группа	17	18	19	20	21	22	23	24
2 ₁	$X_{B_0} 2$	$Y_{B_0} 2$	—	—	$X_{D_0} 2$	$Y_{D_0} 2$	—	—
2 ₂	$X_{B_0} 2$	$Y_{B_0} 2$	—	—	$X_{D_0} 2$	$Y_{D_0} 2$	$U_{D_x} 2$	$U_{D_y} 2$
2 ₃	$X_{B_0} 2$	$Y_{B_0} 2$	—	—	$X_{D_0} 2$	$Y_{D_0} 2$	—	—
2 ₄	$X_{B_0} 2$	$Y_{B_0} 2$	$U_{B_x} 2$	$U_{B_y} 2$	$X_{D_0} 2$	$Y_{D_0} 2$	$U_{D_x} 2$	$U_{D_y} 2$
2 ₅	$X_{B_0} 2$	$Y_{B_0} 2$	—	—	$X_{D_0} 2$	$Y_{D_0} 2$	$U_{D_x} 2$	$U_{D_y} 2$

В этой таблице только первый столбец требует пояснений. При рассмотрении кинематики групп Ассура будет внесено определение величины δ – коэффициент, который учитывает сборку группы.

Таблица 4.4

Постоянные признаки групп

Группа	1	2	3	4	5	6	7
2 ₁	δ	l_k	l_i	a_i	a_k	a_i	a_k
2 ₂	δ	—	l_i	a_i	a_k	a_i	a_k
2 ₃	—	—	—	a_i	a_k	a_i	a_k
2 ₄	—	—	—	a_i	a_k	a_i	a_k
2 ₅	δ	—	—	a_i	a_k	a_i	a_k

4.2. АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РАСЧЕТА КИНЕМАТИКИ ГРУПП АССУРА

Аналитический расчет основан на методе векторного замкнутого контура. Условимся для замыкания контура группы использовать вектор \bar{r} , который проводим из центра кинематической пары B в центр кинематической пары D для групп первого и третьего видов (см. рис. 4.1); из центра кинематической пары B в точку D_0 на оси поступательной пары для групп второго и пятого видов; из точки B_0 в точку D_0 для группы четвертого вида. Так как входы в группы должны быть заданы (табл. 4.1–4.3), то этот вектор \bar{r} всегда известен своими проекциями на оси X_0, Y_0 , известны также первые и вторые производные от проекций.

4.2.1. Решение задачи о положениях группы 2₁

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – первая строка табл. 4.1;
- б) постоянные – первая строка табл. 4.4.

Уравнение замкнутости контура BCD

$$l_i - \bar{l}_k = \bar{\rho} \quad (4.1)$$

в проекциях на оси $X_0 Y_0$ имеет вид

$$\begin{aligned} l_i \cos \omega_i - l_k \cos \varphi_k &= X_{D_0} - X_{B_0}, \\ l_i \sin \omega_i - l_k \sin \varphi_k &= Y_{D_0} - Y_{B_0}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Исключая угол φ_k и одновременно вводя обозначения:

$$\begin{aligned} a &= -2l_i(Y_{D_0} - Y_{B_0}); \quad b = -2l_i(X_{D_0} - X_{B_0}); \\ c &= l_k^2 - l_i^2 - (X_{D_0} - X_{B_0})^2 - (Y_{D_0} - Y_{B_0})^2, \end{aligned} \quad (4.3)$$

получим трансцендентное уравнение:

$$a \sin \varphi_i + b \cos \varphi_i = c. \quad (4.4)$$

Это уравнение при помощи подстановки $t = \operatorname{tg} 0,5\varphi_i$ приводится к алгебраическому. Его решение:

$$t = \frac{(a + \delta \sqrt{a^2 + b^2 + c^2})}{(b + c)}, \quad (4.5)$$

где δ – коэффициент, учитывающий сборку группы. Проверяем значение коэффициента δ : если группа расположена слева от вектора $\bar{\rho}$, то $\delta = -1$, если справа – $\delta = +1$ (пунктирные линии на рис. 4.1).

Далее получим:

$$\sin \varphi_i = \frac{2t}{(1+t^2)}; \quad \cos \varphi_i = \frac{(1-t^2)}{(1+t^2)}. \quad (4.6)$$

С учетом (4.2) получим:

$$\begin{aligned}\sin\varphi_k &= \frac{(l_i \sin\varphi_i - (Y_{D_0} - Y_{B_0}))}{l_k}, \\ \cos\varphi_k &= \frac{(l_i \cos\varphi_i - (X_{D_0} - X_{B_0}))}{l_k}.\end{aligned}\quad (4.7)$$

4.2.2. Решение задачи о скоростях группы 2₁

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – первая строка таблицы 4.2;
- б) постоянные – те же, что и в задаче о положениях.

Дифференцируем (4.2):

$$\begin{aligned}-l_i \sin\varphi_i \omega_i + l_k \sin\varphi_k \omega_k &= X_{D_0} 1 - X_{B_0} 1, \\ l_i \cos\varphi_i \omega_i - l_k \cos\varphi_k \omega_k &= Y_{D_0} 1 - Y_{B_0} 1.\end{aligned}\quad (4.8)$$

Получена система двух уравнений с двумя неизвестными ω_i , ω_k коэффициенты и свободные члены которой имеют вид:

$$\begin{aligned}a_{11} &= -l_i \sin\varphi_i; \quad a_{12} = l_k \sin\varphi_k; \\ a_{21} &= l_i \cos\varphi_i; \quad a_{22} = -l_k \cos\varphi_k; \\ b_1 &= X_{D_0} 1 - X_{B_0} 1; \quad b_2 = Y_{D_0} 1 - Y_{B_0} 1.\end{aligned}\quad (4.9)$$

Решая систему, найдем угловые скорости звеньев:

$$\omega_i = \frac{\Delta\omega_i}{\Delta}, \quad \omega_k = \frac{\Delta\omega_k}{\Delta}, \quad (4.10)$$

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}; \quad \Delta\omega_i = b_1a_{22} - b_2a_{12}; \quad (4.11)$$

где

$$\Delta\omega_k = a_{11}b_2 - a_{21}b_1.$$

4.2.3. Решение задачи об ускорениях группы 2₁

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – первая строка таблицы 4.3;
- б) постоянные – те же.

Дифференцируем (4.8):

$$\begin{aligned} -l_i \cos \varphi_i \omega_i^2 - l_i \sin \varphi_i \varepsilon_i + l_k \cos \varphi_k \omega_k^2 + l_k \sin \varphi_k \varepsilon_k &= X_{D_0} 2 - X_{B_0} 2, \\ -l_i \sin \varphi_i \omega_i^2 + l_i \cos \varphi_i \varepsilon_i + l_k \sin \varphi_k \omega_k^2 - l_k \cos \varphi_k \varepsilon_k &= Y_{D_0} 2 - Y_{B_0} 2. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Снова получена система двух уравнений с двумя неизвестными $\varepsilon_i, \varepsilon_k$. Коэффициенты при неизвестных останутся прежними (4.10), но изменятся свободные члены:

$$\begin{aligned} b_1 &= X_{D_0} 2 - X_{B_0} 2 + l_i \cos \varphi_i \omega_i^2 - l_k \cos \varphi_k \omega_k^2, \\ b_2 &= Y_{D_0} 2 - Y_{B_0} 2 + l_i \sin \varphi_i \omega_i^2 - l_k \sin \varphi_k \omega_k^2. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Решая систему, получим угловые ускорения звеньев.

4.2.4. Решение задачи о положениях группы 2₂

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – вторая строка таблицы 4.1;
- б) постоянные – вторая строка таблицы 4.4.

Уравнение замкнутости контура $BCDD_0$:

$$\bar{l}_i - S\bar{U}_D = \bar{\rho}, \quad (4.14)$$

где S – расстояние от точки D_0 до точки D .

Проектируем на оси X_0Y_0 :

$$\begin{aligned} l_i \cos \varphi_i - SU_{Dx} &= X_{D_0} - X_{B_0}, \\ l_i \sin \varphi_i - SU_{Dy} &= Y_{D_0} - Y_{B_0}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Исключая угол φ_i , получим квадратное уравнение

$$aS^2 + bS + c = 0, \quad (4.16)$$

где $a = 1; b = 2(X_{D_0} - X_{B_0})U_{Dx} + 2(Y_{D_0} - Y_{B_0})U_{Dy};$ (4.17)

$$c = (X_{D_0} - X_{B_0})^2 + (Y_{D_0} - Y_{B_0})^2 - l_i^2.$$

Решение уравнения:

$$S = -0,5b + \delta\sqrt{(0,5b)^2 - c}, \quad (4.18)$$

где δ – коэффициент, учитывающий сборку группы. Проверкой убеждаемся в выборе значения коэффициента δ . Мысленно переносим вектор \bar{U}_D в точку B : если он с вектором \bar{l}_i образует острый угол, то $\delta = +1$, если тупой, $\delta = -1$ (пунктирные линии на рис. 4.1).

С учетом (4.2) найдем:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_i &= \frac{(Y_{D_0} - Y_{B_0} + SU_{Dy})}{l_i}, \\ \cos \varphi_i &= \frac{(X_{D_0} - X_{B_0} + SU_{Dx})}{l_i}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

4.2.5. Решение задачи о скоростях группы 2₂

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – вторая строка таблицы 4.2;
- б) постоянные – те же.

Дифференцируем (4.15):

$$\begin{aligned} -l_i \sin \varphi_i \omega_i - S1 U_{Dx} - SU_{Dx} 1 &= X_{D_0} 1 - X_{B_0} 1, \\ l_i \cos \varphi_i \omega_i - S1 U_{Dy} - SU_{Dy} 1 &= Y_{D_0} 1 - Y_{B_0} 1. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Получена система двух уравнений с двумя неизвестными ω_i , $S1$. Коэффициенты и свободные члены системы:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -l_i \sin \varphi_i; \quad a_{12} = -U_{Dx}; \\ a_{21} &= l_i \cos \varphi_i; \quad a_{22} = -U_{Dy}; \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$b_1 = X_{D_0} 1 - X_{B_0} 1 + SU_{Dx} 1; \quad b_2 = Y_{D_0} 1 - Y_{B_0} 1 + SU_{Dy} 1.$$

Решая систему, получим угловую скорость ω_i и относительную скорость $S1$.

4.2.6. Решение задачи об ускорениях группы 2₂

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – вторая строка таблицы 4.3;
- б) постоянные – те же.

Дифференцируем (4.20):

$$\begin{aligned} -l_i \cos \varphi_i \omega_i^2 - l_i \sin \varphi_i \varepsilon_i - S2 U_{Dx} - 2S1 U_{Dx} 1 - SU_{Dx} 2 &= X_{D_0} 2 - X_{B_0} 2, \\ -l_i \sin \varphi_i \omega_i^2 + l_i \cos \varphi_i \varepsilon_i - S2 U_{Dy} - 2S1 U_{Dy} 1 - SU_{Dy} 2 &= Y_{D_0} 2 - Y_{B_0} 2. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Снова получим систему двух уравнений с двумя неизвестными ε_i , $S2$. Коэффициенты системы остались прежними (4.21), свободные члены изменились и имеют вид:

$$\begin{aligned} b_1 &= X_{D_0} 2 - X_{B_0} 2 + l_i \cos \varphi_i \omega_i^2 + 2S1 U_{Dx} 1 + SU_{Dx} 2, \\ b_2 &= Y_{D_0} 2 - Y_{B_0} 2 + l_i \sin \varphi_i \omega_i^2 + 2S1 U_{Dy} 1 + SU_{Dy} 2. \end{aligned}$$

Решая систему, получим угловое ускорение ε_i и относительное ускорение $S2$.

4.2.7. Решение задачи о положениях группы 2₃

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – третья строка таблицы 4.1;
- б) постоянные – третья строка таблицы 4.4.

Уравнение замкнутости контура BDB :

$$S \cdot \vec{a}_k = \bar{\rho}, \quad (4.23)$$

где S – расстояние от точки D до точки C .

В проекциях на оси:

$$\begin{aligned} S \cos \varphi_k &= X_{D_0} - X_{B_0}, \\ S \sin \varphi_k &= Y_{D_0} - Y_{B_0}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Исключая угол φ_k , получим:

$$S = -\sqrt{(X_{D_0} - X_{B_0})^2 + (Y_{D_0} - Y_{B_0})^2}. \quad (4.25)$$

С учетом (4.24) найдем:

$$\cos\varphi_k = \frac{(X_{D_0} - X_{B_0})}{S};$$

$$\sin\varphi_k = \frac{(Y_{D_0} - Y_{B_0})}{S}. \quad (4.26)$$

4.2.8. Решение задачи о скоростях группы 2₃

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – третья строка таблицы 4.2;
- б) постоянные – третья строка таблицы 4.4.

Дифференцируем (4.24):

$$S1\cos\varphi_k - S \cdot \sin\varphi_k \omega_k = X_{D_0}1 - X_{B_0}1,$$

$$S1\sin\varphi_k \omega_k + S \cdot \cos\varphi_k \omega_k = Y_{D_0}1 - Y_{B_0}1. \quad (4.27)$$

Коэффициенты и свободные члены системы (4.27):

$$a_{11} = \cos\varphi_k; \quad a_{12} = -S \cdot \sin\varphi_k;$$

$$a_{21} = \sin\varphi_k; \quad a_{22} = S \cdot \cos\varphi_k; \quad (4.28)$$

$$b_1 = X_{D_0}1 - X_{B_0}1; \quad b_2 = Y_{D_0}1 - Y_{B_0}1.$$

Решая систему, найдем относительную скорость $S1$ и угловую скорость ω_k .

4.2.9. Решение задачи об ускорениях группы 2₃

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – третья строка таблицы 4.3;
- б) постоянные – те же.

Дифференцируем (4.27):

$$S2 \cdot \cos\varphi_k - 2S1 \cdot \sin\varphi_k \omega_k - S \cdot \cos\varphi_k \omega_k^2 - S \cdot \sin\varphi_k \varepsilon_k = X_{D_0}2 - X_{B_0}2,$$

$$S2 \cdot \sin\varphi_k + 2S1 \cdot \cos\varphi_k \omega_k - S \cdot \sin\varphi_k \omega_k^2 + S \cdot \cos\varphi_k \varepsilon_k = Y_{D_0}2 - Y_{B_0}2 \quad (4.29)$$

Коэффициенты системы (4.29) остаются прежними (4.28), свободные члены вычисляются из выражений

$$\begin{aligned} b_1 &= X_{D_0} 2 - X_{B_0} 2 + 2S1 \cdot \sin\varphi_k \omega_k + S \cdot \cos\varphi_k \omega_k^2, \\ b_2 &= X_{D_0} 2 - X_{B_0} 2 - 2S1 \cdot \cos\varphi_k \omega_k + S \cdot \sin\varphi_k \omega_k^2 \end{aligned} \quad (4.30)$$

Решая систему, получим относительное ускорение $S2$ и угловое ускорение ε_k .

4.2.10. Решение задачи о положениях группы 2₄

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – четвертая строка таблицы 4.1;
- б) постоянные – четвертая строка таблицы 4.4.

Уравнение замкнутости контура B_0C1D_0 :

$$S_B \bar{U}_B - S_D \bar{U}_D = \bar{\rho}. \quad (4.31)$$

В проекциях на оси:

$$\begin{aligned} S_B U_{Bx} - S_D U_{Dx} &= X_{D_0} - X_{B_0}, \\ S_B U_{By} - S_D U_{Dy} &= Y_{D_0} - Y_{B_0}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Получена система двух уравнений с двумя неизвестными S_B, S_D .

Коэффициенты и свободные члены системы:

$$\begin{aligned} a_{11} &= U_{Bx}; \quad a_{12} = -U_{Dx}; \quad a_{21} = U_{By}; \quad a_{22} = -U_{Dy}; \\ b_1 &= X_{D_0} - X_{B_0}; \quad b_2 = Y_{D_0} - Y_{B_0}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Решая систему, найдем перемещения S_B, S_D , отсчитываемые от точек B_0, D_0 .

4.2.11. Решение задачи о скоростях группы 2₄

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – четвертая строка таблицы 4.2;
- б) постоянные – те же.

Дифференцируем (4.32):

$$\begin{aligned} S_B 1 \cdot U_{Bx} + S_B U_{Bx} 1 - S_D 1 \cdot U_{Dx} - S_D U_{Dx} 1 &= X_{D_0} 1 - X_{B_0} 1, \\ S_B 1 \cdot U_{By} + S_B U_{By} 1 - S_D 1 \cdot U_{Dy} - S_D U_{Dy} 1 &= Y_{D_0} 1 - Y_{B_0} 1. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Свободные члены системы (4.34):

$$\begin{aligned} b_1 &= X_{D_0} 1 - X_{B_0} 1 - S_B U_{Bx} 1 + S_D U_{Dx} 1, \\ b_2 &= Y_{D_0} 1 - Y_{B_0} 1 - S_B U_{By} 1 + S_D U_{Dy} 1. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Коэффициенты остались прежними (4.33). Решая систему, найдем $S_B 1, S_D 1$.

4.2.12. Решение задачи об ускорениях группы 2₄

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – четвертая строка таблицы 4.3;
- б) постоянные – те же.

Дифференцируем (4.34):

$$\begin{aligned} S_B 2 \cdot U_{Bx} + 2S_B 1 \cdot U_{Bx} 1 + S_B U_{Bx} 2 - S_D 2 \cdot U_{Dx} - \\ - 2S_D 1 \cdot U_{Dx} 1 - S_D \cdot U_{Dx} 2 &= X_{D_0} 2 - X_{B_0} 2, \\ S_B 2 \cdot U_{By} + 2S_B 1 \cdot U_{By} 1 + S_B U_{By} 2 - S_D 2 \cdot U_{Dy} - \\ - 2S_D 1 \cdot U_{Dy} 1 - S_D \cdot U_{Dy} 2 &= Y_{D_0} 2 - Y_{B_0} 2. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Свободные члены системы (4.36):

$$\begin{aligned} b_1 &= X_{D_0} 2 - X_{B_0} 2 - 2S_B 1 \cdot U_{Bx} 1 - S_B \cdot U_{Bx} 2 + 2S_D 1 \cdot U_{Dx} 1 + S_D \cdot U_{Dx} 2, \\ b_2 &= Y_{D_0} 2 - Y_{B_0} 2 - 2S_B 1 \cdot U_{By} 1 - S_B \cdot U_{By} 2 + 2S_D 1 \cdot U_{Dy} 1 + S_D \cdot U_{Dy} 2. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Коэффициенты вычисляются из (4.33). Решая систему, найдем относительные ускорения $S_B 2, S_D 2$.

4.2.13. Решение задачи о положениях группы 2₅

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – пятая строка таблицы 4.1;
- б) постоянные – пятая строка таблицы 4.4.

Уравнение замкнутости контура D₀DB:

$$S_D \bar{U}_D - S_C \bar{U}_C = -\bar{\rho}. \quad (4.38)$$

В проекциях на оси X₀Y₀:

$$\begin{aligned} S_D U_{Dx} + S_C U_{Cx} &= X_{B_0} - X_{D_0}, \\ S_D U_{Dy} + S_C U_{Cy} &= Y_{B_0} - Y_{D_0}. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Коэффициенты и свободные члены системы:

$$\begin{aligned} a_{11} &= U_{Dx}; \quad a_{12} = U_{Cx}; \quad a_{21} = U_{Dy}; \quad a_{22} = U_{Cy}; \\ b_1 &= X_{B_0} - X_{D_0}; \quad b_2 = Y_{B_0} - Y_{D_0}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Решая систему (4.39), найдем S_D, S_C. Проекции вектора \bar{U}_C выражаются через проекции вектора \bar{U}_D и угол δ , которые входят в исходные данные:

$$\begin{aligned} U_{Cx} &= U_{Dx} \cdot \cos \delta - U_{Dy} \cdot \sin \delta, \\ U_{Cy} &= U_{Dy} \cdot \cos \delta + U_{Dx} \cdot \sin \delta. \end{aligned} \quad (4.41)$$

4.2.14. Решение задачи о скоростях группы 2₅

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – пятая строка таблицы 4.2;
- б) постоянные – те же.

Дифференцируем (4.39):

$$S_D 1 \cdot U_{Dx} + S_D \cdot U_{Dx} 1 + S_C 1 \cdot U_{Cx} + S_C \cdot U_{Cx} 1 = X_{B_0} 1 - X_{D_0} 1, \quad (4.42)$$

$$S_D 1 \cdot U_{Dy} + S_D \cdot U_{Dy} 1 + S_C 1 \cdot U_{Cy} + S_C \cdot U_{Cy} 1 = Y_{B_0} 1 - Y_{D_0} 1.$$

Свободные члены системы (4.42):

$$\begin{aligned} b_1 &= X_{B_0} 1 - X_{D_0} 1 - S_D \cdot U_{Dx} 1 - S_C \cdot U_{Cx} 1; \\ b_2 &= Y_{B_0} 1 - Y_{D_0} 1 - S_D \cdot U_{Dy} 1 - S_C \cdot U_{Cy} 1. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Коэффициенты сохраняют свои значения и вычисляются из (4.40).

Решая систему, найдем относительные скорости $S_D 1, S_C 1$. Входящие в уравнение (4.43) величины $U_{Cx} 1, U_{Cy} 1$ найдем дифференцированием уравнения (4.41):

$$\begin{aligned} U_{Cx} 1 &= U_{Dx} 1 \cos \delta - U_{Dy} 1 \sin \delta, \\ U_{Cy} 1 &= U_{Dy} 1 \cos \delta + U_{Dx} 1 \sin \delta. \end{aligned} \quad (4.44)$$

4.2.15. Решение задачи об ускорениях группы 2₅

Исходные данные:

- а) переменные (вход) – пятая строка табл. 4.3;
- б) постоянные – те же.

Дифференцируем (4.43):

$$\begin{aligned} S_D 2 \cdot U_{Dx} + 2S_D 1 \cdot U_{Dx} 1 + S_D U_{Dx} 2 + S_C 2 \cdot U_{Cx} + \\ + 2S_C 1 \cdot U_{Cx} 1 + S_C \cdot U_{Cx} 2 = X_{B_0} 2 - X_{D_0} 2, \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} S_D 2 \cdot U_{Dy} + 2S_D 1 \cdot U_{Dy} 1 + S_D U_{Dy} 2 + S_C 2 \cdot U_{Cy} + \\ + 2S_C 1 \cdot U_{Cy} 1 + S_C \cdot U_{Cy} 2 = Y_{B_0} 2 - Y_{D_0} 2. \end{aligned}$$

Выделим свободные члены системы (4.45):

$$\begin{aligned} b_1 &= X_{B_0} 2 - X_{D_0} 2 - 2S_D 1 \cdot U_{Dx} 1 - S_D \cdot U_{Dx} 2 - 2S_C 1 \cdot U_{Cx} 1 - S_C \cdot U_{Cx} 2, \\ b_2 &= Y_{B_0} 2 - Y_{D_0} 2 - 2S_D 1 \cdot U_{Dy} 1 - S_D \cdot U_{Dy} 2 - 2S_C 1 \cdot U_{Cy} 1 - S_C \cdot U_{Cy} 2. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Коэффициенты вычисляются из (4.40). При решении системы найдем относительные ускорения $S_D 2, S_C 2$. Входящие в (4.45) $U_{Cx} 2, U_{Cy} 2$ величины найдем дифференцированием (4.44):

$$U_{Cx} 2 = U_{Dx} 2 \cdot \cos \delta - U_{Dy} 2 \cdot \sin \delta; \quad U_{Cy} 2 = U_{Dy} 2 \cdot \cos \delta + U_{Dx} 2 \sin \delta.$$

4.3. КИНЕМАТИКА НАЧАЛЬНОГО ЗВЕНА

Рассмотрим два типа начальных звеньев (рис. 4.2). Звеном первого типа будем задавать вход во вращательную кинематическую пару какой-либо группы, а звеном второго типа – в поступательную пару. При вращении начальных звеньев будем получать выходные параметры, к которым отнесем координаты точки H звена, первые и вторые производные от этих координат для звена первого типа и проекции единичного вектора \bar{U} , их первые и вторые производные для звена второго типа. Сведем исходные данные для начальных звеньев и выходные параметры в таблицы (4.5, 4.6).

4.3.1. Решение задач кинематики начального звена первого типа

С учетом рис. 4.2 и табл. 4.5 найдем координаты точки H :

$$X_H = X_A + l \cos \varphi; \quad Y_H = Y_A + l \sin \varphi. \quad (4.47)$$

Проекции скорости точки H :

$$X_H 1 = -l \sin \varphi \cdot \omega; \quad Y_H 1 = l \cos \varphi \cdot \omega. \quad (4.48)$$

Проекции ускорения:

$$\begin{aligned} X_H 2 &= -l \cos \varphi \omega^2 - l \sin \varphi \varepsilon; \\ Y_H 2 &= -l \sin \varphi \omega^2 + l \cos \varphi \varepsilon. \end{aligned} \quad (4.49)$$

4.3.2. Решение задач кинематики начального звена второго типа

Используя выражения (4.47), (4.48), (4.49), приняв $X_A = 0; Y_A = 0; l = 1$:

$$U_X = \cos \varphi; \quad U_Y = \sin \varphi; \quad (4.50)$$

$$U_X 1 = -\sin \varphi \omega; \quad U_Y 1 = \cos \varphi \omega; \quad (4.51)$$

$$U_X 2 = -\cos \varphi \omega^2 - \sin \varphi \varepsilon; \quad (4.52)$$

$$U_Y 2 = -\sin \varphi \omega^2 + \cos \varphi \varepsilon.$$

Таблица 4.5

Исходные данные для начальных звеньев

Тип звена	1	2	3	4	5	6	7
1	l	a	α	X_A	Y_A	ω	ε
2	—	a	α	X_A	Y_A	ω	ε

Таблица 4.6

Выходные параметры начальных звеньев

Тип звена	1	2	3	4	5	6
1	X_H	Y_H	X_{H1}	Y_{H1}	X_{H2}	Y_{H2}
2	U_X	U_Y	U_{X1}	U_{Y1}	U_{X2}	U_{Y2}

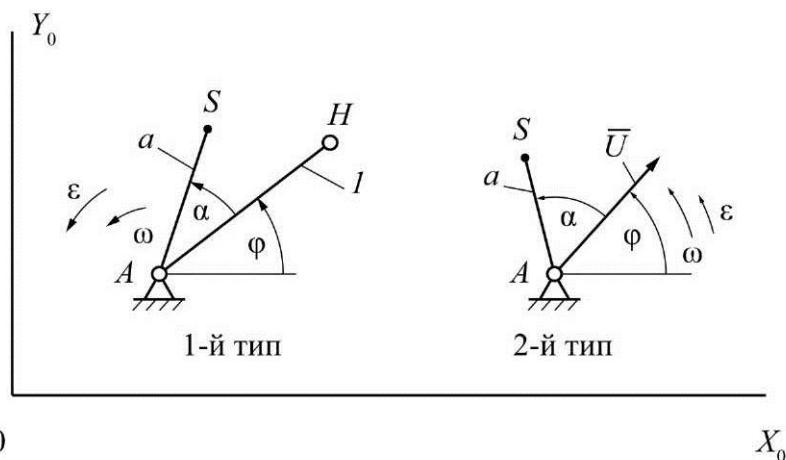


Рис. 4.2. Начальные звенья

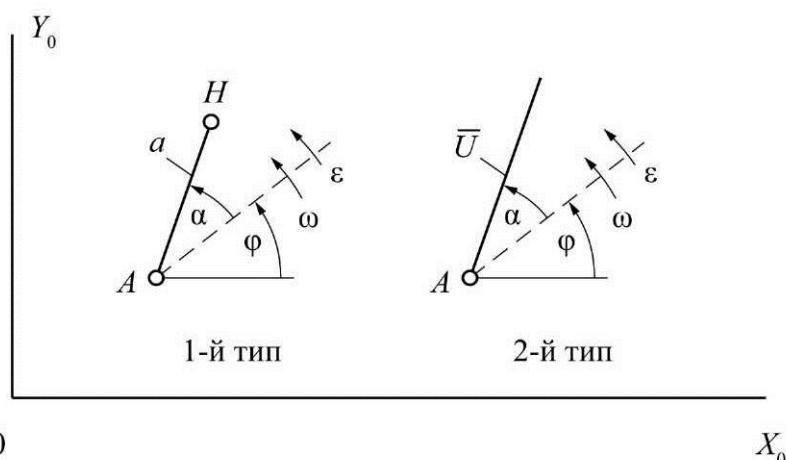


Рис. 4.3. Вспомогательные задачи

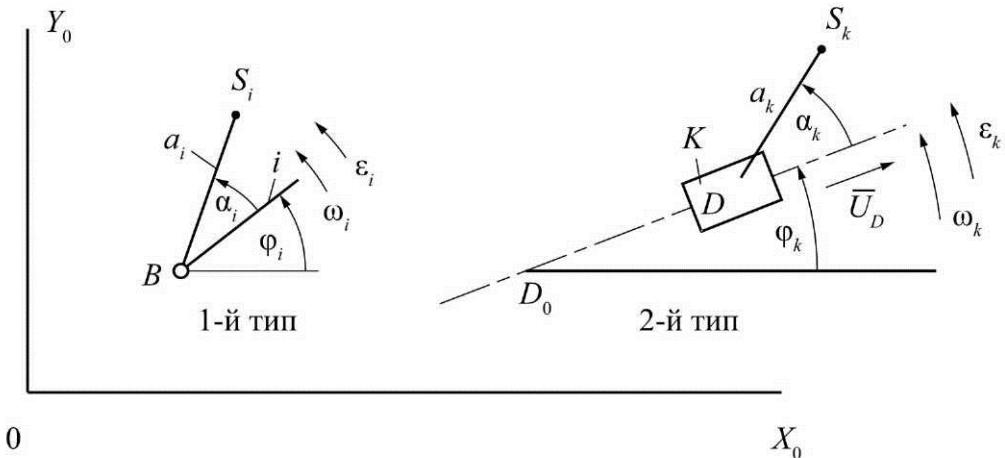


Рис. 4.4. К определению координат центров масс звеньев

4.4. КИНЕМАТИКА ДВУХ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Используя принцип наслаждения *групп Accura*, можно получить механизмы любой сложности. Для получения входов в наслаждающиеся группы применим две вспомогательные задачи (рис. 4.3). С помощью вспомогательной задачи первого типа будем получать входы во вращательные кинематические пары, вспомогательной задачи второго типа – в поступательные пары. Пунктиром на рис. 4.3 показаны либо ось звена, либо ось поступательной пары. Применяя вспомогательную задачу первого типа к какому-либо звену уже рассчитанной группы, будем получать выходные параметры, к которым относим координаты точки H , первые и вторые производные от координат. Вспомогательной задачей второго типа будем получать проекции единичного вектора \bar{U} оси присоединяемой поступательной пары, их первые и вторые производные. Сведем исходные данные и выходные параметры вспомогательных задач в таблицы (4.7, 4.8).

Таблица 4.7

Исходные данные для вспомогательных задач

Тип задачи	1	2
1	a	α
2	–	α

Таблица 4.8

Выходные параметры вспомогательных задач

Тип задачи	1	2	3	4	5	6
1	X_H	Y_H	X_{H1}	Y_{H1}	X_{H2}	Y_{H2}
2	U_X	U_Y	U_{X1}	U_{Y1}	U_{X2}	U_{Y2}

4.4.1. Решение задач кинематики для вспомогательной задачи первого типа

Учитывая данные табл. 4.7 и рис. 4.3, найдем проекции отрезка a на оси X_0Y_0 :

$$a_x = a (\sin \varphi \cos \alpha - \sin \varphi \sin \alpha), \quad (4.53)$$

$$a_y = a (\sin \varphi \cos \alpha + \cos \varphi \sin \alpha).$$

Далее найдем координаты точки H :

$$X_H = X_A + a_x; \quad Y_H = Y_A + a_y. \quad (4.54)$$

Проекции скорости точки H :

$$X_H 1 = X_A 1 + a_x 1; \quad Y_H 1 = Y_A 1 + a_y 1, \quad (4.55)$$

где $a_x 1, a_y 1$ найдем дифференцированием (4.53):

$$a_x 1 = -a_y \omega; \quad a_y 1 = -a_x \omega. \quad (4.56)$$

Проекции ускорения точки H :

$$X_H 2 = X_A 2 + a_x 2; \quad Y_H 2 = Y_A 2 + a_y 2, \quad (4.57)$$

где $a_x 2, a_y 2$ получим дифференцированием (4.56):

$$a_x 2 = -a_y 1 \cdot \omega - a_y \varepsilon; \quad a_y 2 = -a_x 1 \cdot \omega + a_x \varepsilon. \quad (4.58)$$

В выражении (4.53–4.58) $\varphi, \omega, \varepsilon$ – угол наклона к оси X_0 , угловая скорость и угловое ускорение того звена, к которому присоединяется вращательной кинематической парой наслаждающаяся группа.

4.4.2. Решение задач кинематики для вспомогательной задачи второго типа

Используем выражение (4.53–4.58), приняв $X_A = 0; Y_A = 0; a = 1$. Тогда проекции единичного вектора \bar{U} :

$$U_x = \cos \varphi \cdot \cos \alpha - \sin \varphi \sin \alpha, \quad (4.59)$$

$$U_y = \sin \varphi \cos \alpha + \cos \varphi \sin \alpha.$$

Первые производные от проекций:

$$U_X 1 = -U_Y \omega; U_Y 1 = U_X \omega. \quad (4.60)$$

Вторые производные:

$$U_X 2 = -U_Y 1 \omega - U_Y \varepsilon; \quad (4.61)$$

$$U_Y 2 = U_X 1 \omega + U_X \varepsilon.$$

4.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТЫ, ПРОЕКЦИЙ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ ЦЕНТРОВ МАСС ЗВЕНЬЕВ

Положения центров масс звеньев группы задаем отрезками a_i, a_k и углами α_i, α_k (рис. 4.4).

Пусть требуется определить перечисленные параметры для звена i группы 2_1 или группы 2_2 . Проекции отрезка a_i на оси $X_0 Y_0$:

$$a_{iX} = a_i (\sin \varphi_i \cos \alpha_i - \sin \varphi_i \sin \alpha_i), \quad (4.62)$$

$$a_{iY} = a_i (\sin \varphi_i \cos \alpha_i + \cos \varphi_i \sin \alpha_i).$$

Координаты точки S_i :

$$X_{S_i} = X_{B_0} + a_{iX}, \quad (4.63)$$

$$Y_{S_i} = Y_{B_0} + a_{iY}.$$

Проекции скорости точки S_i :

$$X_{S_i} 1 = X_{B_0} 1 + a_{iX} 1, \quad (4.64)$$

$$Y_{S_i} 1 = Y_{B_0} 1 + a_{iY} 1,$$

где $a_{iX} 1 = -a_{iY} \omega_i, a_{iY} 1 = a_{iX} \omega_i$. (4.65)

Проекции ускорения точки S_i :

$$X_{S_i} 2 = X_{B_0} 2 + a_{iX} 2, \quad (4.66)$$

$$Y_{S_i} 2 = Y_{B_0} 2 + a_{iY} 2,$$

где $a_{iX} 2 = -a_{iY} 1 \cdot \omega_i - a_{iY} \cdot \varepsilon_i; a_{iY} 2 = -a_{iX} 1 \cdot \omega_i + a_{iX} \cdot \varepsilon_i$. (4.67)

Пусть требуется определить проекции ускорения точки S_k (рис. 4.4). Найдем координаты точки S_k :

$$X_{Sk} = X_{D_0} + S_D \cdot U_{Dx} + a_{K\delta}, \quad (4.68)$$

$$Y_{Sk} = Y_{D_0} + S_D \cdot U_{Dy} + a_{Ky},$$

где $a_{K\delta} = a_K (U_{Dx} \cos \alpha_k - U_{Dy} \sin \alpha_k);$

$$a_{Ky} = a_K (U_{Dy} \cos \alpha_k - U_{Dx} \sin \alpha_k). \quad (4.69)$$

Проекции скорости точки S_k :

$$X_{Sk} 1 = X_{D_0} 1 + S_D 1 \cdot U_{Dx} + S_D \cdot U_{Dx} 1 + a_{K\delta} 1, \quad (4.70)$$

$$Y_{Sk} 1 = Y_{D_0} 1 + S_D 1 \cdot U_{Dy} + S_D \cdot U_{Dy} 1 + a_{Ky} 1,$$

где $a_{KX} 1 = -a_{Ky} \cdot \omega_K; a_{Ky} 1 = a_{KX} \cdot \omega_K.$ (4.71)

Угловая скорость оси внешней поступательной кинематической пары D (см. рис. 4.4, второй тип):

$$\omega_E = U_{Dx} \cdot U_{Dy} 1 - U_{Dy} \cdot U_{Dx} 1. \quad (4.72)$$

Эта скорость должна быть задана или предварительно вычислена. Проекции ускорения точки S_k :

$$X_{Sk} 2 = X_{D_0} 2 + S_D 2 \cdot U_{Dx} + 2 S_D 1 \cdot U_{Dx} 1 + S_D \cdot U_{Dx} 2 + a_{K\delta} 2, \quad (4.73)$$

$$Y_{Sk} 2 = Y_{D_0} 2 + S_D 2 \cdot U_{Dy} + 2 S_D 1 \cdot U_{Dy} 1 + S_D \cdot U_{Dy} 2 + a_{Ky} 2,$$

где $a_{KX} 2 = -a_{Ky} 1 \cdot \omega_K - a_{Ky} \cdot \varepsilon_E,$ (4.74)

$$a_{Ky} 2 = -a_{KX} 1 \cdot \omega_K + a_{KX} \cdot \varepsilon_K.$$

Угловое ускорение ε_K находится дифференцированием (4.72):

$$\varepsilon_K = U_{Dx} \cdot U_{Dy} 2 - U_{Dy} \cdot U_{Dx} 2, \quad (4.75)$$

и должно быть задано или предварительно вычислено.

4.6. ФУНКЦИЯ ПОЛОЖЕНИЯ И ЕЕ ПРОИЗВОДНЫЕ

Рассмотрим рис. 4.5, на котором изображен механизм шарнирного четырехзвенника, состоящий из начального звена l , структурной группы второго класса первого вида BCD и стойки 4 . Обобщенной координатой механизма является угол φ_1 . Различают функцию положения звена и функцию положения точки. Функцией положения звена называется зависимость вида $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_1)$, заданная аналитически, графически или в табличной форме. Функцию положения точки представим в проекциях на оси координат:

$$X_l = X_M(\varphi_1); \quad Y_M = Y_M(\varphi_1). \quad (4.76)$$

Дважды продифференцируем функцию положения звена по времени.

Поскольку сама обобщенная координата является функцией времени, то получим:

$$\omega_3 = \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} \omega_1; \quad \varepsilon_3 = \frac{d^2\varphi_3}{d\varphi_1^2} \omega_1^2 + \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} \varepsilon_1. \quad (4.77)$$

Производная от функции положения звена по обобщенной координате называется первой передаточной функцией, или аналогом угловой скорости (безразмерная величина). Вторая производная от функций положений по обобщенной координате называется второй передаточной функцией, или аналогом углового ускорения (безразмерная величина). В (4.74) ω_i и ε_i – обобщенные угловая скорость и угловое ускорение. Продифференцируем функцию положения точки:

$$X_M l = \frac{dX_M}{d\varphi_1} \omega_1; \quad X_M = \frac{d^2X_M}{d\varphi_1^2} \omega_1^2 + \frac{dX_M}{d\varphi_1} \varepsilon_1; \quad (4.78)$$

$$Y_M l = \frac{dY_M}{d\varphi_1} \omega_1; \quad Y_M = \frac{d^2Y_M}{d\varphi_1^2} \omega_1^2 + \frac{dY_M}{d\varphi_1} \varepsilon_1.$$

В (4.78) первые и вторые производные от координат точки по обобщенной координате называются проекциями аналогов скоростей и ускорений точки (в системе СИ размерность в метрах). Если принять обобщенную $\omega_1 = 1$ (безразмерная величина) и $\varepsilon_1 = 0$, то из выражений (4.77) и (4.78) видно, что истинные скорости и ускорения будут совпадать с их аналогами.

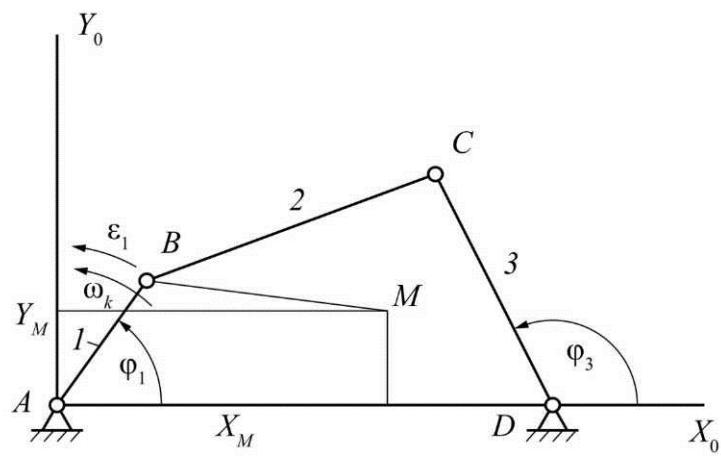


Рис. 4.5. К определению понятия функции положения точки и звена

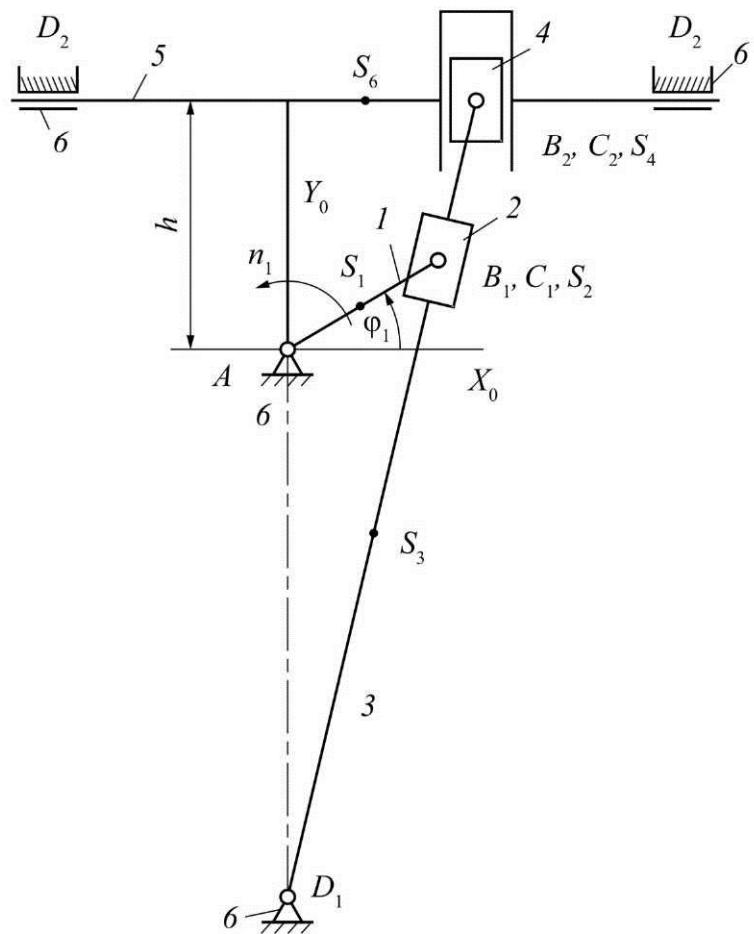


Рис. 4.6. Механизм строгального станка

4.6.1. Пример кинематического расчета механизма строгального станка

Проведем кинематический расчет механизма строгального станка (рис. 4.6). Механизм состоит из начального звена, структурной группы 2_3 и группы 2_5 .

Угловую скорость начального звена примем равной единице (безразмерная величина), угловое ускорение примем равным нулю.

Исходные данные: l_{AD_1} ; $l_{D_1B_2}$; l_{AS_1} ; $l_{D_1S_3}$; $l_{C_2S_5}$; l_{AB} ; h .

Центр масс второго звена S_2 совпадает с точкой B_1 , центр масс четвертого звена S_4 – с точкой B_2 .

1. Расчет начального звена.

Таблица 4.9

Исходные данные (рис. 4.7)

Тип звена	1	2	3	4	5	6	7
1	l	a	α	X_A	Y_A	ω	ε

Расчетные формулы:

$$X_H = l \cos \varphi; Y_H = l \sin \varphi.$$

$$X_H 1 = -l \sin \varphi; Y_H 1 = l \cos \varphi. \quad (4.79)$$

$$X_H 2 = -l \cos \varphi; Y_H 2 = -l \sin \varphi.$$

Изменяя обобщенную координату от 0 до 360° с шагом, равным 30° , сведем выходные параметры начального звена в таблицу.

Таблица 4.10

Выходные параметры начального звена

№ п/п	1	2	3	4	5	6
φ°	X_H	Y_H	$X_H 1$	$Y_H 1$	$X_H 2$	$Y_H 2$

2. Кинематика группы 2_3 .

Решение задачи о положениях. Из схемы группы (рис. 4.8) видно, что кинематическая пара B получает вход от начального звена, то есть $X_{B_0} = X_H$; $Y_{B_0} = Y_H$ (первый и второй столбцы табл. 4.10). Кинематическая пара D получает вход от стойки, то есть $X_{B_0} = \dots$; $Y_{B_0} = \dots$.

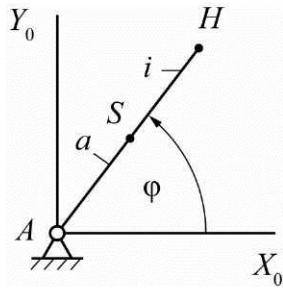


Рис. 4.7. К расчету начального звена

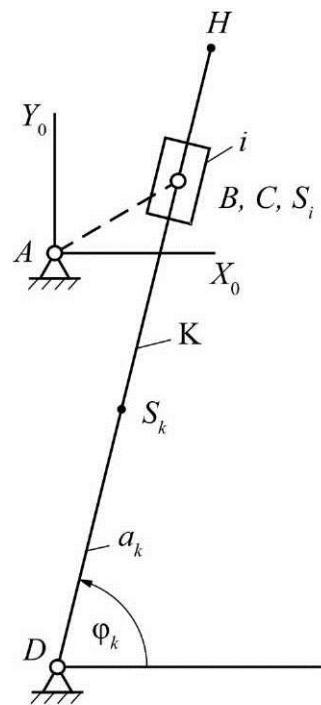


Рис. 4.8. К расчету группы 2₃

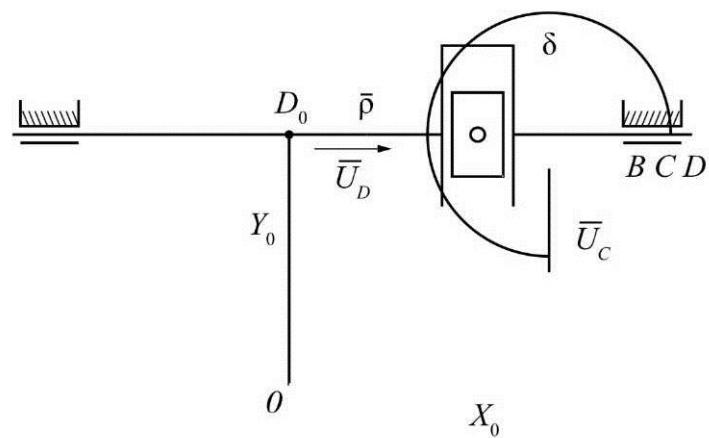


Рис. 4.9. К расчету группы 2₅

Расчётные формулы:

$$S = -\sqrt{\left(X_{D_0} - X_{B_0}\right)^2 + \left(Y_{D_0} - Y_{B_0}\right)^2},$$

$$\cos \varphi_k = \frac{\left(X_{D_0} - X_{B_0}\right)}{S}, \quad \sin \varphi_k = \frac{\left(Y_{D_0} - Y_{B_0}\right)}{S}.$$

3. Кинематика групп 2₃.

Решение задачи о скоростях. Входы в группу при решении задачи о скоростях:

$$X_{B_0} 1 = X_H 1;$$

$$Y_{B_0} 1 = Y_H 1 \text{ (третий и четвертый столбцы таблицы 4.10);}$$

$$X_{D_0} 1 = 0; \quad Y_{D_0} 1 = 0.$$

Расчетные формулы:

$$a_{11} = \cos \varphi_k; \quad a_{12} = -S \cdot \sin \varphi_k; \quad a_{21} = \sin \varphi_k; \quad a_{22} = S \cdot \cos \varphi_k;$$

$$b_1 = X_{D_0} 1 - X_{B_0} 1; \quad b_2 = Y_{D_0} 1 - Y_{B_0} 1; \quad \Delta = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12};$$

$$\Delta S1 = b_1 a_{22} - b_2 a_{12}; \quad \Delta \omega_k = a_{11} b_2 - a_{21} b_1;$$

$$S1 = \frac{\Delta S1}{\Delta}; \quad \omega_k = \frac{\Delta \omega_k}{\Delta}.$$

4. Кинематика группы 2₃.

Решение задач об ускорениях. Входы в группу при решении задачи об ускорениях:

$$X_{B_0} 2 = X_H 2;$$

$$Y_{B_0} 2 = Y_H 2 \text{ (пятый и шестой столбцы таблицы 4.10);}$$

$$X_{D_0} 2 = 0; \quad Y_{D_0} 2 = 0.$$

Расчетные формулы для свободных членов системы уравнений с двумя неизвестными S2 и ε_e:

$$b_1 = X_{D_0} 2 - X_{B_0} 2 + 2S1 \sin \varphi_k \omega_k + S \cos \varphi_k \omega_k^2;$$

$$b_2 = Y_{D_0} 2 - Y_{B_0} 2 - 2S1 \cos \varphi_k \omega_k + S \sin \varphi_k \omega_k^2.$$

Коэффициенты при неизвестных $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ останутся те же, что и в задаче о скоростях (табл. 4.9, 4.10), Определитель Δ тоже сохранит своё значение. Тогда неизвестные найдём из выражений:

$$\Delta S_2 = b_1 a_{22} - b_2 a_{12}; \quad \Delta \varepsilon_k = a_{11} b_2 - a_{21} b_1;$$

$$S_2 = \frac{\Delta S_2}{\Delta}; \quad \varepsilon_k = \frac{\Delta \varepsilon_k}{\Delta}.$$

5. Кинематика группы 2₅.

Выберем координаты точки D_0 (рис. 4.9):

$$X_{D_0} = \dots; \quad Y_{D_0} = \dots$$

Направим вектор \bar{U}_D вправо, его проекции на оси X_0 Y_0 :

$$U_{DX} = 1; \quad U_{DY} = 0.$$

Угол δ между векторами \bar{U}_D, \bar{U}_C и будет равен 270° .

Поэтому проекции вектора \bar{U}_C : $U_{CX} = 0; U_{CY} = -1$.

Уравнение замкнутости контура D_0DB в проекциях на оси примет вид:

$$\begin{aligned} S_D &= X_{B_0}; \\ S_C &= Y_{B_0} - Y_{D_0}. \end{aligned} \tag{4.80}$$

Дифференцируем (7.80) первый раз:

$$\begin{aligned} S_D 1 &= X_{B_0} 1; \\ S_C 1 &= -Y_{B_0} 1. \end{aligned} \tag{4.81}$$

Повторное дифференцирование дает:

$$\begin{aligned} S_D 2 &= X_{B_0} 2; \\ S_C 2 &= -Y_{B_0} 2. \end{aligned} \tag{4.82}$$

Таким образом, решение задач кинематики группы 2₅ свелось к нахождению координаты точки B_0 и первых и вторых производных. Эти параметры найдем, применяя вспомогательную задачу первого типа к звёну K рассчитанной группы 2₃ при следующих данных:

$$a = \dots; \alpha = 0; X_A = X_{D_0}; Y_A = Y_{D_0}; \Phi = \Phi_k;$$

$$\omega = \omega_k; \varepsilon = \varepsilon_k.$$

Расчетные формулы:

$$a_X = a \cos \Phi_k; a_Y = a \sin \Phi_k;$$

$$X_H = X_{D_0} + a_X; Y_H = Y_{D_0} + a_Y.$$

Проекции скоростей точки H :

$$X_H 1 = a_X 1; Y_H 1 = a_Y 1;$$

$$\text{где } a_X 1 = -a \cdot \sin \Phi_k \omega_k; a_Y 1 = a \cdot \cos \Phi_k \omega_k.$$

Проекции ускорений точки H :

$$X_H 2 = a_X 2; Y_H 2 = a_Y 2;$$

$$\text{где } a_X 2 = -a_Y 1 \omega_k - a_Y \varepsilon_k; a_Y 2 = a_X 1 \omega_k + a_X \varepsilon_k.$$

Координаты X_H , Y_H их первые и вторые производные будут являться входами в группу 2_5 , то есть:

$$X_H = X_{B_0}; Y_H = Y_{B_0}; X_H 1 = X_{B_0} 1;$$

$$Y_H 1 = Y_{B_0} 1; X_H 2 = X_{B_0} 2; Y_H 2 = Y_{B_0} 2.$$

4.7. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРА

Прямая задача о положении манипуляторов позволяет определить координаты схвата или его траекторию движения, а также ориентацию схвата вдоль всей траектории. Прямая задача о скоростях состоит в определении абсолютных линейных скоростей точек звеньев манипулятора и угловых скоростей звеньев при заданных законах изменения обобщенных координат. Для кинематического исследования пространственных кинематических цепей существуют различные методы. При исследовании кинематики роботов рациональнее использовать матричный метод.

Рассмотрим манипулятор с тремя степенями свободы. Функцией положения точки D схвата (рис. 4.10) будет зависимость ее радиуса-вектора $\vec{r}_D^{(0)}$

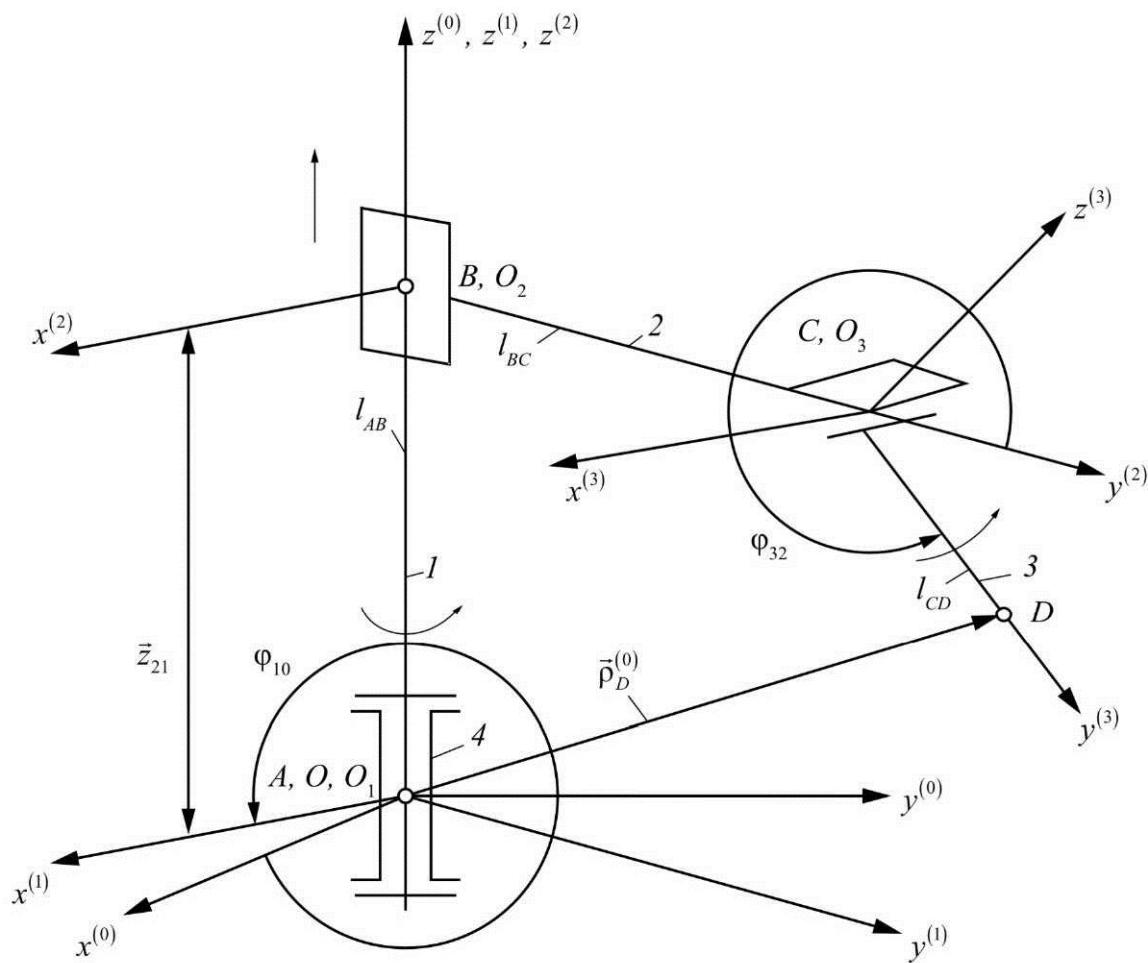


Рис. 4.10. Кинематический анализ манипулятора

от обобщенных координат и постоянных длин звеньев l_{BC} и l_{DC} . Данный механизм с незамкнутой кинематической цепью является статически определимым, без избыточных связей ($q = 0$), поскольку он собирается без натягов. В механизме три одноподвижные пары: две из них вращательные (A, C) и одна поступательная (B). Обобщенных координат три: φ_{10} – угол поворота звена 1 относительно стойки 4; z_{21} – линейное перемещение звена 2 относительно звена 1; φ_{32} – угол поворота звена 3 относительно звена 2. Число степеней свободы $W = 3$ подтверждается и по формуле Малышева:

$$W = 6n - \left[\sum_{i=1}^5 (6-i)p_i - q \right] = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 3 = 3.$$

Система координат $O_1x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ связана со звеном 1, вращающимся вокруг оси $z^{(1)}$, система $O_2x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ – со звеном 2, движущимся прямолинейно относительно звена 1, а система $O_3x^{(3)}y^{(3)}z^{(3)}$ – со звеном 3, вращающимся вокруг оси $z^{(3)}$. Оси $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}$ параллельны.

Функция положения в матричной форме имеет такой вид:

$$\begin{aligned}\rho_D^{(0)} &= \rho_D^{(0)}(\varphi_{10}, z_{21}, \varphi_{32}), \\ \rho_D^{(0)} &= T_{10}, T_{21}, T_{32}, \rho_D^{(3)},\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\rho_D^{(0)} &= \begin{bmatrix} x_D^{(0)} \\ y_D^{(0)} \\ z_D^{(0)} \\ 1 \end{bmatrix}; \quad T_{10} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{10} & -\sin \varphi_{10} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{10} & \cos \varphi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad T_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{21} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ T_{32} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{32} & -\sin \varphi_{32} & l_{BC} \\ 0 & \sin \varphi_{32} & \cos \varphi_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \rho_D^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ l_{CD} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Последовательным умножением матрицы приводят к равенству

$$\begin{bmatrix} x_D^{(0)} \\ y_D^{(0)} \\ z_D^{(0)} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{BC} \sin \varphi_{10} - l_{CD} \sin \varphi_{10} \cos \varphi_{32} \\ l_{BC} \cos \varphi_{10} + l_{CD} \cos \varphi_{10} \cos \varphi_{32} \\ z_{21} + l_{CD} \sin \varphi_{32} \\ 1 \end{bmatrix},$$

следовательно, искомые координаты точки D в неподвижной системе $Ox^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$ будут следующими:

$$\begin{aligned}x_D^{(0)} &= -l_{BC} \sin \varphi_{10} - l_{CD} \sin \varphi_{10} \cos \varphi_{32}, \\ y_D^{(0)} &= l_{BC} \cos \varphi_{10} + l_{CD} \cos \varphi_{10} \cos \varphi_{32}, \\ z_D^{(0)} &= z_{21} + l_{CD} \sin \varphi_{32}.\end{aligned}$$

С помощью зависимостей, имея заданный диапазон изменения координат точки D , можно подобрать нужные значения длин звеньев l_{BC} , l_{CD} и диапазоны изменения обобщенных координат φ_{10} , z_{21} и φ_{32} .

Скорость движения схвата и отдельных звеньев манипулятора определяется не только характером рабочего процесса, но и условиями безопасности для обслуживающего персонала. Если зависимости обобщенных координат от времени известны, то скорости можно найти дифференциро-

ванием по времени функции положения. Например, для рассмотренного манипулятора с тремя степенями свободы при заданных зависимостях $\varphi_{10}(t)$, $z_{21}(t)$ и $\varphi_{32}(t)$ проекции вектора скорости точки D схвата на оси координат получим, дифференцируя выражения:

$$\begin{aligned} V_{Dx} &= \dot{x}_D^{(0)} = -\omega_1 \cos \varphi_{10} (l_{BC} + l_{CD} \cos \varphi_{32}) + \omega_{32} l_{CD} \sin \varphi_{10} \sin \varphi_{32}, \\ V_{Dy} &= \dot{y}_D^{(0)} = -\omega_1 \sin \varphi_{10} (l_{BC} + l_{CD} \cos \varphi_{32}) - \omega_{32} l_{CD} \cos \varphi_{10} \sin \varphi_{32}, \\ V_{Dz} &= \dot{z}_D^{(0)} = V_{21} + \omega_{32} l_{CD} \cos \varphi_{32}. \end{aligned}$$

Величину и направление вектора скорости точки D найдем по формулам:

$$\begin{aligned} V_D &= \sqrt{V_{Dx}^2 + V_{Dy}^2 + V_{Dz}^2}, \quad \cos \alpha = \frac{V_{Dx}}{V_D}, \\ \cos \beta &= \frac{V_{Dy}}{V_D}, \quad \cos \gamma = \frac{V_{Dz}}{V_D}. \end{aligned}$$

где α, β, γ – направляющие углы вектора скорости.

4.8. ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Графоаналитический метод, или метод планов, основан на элементах векторной алгебры. При кинематическом исследовании составляются векторные уравнения для скоростей или ускорений механизма в данном положении. Полученные уравнения решаются графически в порядке присоединения структурных групп к ведущему звену и к стойке. Метод планов применяют тогда, когда имеется схема механизма в данном положении. Рассмотрим примеры применения графоаналитического метода.

4.8.1. Определение предельных положений механизма (графический метод)

Решение задачи начинают с определения предельных положений механизма, когда рабочий орган механизма занимает крайнее положение. Рассмотрим способы, пользуюсь которыми можно в зависимости от типа механизма найти предельные положения.

Для шарнирного четырёхзвенника (рис. 4.11, *a*, *б*) предельные положения коромысла 3 будут тогда, когда кривошип 1 и шатун 2 расположаются на одной прямой. Из точки *A* в масштабе радиуса кривошипа, а из точки *D* радиусом коромысла проводим окружности. Затем из *A* проводим засечки длинами AB_1+BC и BC_2-AB до пересечения с траекторией коромысла в точках C_1 и C_2 . Полученные точки C_1 и C_2 соединяем с точкой *A* отрезками, пересекающими окружность кривошипа в точках B_1 и B_2 . Положение механизма, соответствующие схемам AB_1C_1D и AB_2C_2D – предельные (рис. 4.11, *б*).

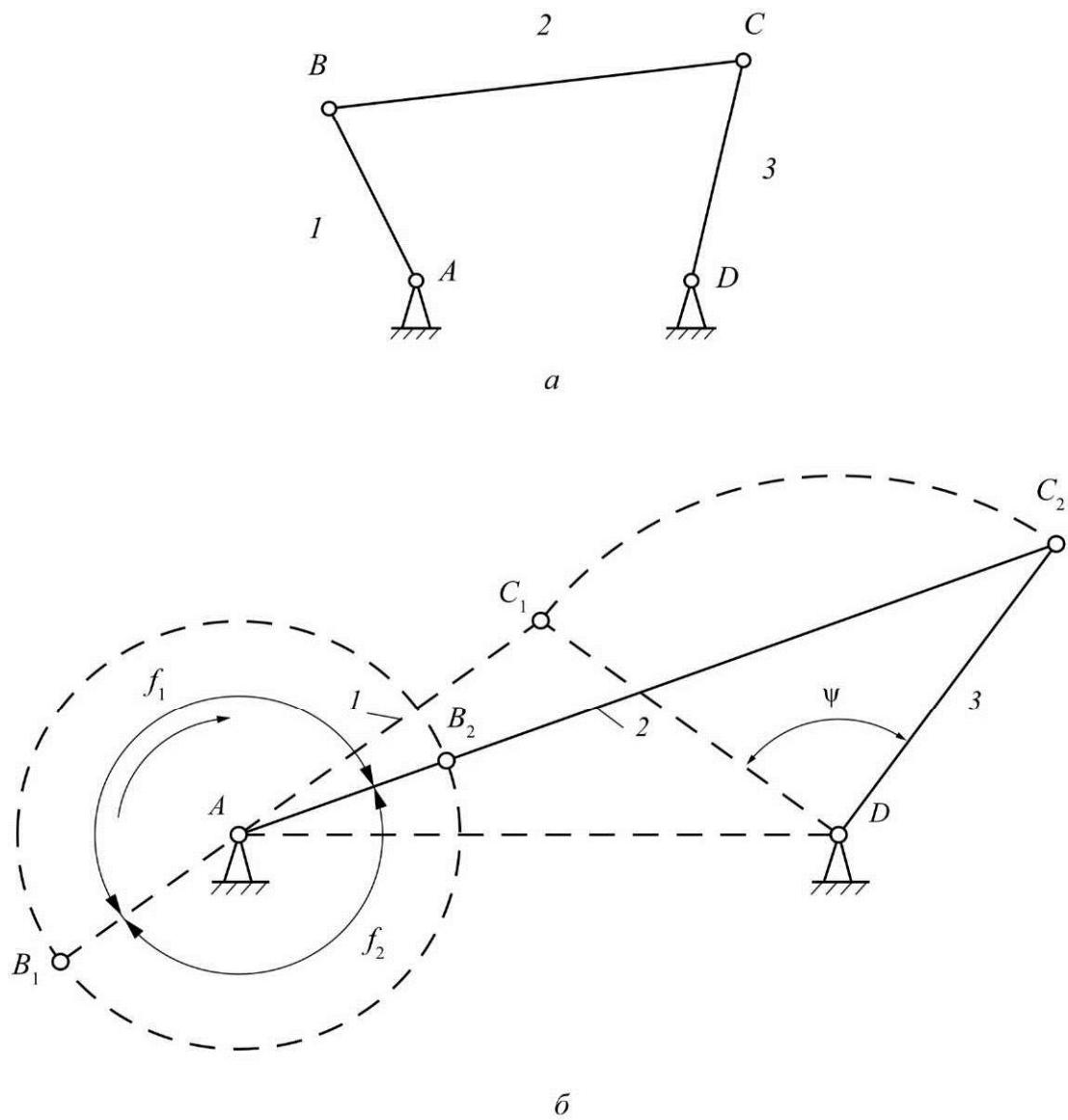


Рис. 4.11. Шарнирный четырёхзвенник:
а – кинематическая схема шарнирного четырёхзвенника;
б – крайние положения шарнирного четырехзвенника

Методика определения крайних положений для кривошипно-ползунного механизма (рис. 4.12) аналогична той, которая рассмотрена выше.

Для механизма с качающейся кулисой определение предельных положений начинают с построения окружности кривошипа *1* с центром в точке *A*. Затем проводятся две касательные к этой окружности из точки *D* – центра качения кулисы *3*. Эти прямые и характеризуют схемы *AB₁D* и *AB₂D* механизма, соответствующие двум крайним положениям (рис. 4.13).

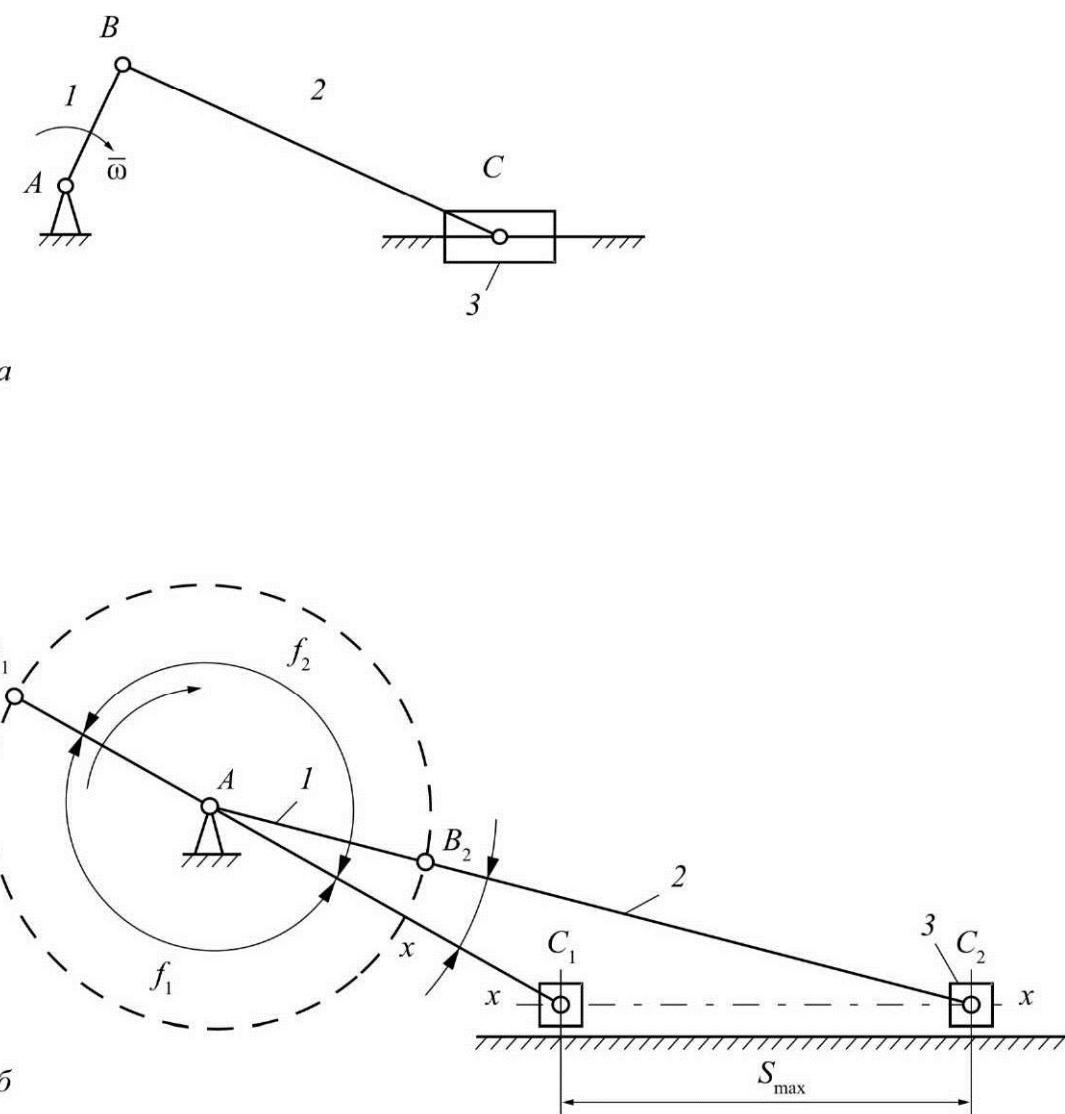


Рис. 4.12. Кривошипно-ползунный механизм:
а – кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма;
б – крайние положения кривошипно-ползунного механизма

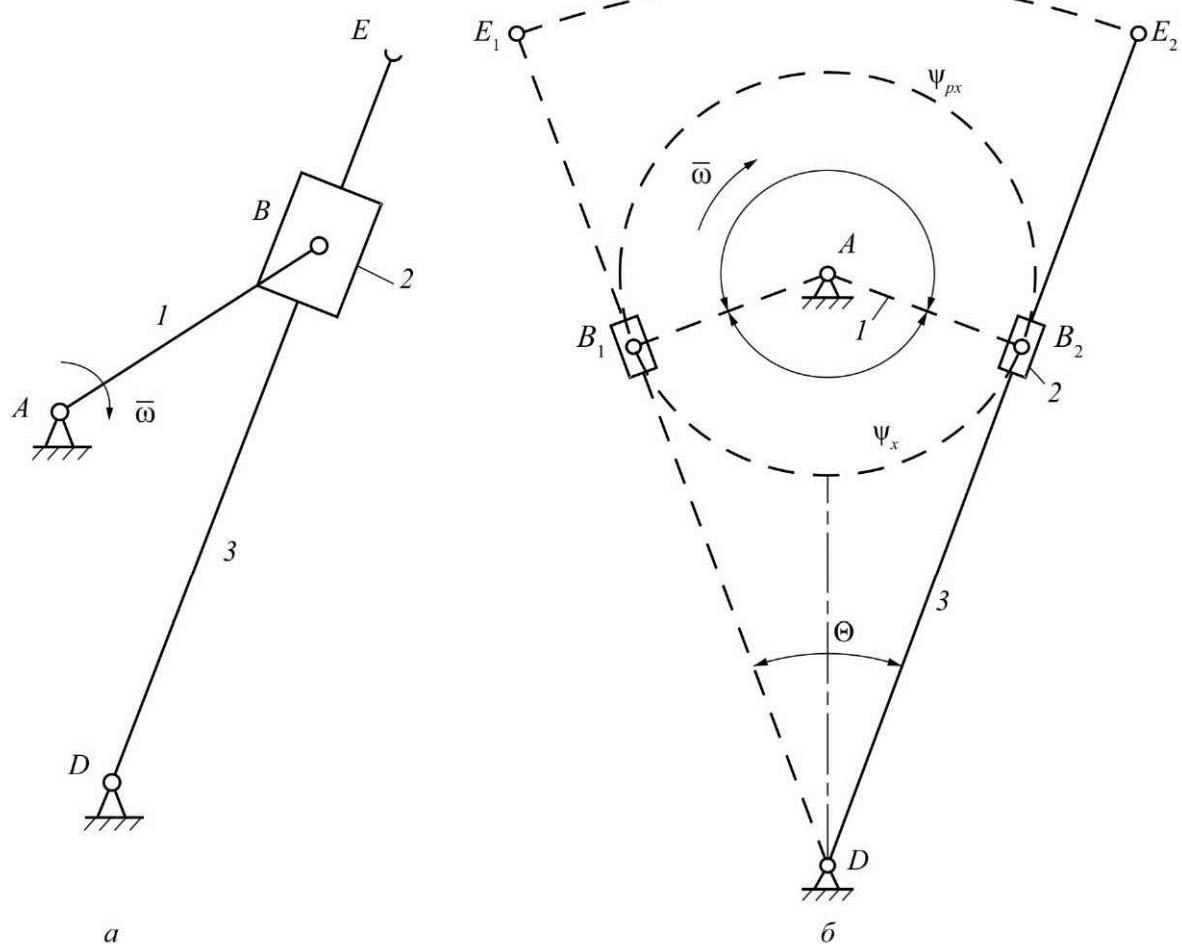


Рис. 4.13. Кулисный механизм: *а* – кинематическая схема механизма; *б* – крайние положения механизма

Для более сложных стержневых механизмов крайние положения определяют исходя из конкретной схемы с учётом способов, изложенных выше.

4.8.2. Построение плана положений механизма

Построение плана положений механизма проводится в определённом масштабе μ_l . Масштаб схемы характеризует отношение длины (м) входного звена к отрезку плана положений (мм), соответствующего этому звену. Например, $\mu_l = \ell_{OA} / (OA)$, м/мм.

Рекомендуется масштаб выбирать простым числом, чтобы с ним удобно было проводить вычисления. Выбрав масштаб, определяют длины отрезков схемы, соответствующие остальным звеньям. Например, $BC = \ell_{BC} / \mu_l$, мм, $CD = \ell_{cd} / \mu_l$, мм и т.д.

После выбора масштаба строятся крайние положения механизма, одно из которых принимается за начальное, соответствующее началу ра-

бочего хода. Таким образом, за нулевое положение (начало отсчёта) принимается положение кривошипа, соответствующее начальному.

Построение всех текущих положений механизма ведётся в порядке присоединения структурных групп методом засечек в соответствии с направлением движения ведущего звена. На рис. 4.14 изображена схема кулисного механизма в 12 положениях в масштабе μ_1 .

Системой координат $S-f$ строим систему координат V_0-f с тем же расположением положений f_1, f_2 и т.д. На оси f левее O откладывается отрезок H_1 произвольной величины. При этом следует учесть, что чем больше H_1 , тем больше величины ординат диаграммы $Vf_1 = \tilde{t}(f_1)$. Из точки O_1 проводим лучи O_1-1' , O_1-2' , O_1-3' и т.д., параллельные хордам l т.д. Проведённые лучи отсекают на оси ординат отрезки $O-1'$, $O-2'$, $O-3'$ и т.д., величины которых откладываются по вертикали из середин отрезков $0-1$, $1-2$, $2-3$ и т.д. оси Of . Соединив полученные точки плавной кривой, получают график скорости точки (рис. 4.15, б). Масштаб скорости и его аналога

$$\mu_V = (\mu_S/H_1 \cdot \mu_f) \omega_1 = \mu_S/\mu_f \cdot H_1;$$

$$\mu_{Vf} = \mu_S / H_1 \cdot \mu_f$$

Имея график $Vf = V(f)$, можно найти значение скорости в любом положении кривошипа. Например, для 5-го положения

$$V_{E5} = \mu_V \times (y_5).$$

Аналогичным образом строится график ускорения точки (рис. 4.15, в). В случае прямолинейного движения точки – это полное ускорение, иначе – тангенциальное. Масштаб ускорения для диаграммы:

$$\mu_a = \mu_V/\mu_f \cdot H_2 = (\mu_V/\mu_f \cdot H_2) \dot{\omega}_1^2, \text{ мс}^{-2}/\text{мм}.$$

На рис. 4.15 показана диаграмма движения точки E выходного звена:

- перемещение и путь: $S=f(t)$;
- скорость точки E : $V=f(t)$;
- ускорение точки E : $a=f(t)$.

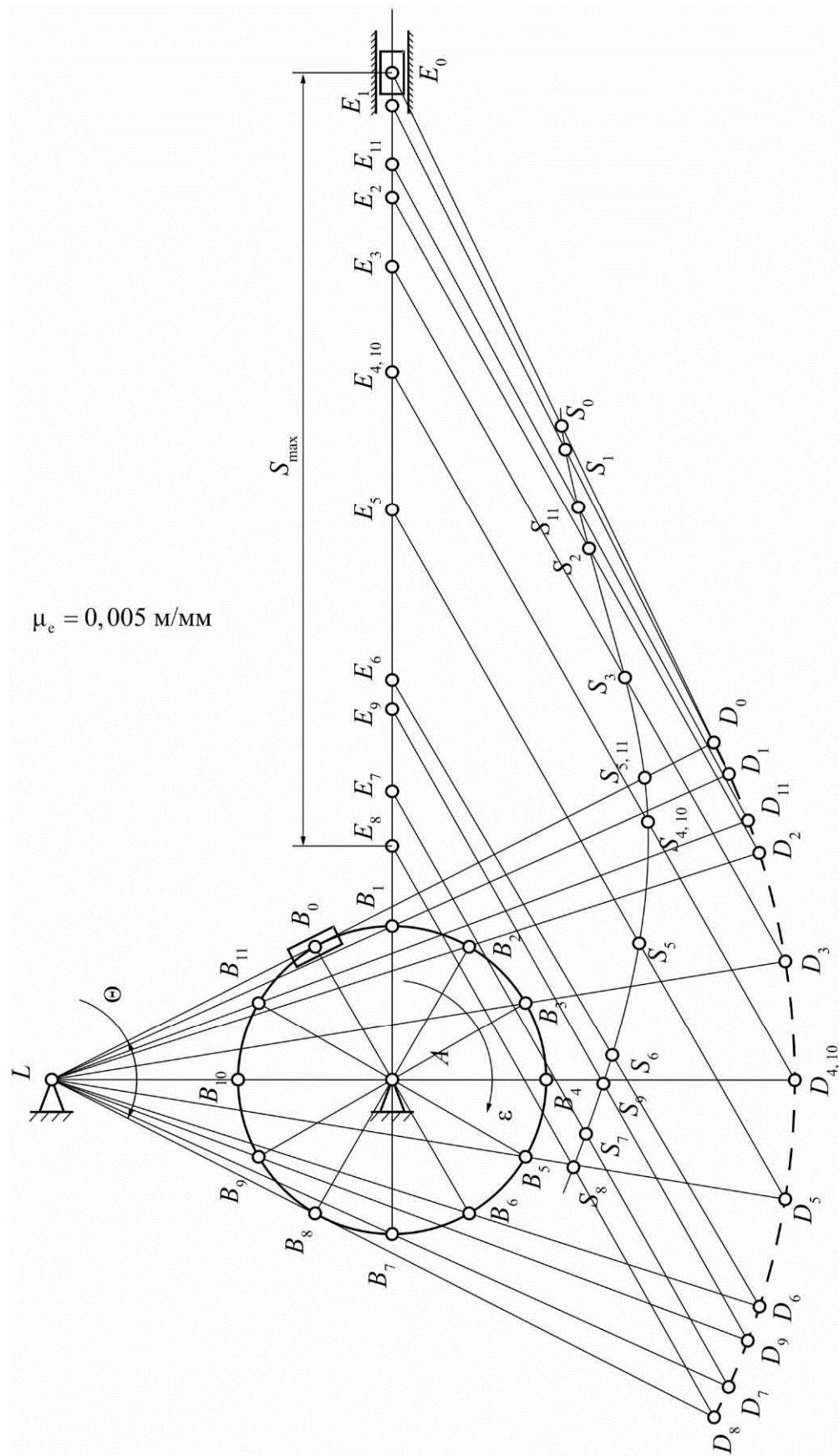


Рис. 4.14. Планы положений кривошипно-кулисного механизма

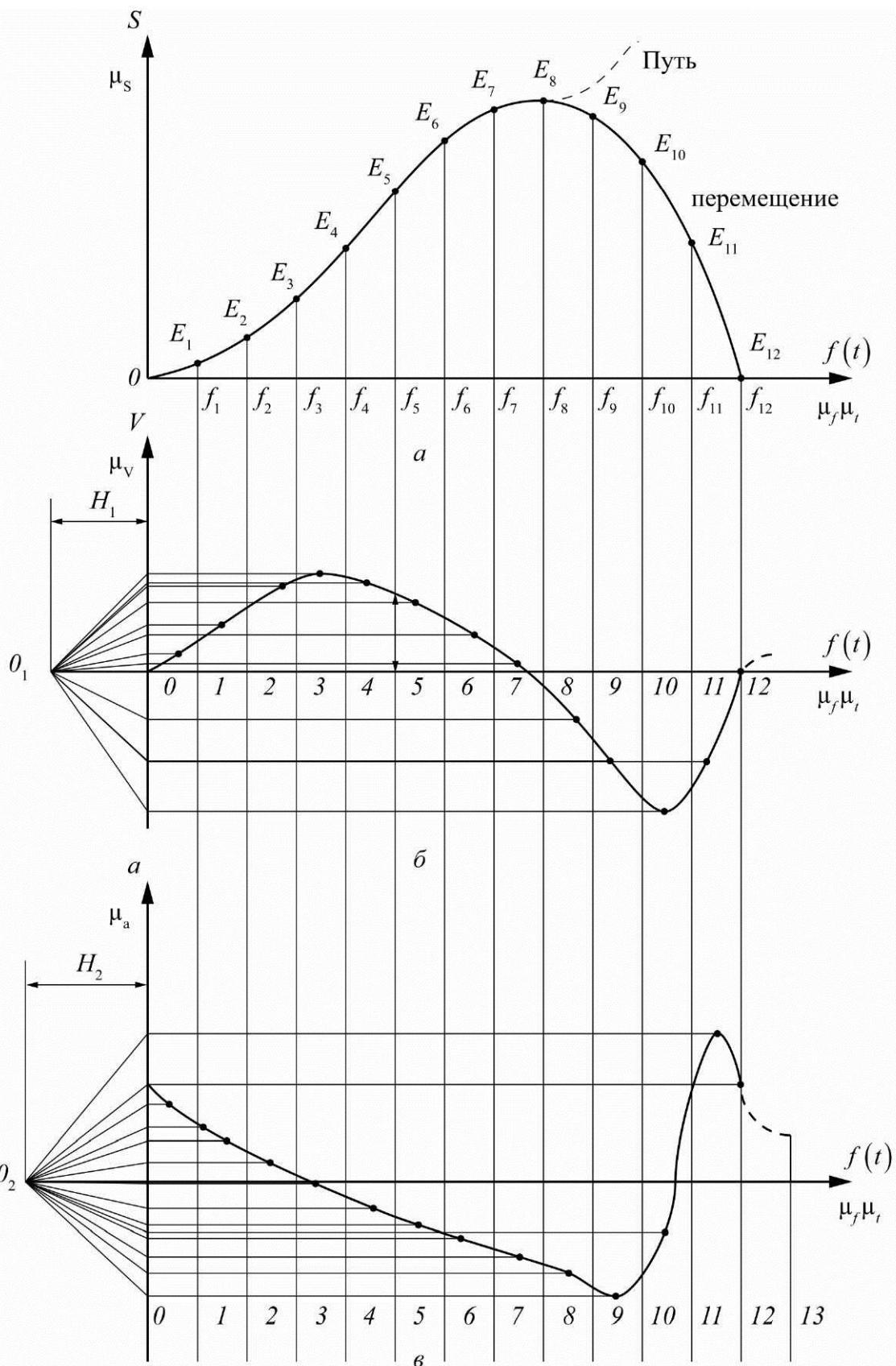


Рис. 4.15. Диаграммы движения выходного звена:
 a – график изменения перемещений и пути звена; \bar{b} – график изменения скорости звена; \bar{c} – график изменения ускорений звена

4.9. ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ КИНЕМАТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

4.9.1. Механизм шарнирного четырехзвенника $ABCD$

Структурная формула $1 \rightarrow 2_1$.

Исходные данные: $\ell_{AD} = \ell_0$; $\ell_{AB} = \ell_1$; $\ell_{BC} = \ell_2$; $\ell_{CD} = \ell_3$.

Схема механизма в данном положении представлена на рис. 4.16.

Угловая скорость кривошипа может быть найдена по формуле

$$\omega_{AB} = \frac{\pi \cdot n_{AB}}{30} = \omega_1 = \text{const.}$$

Скорость точки B : $V_B = \omega_1 \cdot \ell_{AB}$. Вектор скорости V_B перпендикулярен звену AB схемы и направлен в сторону вращения кривошипа AB .

На чертеже выбираем произвольно точку p – полюс. $V_p = 0$. Из т. p проводим вектор pb , изображающий скорость точки B (рис. 4.16, а). Длина отрезка pb выбирается произвольно, но такой, чтобы масштаб плана скоростей $\mu_v = V_B / (pb) = \omega_1 \cdot \ell_1 / (pb)$, $\text{мс}^{-1}/\text{мм}$, выражался простым числом.

Затем для структурной группы 2_1 записываем векторные уравнения скоростей. Скорости концевых элементов группы \overline{V}_B и $\overline{V}_D = 0$ известны:

$$\begin{cases} \overline{V}_c = \overline{V}_B + \overline{V}_{CB}, \\ \overline{V}_c = \overline{V}_D + \overline{V}_{CD}, \end{cases} \quad (4.83)$$

где \overline{V}_{CB} – вектор относительной скорости точки C в ее движении относительно точки B ; \overline{V}_{CD} – вектор относительной скорости точки C вокруг D .

Величины этих векторов неизвестны. По направлению $\overline{V}_{CB} \perp CB$, $\overline{V}_{CD} \perp CD$. Исходя из этого, согласно первому уравнению системы (4.83), из т. b проводим луч соответственно \perp звену CB схемы, а согласно второму уравнению (4.83) из т. p – луч $\perp CD$. Пересечение лучей дает точку C – конец вектора V_C . Т. C соединяем с полюсом p (рис. 4.16, а).

$$V_C = (pc) \cdot \mu_v; V_{CB} = (cb) \cdot \mu_v; V_{CD} = (cd) \cdot \mu_v = V_C.$$

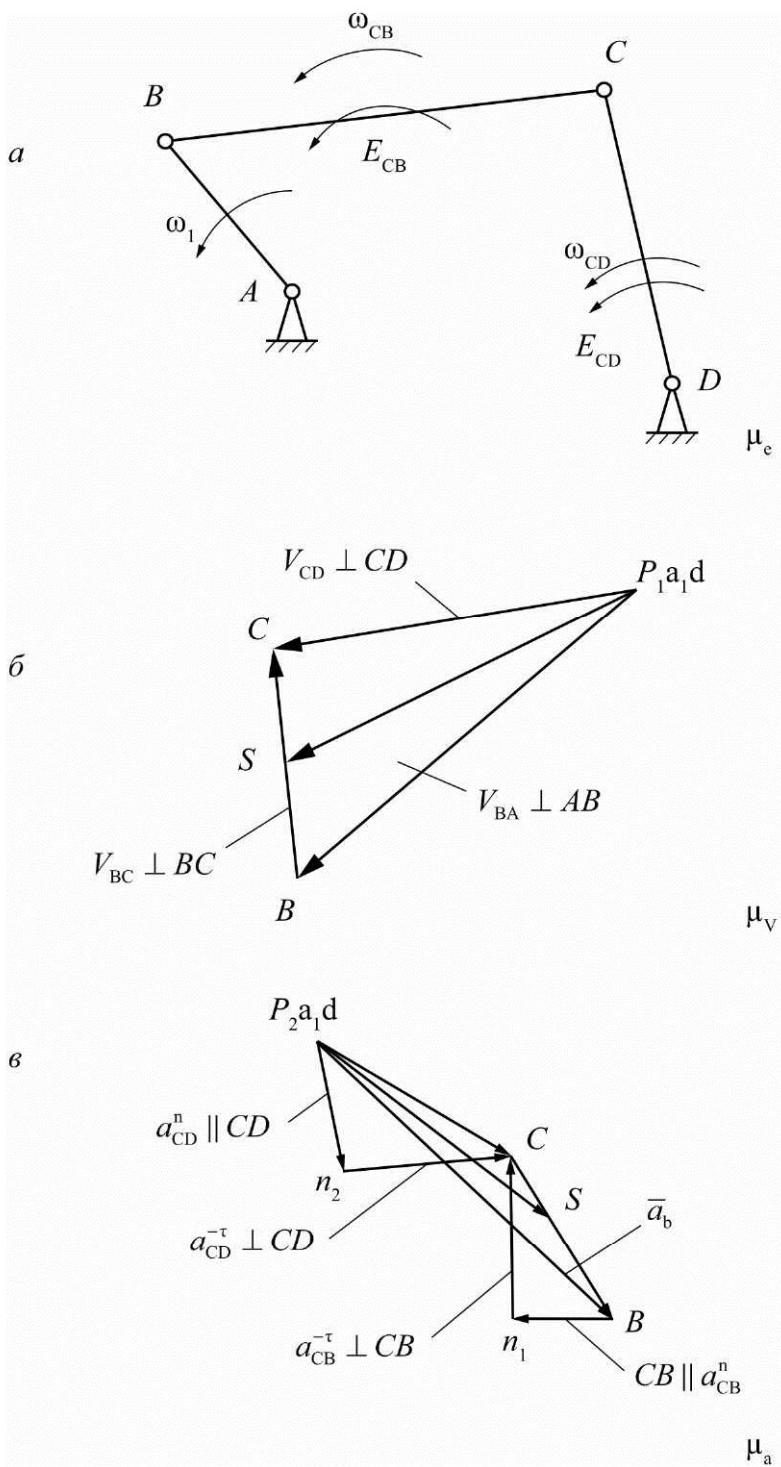


Рис. 4.16. Кинематическое исследование механизма шарнирного четырёхзвенника: *а* – схема механизма; *б* – план ускорений; *в* – план скоростей

Положение точки *S*, соответствующей точке *S* схемы, определяем на плане скоростей из пропорции $\frac{BC}{BS} = \frac{\ell_{BC}}{\ell_{BS}} = \frac{bc}{bs}$ по свойству подобия. Соединив *S* с полюсом *p*, получим величину и направления скорости точки *S*: $V_S = (ps) \cdot \mu_V$.

Угловая скорость звеньев CB , CD :

$$\omega_2 = \frac{V_{CB}}{\ell_{CB}} = \frac{(cb) \cdot \mu_v}{\ell_{CB}}, \quad \omega_3 = \frac{V_{CD}}{\ell_{CD}} = \frac{(pc) \cdot \mu_v}{\ell_{CD}}.$$

Направление угловых скоростей ω_2 и ω_3 определяется прикладыванием векторов \bar{V}_{CB} и \bar{V}_{CD} соответственно в точках C схемы (рис. 4.16, а). Угловая скорость ω_2 вращает звено CB относительно точки B против часовой стрелки, а угловая скорость ω_3 вращает звено CD относительно точки D , также против часовой стрелки.

Построение плана ускорений начинаем с определения ускорения точке B при равномерном вращении $a_B = \omega_1^2 \cdot \ell_1$.

Вектор \bar{a}_B направлен параллельно звену AB к центру вращения – точки A . На чертеже выбираем точку P_2 – полюс. $\bar{a}_{p_2} = \bar{a}_D = 0$. Из т. P_2 проводим вектор \bar{p}_2b , изображающий \bar{a}_B (см. рис. 4.16). Длина отрезка (p_2b) выбирается произвольной, но такой, чтобы масштаб плана ускорений

$$\eta_a = \frac{a_B}{(p_2b)} = \frac{\omega_1^2 \ell_1}{(p_2b)} = \frac{V_B^2}{(p_2b)\ell_1}, \frac{\text{мс}^{-2}}{\text{мм}},$$

выражался простым числом.

Векторное уравнение ускорений для структурной группы 2_1 :

$$\begin{cases} \bar{a}_c = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^t, \\ \bar{a}_c = \bar{a}_D + \bar{a}_{CD}^n + \bar{a}_{CD}^t, \end{cases} \quad (4.84)$$

где $a_{CB}^n = \omega_2^2 \ell_2 = \frac{V_{CB}^2}{\ell_{CB}}$ – нормальное ускорение точки C относительно т. B ,

направленное вдоль CB от C к B ;

\bar{a}_{CB}^t – тангенциальное ускорение точки C относительно B , направленное перпендикулярно CB ;

$a_{CD}^n = \frac{V_{CD}^2}{\ell_{CD}} = \omega_3^2 \cdot \ell_3$ – нормальное ускорение точки C относительно

точки D , направленное вдоль звена CD от C к D ;

\bar{a}_{CD}^t – тангенциальное ускорение точки C относительно т. D , направленное перпендикулярно звену CD .

Вектору \bar{a}_{CB}^n соответствует отрезок \bar{bn}_1 плана, длина которого $(bn_1) = a_{CB}^n / \mu_a$. Вектор \bar{a}_{CD}^n соответствует вектору $\bar{p_2 n_2}$ плана с длиной $(p_2 n_2) = a_{CD}^n / \mu_a$ (рис. 4.16, б).

С учетом уравнений системы (4.84), значений $(bn_1), (\pi n_2)$ и их направлений достраиваем план ускорений. Соединив полученную точку C с полюсом p_2 , получим вектор $\bar{p_2 c}$, соответствующий \bar{a}_c (рис. 4.16, б).

$$a_c = (\pi c) \cdot \mu_a; \quad a_{CB}^t = (n_1 c) \cdot \mu_a; \quad a_{CD}^t = (n_2 c) \cdot \mu_a.$$

Ускорение точки S находим, соединив т. c и b :

$$\frac{CS}{CB} = \frac{CS}{CB}, \quad a_s = (p_2 s) \cdot \mu_a.$$

Угловые ускорения звеньев 2 и 3:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^t}{\ell_{CB}} = \frac{(n_1 c) \cdot \mu_a}{\ell_2}, \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^t}{\ell_{CD}} = \frac{(n_2 c) \cdot \mu_a}{\ell_3}.$$

Направление векторов ε_2 и ε_3 определяется установкой векторов \bar{a}_{CB}^t и \bar{a}_{CD}^t в точку C схемы по способу, рассмотренному выше для угловых скоростей (рис. 4.16).

4.9.2. Кривошипно-ползунный механизм ABC

Структурная формула $1 \rightarrow 2_2$.

Исходные данные: $\ell_{AB} = \ell_1$; $\ell_{BC} = \ell_2$; $\ell_{OA} = \ell_0; n_{ab}$.

$$\omega_{AB} = \frac{\pi \cdot n_{AB}}{30} = \omega_1 = \text{const.}$$

Скорость точки B : $V_B = \omega_1 \cdot \ell_1$. Вектор скорости V_B перпендикулярен звену AB схемы и направлен в сторону вращения кривошипа AB .

По аналогии с примером (см. рис. 4.16, а) строим вектор \bar{pb} .

Масштаб:

$$\mu_{V'} = \frac{V_B}{(pb)}, \frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}}.$$

Далее для структурной группы 2₂ составляем векторные уравнения скоростей.

$$\begin{cases} \overline{V}_C = \overline{V}_{CB} + \overline{V}_{CB}, \\ \overline{V}_C = \overline{V}_{C_0} + \overline{V}_{CC_0}, \end{cases} \quad (4.85)$$

где \overline{V}_{CB} – вектор относительной скорости точки C вокруг точки B , $\overline{V}_{CB} \perp CB$;

$V_{C_0} = 0$ – скорость неподвижной точки направляющей $x-x$, совпадающей в данный момент с точкой C ;

\overline{V}_{CC_0} – вектор относительной скорости точки C в движении ее относительно направляющей, \overline{V}_{CC_0} – параллельный $x-x$,

поэтому в соответствии с 1-м уравнением (4.85), из т. b проводим луч соответственно \perp звену CB схемы, а в соответствии со 2-м уравнением (4.85) из C_x проводим луч $\parallel x-x$. На пересечении получается точка C , которая соединяется с полюсом p (рис. 4.17, a). В результате получают:

$$\overline{V}_C = (pc) \cdot \mu_v; \overline{V}_{CB} = (cb) \cdot \mu_v; \omega_2 = \frac{V_{CB}}{\ell_{CB}} = \frac{(cb) \cdot \mu_v}{\ell_{CB}}.$$

Направление ω_2 определяется по правилу, рассмотренному в примере (рис. 4.16, a). Скорость точки S находим, используя подобие из пропорции $\frac{(bs)}{(bc)} = \frac{BS}{BC} = \frac{\ell_{BC}}{\ell_{BS}}$. Соединив полюс p с S , получим абсолютную скорость точки S : $V_S = (ps) \cdot \mu_v$ (рис. 4.17, a).

Подробнее остановимся на определении скорости точки K (рис. 4.17). Для этого на плане скоростей строим треугольник $\Delta ABC \sim \Delta BKC$ схемы. При этом должна соблюдаться идентичность направлений обхода контура vkc как на плане, так и на схеме механизма:

$$V_K = (pk \cdot \mu_v).$$

Переходим к построению плана ускорений. $a_B = \omega_1^2 \cdot \ell_1 = \frac{V_B^2}{\ell_1}$. Вектор

\overline{a}_B направлен по звену AB от B к A . Отрезок (p_1b) по аналогии с предыдущим примером (рис. 6, a) откладываем от полюса p_1 (рис. 4.16, b).

Масштаб построения $\mu_a = \frac{a_B}{(p_1b)}, \frac{\text{мс}^{-2}}{\text{мм}}$, где длина отрезка (p_1b) в мм выбирается произвольной, но удобной для дальнейших расчетов.

Векторное уравнение для ускорений группы 2₁:

$$\begin{cases} \bar{a}_c = \bar{a}_{CB} + \bar{a}_{CC_0}^n + \bar{a}_{CC_0}^\tau, \\ \bar{a}_c = \bar{a}_{CC_0} + \bar{a}_{CC_0}^k + \bar{a}_{CC_0}^z, \end{cases} \quad (4.86)$$

$a_{CB}^n = \omega_2^2 \ell_2 = \frac{V_{CB}^2}{\ell_{CB}}$ – нормальное ускорение точки C относительно т. B,

направленное вдоль CB от C к B;

$\bar{a}_{CC_0}^\tau$ – тангенциальное ускорение точки C относительно B, направленное перпендикулярно CB;

$\bar{a}_{CC_0} = 0$ – ускорение точки неподвижной направляющей, совпадающей в данный момент с точкой C;

$a_{CC_0}^k = 2V_{CC_0} \cdot \omega_{xx} = 2V_{CC_0} \cdot 0 = 0$ – ускорение Кориолиса в движении точки C относительно т. C_x и вместе с ней. Вращательное движение направляющей x x отсутствует ($\omega_{x-x} = 0$);

$\bar{a}_{CC_0}^z$ – относительное (релятивное) ускорение в движении точки C_x, направлено вдоль направляющей x x.

a_{CB}^n соответствует отрезок bn₁, длина которого (bn_1) = a_{CB}^n / μ_a

С учетом 1-го уравнения системы (4.86), из точки b плана проводим $\overline{bn_1} \parallel BC$ (от C к B), затем из т. n₁ проводится луч $\perp BC$ (направление a_{CB}^τ). По 2-му уравнению системы (4.86) $a_{CC_0} = 0 = a_{CC_0}^k$, то из точки p₂ проводим луч $\parallel x x$ (направление $\bar{a}_{CC_0}^z$). На пересечении лучей получается точка C, которая соответствует концу вектора $\overline{p_1 c}$, характеризующего \bar{a}_c (рис. 7, б). По величине $a_c = (p_2 c) \cdot \mu_a$ далее:

$$a_{CB}^\tau = (n_1 c) \cdot \mu_a; a_{CC_0}^z = (\pi c) \cdot \mu_a;$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{\ell_2} = \frac{(n_1 c) \cdot \mu_a}{\ell_2}.$$

Направление углового ускорения звена CB – ε_2 по правилу, приведенному на рис. 4.17, а.

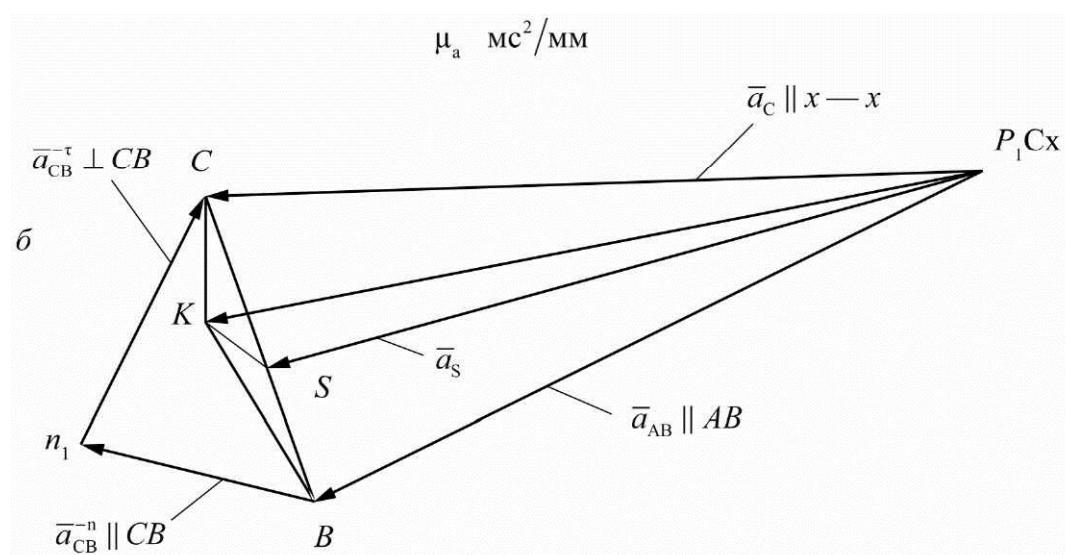
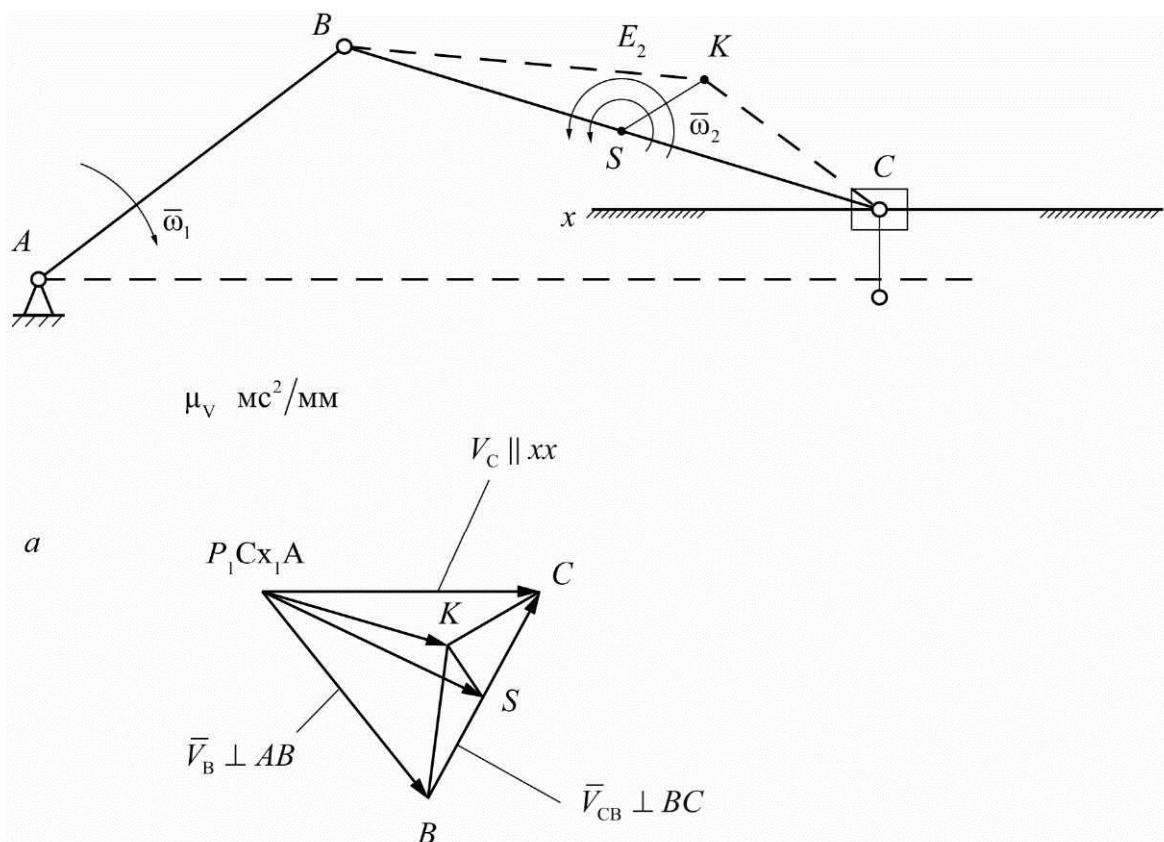


Рис. 4.17. Планы скоростей (*а*) и ускорений (*б*)
для кривошипно-ползунного механизма

Ускорения точек S и K определяются из подобия по пропорции:

$$\frac{BS}{BC} = \frac{\ell_{BS}}{\ell_{BC}} = \left(\frac{bs}{bc}\right)$$

по тому же принципу, что и при построении плана скоростей:

$$a_S = (p_1 s) \cdot \mu_a, a_k = (p_1 k) \cdot \mu_a.$$

4.9.3. Кулисный механизм ABC

Структурная формула $1 \rightarrow 2_3^2$.

Исходные данные: $\ell_{AB} = \ell_1$; $\ell_{AC} = \ell_0$; $\ell_{CD} = \ell_3$.

$$\omega_{AB} = \frac{\pi \cdot n_1}{3} = \omega_1, \frac{1}{c}$$

Для данного механизма (рис. 4.18) рассматриваются точки B_1 , B_2 , B_3 , принадлежащие соответственно концу кривошипа, камню кулисы, самой кулисе и совпадающие в заданный момент времени:

$$V_{B_1} = V_{B_2} = \omega_1 \cdot \ell_{AB} = \omega_1 \cdot \ell_1.$$

Вектор $\overline{V}_{B_1} = \overline{V}_{B_2}$ перпендикулярен AB и направлен в сторону вращения этого звена. Из полюса p проводим вектор \overline{pb}_1 (рис. 4.18, а), соответствующий \overline{V}_{B_1} .

$$\mu_V = \frac{V_{B_1}}{(pb_1)}, \frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}}.$$

Для структурной группы 2_3 векторное уравнение скоростей имеет вид

$$\begin{cases} \overline{V}_{B_3} = \overline{V}_{B_2} + \overline{V}_{B_3B_2}, \\ \overline{V}_{B_3} = \overline{V}_C + \overline{V}_{B_3C}, \end{cases} \quad (4.87)$$

где $\overline{V}_{B_3B_2}$ – вектор относительной скорости точки B_3 кулисы в движении относительно точки B_2 камня кулисы, $\overline{V}_{B_3B_2} \parallel B_3C$;

$$\overline{V}_C = 0;$$

т. С. $\overline{V}_{B_3C} \perp B_3C$.

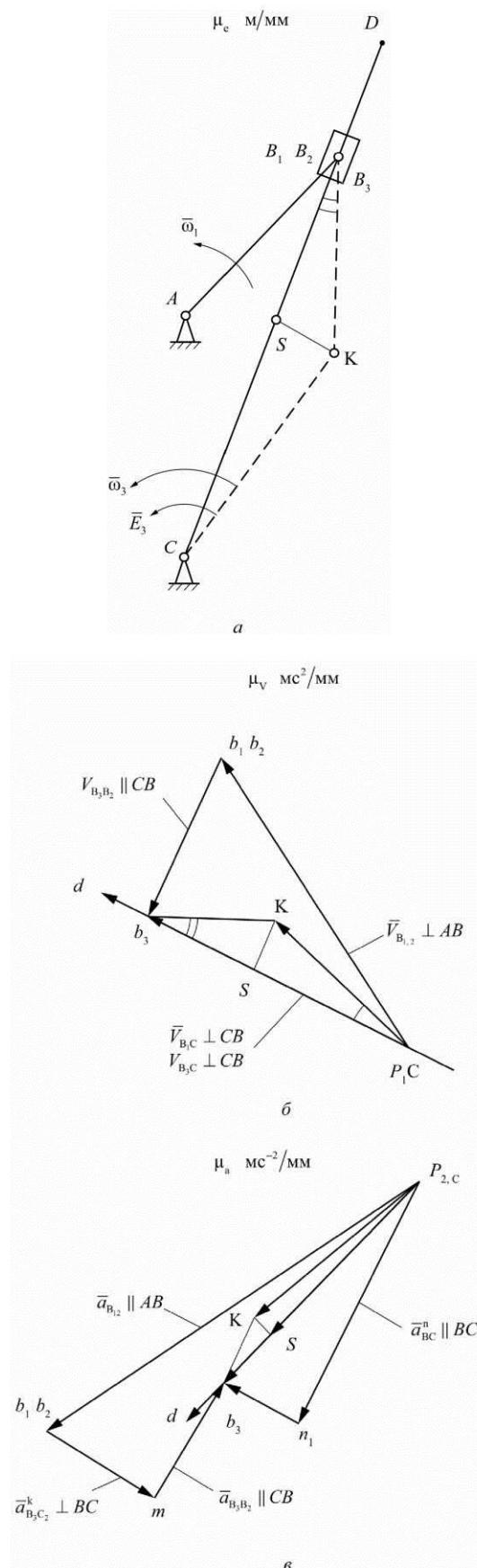


Рис. 4.18. Кинематическое исследование кулисного механизма:
а – схема механизма; б – план механизма; в – план ускорений

В соответствии с первым уравнением (4.87), из т. b_2 плана скоростей проводим луч, параллельный кулисе B_3C , а по второму уравнению системы (4.87) из полюса p проводим луч, перпендикулярный BC (т. p и C совпадают, т.к. $\overline{V}_C = \overline{V}_p = 0$).

На пересечении лучей находим точку b_3 , которая является концом вектора \overline{pb}_3 , $V_{B_3} = \mu_V(p b_3)$;

$$V_{B_3B_1} = V_{B_3B_2} = \mu_V \cdot (b_3 b_1) = \mu_V \cdot (b_3 b_2).$$

Скорость точки D определяем из подобия:

$$\frac{CD}{CB_3} = \frac{pd}{pb_3} \Rightarrow pd = pb_3 \frac{CD}{CB_3} \Rightarrow V_D = \mu_V(pd).$$

Скорости точек S и K находятся по аналогии с примером

$$\omega_2 = 0, \omega_3 = \frac{V_{B_3}}{\ell_{CB_3}} = \frac{V_{B_3}}{(CB_3)\mu_l}.$$

Направление ω_3 (рис. 4.18, a) находится по ранее введенному правилу. Полный план скоростей представлен рис. 4.18, a .

Для плана ускорений $\overline{\underline{\underline{a}}}_{A_1} = \overline{\underline{\underline{a}}}_{B_2}$.

$$\text{По величине } a_{B_1} = a_{B_2} = \omega_1^2 \cdot \ell_1 = \frac{V_B^2}{\ell_1}.$$

Из полюса p_2 плана ускорений параллельно AB от схемы B к A откладываем вектор $\overline{p_2b_1} = \overline{p_2b_2} \cdot \mu_a = \frac{aB_1}{p_2b_1} \frac{\text{мс}^{-2}}{\text{мм}}$, (рис. 4.18, δ).

Для структурной группы 2_3 векторные уравнения для ускорений запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} \overline{\underline{\underline{a}}}_{B_3} = \overline{\underline{\underline{a}}}_{B_2} + \overline{\underline{\underline{a}}}_{B_3B_2}^k + \overline{\underline{\underline{a}}}_{B_3B_2}^z, \\ \overline{\underline{\underline{a}}}_{B_3} = \overline{\underline{\underline{a}}}_C + \overline{\underline{\underline{a}}}_{B_3C}^n + \overline{\underline{\underline{a}}}_{BC}, \end{cases} \quad (4.88)$$

где $\overline{\underline{\underline{a}}}_{B_3B_2}^k$ – ускорение Кориолиса в движении точки B_3 относительно т. B_2 и вместе с ней;

$\overline{\underline{\underline{a}}}_{B_3B_2}^z$ – относительное ускорение точки B_3 вокруг т. C , направленное

$$\text{вдоль } CB \text{ от } B \text{ к } C; \overline{\underline{\underline{a}}}_{B_3C}^n = \omega_3^2 \ell_{B_3C} = \frac{V_{B_3}^2}{\ell_{B_3C}};$$

$\bar{a}_{B_3C}^{\tau}$ – тангенциальное ускорение точки B_3 относительно т. C , направленное перпендикулярно BC .

$$a_{B_3B_2}^k = 2V_{B_3B_2} \cdot \omega_3.$$

Ему соответствует вектор $\overline{b_2m}$, длина которого в мм чертежа $(b_2m) = a_{B_3B_2}^k / \mu_a$. Направление этого вектора определяется путем поворота на 90° в направлении ω_3 относительной скорости $\overline{V}_{B_3B_2}$ (её $\overline{b_2b_3}$) из плана скоростей (рис. 4.18, а). В соответствии с первым уравнением системы (4.88) $\overline{b_2m}$ откладывается от точки b_2 , а затем из т. m проводим луч $\parallel B_3C$. По второму уравнению из т. C плана ускорений откладываем вектор $\overline{cn_1}$ параллельно BC , направленный от B к C .

$$(cn_1) = \frac{\overline{a}_{B_3C}^n}{\mu_a}.$$

Затем из т. n_1 перпендикулярно BC строится луч, соответствующий направлению $\bar{a}_{B_3C}^{\tau}$. На пересечении двух лучей фиксируем точку b_3 , являющуюся концом вектора $\overline{p_3b_3}$ – ускорения т. b_3 .

Следовательно:

$$a_{B_3} = \mu_a(p_3b_3); a_{B_3B_2}^z = \mu_a(mb_3); a_{B_3C}^{\tau} = \mu_a(n_1b_3).$$

Из подобия:

$$\frac{CD}{CB_3} = \frac{p_2d}{p_2b_3} \Rightarrow p_2d = p_2b_3 \frac{CD}{CB_3} \Rightarrow a_D = \mu_a(pd).$$

Ускорения точек S и K определяются из подобия с помощью принципа обхода контура CBK (рис. 4.18, б).

$$a_S = \mu_a(pS); a_k = \mu_a(pk).$$

Определяем угловое ускорение 3-го звена:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{B_3C}^{\tau}}{\ell_{B_3C}} = \frac{(n_1b_3)\mu_a}{\ell_{B_3C}},$$

направление ε_3 показано на рис. 4.18, б.

Методики графоаналитического исследования, приведенные в примерах (рис. 4.16–4.18), применяются при кинематическом исследовании более сложных стержневых механизмов.

4.9.4. ПЯТИЗВЕННЫЙ СТЕРЖНЕВОЙ МЕХАНИЗМ

Построение плана скоростей

$$1. V_A = V_C = V_X = 0.$$

2. $V_{B_1} = V_{B_2}$; V_{B_1}, V_{B_2} (скорость перпендикулярна звену AB),

$$V_{B_1} = V_{B_2} = \omega_1 l_{AB_1} \rightarrow \mu_V = \frac{V_{B_1}}{pb_1}.$$

3. $\bar{V}_{B_3} = \bar{V}_{B_2} + \bar{V}_{B_3B_2}$ (скорость $V_{B_3B_2}$ параллельна звену BC),

$$\bar{V}_{B_3} = \bar{V} + \bar{V}_{B_3C} \text{ (скорость } V_{B_3C} \text{ перпендикулярна } BC\text{) /}$$

$$V_{B_2} = (pb_2)\mu_V; V_{B_3} = \mu_V(pb_3); V_{B_3B_2} = (b_2 b_3)\mu_V.$$

$$4. \omega_3 = \frac{V_{B_3C}}{\mu_e(cb_3)}. \text{ (угловая скорость звена).}$$

$$\frac{V_{DC}}{V_{B_3C}} = \frac{(pd)}{pb_3} = \frac{CD}{CB_3} \rightarrow (pd) = \frac{CD}{CB_3}(pb_3); V_D = \mu_V(pd).$$

При нахождении положения точки d плана скоростей используется правило обхода контура B_3CD и b_3cd (рис. 4.19, а).

$$5. \bar{V}_E = \bar{V}_X + \bar{V}_{EX} \text{ (скорость } V_{EX} \text{ параллельна } x-x\text{),}$$

$$V_E = V_D + V_{ED} \text{ (скорость } V_{ED} \text{ перпендикулярна } ED\text{).}$$

$$V_E = (pe) \times \mu_V; V_{ED} = \mu_V \times (de); \omega_4 = \frac{V_{ED}}{l_{ED}} = \frac{V_{ED}}{l_4}.$$

Построение плана ускорений

$$1. a_A = a_C = a_X = 0.$$

2. $a_{B_1} = a_{B_2}$; ускорения a_{B_1}, a_{B_2} параллельны звену AB .

$$a_{B_1} = a_{B_2} = \omega_1^2 l_{AB_1} = \frac{V_{B_1}^2}{l_{AB_1}} \rightarrow \mu = \frac{a_{B_1}}{(pb_1)}.$$

$$3. \bar{a}_{B_3} = \bar{a}_{B_2} + \bar{a}_{B_3B_2} + \bar{a}_{B_3B_2}^2$$

$$a_{B_3B_2}^k = 2\omega_3 V_{B_3B_2}, \quad (bk) = \frac{a_{B_3B_2}^k}{\mu_a}.$$

Ускорение $a_{B_3B_2}^k$ параллельно звену BC ,

$$\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_C + \bar{a}_{B_3C}^n + \bar{a}_{B_3C}^t,$$

$$a_{B_3C}^n = \omega_3^2 l_{BC} = \frac{V_{B_3C}^2}{l_{BC}},$$

$$(cn_1) = \frac{a_{B_3C}^n}{\mu_a}, \quad a_{B_3C}^n \text{ параллельно звену } BC; \quad a_{B_3C}^t \text{ перпендикулярно } BC.$$

Графическое построение, согласно векторным уравнениям, приводится на рис. 4.19. По результатам этих построений получаем:

$$a_{B_3} = \mu_a (p_2 b_3); \quad a_{B_3C}^t = (n_1 b_3) \mu_a; \quad a_{B_3B_2}^t = \mu_a (kb_3);$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{B_3C}^t}{l_{BC}} = \frac{a_{B_3C}^t}{\mu_e(BC)}.$$

$$4. \quad \frac{a_{DC}}{a_{B_3C}} = \frac{(p_2 d)}{(p_2 b_3)} = \frac{CD}{CB_3} \rightarrow (p_2 d) = \frac{CD}{CB_3} \times (p_2 b_3);$$

$$a_D = \mu_v \times (p_2 d).$$

Положение точки d плана ускорений находится по правилу обхода контура B_3CD и b_3cd (рис. 4.19, δ).

$$5. \quad \bar{a}_E = \bar{a}_X + \bar{a}_{EX}^n + \bar{a}_{EX}^t;$$

$(a_{EX}^k = 2\omega_X V_{EX} = 0)$ ускорение \bar{a}_{EX}^t параллельно неподвижной направляющей $x-x$.

$\bar{a}_E = \bar{a}_D + \bar{a}_{ED}^n + \bar{a}_{ED}^t$ ($\bar{a}_{ED}^t = \omega_4^2 L_{ED}$; \bar{a}_{ED}^n – нормальное ускорение, параллельное звену ED ; \bar{a}_{ED}^t – тангенциальное ускорение перпендикулярно звену ED).

По результатам графического построения векторных уравнений:

$$a_E = \mu_a (p_2 e); \quad a_{ED}^t = \mu_a (n_2 e); \quad \varepsilon_L = \frac{a_{ED}^t}{l_{ED}}.$$

Планы скоростей и ускорений механизма в заданном положении изображены на рис. 4.19 a, \bar{b} .

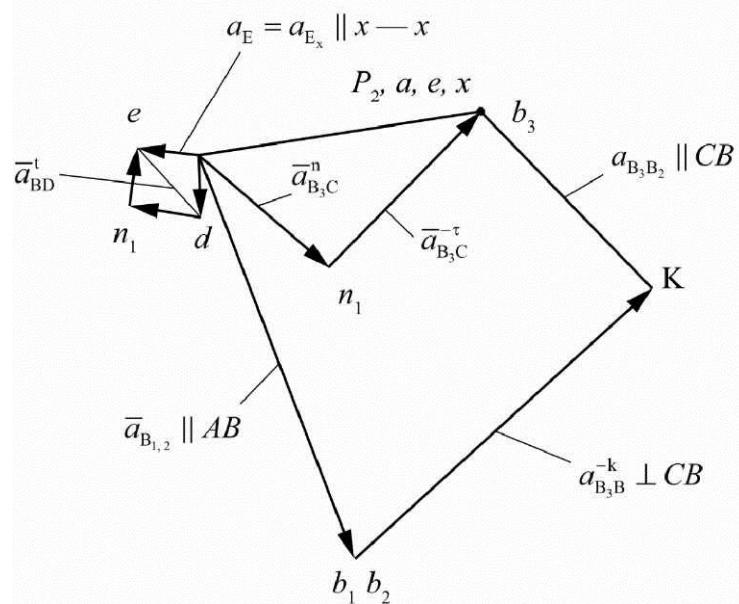
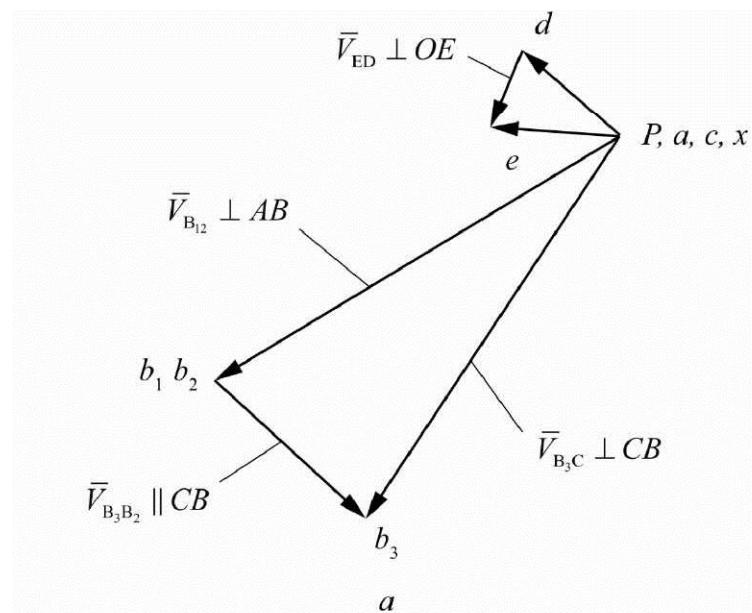
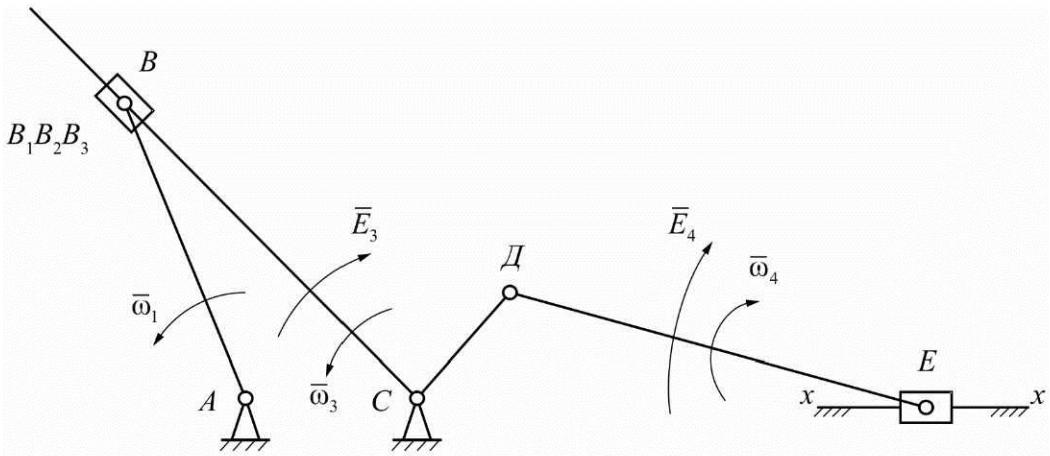


Рис. 4.19. Кинематическое исследование пятизвенного механизма:
а – схема механизма; *б* – план скоростей; *в* – план ускорения

Примечание: если по результатам расчёта значение отрезка плана меньше 2 мм, то обычно его принимают за 0, т.е. отрезок превращается в точку. Для оценки угловых движений звеньев механизма строят график изменения угловой скорости заданного звена.

Построение годографа центра масс звена

Для построения годографа скорости или ускорения какой-либо точки механизма выбирается произвольная точка 0. От этой точки откладываются векторы скоростей и ускорений рассматриваемой точки для всех K построенных положений механизма. Каждый вектор откладывается из точки в одном и том же масштабе при соблюдении его направления согласно плану скоростей или ускорений. Пример годографа скоростей точки представлен на рис. 4.20.

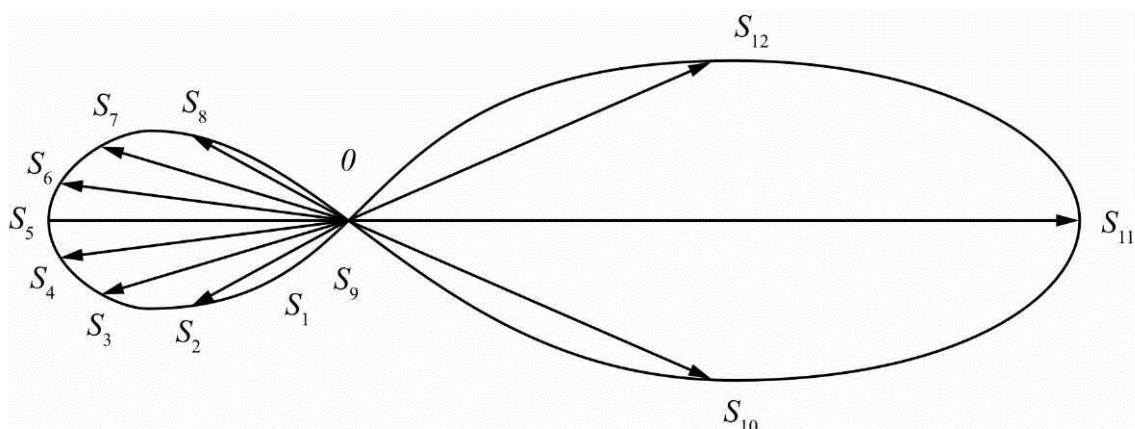


Рис. 4.20. Годограф скорости точки S

4.10. АЛГОРИТМЫ КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Основные положения

Развитие математических методов и ЭВМ привело к широкому использованию аналитических методов исследования кинематики механизмов.

Сущность таких методов заключается в получении для кинематических характеристик аналитических выражений, содержащих алгебраические и тригонометрические операции. Аналитические методы, в отличие от графических и графоаналитических, позволяют провести исследования кинематики эффективно, с высокой степенью точности.

Для исследования кинематики рычажных механизмов наиболее широко используется метод векторных контуров, разработанный В.А. Зиновьевым. Согласно этому методу звенья механизма представляют в виде векторов, образующих замкнутый контур. Векторные уравнения замкнутых контуров проецируют на оси координат и получают системы алгебраических уравнений для определения параметров положения звеньев механизма: перемещений и углов поворота (задача о положениях). Последовательно дифференцируя эти зависимости, составляют уравнения для определения скоростей точек и угловых скоростей звеньев (задача о скоростях), а затем и ускорений точек и угловых ускорений звеньев (задача об ускорениях), в общем случае для рычажных механизмов алгоритм кинематического анализа для всего цикла движения представлен блок-схемой на рис. 4.21.

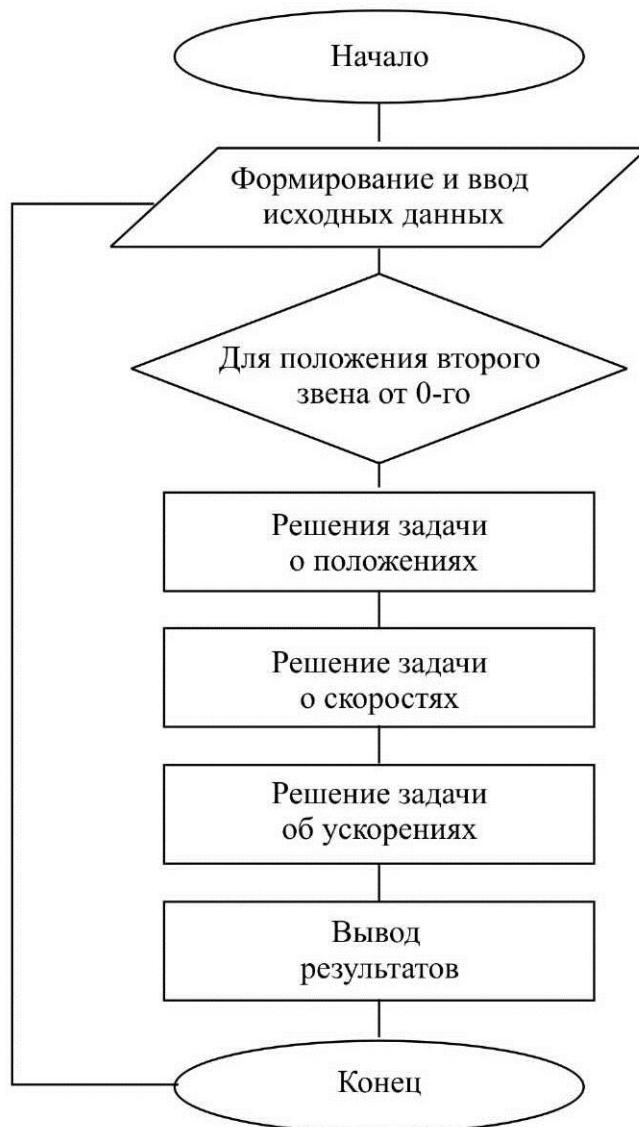


Рис. 4.21. Блок-схема алгоритма кинематического анализа

Блок-схема может быть дополнена блоком проверки существования механизма, выводами полученных результатов, печатью графиков и т.п. При проведении кинематического анализа систем известны схема рычажного механизма, размеры звеньев и закон движения входного звена. Для удобства дальнейшего изложения введем ряд допущений и обозначений:

1. Углы, образованные звеньями механизма с осью X системы координат, отсчитываются от положительного направления оси X против часовой стрелки и для K -го звена, обозначаются через ϕ_K .

2. Входное звено механизма обозначается индексом 1, и, например, в случае его вращательного движения оно имеет известные угловую скорость ω_1 и угловое ускорение ε_1 .

3. Угловая скорость и угловое ускорение K -го звена соответственно обозначаются как ω_k и ε_k , а скорость и ускорение точки этого звена как V_{SK} и a_{SK} .

4. Значения угловой скорости и углового ускорения звена K выражаются через аналоги угловой скорости этого звена $U = \frac{\omega_k}{\omega_1} = \frac{d\omega_k}{d\omega_1}$ и аналог углового ускорения $U' = \frac{dU_{k1}}{d\omega_1}$ следующим образом:

$$\omega_k = u_{k1}\omega_1;$$

$$\varepsilon_k = \frac{d}{dt}\omega_k = \frac{d}{dt}(u_{k1}\omega_1) = \varepsilon_1 u_{k1} + \omega_1 \frac{du_{k1}}{d\phi_1} \cdot \frac{d\phi_1}{dt} = \varepsilon_1 u_{k1} + \omega_1^2 u'_{k1}.$$

Для скорости и ускорения точки C справедливы аналогичные соотношения:

$$V_c = \frac{dS_c}{dt} = \frac{dS_c}{d\phi_1} \cdot \frac{d\phi_1}{dt} = V_{c\phi}\omega_1;$$

$$a_c = \frac{dV_c}{dt} = \frac{d}{dt}(V_{c\phi}\omega_1) = \frac{dV_{c\phi}}{d\phi_1}\omega_1^2 + \varepsilon_1 V_{c\phi},$$

где $V_{c\phi}$ и $\frac{dV_{c\phi}}{d\phi_1} = d_{c\phi}$ – соответственно аналог скорости и ускорения точки C .

5. Отношение длины K -го звена к длине входящего звена обозначается через λ с соответствующим индексом.

Например,

$$\frac{l_k}{l_1} = \lambda_k, \frac{l_{AS_2}}{l_1} = \lambda_{AS_2} \text{ и т. д.}$$

6. Так как угол поворота K -го звена является функцией времени, то верны соотношения

$$\frac{d}{dt}(\cos \varphi_k) = (\cos \varphi_k) = -\sin \varphi_k \dot{\varphi}_k = -\omega_k \sin \varphi_k,$$

$$\frac{d}{dt}(\sin \varphi_k) = (\sin \varphi_k) = -\cos \varphi_k \dot{\varphi}_k = -\omega_k \cos \varphi_k.$$

Рассмотрим ряд приемов определения кинематических характеристик некоторых механизмов, широко применяемых в машинах.

Кривошипно-ползунный механизм

Рассмотрим такой случай сборки механизма, когда при обходе по часовой стрелке сохраняется контур с последовательностью $ABCDA$ (рис. 4.22).

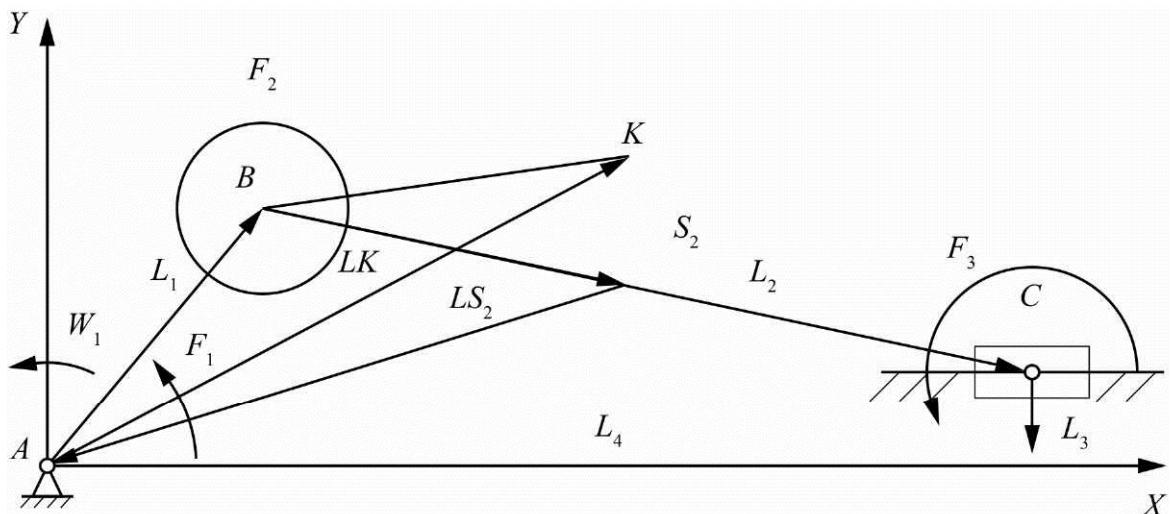


Рис. 4.22. Схема кривошипно-ползунного механизма

Задача о положениях

Уравнение замкнутости векторного контура записывается в виде

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{l}_3 + \bar{l}_4 = 0. \quad (4.89)$$

В проекциях на оси системы координат XAY уравнение (4.89) представляется зависимостями:

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 = l_4, \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 = e, \end{cases} \quad (4.90)$$

так как $\varphi_3 = 270^\circ$, $\varphi_4 = 180^\circ$. Из второго уравнения системы (4.90) определяется угол φ_2 , характеризующий положение шатуна:

$$\sin \varphi_2 = \frac{e - l_1 \sin \varphi_1}{l_2} = \frac{\lambda_e - \sin \varphi_1}{\lambda_2}; \quad (4.91)$$

$$\dot{\varphi}_2 = \arcsin\left(\frac{\lambda_e - \sin \varphi_1}{\lambda_2}\right). \quad (4.92)$$

Текущее положение ползуна (точка C) находится по формуле:

$$x_c = l_4 = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 = l_1 \cos \varphi_1 + l_2,$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_e - \sin \varphi_1}{\lambda_2}\right)^2} = l_2 \left[\cos \varphi_1 + \lambda_2 \sqrt{\left(\frac{\lambda_e - \sin \varphi_1}{\lambda_2}\right)^2} \right]. \quad (4.93)$$

Максимальный ход ползуна

$$\begin{aligned} H = l_{4\max} - l_{4\min} &= \sqrt{(l_2 + l_1)^2} - e^2 - \sqrt{(l_2 + l_1)^2 \times e^2} = \\ &= l_1 (\sqrt{(\lambda_2 + 1)^2 - \lambda_e^2} - \sqrt{(\lambda_2 - 1)^2 - \lambda_e^2}). \end{aligned}$$

Текущее перемещение ползуна относительно одного из крайних положений, например, левого:

$$S_c = x_c - l_{4\min} = l_1 \left[\cos \varphi_1 + \lambda_2 \sqrt{1 - \frac{(\lambda_e - \sin \varphi_1)^2}{\lambda_2^2}} - \sqrt{(\lambda_2 - 1)^2 - \lambda_e^2} \right].$$

Задача о скоростях

Используя результаты решения задачи о положениях, угловую скорость шатуна можно найти дифференцированием по времени (4.91);

$$\frac{d}{dt}(\sin \varphi_2) = \cos \varphi_2 \omega_2 = -\frac{\cos \varphi_1}{\lambda_2} \omega_1 \Rightarrow$$

$$\omega_2 = -\frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2 \lambda_2} \omega_1.$$

Таким образом, $\omega_2 = u_{21}\omega_1$, (4.94)

$$\text{где } u_{21} = -\frac{\cos \varphi_1}{\lambda_2 \cos \varphi_2}.$$

Скорость ползуна

$$V_c = \frac{dS_c}{dt} = -l_1(\omega_1 \sin \varphi_1 + \lambda_2 \omega_2 \sin \varphi_2). \quad (4.95)$$

Задача об ускорениях

Эта задачи решается путем дифференцирования первых производных, полученных для определения скоростей:

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = -\frac{\cos \varphi_1}{\lambda_2 \cos^2 \varphi_2} (\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \omega_1 - \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \omega_2). \quad (4.96)$$

$$a_c = \frac{dV_c}{dt} = l_1(\cos \varphi_1 \omega_1^2 + \lambda_2 \cos \varphi_2 \omega_2^2 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1 + \lambda_2 \varepsilon_2 \sin \varphi_2). \quad (4.97)$$

Для определения положений центров масс звеньев (например, точка S_2 шатуна) и других точек звеньев (например, точка K) записываем векторные уравнения:

$$\begin{aligned} \bar{l}_1 + \bar{l}_{BS} &= \bar{l}_{S_2}, \\ \bar{l}_1 + \bar{l}_{BK} &= \bar{l}_k. \end{aligned} \quad (4.98)$$

В проекциях на оси координат перемещения этих точек в соответствии с соотношениями (4.98) будут следующими:

$$\begin{aligned} x_{C_2} &= l_1 \cos \varphi_1 + l_{BS} \cos \varphi_2; \\ x_k &= l_1 \cos \varphi_1 + l_{BK} \cos(\varphi_2 + \varphi_k); \\ y_{c2} &= l_1 \sin \varphi_1 + l_{BS} \sin \varphi_2; \\ y_k &= l_1 \sin \varphi_1 + l_{BK} \sin(\varphi_2 + \varphi_k). \end{aligned} \quad (4.99)$$

Дифференцируя соотношения (4.99), получим скорости точек S_2 и K :

$$x_{S_2} = -l \left[\sin \varphi_1 \omega_1 + \lambda_{BS_2} \sin \varphi_2 \omega_2 \right];$$

$$x_k = -l_1 [\omega_1 \sin \varphi_1 + \lambda_k \varphi_2 \sin \omega_2]; \quad (4.100)$$

$$y_{s2} = -l_1 [\omega_1 \cos \varphi_1 + \lambda_{BS2} \varphi_2 \cos \omega_2];$$

$$y_k = -l_1 [\omega_1 \cos \varphi_1 + \lambda_k \varphi_2 \cos \omega_2].$$

$$V_{S_2} = \sqrt{\dot{x}_{S_2}^2 + \dot{y}_{S_2}^2}; \quad \varphi_{S_2} = \arccos \frac{\dot{x}_{S_2}^2}{V_{S_2}}; \quad V_k = \sqrt{\dot{x}_{S_2}^2 + \dot{y}_{S_2}^2}; \quad \varphi_{k} = \arccos \frac{\dot{x}_k^2}{V_k},$$

где φ_{S_2}, φ_k – направляющий угол вектора полной скорости относительно оси AX . Следует учесть, что $\varphi_k = \text{const}$. Аналогичным способом находятся ускорения точек S_2 и K :

$$\ddot{x}_{S_2} = -l_1 [\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \lambda_{BS2} \varphi_2^2 \cos \omega_2 + \varepsilon_1 \sin \omega_1 + \varepsilon_2 \lambda_{BS2} \sin \varphi_2];$$

$$\ddot{x}_k = -l_1 [\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \lambda_k \varphi_2^2 \cos(\varphi_2 + \varphi_k) + \varepsilon_1 \sin \varphi_1 + \varepsilon_2 \lambda_k \sin(\varphi_2 + \varphi_k)];$$

$$\ddot{y}_{S_2} = l_1 \times [-\omega_1^2 \times \sin \varphi_1 + \lambda_{BS2} \times \varphi_2^2 \times \sin \varphi_2 + \varepsilon_1 \cos \omega_1 + \varepsilon_2 \lambda_{BS2} \cos \varphi_2];$$

$$\ddot{y}_k = l_1 [-\omega_1^2 \sin \varphi_1 + \lambda_{BS2} \varphi_2^2 \sin(\varphi_2 + \varphi_k) + \varepsilon_1 \cos \varphi_1 + \varepsilon_2 \lambda_k \cos(\varphi_2 + \varphi_k)];$$

$$a_{S_2} = \sqrt{\ddot{x}_{S_2}^2 + \ddot{y}_{S_2}^2}; \quad \varphi_{aS_2} = \arccos \frac{\ddot{x}_{S_2}^2}{a_{S_2}}; \quad a_k = \sqrt{\ddot{x}_k^2 + \ddot{y}_k^2}; \quad \varphi_k = \arccos \frac{\ddot{x}_k^2}{a_k}.$$

Примечание. В некоторых механизмах длина шатуна существенно больше длины кривошипа, т.е. $\lambda_2 \ll 1$. В этом случае для определения кинематических характеристик используют приближенные, более простые по сравнению с соотношениями (4.91)–(4.100) формулы, полученные на основе разложения радикалов в ряд по формуле бинома Ньютона.

Шарнирный четырехзвенник

Кинематический анализ проводим для схемы механизма, представленной на рис. 4.23. Система координат выбирается так, чтобы ось AX была направлена от точки 1 до D .

Уравнение замкнутого векторного контура АВСН имеет вид

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{l}_3 + \bar{l}_4. \quad (4.101)$$

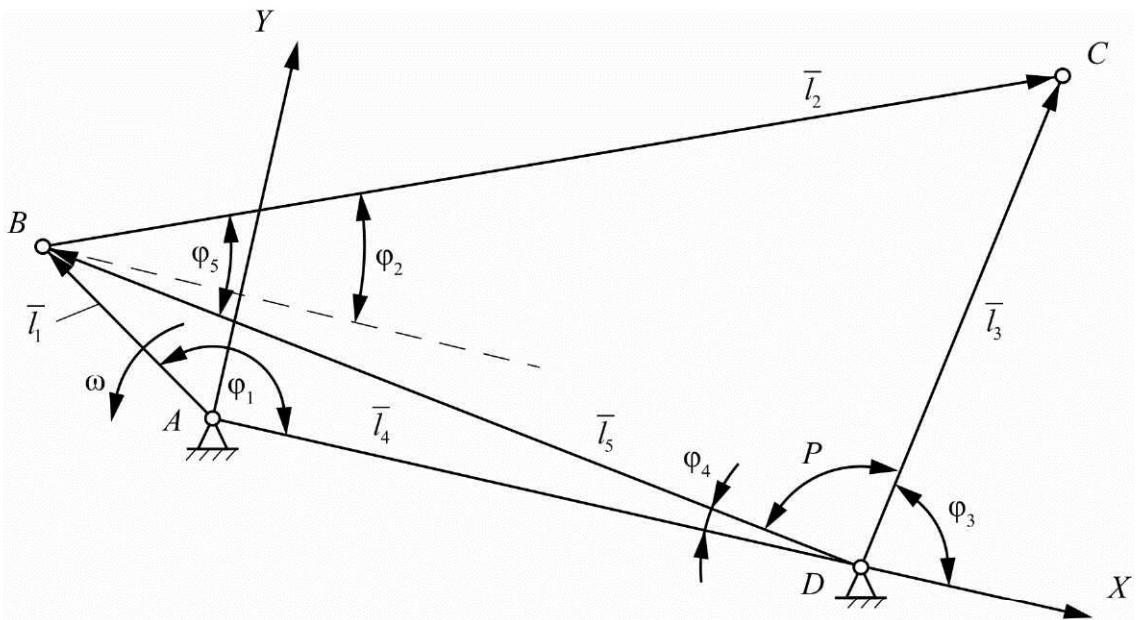


Рис. 4.23. Схема шарнирного четырехзвенника

В проекциях на оси координат это уравнение записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 &= l_3 \cos \varphi_3 + l_4; \\ l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 &= l_3 \cos \varphi_3, \end{aligned} \quad (4.102)$$

т.к $\varphi_3 = 0$.

Соотношение (4.102) удобно использовать при решении задач о скоростях и ускорении. При определении же положения звеньев пользуются более удобными для решения на ЭВМ формулами.

Задача о положениях

Из треугольника ABD находится длина вспомогательного вектора l_5 .

$$l_5 = \sqrt{l_1^2 - 2l_1l_4 \cos \varphi_1} = l_1 \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}. \quad (4.103)$$

Далее в соответствии с рис. 4.23 определяются дополнительные углы:

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin \frac{|y_B|}{l_5} = \arcsin \frac{l_1 |\sin \varphi_1|}{l_5} = \arcsin \frac{\sin \varphi_1}{\lambda_5}; \\ \varphi_5 &= \arccos \left(\frac{\lambda_2^2 + \lambda_5^2 + \lambda_3^2}{2\lambda_2\lambda_3} \right); \end{aligned} \quad (4.104)$$

$$p = \arccos\left(\frac{\lambda_3^2 + \lambda_5^2 + \lambda_2^2}{2\lambda_3\lambda_5}\right).$$

Тогда значения углов поворотов звеньев BC и CD с учетом рис. 4.102 определяются соотношениями

$$\begin{aligned}\varphi_2 &= \begin{cases} \varphi_5 - \varphi & \text{при } y_B \geq 0 \\ \varphi_5 + \varphi & \text{при } y_B < 0 \end{cases}, \\ \varphi_3 &= \begin{cases} \pi - \varphi & \text{при } y_B \geq 0 \\ \pi + \varphi - p & \text{при } y_B < 0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (4.105)$$

Задача о скоростях

Дифференцируя уравнения (4.102), получаем систему уравнений, из которых находим угловые скорости ω_2 и ω_3 .

$$\begin{aligned}-\sin \varphi_1 \omega_3 &= \lambda_2 \omega_2 \sin \varphi_2 - \lambda_3 \omega_3 \sin \varphi_3; \\ \cos \varphi_1 \omega_3 &= -\lambda_2 \omega_2 \cos \varphi_2 + \lambda_3 \omega_3 \cos \varphi_3; \end{aligned} \quad (4.106)$$

$$\omega_2 = -\frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{\lambda_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \omega_1 \quad \text{или} \quad \omega_2 = u_{21} \omega_1, \quad (4.107)$$

где

$$u_{21} = -\frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{\lambda_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)};$$

$$\omega_3 = -\frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\lambda_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \omega_1 \quad \text{или} \quad \omega_3 = u_{31} \omega_1,$$

где

$$u_{31} = -\frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{\lambda_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}.$$

Линейные скорости точек:

$$\dot{x}_B = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1,$$

$$\dot{y}_B = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1,$$

$$V_B = l_1 \omega_1,$$

$$\dot{x}_C = \dot{x}_B - l_1 \lambda_2 \omega_2 \sin \varphi_2,$$

$$\dot{y}_C = \dot{y}_B + l_1 \lambda_2 \omega_2 \cos \varphi_2,$$

$$V_C = l_1 \lambda_B \omega_3.$$

Задача об ускорениях

Продифференцировав выражение (4.106) для проекции скоростей, получаем уравнение для определения угловых скоростей ε_2 и ε_3 :

$$\begin{cases} -\cos \varphi_1 \omega_1^2 - \sin \varphi_1 \varepsilon_1 = \lambda_2 \cos \varphi_2 \omega_2^2 + \lambda_2 \varepsilon_2 \sin \varphi_2 - \lambda_3 \cos \varphi_3 \omega_3^2 - \lambda_3 \varepsilon_3 \sin \varphi_3; \\ -\sin \varphi_1 \omega_1^2 + \cos \varphi_1 \varepsilon_1 = \lambda_2 \sin \varphi_2 \omega_2^2 + \lambda_2 \varepsilon_2 \cos \varphi_2 - \lambda_3 \sin \varphi_3 \omega_3^2 - \lambda_3 \varepsilon_3 \cos \varphi_3; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= u_{21} \varepsilon_1 + \frac{\omega_1}{\lambda_2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi_3)} \times \\ &\times [\cos(\varphi_1 - \varphi_3) \sin(\varphi_2 - \varphi_3)(\omega_1 - \omega_3) - \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3)(\omega_2 - \omega_3)]; \\ \varepsilon_3 &= u_{31} \varepsilon_1 + \frac{\omega_1}{\lambda_3 \sin^2(\varphi_2 - \varphi_3)} \times \\ &\times [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_3)(\omega_1 - \omega_2) - \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3)(\omega_2 - \omega_3)]. \end{aligned}$$

Линейное ускорение точек будет следующими:

$$\ddot{x}_B = -l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_1 \varepsilon_1 \sin \varphi_1;$$

$$\ddot{y}_B = -l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_1 \varepsilon_1 \cos \varphi_1;$$

$$a_B = l_1 \omega_1^4 + \varepsilon_1^2;$$

$$\ddot{x}_c = \ddot{x}_B - l_1 \lambda_2 (\omega_2^2 \cos \varphi_2 - \varepsilon_2 \sin \varphi_2);$$

$$\ddot{y}_c = \ddot{y}_B - l_1 \lambda_2 (\omega_2^2 \sin \varphi_2 - \varepsilon_2 \cos \varphi_2);$$

$$a = l_1 \lambda_3 \sqrt{\omega_3^4 + \omega_3^3}.$$

Значения кинематических характеристик центров масс звеньев и других точек звеньев определяются по методике, аналогичной методике использования кривошипно-ползунного механизма. Фрагмент результатов расчетов на ЭВМ кинематики шарнирного четырехзвенника представлен на рис. 4.24–4.27.

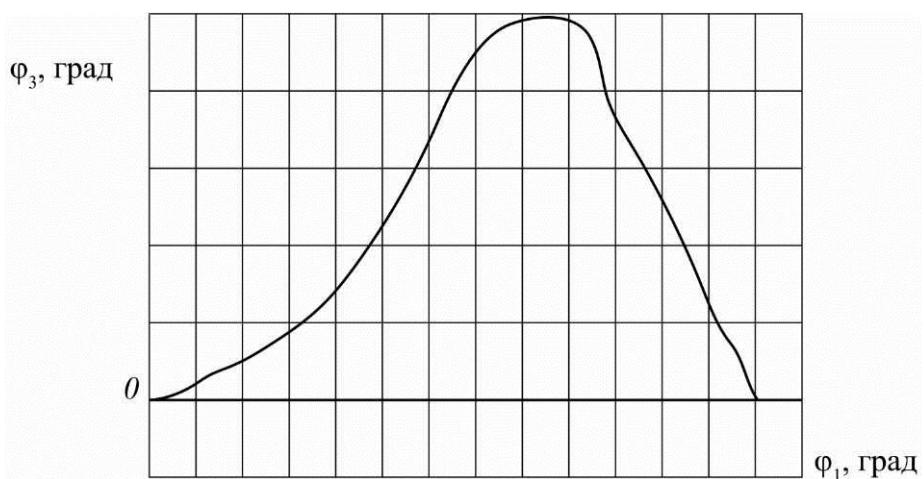


Рис. 4.24. Угловое перемещение коромысла

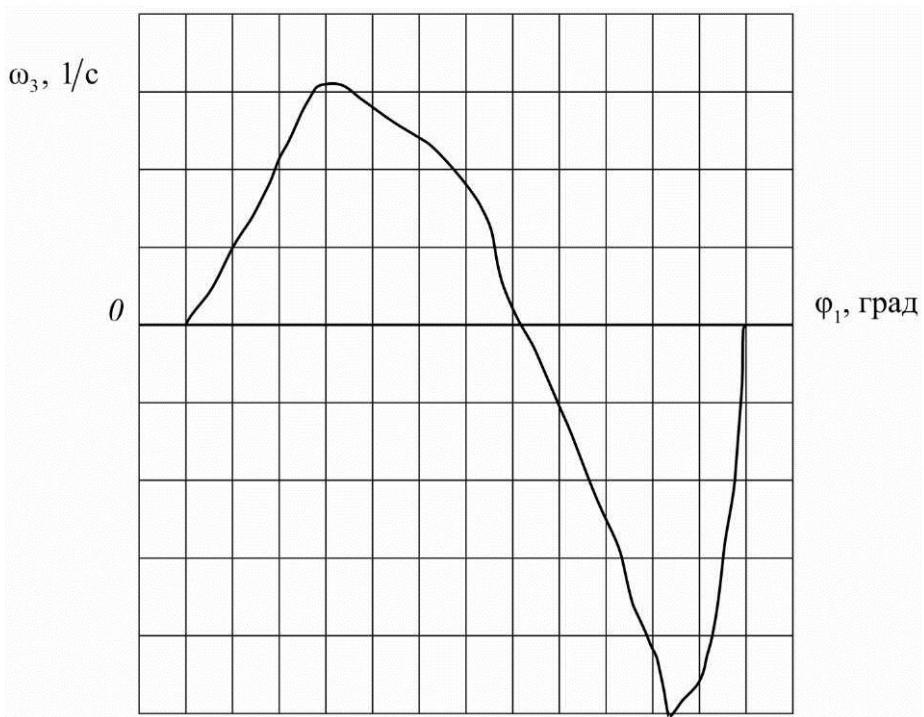


Рис. 4.25. Изменение угловой скорости коромысла

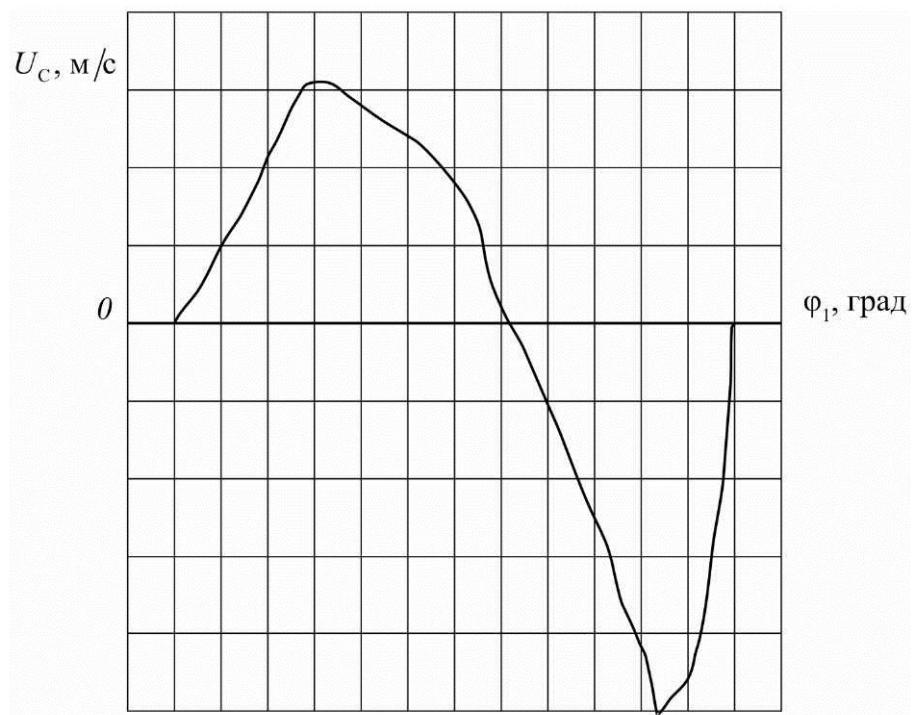


Рис. 4.26. Изменение скорости точки C

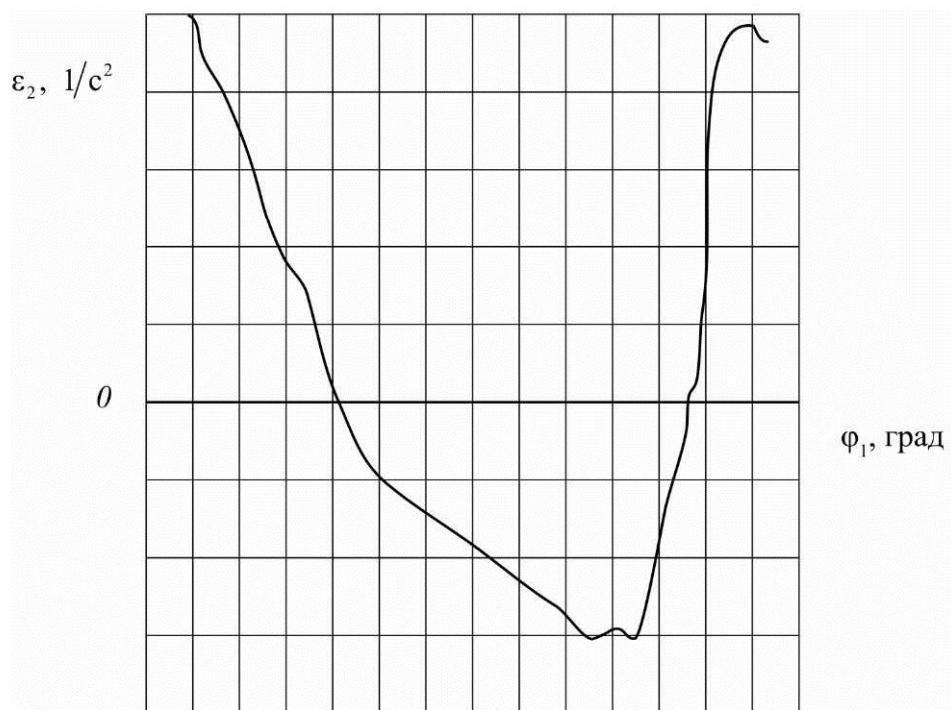


Рис. 4.27. Изменение углового ускорения коромысла

Кулисный механизм

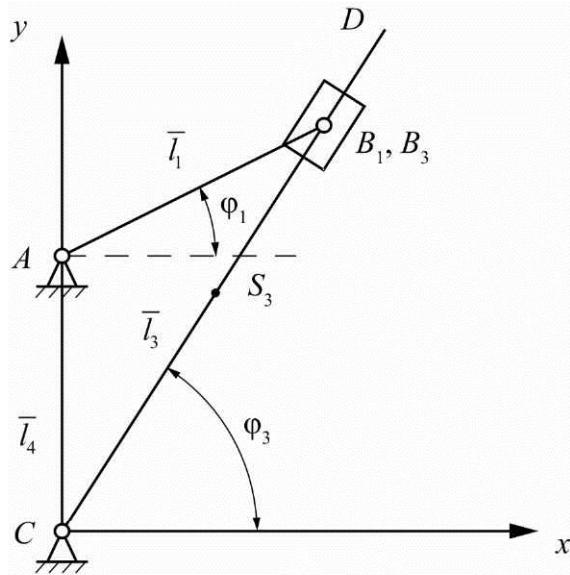


Рис. 4.28. Схема кулисного механизма

Рассмотрим кинематику кулисного механизма (рис. 4.28) с качающейся кулисой.

Уравнение замкнутости векторного контура ABCA:

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_3 + \bar{l}_4 = 0 \quad (4.108)$$

Вектор \bar{l}_3 , характеризующийся положением камня, переменен по величине и направлению. Проектируя уравнения замкнутости (4.109) на оси неподвижной системы координат XCY , получаем систему уравнений относительно \bar{l}_3 и φ_3 :

$$l_1 \cos \varphi_1 = l_3 \cos \varphi_3;$$

$$l_1 \sin \varphi_1 + l_4 = l_3 \sin \varphi_3. \quad (4.109)$$

В результате решения системы получаем

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{l_1 \sin \varphi_1 + l_4}{l_1 \cos \varphi_1} = \frac{\sin \varphi_1 + \lambda_4}{\cos \varphi_1}, \quad (4.110)$$

$$l_3 = l_1 \sqrt{1 + \lambda_4^2 + 2\lambda_4 \sin \varphi_1}.$$

Окончательно:

$$\varphi_3 = \begin{cases} \arctg \frac{\sin \varphi_1 + \lambda_4}{\cos \varphi_1} \text{ и } y_{B_1} = l_1 \sin \varphi_1 + l_4 \geq 0; \\ \pi + \arctg \frac{\sin \varphi_1 + \lambda_4}{\cos \varphi_1} \text{ и } y_{B_1} = l_1 \sin \varphi_1 + l_4 < 0; \\ -\frac{3}{2}\pi \text{ и } \varphi_1 = \frac{3}{2}\pi; \\ \frac{\pi}{2} \text{ и } \varphi_1 = \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (4.111)$$

Координаты точек B и D будут следующими:

$$x_{B1} = l_1 \cos \varphi_1;$$

$$y_{B1} = l_4 + l_1 \sin \varphi_1;$$

$$x_D = l_{CD} \cos \varphi_3;$$

$$y_D = l_{CD} \sin \varphi_3.$$

Задача о скоростях

Дифференцируя по времени систему (4.109), получим уравнение для определения скоростей:

$$\begin{cases} -l_1 \sin \varphi_1 \omega_1 = V_{B_3 B_1} \cos \varphi_3 - l_3 \sin \varphi_3 \omega_3; \\ l_1 \cos \varphi_1 \omega_1 = V_{B_3 B_1} \sin \varphi_3 + l_3 \cos \varphi_3 \omega_3, \end{cases} \quad (4.112)$$

где относительная скорость $V_{B_3 B_1} = \frac{dl_3}{dt}$.

Из системы (4.112) определяем угловую скорость звена и относительную скорость:

$$\omega_3 = \frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)}{\lambda_3} \quad \text{или} \quad \omega_3 = u_{31} \omega_1,$$

где

$$V_{B_3 B_1} = l_1 \omega_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3); \quad (4.113)$$

$$\omega_{31} = \frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)}{\lambda_3}.$$

Находим проекции линейных скоростей точек B_f и D :

$$\dot{x}_{B_1} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1;$$

$$\dot{y}_{B_1} = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1;$$

$$\dot{x}_D = l_{CD} \omega_3 \sin \varphi_3;$$

$$\dot{y}_D = l_{CD} \omega_3 \cos \varphi_3.$$

Задача об ускорениях

Из дифференцирования уравнений (4.112) получаем систему уравнений относительно угловых ускорений звеньев и ускорение точек:

$$\begin{cases} -l_1 \cos \varphi_1 \omega_1^2 - l_1 \sin \varphi_1 \varepsilon_1 = a_{B_3 B_1}^2 \cos \varphi_3 - 2v_{B_3 B_1} \omega_3 \sin \varphi_3 - l_3 \varepsilon_3 \cos \varphi_3 - l_3 \omega_3^2 \sin \varphi_3; \\ -l_1 \sin \varphi_1 \omega_1^2 + l_1 \cos \varphi_1 \varepsilon_1 = a_{B_3 B_1}^2 \sin \varphi_3 + 2v_{B_3 B_1} \omega_3 \cos \varphi_3 + l_3 \varepsilon_3 \sin \varphi_3 - l_3 \omega_3^2 \cos \varphi_3; \end{cases} \quad (4.115)$$

В полученных соотношениях $2v_{B_3 B_1} \cdot \omega_3 = a_{B_3 B_1}^2$ – ускорение Кориолиса, $\frac{dv_{B_3 B_1}}{dt}$ – релятивное ускорение. Из системы уравнений (4.114) определяем ε_3 и $a_{B_3 B_1}^2$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= \frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)}{\lambda_3} \varepsilon_1 - \frac{\omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3)}{\lambda_3} - \frac{a_{B_3 B_1}^2}{l_3}; \\ a_{B_3 B_1}^2 &= -\varepsilon_1 l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + \omega_1^2 \left[\frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)}{\lambda_3} - \cos(\varphi_1 - \varphi_3) \right] l_1. \end{aligned} \quad (4.115)$$

Находим проекции ускорений точек B_1 и D :

$$\ddot{x}_{B_1} = -l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - \varepsilon_1 l_1 \sin \varphi_1;$$

$$\ddot{y}_{B_1} = l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + \varepsilon_1 l_1 \cos \varphi_1;$$

$$\ddot{x}_D = -l_{CD} \varepsilon_3 \sin \omega_3 - l_{CD} \omega_3^2 \cos \varphi_3;$$

$$\ddot{y}_D = l_{CD} \varepsilon_3 \cos \omega_3 - l_{CD} \omega_3^2 \sin \varphi_3.$$

Кинематические характеристики точек S_3 , K и других находятся также, как и в предыдущих примерах.

V. КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ МЕХАНИЗМОВ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Под термином «силовой расчёт механизма» понимают решение задач об определении усилий, действующих на звенья, давлений в кинематических парах, давлений на раму и фундамент машины, а также задач о нахождении уравновешивающей силы или уравновешивающего момента.

Знать усилия, действующие на звенья, необходимо для того, чтобы задать их размеры, обеспечивающие как прочность, так и достаточную жёсткость, благодаря чему звенья не будут разрушаться, а неизбежные их деформации не выдут за пределы, допустимые условиями работы машины.

Определение давлений позволяет найти силы трения, возникающие при относительном движении звеньев, образующих кинематическую пару. Результаты расчёта используются при оценке энергетических потерь на трение и разработке способов снижения этих потерь (путём отвода теплоты, создания устойчивого смазочного слоя и пр.).

Силы воздействия на раму и фундамент машины надо знать для того, чтобы расчётом обеспечить прочность и надёжность крепления машины к раме, а последней к фундаменту. Кроме того, указанные силы необходимы для расчёта фундамента.

Решение всех этих задач связано с определением реакций связей, которые вызываются не только системой задаваемых сил, но и динамическим влиянием движущихся звеньев машины, т.е. силами инерции.

Во многих современных машинах динамическое влияние движущихся звеньев на величину реакций связей имеет определяющее значение. Можно выделить два характерных типа машин: машины, в которых динамическое влияние преобладает над задаваемыми силами вследствие высоких скоростей движения; машины, чаще технологические, для которых задаваемые силы не могут служить основанием для нахождения размеров звеньев, и эти размеры определяются по динамическим силам и реакциям. При расчёте реакций в кинематических парах с учётом влияния движущихся звеньев считают движение ведущего звена машины известным.

5.1. Силы, действующие на звенья механизма

Силовой расчет дает возможность по заданным весам звеньев, силам инерции, силам сопротивления определять реакции в кинематических парах и движущие силы, необходимые для определения сил полезного сопротивления.

Определение движущей силы позволяет, предварительно оценив потери на трение, решить вопрос о потребной мощности двигателя для привода механизма.

Движущие силы направлены в сторону перемещения их точек приложения или составляют с этими перемещениями острые углы. Движущие силы приложены к ведущим звеньям механизма и совершают положительную работу.

Силы сопротивления направлены против перемещения их точек приложения или составляют с этими перемещениями тупые углы. Силы сопротивления совершают отрицательную работу и подразделяются на производственные силы сопротивления и силы трения.

Силы производственных сопротивлений, для преодоления которых создан механизм, приложены к исполнительным звеньям.

Силы трения (качения, скольжения) возникают в кинематических парах. Часто в курсовых проектах силами трения пренебрегают.

Силы тяжести звеньев приложены в центре масс звена и могут совершать как положительную, так и отрицательную работы или не совершать никакой (если центр масс звена не перемещается или остается на одном горизонтальном уровне).

5.2. ЗАДАЧИ СИЛОВОГО РАСЧЁТА

В задачу силового расчета входит определение всех сил и моментов сил, приложенных к каждому звену механизма, включая реакции в кинематических парах. Эти усилия необходимо знать для расчета звеньев и элементов кинематических пар на прочность. Перед началом расчета должны быть решены задачи кинематики: о положениях, скоростях и ускорениях. Если при расчете в число известных внешних сил не включена инерционная нагрузка на звенья, то такой расчет называют статическим. Если силы инерции и их моменты учитываются, то расчет является кинетостатическим.

5.3. УСЛОВИЯ, НАЛАГАЕМЫЕ СТРУКТУРОЙ МЕХАНИЗМОВ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ

Было установлено, что кинематическая цепь любого стержневого механизма с одной степенью подвижности может быть получена путём присоединения к механизму первого класса структурных групп. Характерное свойство любой из групп – равная нулю подвижность при присоединении к звеньям кинематической цепи. Это значит, что присоединяя структурные группы к механизму первого класса, получаем новую систему, подвижность которой равна подвижности исходной. В присоединённой группе число степеней свободы равно числу условий связи. Если обозначить число звеньев группы через n , а число пар пятого класса, образовавшихся при присоединении, через p_5 , то число степеней свободы будет равно $3n$, а число условий связей, налагаемых парами пятого класса, – $2p_5$, вышесказанное можно записать формулой

$$3n = 2p_5.$$

Это и есть условие образования структурных групп, простейшая из которых содержит два звена и три кинематические пары пятого класса. Данному равенству можно дать и другое толкование. Число три есть число уравнений статики для одного звена, а два – число независимых параметров в одной кинематической паре. Если в формулу

$$3n = 2p_5$$

подставить значения n и p и она примет вид равенства, то такая система называется статически определимой.

Следовательно, структурная группа может быть принята за расчётную единицу при определении условий в кинематических парах пятого класса.

Применим записанные выше условия к структурной группе второго класса первого вида. Группа состоит из двух звеньев (поворотов) и может быть присоединена к двум звеньям, при этом образуются две пары пятого класса (рис. 5.1).

В реальных условиях звенья группы присоединяются не к стойке, а к подвижным звеньям, следовательно, образуется подвижная система, степень свободы которой равна двум. Это значит, что для системы из двух звеньев надо записывать четыре уравнения статики. Если связать

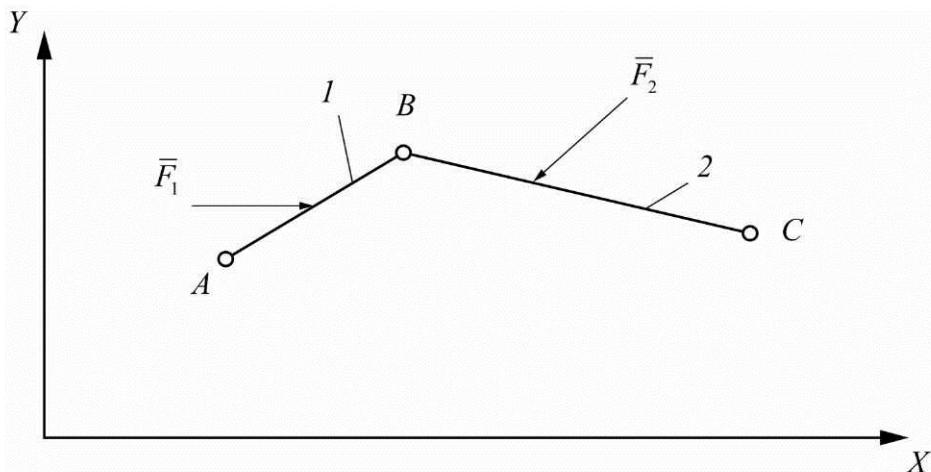


Рис. 5.1. Подвижная схема из двух звеньев

движение звеньев 1 и 2 (см. рис. 5.1) с системой координат $X-Y$, то можно записать два уравнения проекций сил на оси координат и два уравнения моментов относительно точки B .

В сумме это даёт четыре уравнения статики. Количество неизвестных также должно быть равным четырём. Примем следующие допущения:

а) для вращательной пары:

- вектор реакции проходит через центр пары, следовательно, известна точка приложения силы;
- величина реакции неизвестна;
- линия действия реакции неизвестна.

б) для поступательной пары:

- точка приложения вектора реакции неизвестна;
- величина реакции неизвестна;
- линия действия нормальна к опорной поверхности.

С учётом сказанного количество неизвестных параметров в кинематических парах A и C будет равно четырём.

Таким образом, количество уравнений позволяет определить количество неизвестных сил.

На рис. 5.2 приведена расчётная схема для структурной группы второго класса первого рода.

К звеньям группы приложена система внешних сил, которую образуют силы веса и силы инерции. Направление реакции в шарнирах A и C неизвестно, поэтому полные реакции условно разложены по двум направлениям. Одно совпадает с осью звена, второе перпендикулярно ему. Реакцию, линия действия которой совпадает с осью звена, назовём нормальной R^n , а перпендикулярную ей реакцию – тангенциальной R^t . Для того чтобы различать реакции по направлению взаимодействия, будем

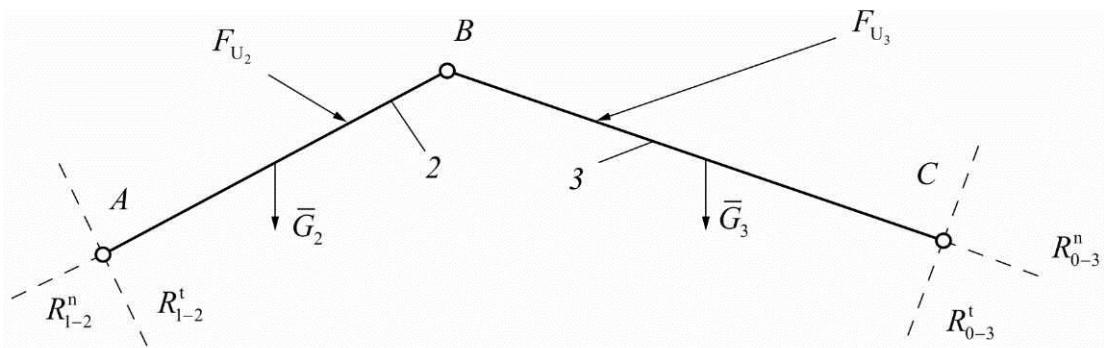


Рис. 5.2. Расчётная схема для структурной группы второго класса первого вида

присваивать им индексы, составленные из номеров звеньев. Первым ставим номер звена, от которого отделено звено группы, вторым – номер отдельного звена (см. рис. 5.2) группы.

Под действием всех приложенных сил группа (кинематическая цепь, имеющая нулевую подвижность) находится в состоянии статического равновесия. Следует отметить, что силовой расчёт для каждого вида групп второго класса имеет свои особенности, определяемые видом пар, которые образуют звенья группы.

В заключении рассмотрим расчётную схему механизма первого класса. Механизм первого класса представляет собой соединение двух звеньев, одно из которых неподвижно, т.е. является стойкой. На рис. 5.3 представлены две схемы механизмов первого класса: кривошипного (см. рис. 5.3, а) и ползунного (см. рис. 5.3, б).

Для обоих схем условие статической определимости не выполняется. Получить уравновешенные системы можно, если приложить к ведущим звеньям силу, которая будет уравновешивать все приложенные к звену силы. Эту силу называют уравновешивающей (F_y). Для этой силы должны быть заданы точка приложения и линия действия.

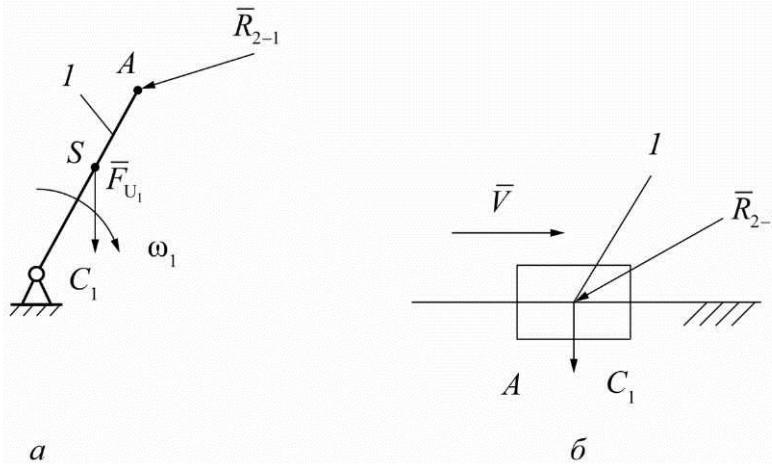


Рис. 5.3. Механизмы первого класса: а – кривошипный; б – ползунный

Предполагаем, что скорости кривошипа и ползуна постоянны. Если скорости переменны, то на эти звенья действуют сила инерции и момент от сил инерции.

5.4. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ СТРУКТУРНОЙ ГРУППЫ

Условия равновесия структурной группы могут быть записаны в форме векторного уравнения. Согласно рис. 5.2 будем иметь

$$\bar{R}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{U2} + \bar{F}_{U3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{0-3} = 0$$

или

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{1-2}^t + \bar{G}_2 + \bar{F}_{U2} + \bar{F}_{U3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{0-3}^t + \bar{R}_{0-3}^n = 0.$$

Вычислив тангенциальные составляющие и определив их направления, приведём систему сил к двум неизвестным по величине силам R^n_{1-2} и R^n_{0-3} . Эти силы могут быть теперь найдены путём построения плана сил по записанному векторному уравнению.

5.5. ПОРЯДОК СИЛОВОГО РАСЧЁТА МЕХАНИЗМА

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

1. Определяются все внешние силы, действующие на звенья механизма и строится расчётная схема для всего механизма.

2. Выделяются структурные группы, для каждой из них строится расчётная схема.

Начинают силовой расчёт обычно с последней по отношению к механизму первого класса структурной группы, для которой имеется достаточно данных, чтобы построить план сил. Далее последовательно переходят к расчёту следующих структурных групп.

3. Заканчивается силовой расчёт определением сил, действующих на ведущее звено.

4. Рассчитывается мощность, развиваемая уравновешивающим моментом в рассматриваемом положении механизма.

5. Определяется полная мощность с учётом КПД механизма. Силовой расчёт, выполненный для одного положения механизма, не даёт полной картины изменения сил, действующих на звенья механизма, поэтому его следует выполнять для нескольких положений механизма. В этом

случае можно будет рассчитать среднюю мощность, развиваемую движущей силой на валу ведущего звена, определить в кинематических парах места подвода смазки, чтобы снизить потери энергии на трение, уменьшить износ трущихся поверхностей и т.д.

5.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРАВНОВЕШИВАЮЩЕЙ СИЛЫ МЕТОДОМ Н.Е. ЖУКОВСКОГО (РЫЧАГ ЖУКОВСКОГО)

В тех случаях, когда не требуется определять реакции в кинематических парах, уравновешивающую силу можно найти, воспользовавшись принципом возможных перемещений. Согласно этому принципу, если на какую-либо механическую систему действует ряд сил, то прибавив условно к заданным силам силы инерции и дав всей системе возможные для данного положения перемещения, получим ряд элементарных работ, сумма которых должна равняться нулю.

Для системы, обладающей стационарными связями (т.е. связями, не зависящими от времени), возможные перемещения δ_i совпадают с действительными элементарными перемещениями. Математически это можно выразить в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^{i=n} F_i \cdot \delta_{si} \cdot \cos(F_i \delta_{si}) = 0$$

Или, разделив на dt ,

$$\sum_{i=1}^{i=n} F_i \cdot v_i \cdot \cos(F_i v_i) - \sum_{i=1}^{i=n} n_i = 0$$

где F_i – задаваемые силы;

V_i – скорость точек приложения сил F_i ;

$\alpha_i = F_i v_i$ – угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения;

n_i – мощность, развиваемая силой F_i .

Предположим, что в точке C звена AB приложена сила F_i (рис. 5.4).

Для дальнейших рассуждений построим повёрнутый план скоростей (рис. 5.5). Силу F_i переносят со звена AB в точку C плана скоростей. При этом перенесении оставляют без изменения величину и направление силы F_i . Из точки p – полюса плана скоростей, опускают на направление этой силы перпендикуляр h_i . Мощность n_i силы F_i может быть выражена следующим образом:

$$N_i = F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i = F_i \cdot (pc) \cdot \mu_v \cdot \cos \alpha_i = F_i \cdot h_i \cdot \mu_v.$$

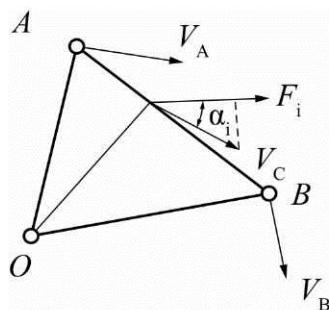


Рис. 5.4. Силы, действующие на звено

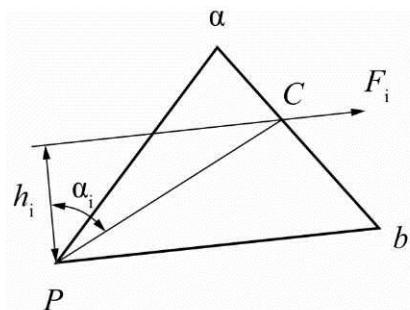


Рис. 5.5. Повёрнутый план скоростей механизма

Из построения следует, что угол между F_i и h_i равен α_i для механизма

$$\sum_{i=1}^{i=n} N_i = \mu_v \cdot \sum_{i=1}^{i=n} F_i \cdot h_i = 0.$$

Так как в уравнение входит общий множитель μ_v , не равный нулю, то после сокращения на него получаем

$$\sum_{i=1}^{i=n} F_i \cdot h_i = 0$$

или

$$F_1 \cdot h_1 + F_2 \cdot h_2 + \dots + F_n \cdot h_n = 0.$$

Уравнение может быть истолковано следующим образом.

Если все заданные силы, действующие на механизм в рассматриваемый момент времени, в том числе и силы инерции, перенести параллельно самим себе в одноимённые точки повёрнутого плана скоростей, то повёрнутый план скоростей можно рассматривать как некоторый рычаг с опорой в полюсе плана скоростей, находящийся под действием всех рассматриваемых сил в равновесии.

Этот метод Жуковского может быть применён для нахождения одной любой неизвестной силы, если точка приложения и линия действия этой силы заданы. Если на звенья механизма действуют моменты сил инерции, то последние нужно заменить силами с определёнными плечами.

Применим метод Жуковского для нахождения уравновешивающей силы F_y .

Пусть на звенья 2 и 3 механизма, изображённого на рис. 5.6, действуют силы F_2 и F_3 , приложенные в точках C и D .

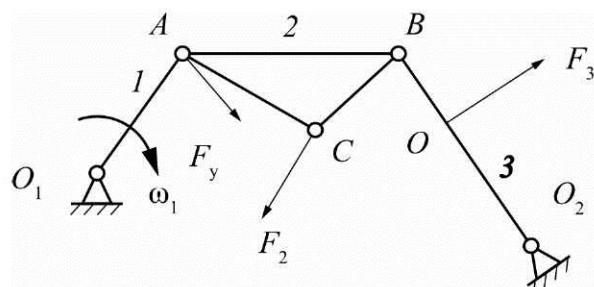


Рис. 5.6. Схема механизма

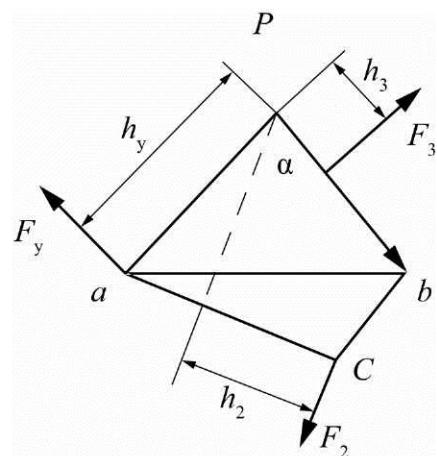


Рис. 5.7. Повёрнутый план скоростей механизма

Силы F_2 и F_3 представляют собой равнодействующие всех действующих сил на звенья 2 и 3, включая и силы инерции. Очевидно, что в общем случае под действием произвольно выбранных сил механизм не будет находиться в равновесии. Для приведения механизма в равновесие необходимо приложить уравновешивающую силу F_y или уравновешивающий момент M_y . За точку приложения уравновешивающей силы F_y принимают точку A , направляя её перпендикулярно к O_1A . Далее строят повёрнутый план скоростей (рис. 5.7) и переносят на него действующие силы. Затем составляют уравнения моментов этих сил относительно полюса P плана скоростей:

$$F_y \cdot h_y + F_2 \cdot h_2 - F_3 \cdot h_3 = 0,$$

откуда определяют уравновешивающую силу

$$F_y = \frac{F_3 \cdot h_3 - F_2 \cdot h_2}{h_y}.$$

5.7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ КИНЕТОСТАТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА МЕХАНИЗМА

Кинетостатический расчет рекомендуется выполнять в следующей последовательности:

1. Проанализировать исходные данные и поставленную задачу. В случае определения реакций для заданного угловой координатой ϕ_1 положения начального звена вычертить кинематическую схему в заданном положении механизма. По первому листу проекта найти значения движущих сил и моментов, сил полезного сопротивления и сил тяжести.

2. По первому листу проекта найти угловую скорость ω_1 и угловое ускорение ε_1 начального звена механизма.

3. Определить значения и направления главных векторов и главных моментов сил инерции для заданного положения механизма.

4. На кинематической схеме механизма изобразить векторы внешних сил, сил тяжести, и сил инерции и моментов сил. Расчленить механизм на статически определимые группы звеньев. По принципу освобождаемости от связей отбросить для каждой группы звеньев соответствующие связи, заменить их векторами соответствующих реакций.

5. Для каждой группы звеньев составить векторные уравнения суммы сил (уравнения суммы проекций сил на координатные оси) или алгебраические уравнения суммы моментов сил (включая инерционные силы) и решить их графическим или численным методом с использованием ЭВМ.

6. При наличии в математическом обеспечении отлаженных программ изучить алгоритм и программу вычислений, правила ввода-вывода, подготовить исходные данные. По результатам вычислений построить гидографы сил в каждой кинематической паре. Сопоставить результаты вычислений на ЭВМ с результатами, полученными путем графоаналитического решения.

5.8. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ ВИБРАЦИОННОГО МЕХАНИЗМА

Для данного положения механизма (рис. 5.8) произвести кинетостатический расчет, т.е. определить давления (реакции) во всех кинематических парах и потребную мощность двигателя.

Считаем известными размеры звеньев, положения центров тяжести, веса, момент инерции звеньев относительно собственных центров тяжести J_{si} , силу полезного сопротивления F_{nc} и угловую скорость кривошипа $\omega = \text{const}$. Главный вал рабочей машины соединен с ведущим валом посредством муфты.

5.8.1. Определение сил инерции звеньев и моментов пары сил

В общем случае плоскопараллельного движения все силы инерции каждого звена могут быть приведены к главному вектору сил инерции, приложенному в центре масс звена, и к паре сил инерции. Величина силы инерции определяется как произведение массы звена на ускорение центра тяжести:

$$\bar{F}_{ui} = -\frac{G}{g} \bar{a}_{si}, H,$$

и направлена эта сила в сторону, противоположную ускорению центра тяжести. Ускорение центра тяжести берется из плана ускорений для рассматриваемого положения механизма (см. рис. 5.8):

$$\bar{F}_{U1} = -\frac{G_1}{g} \bar{a}_{s1} = -\frac{G_1}{g} \mu_a(\overline{ps_1}), H, \quad (5.1)$$

$$\bar{F}_{U2} = -\frac{G_2}{g} \mu_a(\overline{ps_2}), H, \quad (5.2)$$

$$\bar{F}_{U3} = -\frac{G_3}{g} \mu_a(\overline{ps_3}), H, \quad (5.3)$$

$$\bar{F}_{U4} = -\frac{G_4}{g} \mu_a(\overline{ps_4}), H, \quad (5.4)$$

$$\bar{F}_{U5} = -\frac{G_5}{g} \mu_a(\overline{ps_5}), H, \quad (5.5)$$

где g – ускорение земного притяжения (m/s^2).

Момент пары сил инерции равен произведению момента инерции J_{si} звена относительно оси, проходящей через центр тяжести, на угловое ускорение звена:

$$\bar{M}_{ui} = J_{si} \bar{\varepsilon}_i. \quad (5.6)$$

Направление действия момента пары сил инерции противоположно угловому ускорению звена. Угловое ускорение каждого звена определяется как частное от деления относительного тангенциального ускорения каких-либо двух его точек на расстоянии между точками: $\bar{M}_{ui} = J_{si} \bar{\varepsilon}_i = 0$, так как $\omega_1 = \text{const}$ и, следовательно, $\varepsilon_1 = 0$;

$$\bar{M}_{u2} = -J_{z2} \bar{\varepsilon}_2 = -J_{s2} \frac{\mu_a(\overline{cn})}{\mu_e(BC)}, H_m, \quad (5.7)$$

$$\bar{M}_{u3} = -J_{z3} \bar{\varepsilon}_3 = -J_{s2} \frac{\mu_a(\overline{cn'})}{\mu_e(CD)}, H_m, \quad (5.8)$$

$$\bar{M}_{u4} = -J_{z4} \bar{\varepsilon}_3 = -J_{s2} \frac{\mu_a(\overline{fcn''})}{\mu_e(EF)}, H_m, \quad (5.9)$$

$\bar{M}_{u5} = 0$, так как звено 5 движется поступательно.

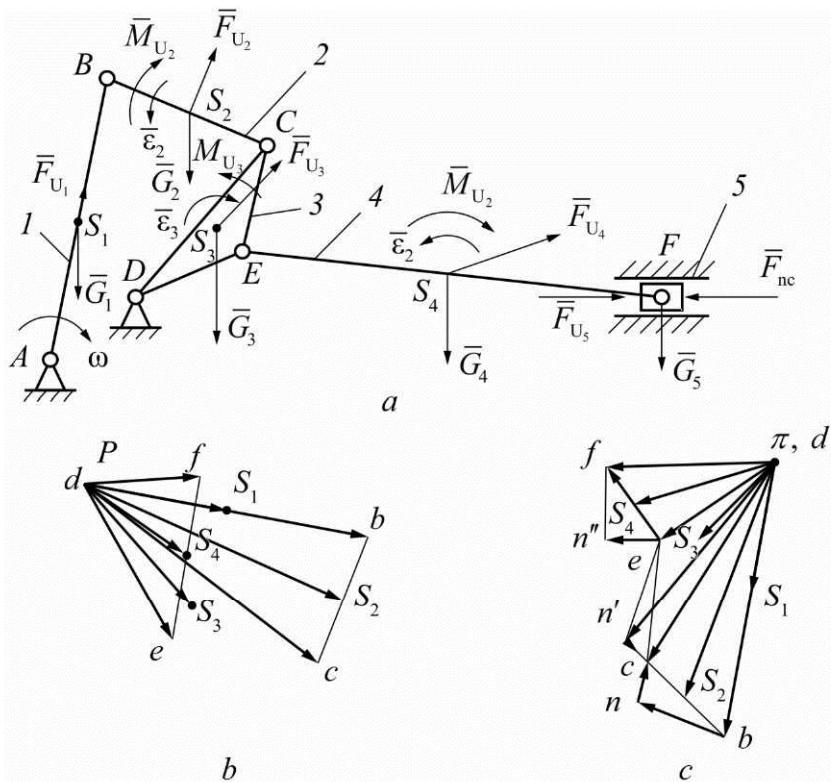


Рис. 5.8. Схема механизма: *а* – план положения механизма; *б* – план скоростей; *в* – план ускорений

Для определения направления углового ускорения второго звена переносим с плана ускорений отрезок cn , изображающий тангенциальное ускорение точки *C* звена *CB* относительно точки *5*, в точку *C* механизма.

Вектор \bar{a}_{CB} , приложенный в точке *C*, производит вращение звена *BC* относительно точки *B* против направления вращения часовой стрелки. Следовательно, таким и будет направление углового ускорения $\bar{\varepsilon}_2$.

Направление действия момента M_u пары сил инерции будет противоположно угловому ускорению $\bar{\varepsilon}_2$. Направление углового ускорения $\bar{\varepsilon}_3$ звена *3* определяется по тангенциальному ускорению \bar{a}_{CB} . Для этого достаточно вектор $|n, C|$ мысленно приложить в точке *C* механизма и проверить, каково будет направление вращения звена *CD* относительно точки *D*.

На рис. 5.8, *a* это направление совпадает с направлением вращения часовой стрелки. Значит, момент \bar{M}_{u3} будет направлен против направления вращения часовой стрелки.

Аналогично определяется направление углового ускорения (см. рис. 5.8, *a*). Угловое ускорение $\bar{\varepsilon}_4$ направлено против направления вращения часовой стрелки, а момент \bar{M}_{u4} действует по направлению вращения часовой стрелки.

5.8.2. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 2 класса 2-го вида (звенья 5 и 4)

Разбиваем механизм на группы Ассура и начинаем рассмотрение стой группы, для которой известны все внешние силы. Порядок рассмотрения групп при кинетостатическом расчете будет обратным порядку кинематического.

Скорость точки приложения уравновешивающей силы:

$$V_N = \omega_1 \cdot Z_B.$$

Далее составляем уравнение равновесия рычага Жуковского в следующем виде:

$$F_y(pn)\mu_l + G_1 h_1 \mu_l + G_3 h_3 \mu_l + F_{u3} h_3' \mu_l +$$

$$+ G_4 h_4 \mu_l + F_{u4} h_4' \mu_l - (F_{nc} - F_{u5})(pt) \mu_l = 0, \quad (5.10)$$

$$F_y = \frac{-G_1 h_1 - G_3 h_3 - F_{u3} h_3' - G_4 h_4 - F_{u4} h_4' + (F_{nc} - F_{u5})(pt)}{L(pn)}. \quad (5.11)$$

Таким образом, если к звеньям механизма приложены силы и моменты, то уравнение равновесия вспомогательного рычага можно написать в следующем виде:

$$\bar{F}_y = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{F}_i h_i \mu_l + \sum_{i=1}^n \bar{M}_i \mu_l}{L(pn)\mu_l}. \quad (5.12)$$

Мощность двигателя определяется по аналогии с предыдущим примером.

$$N_{\delta B} = \frac{M_{yp}\omega}{\eta},$$

где η – КПД механизма исследования. Поэтому в первую очередь рассматриваем структурную группу 2₂, состоящую из звеньев 4–5. Эта структурная группа со всеми действующими на нее силами, включая и силы инерции, показана на рис. 5.9.

Действие отброшенных звеньев заменено действием реакций \bar{R}_{D_3} и \bar{R}_{34} , которые необходимо определить. Разложим реакцию \bar{R}_{34} на две составляющие: \bar{R}_{34}^n – реакция, действующая вдоль звена EF , \bar{R}_{34}^τ – действующая перпендикулярно звену EF , при этом

$$\bar{R}_{34} = \bar{R}_{34}^n + \bar{R}_{34}^\tau. \quad (5.13)$$

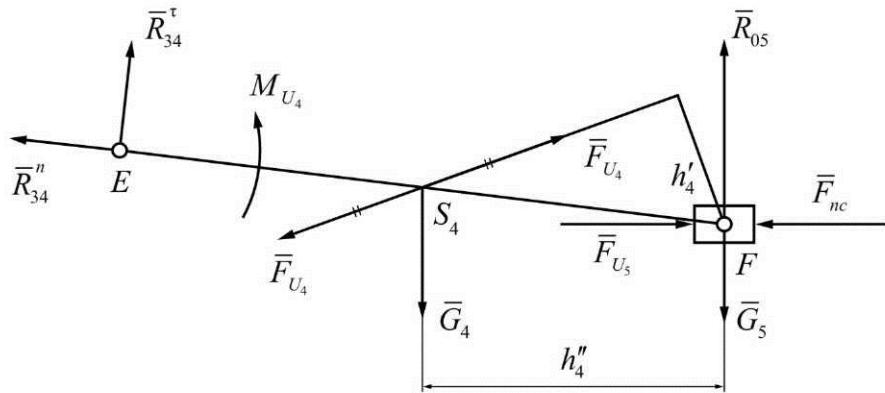


Рис. 5.9. Структурная группа 2_2

Реакция \bar{R}_{05} будет проходить через центр шарнира F , так, все силы, действующие на звено 5, проходят через центр шарнира F .

За порядком нахождения искомых реакций (давлений) в структурной группе 2_2 можно проследить по табл. 5.1.

Таблица 5.1

Таблица для определения реакций в кинематических парах

Искомый параметр	Уравнения равновесия	Звено, для которого составляется уравнение
\bar{R}_{34}^t	$\sum_{i=1}^n \bar{M}(F) = 0$	4
\bar{R}_{05} и \bar{R}_{34}^n	$\sum_{i=1}^n \bar{F} = 0$	4 и 5
\bar{R}_{45}	$\sum_{i=1}^n \bar{F} = 0$	5

Далее приступаем к написанию развернутых уравнений равновесия и к определению сил.

1. Величина \bar{R}_{34}^t может быть непосредственно получена из уравнения равновесия, написанного для звена 4.

Звено 4 находится под действием следующих сил: веса G_4 , результирующей силы инерции F_{U4} , составляющих R_{34}^n и R_{34}^t реакции R_{34} и реакции R_{45} , которой заменено действие отсоединенного звена 5.

Направление силы R_{34}^t определяется составлением уравнения моментов всех сил, действующих на звено 4 относительно точки F .

Если величина силы окажется отрицательной, то направление должно быть выбрано противоположным.

$$\sum_{i=1}^n M(F) = R_{34}^\tau(EF)\mu_l - G_4 h_4 \mu_l + F_{u4} h_4 \mu_l - M_{u4} = 0, \quad (5.14)$$

откуда

$$R_{34}^\tau = \frac{G_4 h_4 - F_{u4} h_4 \mu_l}{L_{EF}}. \quad (5.15)$$

2. Составляем уравнение равновесия структурной группы, приравнивая к нулю векторную сумму всех сил, действующих на группу

$$\sum_{i=1}^n \bar{F} = \bar{R}_{34}^n + \bar{R}_{34}^\tau + \bar{G}_4 + \bar{F}_{u4} + \bar{G}_4 + F_{u5} + \bar{F}_{nc} + \bar{R}_{05} = 0. \quad (5.16)$$

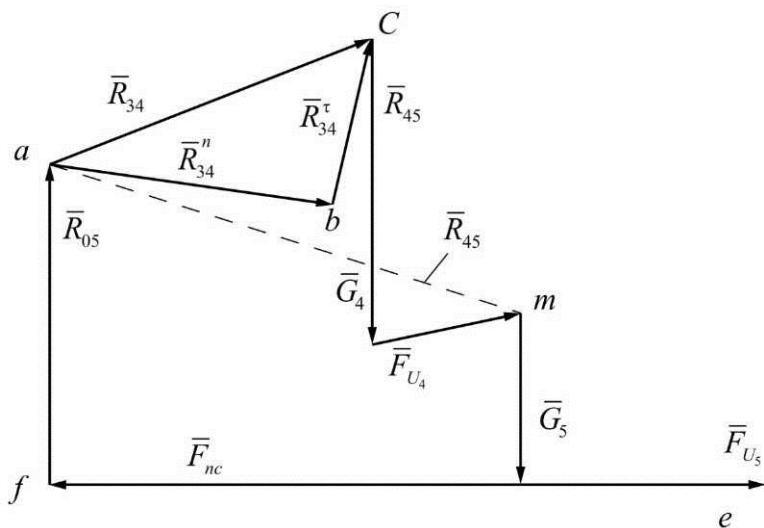
При составлении векторной суммы сил удобно неизвестные по величине силы писать в начале и в конце уравнения, чтобы при построении плана сил было проще найти их величину.

Кроме того, при составлении уравнения (5.16) рационально силы, относящиеся к одному звену, писать последовательно друг за другом, так как это упрощает в дальнейшем определение реакции во внутренней кинематической паре.

Построение плана сил для структурной группы 2² показано на рис. 5.10. Если наибольшая сила F_{nc} , то

$$\mu_F = \frac{F_{nc}}{|F_{nc}|}, \frac{H}{MM}$$

где $|F_{nc}|$ – вектор силы F_{nc} на плане сил (5.17).



Далее в этом масштабе из точки a проводим линию действия нормальной составляющей реакции звена 3 на звено 4 R_{34}^n и откладываем отрезок $|bc|$, выражаящий в масштабе μ_F силу R_{34}^t .

Затем к концу вектора \overline{R}_{34}^t прибавляем вектор G_4 и так далее согласно уравнению (5.16).

Из конца вектора $\overline{F}_{nc}(f)$ проводим линию действия реакции \overline{R}_{05} . Точка a – точка пересечения линий действия \overline{R}_{05} и \overline{R}_{34}^n .

Геометрически сложив \overline{R}_{34}^n и \overline{R}_{34}^t , определим полную реакцию в шарнире E .

Отрезок $|fa|$ изображает исковую реакцию \overline{R}_{05} :

$$R_{05} = \mu_p(fa),$$

а отрезок $|ac|$ – исковую реакцию \overline{R}_{34} :

$$R_{34} = \mu_p(ac).$$

3. Реакция во внутренней кинематической паре определяется из условия равновесия звена 5:

$$\sum_{i=1}^n \overline{F} = \overline{R}_{45} + \overline{G}_5 + \overline{F}_{u5} + \overline{F}_{nc} + \overline{R}_{05} = 0. \quad (5.17)$$

Реакция R_{45} неизвестна ни по величине, ни по направлению.

Так как при построении плана сил для структурной группы 2_2^2 были сгруппированы силы по звеньям, то нового плана сил для звена 5 строить не требуется. Достаточно соединить конец силы R_{05} (точка a) с началом силы G_5 (точка B), чтобы получить реакцию R_{45} .

$$R_{45} = \mu_F(am).$$

Для равновесия звена 4 надо замкнуть многоугольник сил, действующих на звено 4, т.е. соединить конец вектора \overline{F}_{u4} (точка m) с началом вектора \overline{R}_{34}^n (точка a).

Иными словами: $\overline{R}_{45} = \overline{R}_{54}$.

5.8.3. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 2

Рассмотрев диаду 4–5, переходим к следующей структурной группе 2 класса 1-го вида, состоящей из звеньев 2 и 3 (рис. 5.11). При этом определенную нами реакцию \bar{R}_{34} поворачиваем на 180° , получаем реакцию \bar{R}_{43} и прикладываем ее в точке E звена 3 как известную внешнюю силу.

Порядок определения реакций в кинематических парах структурной группы 2_2^2 указан в табл. 5.2, а соответствующие планы сил даны на рис. 5.12.

1. Сумма моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки C :

$$\sum_{i=1}^n M_c(F) = R_{12}^\tau(BC)\mu_l + G_2 h'_2 \mu_l - F_{u_2} h''_2 - M_{u_2} = 0,$$

откуда

$$R_{12}^\tau = \frac{F_{u_2} h''_2 \mu_l - G_2 h''_2 \mu_l + M_u}{L_{BC}}.$$

2. Сумма моментов всех сил, действующих на звено 3 относительно точки C :

$$\sum_{i=1}^n M_c = R_{03}^\tau(BC)\mu_l + G_2 h'_2 \mu_l - F_{u_2} h''_2 - M_{u_2} = 0 \quad (5.18)$$

откуда

$$R_{03}^\tau = \frac{-G_3 h'_3 \mu_l - F_{u_3} h'''_3 \mu_l + R_{43} h''_3 \mu_l - M_{u_3}}{L_{DC}} H. \quad (5.19)$$

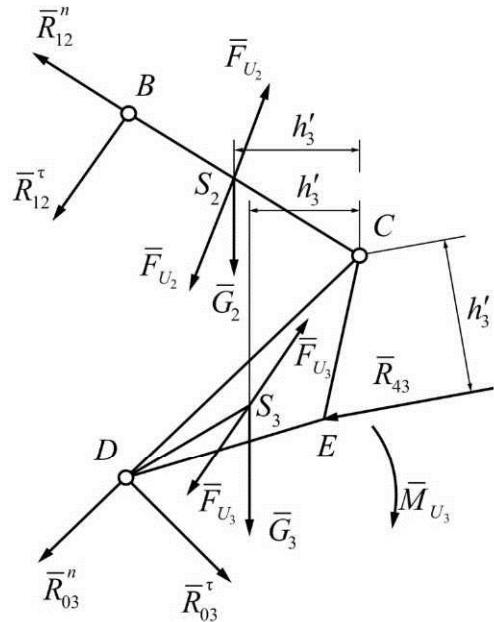


Рис. 5.11. Структурная группа 2_2^2

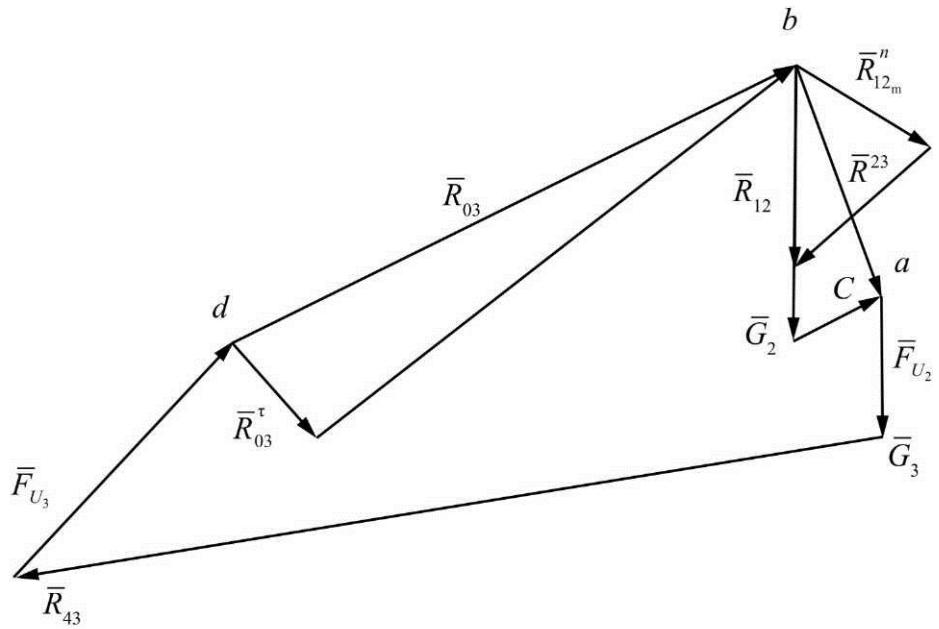


Рис. 5.12. План сил структурной группы 2^2_l

Таблица 5.2

Таблица для определения реакций в кинематических парах

Искомый параметр	Уравнение равновесия	Звено, для которого составляется уравнение
\bar{R}_{12}^t	$\sum_{i=1}^n \bar{M}_c(F) = 0$	2
\bar{R}_{03}^t	$\sum_{i=1}^n \bar{M}_c(F) = 0$	3
\bar{R}_{12}^n и \bar{R}_{03}^n	$\sum_{i=1}^n \bar{F}_c = 0$	2 и 3
\bar{R}_{32}^t	$\sum_{i=1}^n \bar{F}_c = 0$	2

3. Общее уравнение равновесия всей структурной группы (см. рис. 5.11)

$$\sum_{i=1}^n \bar{F} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^t + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u_2} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{43} + \bar{F}_{u_3} + \bar{R}_{03}^t + \bar{R}_{03}^n = 0. \quad (5.20)$$

Построение начинаем в точке a , в которой заканчивается вектор \bar{R}_{12}^n и из которой исходит \bar{R}_{12}^t .

Очевидно, что

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^t, \quad (5.21)$$

$$\bar{R}_{03} = \bar{R}_{03}^n + \bar{R}_{03}^t. \quad (5.22)$$

Отрезок \overline{ad} на плане сил (см. рис. 5.12) в масштабе μ_p изображает реакцию \overline{R}_{03} ; отрезок \overline{ac} – реакцию \overline{R}_{12} ;

$$\overline{R}_{03} = \mu_p (\overline{ad}),$$

$$\overline{R}_{12} = \mu_p (\overline{ac}).$$

4. Для определения силы R_{32} составляем уравнение равновесия звена 2:

$$\sum_{i=1}^n \overline{F} = \overline{R}_{12} + \overline{G}_2 + \overline{F}_{u_2} + \overline{R}_{32} = 0. \quad (5.23)$$

Соединив конец вектора \overline{F}_{u_2} (точка a) с началом вектора \overline{R}_{12} (точка b), получим в масштабе μ_p величину силы \overline{R}_{32} и ее направление (см. линию \overline{ac} на рис. 5.12).

$\overline{R}_{32} = \mu_p (ac)$; $\overline{R}_{23} = -\overline{R}_{32}$ и может быть найдена из уравнения равновесия звена 3.

5.8.4. Силовой расчет ведущего звена

Определив последовательно реакции во всех структурных группах Ассура, переходим к рассмотрению равновесия кривошипа и определяем реакцию стойки \overline{R}_{01} и уравновешивающий момент \overline{M}_y (рис. 5.13).

При этом реакция со стороны второго звена \overline{R}_{21} нами уже определена и включена в число известных сил: $\overline{R}_{21} = -\overline{R}_{12}$.

Величина уравновешивающего момента определится из уравнения моментов всех сил относительно точки A :

$$\sum_{i=1}^n M_A = M_y + G_1 h'_1 \mu_l - R_{21} h'_1 \mu_l = 0. \quad (5.24)$$

Отсюда получаем значение уравновешивающего момента:

$$M_y = -G_1 h'_1 \mu_l + R_{21} h'_1 \mu_l, \text{ Нм.} \quad (5.25)$$

Реакция стойки на звено 1 определяется из условия равновесия звена 1:

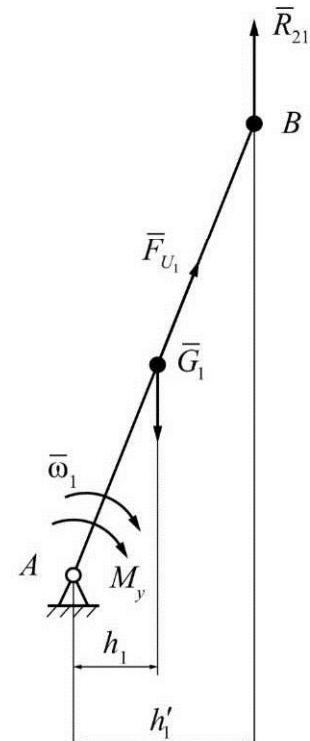


Рис. 5.13. Первоначальный механизм (входное звено)

$$\underline{\underline{R_{21}}} + \underline{\underline{F_{u_1}}} + \underline{\underline{G_1}} + \underline{\underline{R_{01}}} = 0. \quad (5.26)$$

Графическое определение силы \bar{R}_{01} показано на рис. 5.14.

$$R_{01} = ad\mu_F \text{ (Н).}$$

5.8.5. Определение уравновешивающего момента с помощью рычага Жуковского

Уравновешивающий момент M_δ можно определить с помощью рычага Жуковского.

Для этого надо план скоростей рассматриваемого положения механизма повернуть на 90° в любую сторону (в нашем примере план скоростей повернут по направлению вращения часовой стрелки) и все внешние силы, включая и силу инерции звеньев, перенести параллельно самим себе в соответствующие точки плана (рис. 5.15).

Повернутый план скоростей рассматривается как жесткий рычаг с опорой в полюсе, который уравновешивается моментом \bar{M}'_y . Здесь \bar{M}'_y – момент, приложенный на плане скоростей. Знак момента \bar{M}'_y сохраняется, если направление отрезка $|pb|$ – порядок букв – совпадает с направлением отрезка \bar{R}_{AB} , и будет противоположным, если эти направления не совпадают.

В рассматриваемом примере знак момента \bar{M}'_y противоположен знаку момента \bar{M}_y . Составляем уравнение моментов всех сил относительно полюса p плана скоростей. Получаем:

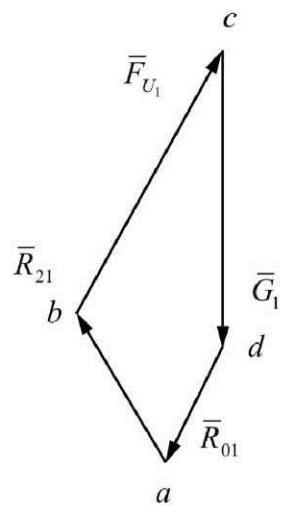


Рис. 5.14. План сил ведущего звена

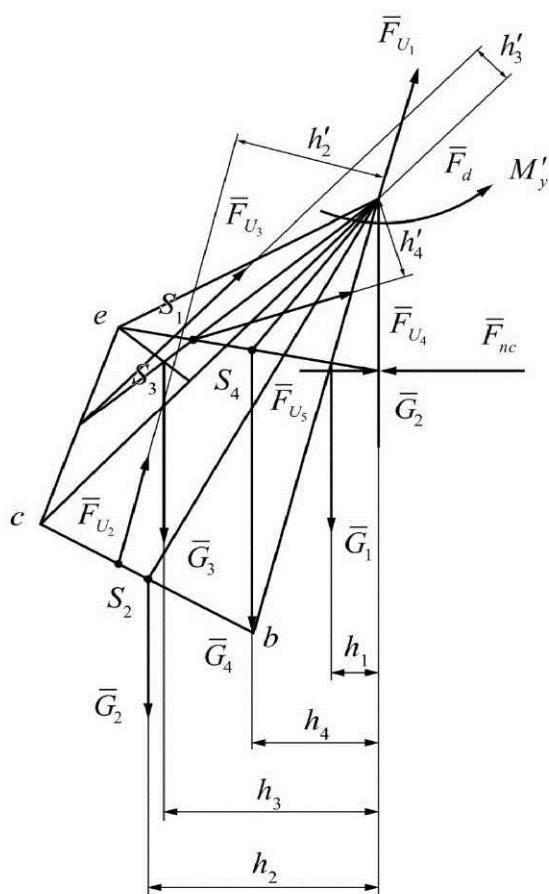


Рис. 5.15. Определение уравновешивающего момента с помощью рычага Жуковского

$$M'_y = -G_1 h_1 \mu_l - G_2 h_2 \mu_l + F_{u_2} h'_2 \mu_l - G_3 h_3 \mu_l + \\ + F_{u_3} h'_3 \mu_l - G_4 h_4 \mu_l - (F_{u_5} - F_{ns})(\rho f) \mu_l H.$$

Если знак момента получится отрицательный, то направление действия момента следует сменить на обратное.

5.8.6. Определение потребной мощности двигателя

Сумма полезной мощности $|N_y|$ и мощности трения $|N_T|$ дает минимальное потребное значение мощности привода механизма:

$$N \text{ привода} \geq N_y + N_T$$

или

$$N \text{ привода} \geq \frac{N_y}{\eta},$$

где η – коэффициент полезного действия механизма.

На практике для определения мощности привода находят значения N_y и N_T для нескольких положений механизма. Струят графики зависимости

$$N \text{ привода} = N(t)$$

или

$$N \text{ привода} = N(\phi),$$

где ϕ – угол поворота ведущего звена, и выбирают оптимальное значение потребной мощности привода.

5.9. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ СТРОГАЛЬНОГО СТАНКА

Пусть задан механизм строгального станка (рис. 5.16). Кривошип жестко соединен с зубчатым колесом, сидящим на валу A . Шестерня пересажена на вал электродвигателя O_1 . Радиус начальной окружности зубчатого колеса R . Угол зацепления α .

К резцу в точке F приложена горизонтальная сила производственного сопротивления F_{nc} , а через точку p – полюс зацепления – под углом α проходит уравновешивающая сила F_y , приложенная к зубцам колеса радиуса R .

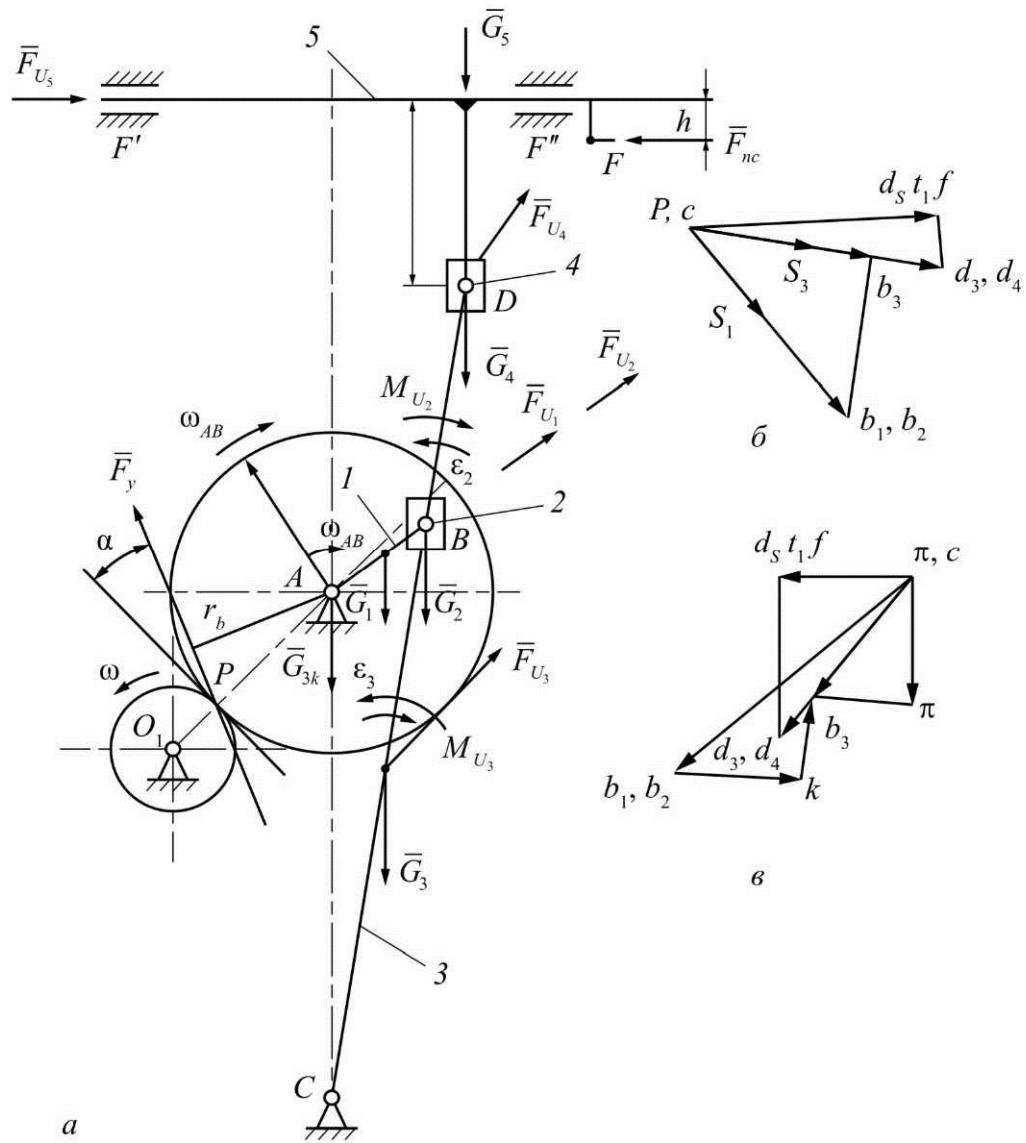


Рис. 5.16. Схема строгального станка:
 a – силы и моменты, действующие на звенья механизма;
 δ – план скоростей; π – план ускорений

Веса всех звеньев (G зуб. колес, $G_1, G_2 = 0, G_3, G_4, G_5$) и координаты центров тяжести звеньев известны.

Известны также моменты инерции звеньев ($I_{S1}, I_{S2} = 0, I_{S3}, I_{S4}, I_{S5}$) относительно оси, проходящей через центр тяжести звена и КПД механизма η .

Требуется определить реакции во всех кинематических парах, уравновешивающую силу F_y и мощность привода.

5.9.1. Определение сил инерции звеньев

Определяем силы инерции звеньев и точки их приложения, для этого разбиваем механизм на структурные группы Ассура, так как они статически определимы.

Звенья 5 и 4 образуют структурную группу 2-го класса, 5-го вида, 2-го порядка.

Звенья 2 и 3 образуют структурную группу 2-го класса, 3-го вида, 2-го порядка.

Звено 1, соединенное вращательной кинематической парой со стойкой, представляет начальный механизм 1-го класса.

Структурная формула строгального станка: $1 \rightarrow 2_3^2 \rightarrow 2_5^2$.

5.9.2. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 2_2^2 (звенья 5 и 4)

Силовой расчет начинаем с наиболее удаленной структурной группы, состоящей из звеньев 4–5 (рис. 5.17), так как все внешние силы, действующие на эту структурную группу, известны. Действие отброшенных звеньев заменено действием реакции \bar{R}_{05} и \bar{R}_{34} . Сила \bar{R}_{05} действует по нормали к $F'F''$, но точка приложения этой силы неизвестна. Сила \bar{R}_{34} приложена к точке D , но линия действия ее неизвестна.

Порядок определения реакций приведен в табл. 5.3.

1. Из условия равновесия звена 5 имеем

$$\sum_{i=1}^n \bar{F} = \bar{R}_{05} + \bar{F}_{nc} + \bar{F}_{45} + \bar{G}_5 + \bar{R}_{45} = 0. \quad (5.27)$$

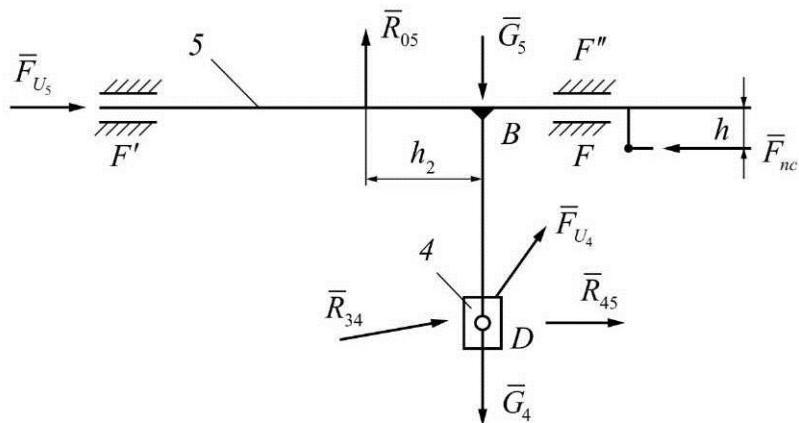


Рис. 5.17. Структурная группа 2_5^2

Реакция звена 4 на звено 5 \bar{R}_{45} перпендикулярна направляющей и проходит через точку D.

Таблица 5.3

Таблица для определения реакций в кинематических парах

Искомый параметр	Уравнение равновесия	Звено, для которого составляется уравнение
R_{05} и R_{45}	$\sum_{i=1}^n \bar{F} = 0$	5
R_{34}	$\sum_{i=1}^n \bar{F} = 0$	4
h_5	$\sum_{i=1}^n \bar{M}_D(F) = 0$	5

Построение начинаем с точки m (рис. 5.18), откладывая силу F_{nc} , и последовательно к ней присоединяя все силы, действующие на звенья механизма в масштабе μ_f .

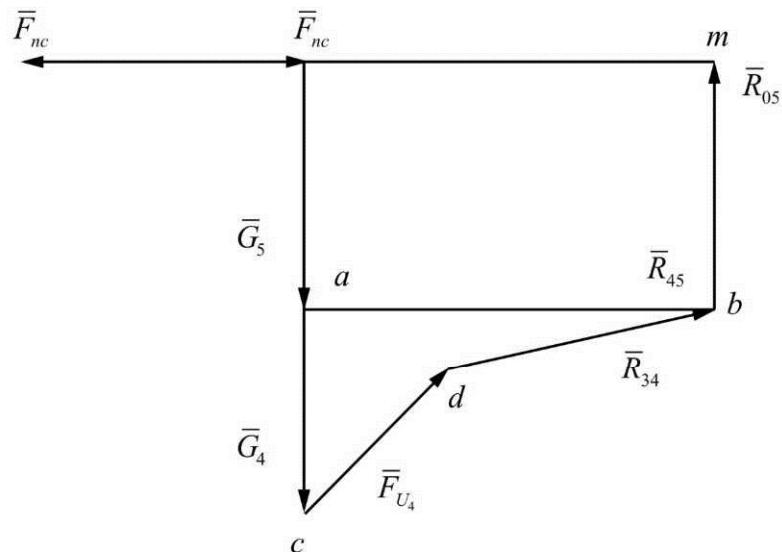


Рис. 5.18. План сил структурной группы 2_5^2

Пересечение линий действия векторов \bar{R}_{05} и \bar{R}_{45} даст точку b, которая ограничит эти векторы по величине:

$$\bar{R}_{05} = \mu_p(b\bar{m}),$$

$$\bar{R}_{45} = \mu_p(\bar{a}b).$$

2. Сила R_{34} найдется из условия равновесия звена 4.

$$\sum_{i=1}^n \bar{F}_i = \bar{R}_{54} + \bar{G}_4 + \bar{F}_{u4} + \bar{R}_{34} = 0, \quad (5.28)$$

очевидно, $\mu_p(b\bar{a}) = \bar{R}_{34}$ (см. рис. 5.18)

Следовательно, в этом уравнении неизвестна только одна сила \bar{R}_{34} , которая легко может быть определена построением силового многоугольника $bacdb$ (см. рис. 5.18):

$$\bar{R}_{34} = \mu_p(\bar{ab}).$$

3. Для определения плеча h_5 силы \bar{R}_{05} составляем уравнение моментов всех сил, действующих на звено 5 относительно точки D (см. рис. 5.18):

$$\sum_{i=1}^n M_D = R_{05}h_{05}\mu_i - F_{nc}[(TD) - h]\mu_i + F_{u5}(TD)\mu_i = 0, \quad (5.29)$$

откуда

$$h = \frac{F_{nc}[(TD) - h] - F_{u5}(TD)}{R_{05}}. \quad (5.30)$$

5.9.3. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 2_3 (звенья 3 и 2)

Прикладываем к точке D силу $\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$.

1. Звенья 1 и 2 соединены вращательной кинематической парой, следовательно, реакция R_{1-2} приложена в шарнире B . Звенья 2 и 3 образуют поступательную кинематическую пару, следовательно, реакция между ними направлена перпендикулярно к BC . Так как на звено 2 действуют только две силы-реакции (R_{12} и R_{32}), R_{32} тоже пройдет через точку B (рис. 5.19).

Порядок определения реакций в кинематических парах структурной группы 2_3 приведен в табл. 5.4, а соответствующие планы сил на рис. 5.20.

Сумма моментов всех сил диады относительно точки C :

$$\sum_{i=1}^n \bar{M}_c = R_{12}^\tau(BC)\mu_i + F_{u3}h'_3\mu_i - R_{43}h''_3\mu_i + G_2h'_2\mu_i = 0, \quad (5.31)$$

откуда

$$R_{12}^t = \frac{R_{34}h''_3\mu_l - G_3h'''_3\mu_l - F_{u3}h'_3\mu_l - F_{u2}h''_2\mu_l - G_2h'_2\mu_l}{BC}. \quad (5.32)$$

2. Из равновесия звена 2 имеем

$$\bar{R}_{12} + \bar{R}_{32} = 0, \quad (5.33)$$

так как $G_2 = 0$,

$$R_{12} = R_{23} = -R_{32} = \mu_p(ab). \quad (5.34)$$

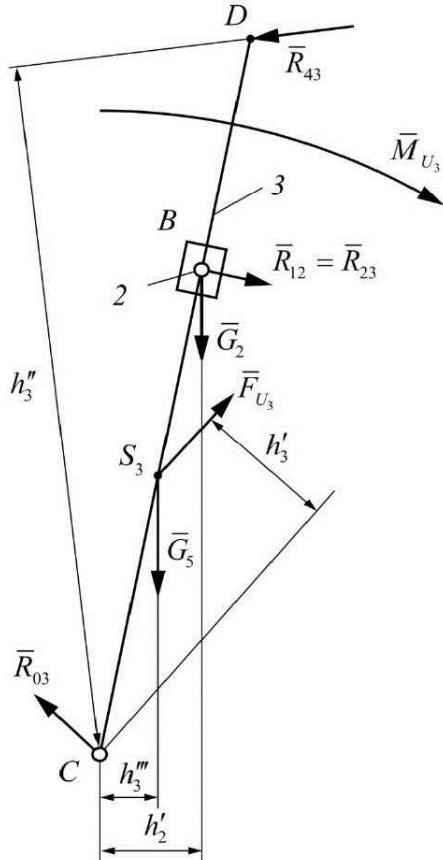


Рис. 5.19. Структурная группа 2_3^2

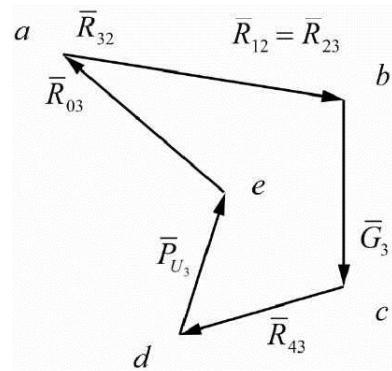


Рис. 5.20. План сил
структурной группы 2_3^2

Таблица 5.4

Таблица для определения реакций в кинематических парах

Искомый параметр	Уравнение равновесия	Звено, для которого составляется уравнение
\bar{R}_{12}^t	$\sum_{i=1}^n \bar{M}_c(F) = 0$	2 и 3
\bar{R}_{32}	$\sum_{i=1}^n \bar{F} = 0$	2
\bar{R}_{03}	$\sum_{i=1}^n \bar{F} = 0$	3

3. Из уравнения равновесия звена 3 находим \bar{R}_{03} , помня, что $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$.

$$\sum_{i=1}^n \bar{F} = \bar{R}_{23} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{43} + \bar{P}_{u3} + \bar{R}_{03} = 0 \quad (5.35)$$

(см. силовой замкнутый многоугольник $abcde$ на рис. 5.20)

$$\bar{R}_{03} = \mu_F(\bar{a}e). \quad (5.36)$$

5.9.4. Силовой расчет ведущего звена

Рассмотрим равновесие звена AB . К нему приложены следующие силы (рис. 5.21): в точке B – сила $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$, в точке A – вес зубчатого колеса G_{3k} и реакция \bar{R}_{01} , в точке S_1 – вес кривошипа G_1 и центробежная сила инерции \bar{F}_{u1} .

Уравнение равновесия ведущего звена:

$$\sum_{i=1}^n \bar{F} = \bar{R}_{21} + \bar{G}_1 + \bar{G}_{3k} + \bar{F}_{u1} + \bar{F}_y + \bar{R}_{01} = 0. \quad (5.37)$$

Силу F_y находим из уравнения моментов сил, приложенных к звену 1, относительно точки A .

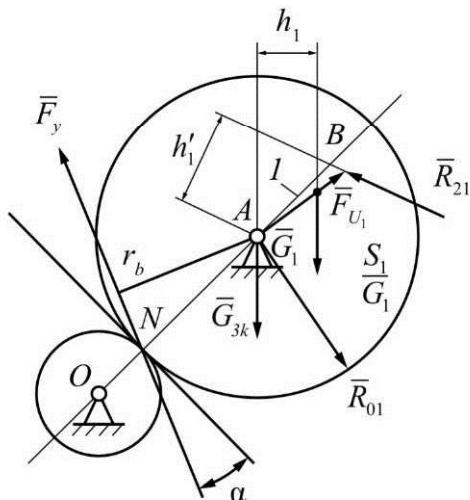


Рис. 5.21. Первоначальный механизм

Рис. 5.22. План сил ведущего звена

Плечом уравновешивающей силы будет радиус основной окружности R_b зубчатого колеса:

$$R_b = R \cos \alpha, \quad (5.38)$$

$$\sum_{i=1}^n M_A = F_y R_b \mu_l + G_1 h_1 \mu_l = 0, \quad (5.39)$$

откуда

$$F_y = \frac{-G_1 h_1 \mu_l + R_2 h'_1 \mu_l}{R_b \mu_l} H. \quad (5.40)$$

После определения величины F_y построением замкнутого многоугольника сил согласно уравнению (5.37) определяется реакция стойки на звено I \bar{R}_{01} (рис. 5.22):

$$\bar{R}_{01} = \mu_F (\bar{e} \bar{m}).$$

5.9.5. Определение уравновешивающей силы (F_y) с помощью рычага Жуковского

Поворачиваем план скоростей для рассматриваемого положения механизма на 90° по направлению, противоположному вращению часовой стрелки. Все внешние силы, включая и силы инерции звеньев, переносим параллельно самим себе в соответствующие точки плана (рис. 5.23).

Скорость точки приложения уравновешивающей силы

$$V_N = \omega_1 R_0.$$

Далее составляем уравнение равновесия рычага Жуковского в следующем виде:

$$F_y (pn) + G_1 h_1 + G_2 h_2 + F_{U2} h'_{2'} + G_3 h_3 + F_{U3} h_{3'} + G_4 h_4 + F_{U4} h_4 - (F_{np} - F_{U5}) (pt) = 0,$$

$$F_y = \frac{-G_1 h_1 - G_2 h_2 - F_{U2} h_{2'} - G_3 h_3 - F_{U3} h_{3'} - G_4 h_4 - F_{U4} h_4 + (F_{np} - F_{U5}) (pt)}{(pn)}.$$

При наличии моментов M'_i , приложенных к звеньям, можно обойтись и без замены их парой сил. В этом случае к плану скоростей прикладываются моменты M'_i , определяемые по уравнениям:

$$M'_3 = M_3 \frac{cd_3}{R_{CD}}.$$

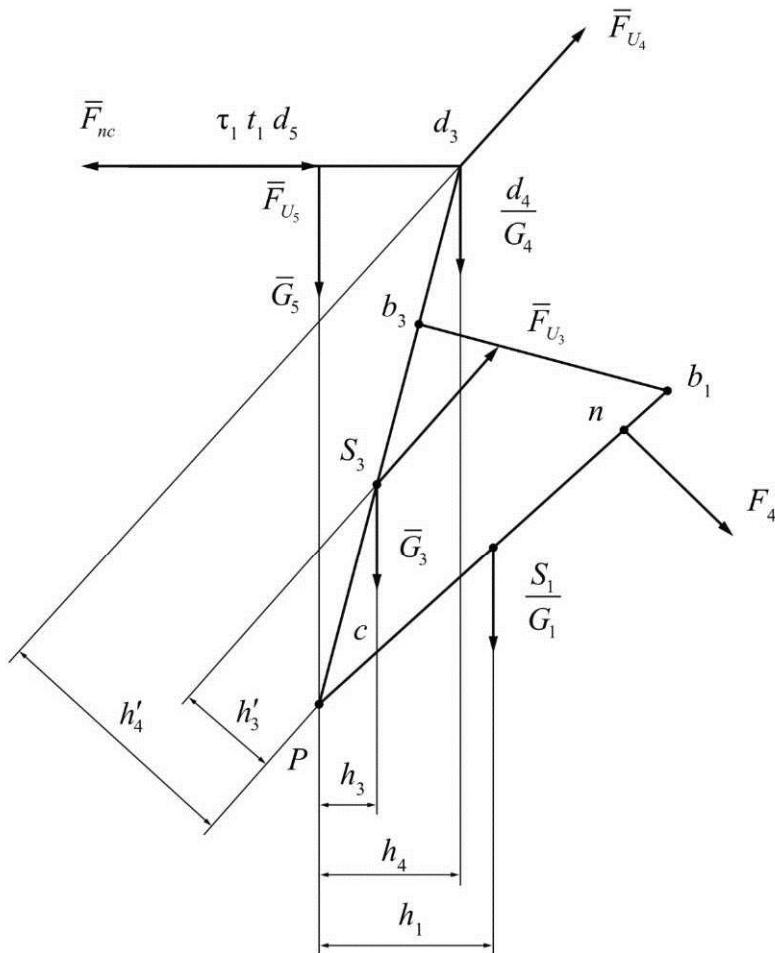


Рис. 5.23. Повернутый план скоростей

При этом момент M'_i имеет тот же знак, что и момент M_i , если CD на плане механизма и $\tilde{n}d_3$ на повернутом плане скоростей совпадают по направлению. Если направление $\tilde{n}d_3$ противоположно CD , то моменты M_i и M'_i имеют разные знаки.

Таким образом, если к звеньям механизма приложены силы и моменты, то уравнение равновесия вспомогательного рычага можно написать в следующем виде:

$$F_y = \frac{\sum P_i h_i + \sum M'_i}{h_y}$$

Мощность двигателя определяется по аналогии с предыдущим примером.

5.10. ПРИНЦИП ВИРТУАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ДЛЯ СИЛОВОГО РАСЧЁТА

Запишем для механизма принцип виртуальных перемещений в координатной форме:

$$\sum_{j=1}^n F_{xj} \delta_{xj} + \sum_{j=1}^n F_{yj} \delta_{yj} + \sum_{j=1}^n M_{zj} \delta\varphi_j = 0, \quad (5.41)$$

где F_{xj}, F_{yj} – проекции всех сил, приложенных к звеньям механизма, кроме реакций в кинематических парах; M_{zj} – моменты всех сил, приложенных к звеньям; δ_{xj}, δ_{yj} – виртуальные осевые перемещения точек приложения сил; $\delta\varphi_j$ – виртуальные угловые перемещения звеньев механизма; n – число сил и моментов сил. Это уравнение является основным для силового расчета. Из него получаем два вывода:

1. Для равновесия механизма в целом и в каждой его точке нельзя задавать произвольно все внешние силы, часть из них должна быть определена в процессе расчета. Такие силы называют уравновешивающими силами F_y , их число равно числу обобщенных координат механизма. Часто определяют не уравновешивающие силы, а уравновешивающие моменты M_y , так как они связаны с уравновешивающими силами простыми соотношениями.

Рассмотрим механизм строгального станка с приложенной к резцу силой полезного сопротивления F_5x (рис. 5.24). Какую силу необходимо приложить в точке B_1 перпендикулярно звену AB_1 , чтобы механизм находился в равновесии? Применяем принцип виртуальных перемещений:

$$F_v \delta B_1 - F_5x \delta D_2 = 0. \quad (5.42)$$

Из планов виртуальных перемещений, построенных на схеме механизма, выразим перемещение δD_2 через δB_1 :

$$\delta C_1 = \delta B_1 \cos(\varphi_3 - \varphi_1); \quad \delta B_2 = \delta C_1 \frac{D_1 B_2}{D_1 C_1}, \quad (5.43)$$

$$\delta D_2 = \delta B_2 \cos(90^\circ - \varphi_3).$$

Подставляя в (5.42), получим:

$$F_y = F_5x \frac{D_1 B_2}{D_1 C_1} \sin \varphi_3 (\cos \varphi_3 \cos \varphi_1 + \sin \varphi_3 \sin \varphi_1). \quad (5.44)$$

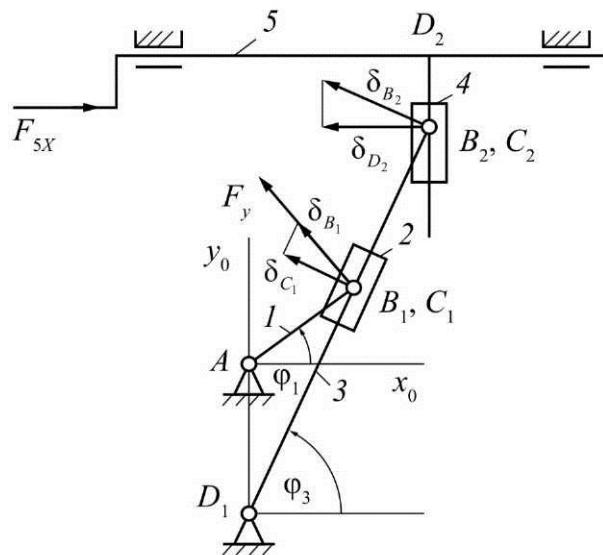


Рис. 5.24. Определение уравновешивающей силы F_y из принципа виртуальных перемещений

Уравновешивающий момент найдем из соотношения:

$$M_y = F_y \cdot l_{AB_1}. \quad (5.45)$$

Именно этот момент надо приложить со стороны двигателя (извне), чтобы преодолеть силу полезного сопротивления. В теории механизмов принцип виртуальных перемещений редко используют непосредственно, а учитывают, что при голономных стационарных связях виртуальные перемещения совпадают с действительными перемещениями, поэтому:

$$dx_j = V_{xj} \cdot dt; \quad dy_j = V_{yj} \cdot dt; \quad d\phi_j = \omega_j \cdot dt, \quad (5.46)$$

где V_{xj}, V_{yj} – проекции скоростей точек приложения сил; ω_i – угловые скорости звеньев.

Сокращая затем на dt , получают с учетом (5.41):

$$\sum_{j=1}^n F_{xj} V_{xj} + \sum_{j=1}^n F_{yj} V_{yj} + \sum_{j=1}^n M_{zj} \omega_j = 0. \quad (5.47)$$

Для механизмов с одной обобщенной координатой уравновешивающий момент находим из выражения:

$$\sum_{j=1}^n Fx_j Vx_j + \sum_{j=1}^n Fy_j Vy_j + \sum_{j=1}^{n-1} Mz_j \omega_j = -My\omega_1, \quad (5.48)$$

где ω_1 – обобщенная угловая скорость.

Окончательно получим:

$$My = -\sum_{j=1}^n Fx_j \left(\frac{Vx_j}{\omega_1}\right) - \sum_{j=1}^n Fy_j \left(\frac{Vy_j}{\omega_1}\right) - \sum_{j=1}^{n-1} Mz_j \left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right). \quad (5.49)$$

2. Из принципа виртуальных перемещений легко получают условия равновесия плоской системы сил. Так как в уравнении (5.41) виртуальные перемещения являются независимыми, то для равенства нулю левой части необходимо:

$$\sum_{j=1}^n Fx_j = 0; \quad \sum_{j=1}^n Fy_j = 0. \quad (5.50)$$

Такие уравнения можно составлять как для всего механизма, так и для отдельных его звеньев. В этом случае реакции связей относят к категории внешних сил. В ТММ принято вести силовой расчет погрупно, т.к. группы Ассура являются статически определимыми.

5.10.1. Условие статической определимости групп Ассура

При расчете реакции во вращательной кинематической паре (рис. 5.25) необходимо иметь в виду, что давление со стороны звена i на звено k передается частью поверхности и распределено по этой поверхности по определенному закону. При расчете мы получим не эпюру распределения давлений, а только равнодействующую F'_{ki} , которая проходит через центр шарнира, если не учитывать трение. Неизвестными остаются модуль и направление реакции, то есть для каждой вращательной пары два неизвестных. Для поступательной кинематической пары (рис. 5.26) известно направление реакции (перпендикулярно оси поступательной пары). Неизвестными остаются модуль и точка приложения реакции, то есть тоже два неизвестных. В поступательной паре может встретиться случай, когда точка приложения реакции выходит за пределы направляющей звена k или даже за пределы звена i . Пусть реакции F'_{ik} , F''_{ik} приложены в точках d', d'' (рис. 5.27) и представляют систему двух антипараллельных сил. Полученная при расчете равнодействующая F_{ki} приложена в точке D . По правилу сложения антипараллельных сил получим:

$$F'_{ik} = \frac{l_1 + l_2}{l_1} F_{ik}; \quad F''_{ik} = \frac{l_1}{l_2} F_{ik}. \quad (5.51)$$

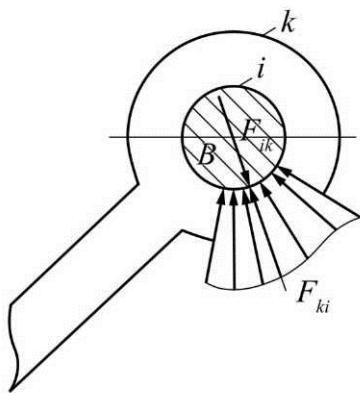


Рис. 5.25. Реакция во вращательной кинематической паре

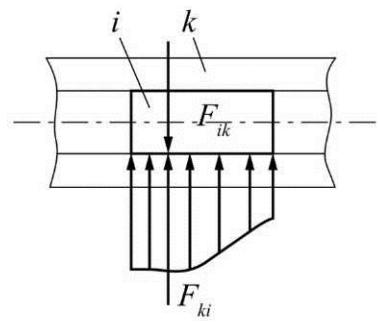


Рис. 5.26. Реакция в поступательной кинематической паре

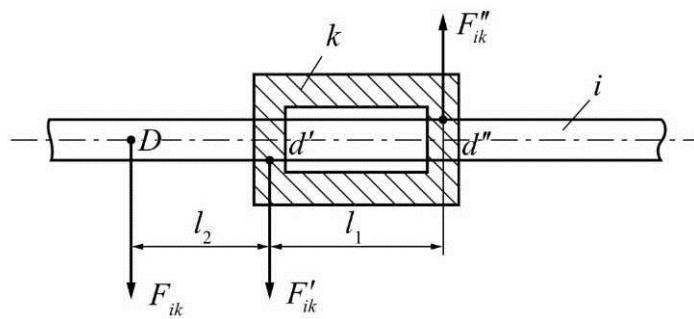


Рис. 5.27. Распределение нагрузки в поступательной кинематической паре

Поэтому расчет элементов кинематической пары надо вести с учетом нагрузки (5.51). Может быть и такой случай, когда реакции F'_{ik} , F''_{ik} равны и противоположны, тогда при расчете получим равнодействующую F_{ki} , равную нулю. При этом нагрузка будет выражена в виде пары сил. Для каждого звена на плоскости можно составить три уравнения равновесия типа (5.50), а для всех звеньев – 3_n уравнений. Каждая пара пятого класса на плоскости дает два неизвестных параметра при определении реакции, а все пары дадут $2P_5$ неизвестных. Если число уравнений равновесия равно числу неизвестных, то система будет статически определимой. Условие статической определимости:

$$3n = 2P_5. \quad (5.52)$$

Это условие всегда удовлетворяется для групп Л.В. Ассура, поэтому удобно силовой расчет вести погруппно.

5.10.2 Аналитическая статика групп Ассура второго класса

5.10.2.1. Группа второго класса первого вида (рис. 5.28)

Группа состоит из двух звеньев и трех кинематических пар. Расчленим группу на два отдельных звена и будем рассматривать равновесие каждого звена. На рис. 5.28 через S_i, S_k обозначены центры масс звеньев; $a_i, a_k, \alpha_i, \alpha_k$ – отрезки и углы, характеризующие положения центров масс относительно осей звеньев (ось звена рассматривается как отрезок, проведенный из центра одной кинематической пары в центр другой пары). Инерционная нагрузка для звена i находится из выражений:

$$X_i = -m_i X_{Si} 2; \quad Y_i = -m_i Y_{Si} 2; \quad M_{zi} = -J_{Si} \varepsilon_i, \quad (5.53)$$

где m_i, J_{Si} – масса и момент инерции звена i ; $X_{Si} 2, Y_{Si} 2$ – проекции ускорения центра масс; ε_i – угловое ускорение звена.

Аналогично для звена k :

$$X_k = -m_k X_{Sk} 2; \quad Y_k = -m_k Y_{Sk} 2; \quad M_{zk} = -J_{Sk} \varepsilon_k. \quad (5.54)$$

Сюда же можно отнести и нагрузку, вызванную другими внешними силами, например, если учитывать силу тяжести звена i , то проекцию Y_i следует вычислять из выражения:

$$Y_i = -m_i Y_{Si} 2 - m_i g. \quad (5.55)$$

Эти формулы одинаковы для групп всех видов.

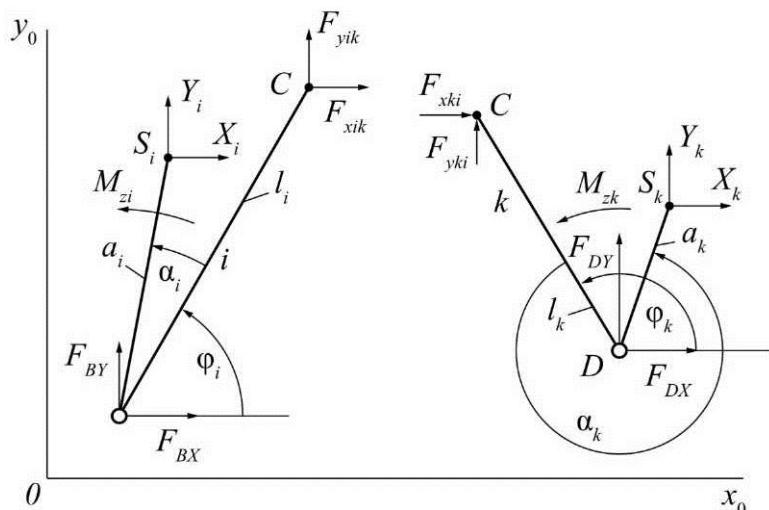


Рис. 5.28. Расчет группы 2₁

Реакции во внешних кинематических парах обозначим $F_{Bx}, F_{By}, F_{Dx}, F_{Dy}$. Реакцию во внутренней кинематической паре обозначим F_{ik} (результатирующая давления звена k на звено i) или в проекциях F_{xik}, F_{yik} . Реакция со стороны звена i на звено k обозначена F_{ki} или в проекциях F_{xki}, F_{yki} . При составлении уравнений равновесия необходимо учитывать:

$$F_{ik} = -F_{ki} \text{ или } F_{xik} = -F_{xki}; \quad F_{yik} = -F_{yki}.$$

Рассмотрим равновесие звена i :

$$F_{Bx} + X_i + F_{xik} = 0; \quad (5.56)$$

$$F_{By} + Y_i + F_{yik} = 0; \quad (5.57)$$

$$a_{ix}Y_i - a_{iy}X_i + M_{zi} + l_i \cdot \cos\varphi_i \cdot F_{yik} - l_i \cdot \sin\varphi_i F_{xik} = 0, \quad (5.58)$$

где

$$a_{ix} = a_i \cdot (\cos\varphi_i \cdot \cos\alpha_i - \sin\varphi_i \cdot \sin\alpha_i);$$

$$a_{iy} = a_i \cdot (\sin\varphi_i \cdot \cos\alpha_i - \cos\varphi_i \cdot \sin\alpha_i).$$

В уравнении (5.58) за полюс принята точка B . Анализ уравнений показывает, что при трех уравнениях имеем четыре неизвестных: $F_{Bx}, F_{By}, F_{xik}, F_{yik}$, то есть эти уравнения не определены.

Рассмотрим равновесие звена K :

$$F_{Dx} + X_k - F_{xik} = 0; \quad (5.59)$$

$$F_{Dy} + Y_k - F_{yik} = 0; \quad (5.60)$$

$$a_{kx}Y_k - a_{ky}X_k + M_{zk} - l_k \cos\varphi_k F_{yik} + l_k \sin\varphi_k F_{xik} = 0, \quad (5.61)$$

где

$$a_{kx} = a_k \cdot (\cos\varphi_k \cdot \cos\alpha_k - \sin\varphi_k \cdot \sin\alpha_k);$$

$$a_{ky} = a_k \cdot (\sin\varphi_k \cdot \cos\alpha_k - \cos\varphi_k \cdot \sin\alpha_k).$$

В уравнении (5.61) за полюс принята точка O . Теперь в шести уравнениях имеем шесть неизвестных. В уравнениях (5.58) и (5.61) обозначим:

$$a_{11} = -l_i \sin\varphi_i; \quad a_{12} = l_i \cos\varphi_i; \quad a_{21} = l_i \sin\varphi_i$$

$$a_{22} = -l_k \cos\varphi_k; \quad b_1 = a_{iy}X_i - a_{ix}Y_i - M_{zi}; \quad b_2 = a_{ky}X_k - a_{kx}Y_k - M_{zk}.$$

С учетом этих обозначений имеем:

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot F_{xik} + a_{12} \cdot F_{yik} &= b_1; \\ a_{21} \cdot F_{xik} + a_{22} \cdot F_{yik} &= b_2. \end{aligned} \quad (5.62)$$

Из этой системы найдем F_{xik} , F_{yik} :

$$\begin{aligned} \Delta &= a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}; \quad \Delta F_{xik} = b_1 \cdot a_{22} - b_2 \cdot a_{12}; \\ \Delta F_{yik} &= a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1; \quad F_{xik} = \frac{\Delta F_{xik}}{\Delta}; \quad F_{yik} = \frac{\Delta F_{yik}}{\Delta}. \end{aligned}$$

Далее последовательно находим:

$$\begin{aligned} F_{Bx} &= -X_i - F_{xik}; \quad F_{By} = -Y_i - F_{yik}; \\ F_{Dx} &= -X_k + F_{xik}; \quad F_{Dy} = -Y_k + F_{yik}. \end{aligned}$$

5.10.2.2. Группа второго класса второго вида (рис. 5.29)

Расчленим группу на два звена и рассмотрим равновесие каждого звена. Равновесие звена i :

$$F_{Bx} + X_i + F_{xik} = 0; \quad (5.63)$$

$$F_{By} + Y_i + F_{yik} = 0; \quad (5.64)$$

$$a_{ix}Y_i - a_{iy}X_i + M_{zi} + l_i \cos \varphi_i F_{yik} - l_i \sin \varphi_i F_{xik} = 0. \quad (5.65)$$

Равновесие звена K :

$$-F_{xik} + X_k + F_D \cos(\varphi_k + 90^\circ) = 0, \quad (5.65)$$

$$-F_{yik} + Y_k + F_D \sin(\varphi_k + 90^\circ) = 0, \quad (5.66)$$

$$a_{kx}Y_k - a_{ky}X_k + M_{zk} + F_D(DD') = 0. \quad (5.67)$$

Выразив F_{xik} , F_{yik} из (5.66), (5.67), подставим полученные выражения в (5.65), найдем реакцию F_D во внешней поступательной паре:

$$F_D = \frac{l_k \sin \varphi_i X_k - l_i \cos \varphi_i Y_k + a_{iy}X_i - a_{ix}Y_i - M_{zi}}{l_k (\cos \varphi_i \cos \varphi_k + \sin \varphi_i \sin \varphi_k)}. \quad (5.69)$$

Далее последовательно находим:

$$\begin{aligned} F_{xik} &= X_k - F_D \sin \varphi_k; \quad F_{yik} = Y_k + F_D \cos \varphi_k; \\ F_{Bx} &= -F_{xik} - X_i; \quad F_{By} = -F_{yik} - Y_i. \end{aligned} \quad (5.70)$$

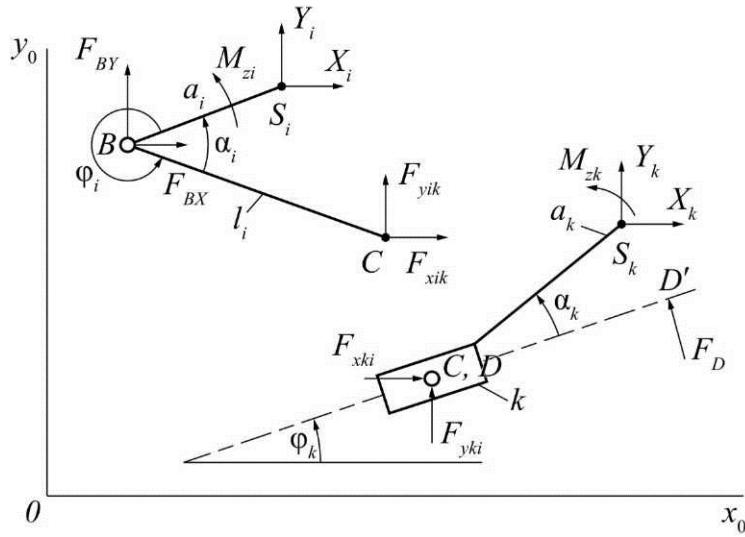


Рис. 5.29. Расчет группы 2₂

Если реакция F_D получилась неравной нулю, то из (5.68) найдем величину (DD') :

$$(DD') = \frac{a_{ky}X_k - a_{kx}Y_k - M_{zk}}{F_D}. \quad (5.71)$$

Если же F_D получилась равной нулю, то из (5.68) найдем момент в поступательной паре:

$$F_D(DD') = a_{ky}X_k - a_{kx}Y_k - M_{zk}. \quad (5.72)$$

5.10.2.3. Группа второго класса третьего вида (рис. 5.30)

В этой группе внутренняя кинематическая пара является поступательной, реакция в ней обозначена F_{ik} , и направлена она перпендикулярно оси пары.

Рассмотрим равновесие звена i :

$$F_{Bx} + X_i + F_{ik} \cos(\varphi_i + 90^\circ) = 0, \quad (5.73)$$

$$F_{By} + Y_i + F_{ik} \sin(\varphi_i + 90^\circ) = 0, \quad (5.74)$$

$$a_{ix}Y_i - a_{iy}X_i + M_{zi} + F_{ik}(CC') = 0. \quad (5.75)$$

Равновесие звена K :

$$F_{Dx} + X_i + F_{ik} \cos(\varphi_k + 270^\circ) = 0, \quad (5.76)$$

$$F_{By} + Y_i + F_{ik} \sin(\varphi_k + 270^\circ) = 0, \quad (5.77)$$

$$a_{kx}Y_k - a_{ky}X_k + M_{zk} - (|S| + CC')F_{ik} = 0. \quad (5.78)$$

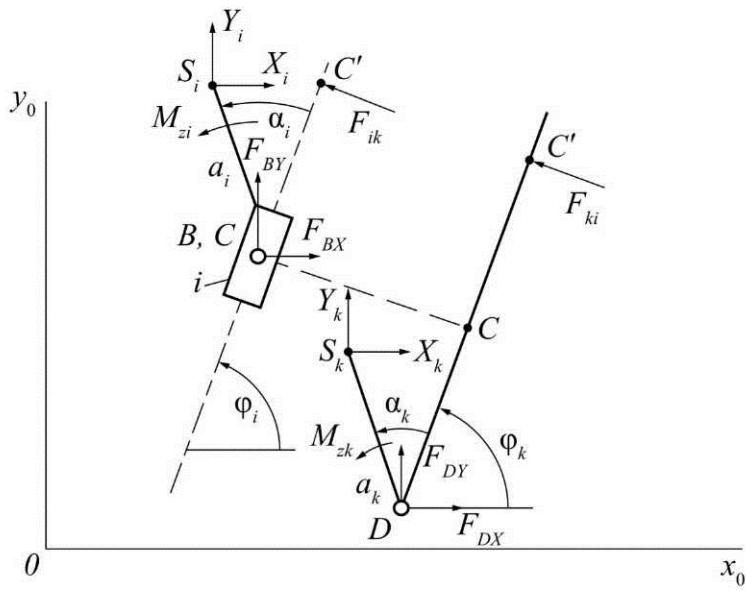


Рис. 5.30. Расчет группы 2₃

Выразим из (5.78) произведение $(CC')F_{ik}$, это же произведение найдем из (5.75), получим выражение для F_{ik} .

$$F_{ik} = \frac{a_{ky}Y_k - a_{ky}X_k + M_{zk} + a_{ix}Y_i - a_{iy}X_i + M_{zi}}{|S|}. \quad (5.79)$$

После этого найдем остальные неизвестные:

$$\begin{aligned} F_{Bx} &= F_{ik} \sin \varphi_i - X_i; \quad F_{By} = -F_{ik} \cos \varphi_i - Y_i; \\ F_{Dx} &= -F_{ik} \sin \varphi_k - X_k; \quad F_{Dy} = F_{ik} \cos \varphi_k - Y_k. \end{aligned} \quad (5.80)$$

Если F_{ik} получится неравной нулю, то из (5.75) найдем величину (CC') :

$$(CC') = \frac{a_{iy}X_i - a_{ix}Y_i - M_{zi}}{F_{ik}}. \quad (5.81)$$

Если же F_{ik} получилась равной нулю, найдем из (5.75) момент в поступательной паре:

$$F_{ik}(CC') = a_{iy}X_i - a_{ix}Y_i - M_{zi}. \quad (5.82)$$

5.10.2.4. Группа второго класса четвертого вида (рис. 5.31)

На рис. 5.31 B и D – внешние поступательные кинематические пары. Внутренняя пара C является в этой группе вращательной, ее реакция обозначена F_{ik} или в проекциях на оси F_{xik}, F_{yik} . Отрезки a_i, a_k отсчиты-

ваются от точек B и D , которые являются проекциями точки C на оси поступательных пар.

Рассмотрим равновесие звена i :

$$F_{xik} + X_i + F_B \cos(\varphi_i + 90^\circ) = 0, \quad (5.83)$$

$$F_{yik} + Y_i + F_B \sin(\varphi_i + 90^\circ) = 0, \quad (5.84)$$

$$a_{ix}Y_i - a_{iy}X_i + M_{zi} + F_B(BB') = 0. \quad (5.85)$$

Равновесие звена K :

$$-F_{xik} + X_k + F_D \cos(\varphi_k + 90^\circ) = 0, \quad (5.86)$$

$$-F_{yik} + Y_k + F_D \sin(\varphi_k + 90^\circ) = 0, \quad (5.87)$$

$$a_{kx}Y_k - a_{ky}X_k + M_{zk} + F_D(DD') = 0. \quad (5.88)$$

Из (5.83), (5.84) выразим F_{xik}, F_{yik} и подставим в (5.86), (5.87), получим:

$$X_k - F_B \sin \varphi_i + X_i - F_D \sin \varphi_k = 0, \quad (5.89)$$

$$Y_k + F_B \cos \varphi_i + Y_i + F_D \cos \varphi_k = 0. \quad (5.90)$$

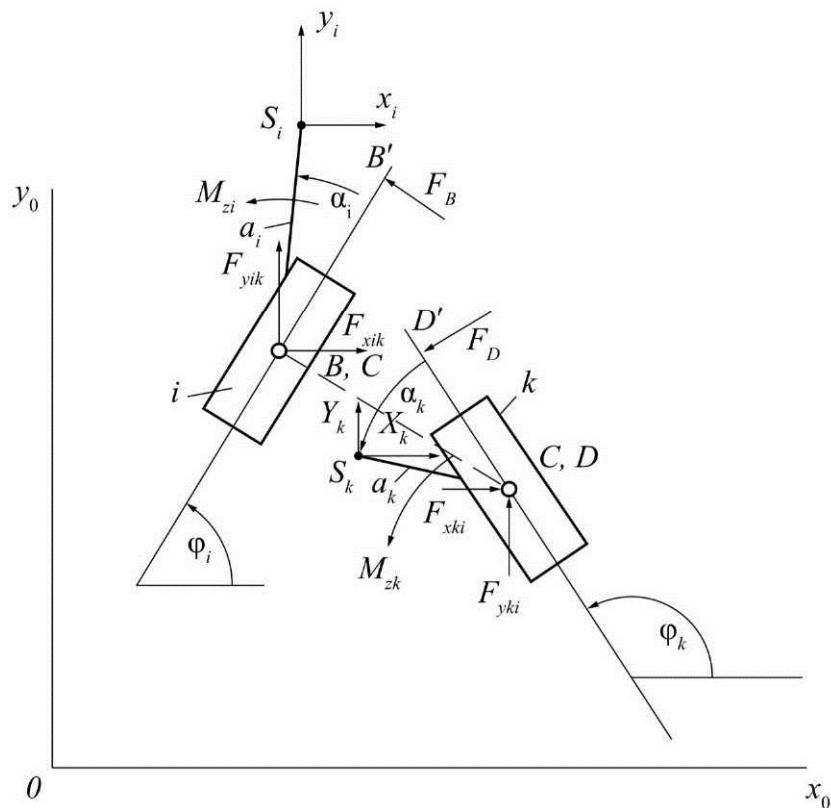


Рис. 5.31. Расчет группы 2₄

Обозначим:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\sin \varphi_i; \quad a_{12} = -\sin \varphi_k; \quad a_{21} = \cos \varphi_i, \\ a_{22} &= \cos \varphi_k; \quad b_1 = -X_i - X_k; \quad b_2 = -Y_i - Y_k. \end{aligned} \quad (5.91)$$

Решаем полученную систему уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{aligned} \Delta &= a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}; \quad \Delta F_B = b_1 \cdot a_{22} - b_2 \cdot a_{12}; \\ \Delta F_D &= a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1; \quad F_B = \frac{\Delta F_B}{\Delta}; \quad F_D = \frac{\Delta F_D}{\Delta}. \end{aligned} \quad (5.92)$$

Далее найдем:

$$F_{xik} = F_B \sin \varphi_i - X_i; \quad F_{yik} = -F_B \cos \varphi_i - Y_i. \quad (5.93)$$

Если F_B и F_D получаются неравными нулю, то найдем точки их приложения:

$$(BB') = \frac{a_{iy} X_i - a_{ix} Y_i - M_{zi}}{F_B}, \quad (5.94)$$

$$(DD') = \frac{a_{ky} X_k - a_{kx} Y_k - M_{zk}}{F_D}. \quad (5.95)$$

Если же какая-либо из реакций F_B или F_D получится равной нулю, то надо искать момент в поступательной паре:

$$F_B(BB') = a_{iy} X_i - a_{ix} Y_i - M_{zi}, \quad (5.96)$$

$$F_D(DD') = a_{ky} X_k - a_{kx} Y_k - M_{zk}. \quad (5.97)$$

5.10.2.5. Группа второго класса пятого вида (рис. 5.32)

В этой группе тоже две поступательные пары: одна внешняя D и одна внутренняя C .

Рассмотрим равновесие звена i :

$$F_{Bx} + X_i + F_{ik} \cos(\varphi_i + 90^\circ) = 0, \quad (5.98)$$

$$F_{By} + Y_i + F_{ik} \sin(\varphi_i + 90^\circ) = 0, \quad (5.99)$$

$$a_{ix} Y_i - a_{iy} X_i + M_{zi} + F_{ik}(CC') = 0. \quad (5.100)$$

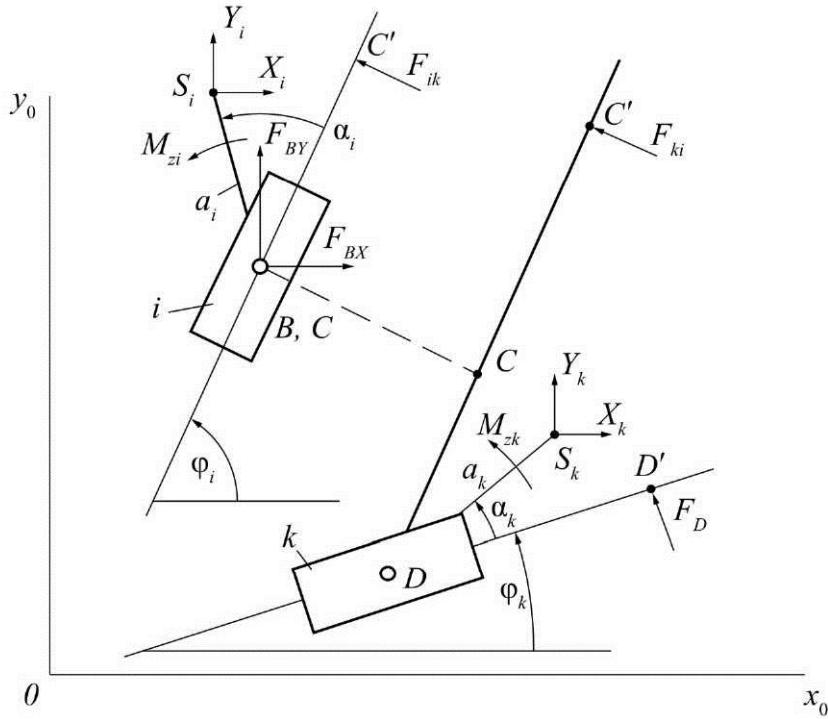


Рис. 5.32. Расчет группы 2₅

Равновесие звена K :

$$X_k + F_{ik} \cos(\varphi_i + 270^\circ) + F_D \cos(\varphi_k + 90^\circ) = 0, \quad (5.101)$$

$$X_k + F_{ik} \sin(\varphi_i + 270^\circ) + F_D \sin(\varphi_k + 90^\circ) = 0, \quad (5.102)$$

$$a_{kx} Y_k - a_{ky} X_k + M_{zk} + F_D(DD') - F_{ik}(DC') = 0. \quad (5.103)$$

Решаем (5.101), (5.102) как систему двух уравнений с двумя неизвестными. Обозначим:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \sin \varphi_i; \quad a_{12} = -\sin \varphi_k; \quad a_{21} = -\cos \varphi_i, \\ a_{22} &= \cos \varphi_k; \quad b_1 = -X_k; \quad b_2 = -Y_k. \end{aligned} \quad (5.104)$$

Далее находим:

$$\begin{aligned} \Delta &= a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}; \quad \Delta F_{ik} = b_1 \cdot a_{22} - b_2 \cdot a_{12}; \\ \Delta F_D &= a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1; \quad F_{ik} = \frac{\Delta F_{ik}}{\Delta}; \quad F_D = \frac{\Delta F_D}{\Delta}. \end{aligned} \quad (5.105)$$

Найдем F_{Bx}, F_{By} :

$$F_{Bx} = F_{ik} \sin \varphi_i - X_i; \quad F_{By} = -F_{ik} \cos \varphi_i - Y_i. \quad (5.106)$$

Если реакция F_{ik} получилась неравной нулю, то найдем точку ее приложения:

$$(CC') = \frac{a_{iy}X_i - a_{ix}Y_i - M_{zi}}{F_{ik}}. \quad (5.107)$$

Если F_{ik} получилась равной нулю, найдем момент в поступательной паре:

$$F_{ik}(CC') = a_{iy}X_i - a_{ix}Y_i - M_{zi}. \quad (5.108)$$

Аналогично для поступательной пары D :

$$(DD') = \frac{F_{ik}S_c + F_{ik}(CC') + a_{ky}X_k - a_{kx}Y_k - M_{zk}}{F_D}, \quad (5.109)$$

$$F_D(DD') = F_{ik}S_c + F_{ik}(CC') + a_{ky}X_k - a_{kx}Y_k - M_{zk}. \quad (5.110)$$

5.10.2.6. Расчет начальных звеньев

Рассмотрим начальное звено первого типа (рис. 5.33). Со стороны стойки к нему приложена реакция F_A или в проекциях F_{Ax}, F_{Ay} . Инерционная нагрузка известна, так как закон движения начального звена или задан, или найден из решения уравнения движения. Уравновешивающий момент M_y тоже известен, он находится перед началом расчета из (5.49). Нагрузка от всех групп Ассура, образующих механизм, выражена проекциями F_{Hx}, F_{Hy} . Для проверки расчета находим уравновешивающий момент M_y , составляя сумму моментов относительно точки A :

$$M_y = a_yX - a_xY - M_z - l \cos\varphi F_{Hy} + l \sin\varphi F_{Hx}. \quad (5.111)$$

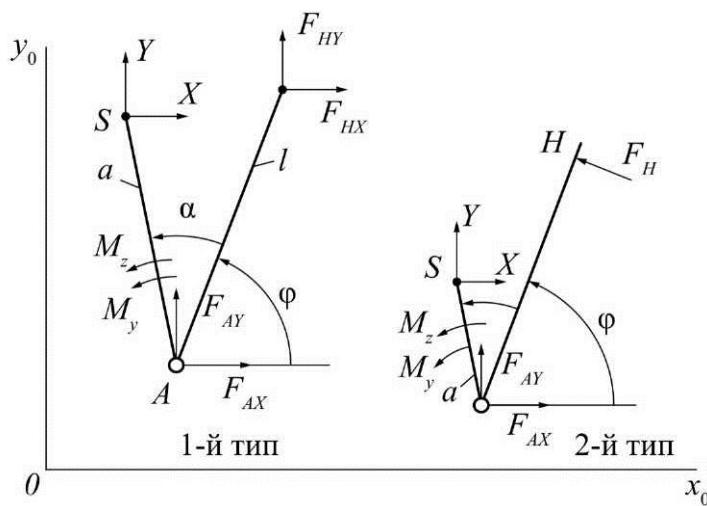


Рис. 5.33. Расчет начальных звеньев

Если расчет реакций сделан правильно, то этот момент будет равен моменту, найденному из (5.49). Найдем реакцию со стороны стойки на начальное звено:

$$F_{Ax} = -X - F_{Hx}; \quad F_{Ay} = -Y - F_{Hy}. \quad (5.112)$$

Рассмотрим начальное звено второго типа (см. рис. 5.33). Структурная группа присоединяется внешней поступательной парой. Реакция в этой поступательной паре может быть выражена либо силой, либо парой сил. Точку приложения реакций обозначим через H . Для проверки расчета найдем уравновешивающий момент M_y :

$$M_y = a_y X - a_x Y - M_z - F_H (AH). \quad (5.113)$$

Реакция со стороны стойки:

$$F_{Ax} = -X + F_H \sin \phi, \quad (5.114)$$

$$F_{Ay} = -Y - F_H \cos \phi. \quad (5.115)$$

5.10.2.7. Применение вспомогательных задач в силовом расчете

Изложенные алгоритмы расчета групп Ассура учитывают только собственную нагрузку на звенья этих групп и справедливы, если механизм состоит из одной группы и начального звена. Если же механизм содержит две группы Ассура и более (способ наслойения), то для каждой последующей группы необходимо учитывать еще нагрузку предыдущих групп. Покажем применение вспомогательных задач на примерах. Пусть предыдущая группа присоединена вращательной парой к звену i группы второго класса первого вида (рис. 5.34). Действие отброшенной группы на звено i заменим реакцией F_H или в проекциях F_{Hx}, F_{Hy} . Собственную нагрузку на звенья группы в этом случае не учитываем.

Рассмотрим равновесие звена i :

$$F_{Bx} + F_{Hx} + F_{xik} = 0; \quad (5.116)$$

$$F_{By} + F_{Hy} + F_{yik} = 0; \quad (5.117)$$

$$a_x F_{Hy} - a_y F_{Hx} + l_i \cos \phi_i F_{yik} - l_i \sin \phi_i F_{xik} = 0. \quad (5.118)$$

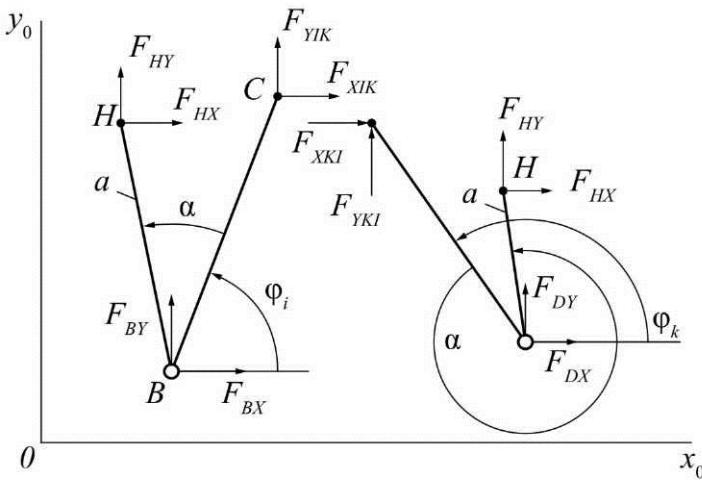


Рис. 5.34. Применение вспомогательной задачи первого типа к звену i или к звену k группы 2₁

Равновесие звена k :

$$F_{Dx} - F_{xik} = 0; \quad (5.119)$$

$$F_{Dy} - F_{yik} = 0; \quad (5.120)$$

$$-l_k \cos \varphi_k F_{yik} + l_k \sin \varphi_k F_{xik} = 0. \quad (5.121)$$

Решаем совместно (5.118), (5.121). Обозначим:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -l_i \sin \varphi_i; \quad a_{12} = l_i \cos \varphi_i; \quad a_{21} = l_k \sin \varphi_k; \\ a_{22} &= -l_k \cos \varphi_k; \quad b_1 = a_y F_{Hx} - a_x F_{Hy}; \quad b_2 = 0. \end{aligned} \quad (5.122)$$

В выражении (5.118):

$$\begin{aligned} a_x &= a(\cos \varphi_i \cos \alpha - \sin \varphi_i \sin \alpha); \\ a_y &= a(\sin \varphi_i \cos \alpha + \cos \varphi_i \sin \alpha). \end{aligned} \quad (5.123)$$

Перепишем (5.118), (5.121):

$$\begin{aligned} a_{11} F_{xik} + a_{12} F_{yik} &= b_1; \\ a_{21} F_{xik} + a_{22} F_{yik} &= b_2. \end{aligned} \quad (5.124)$$

Сравнивая (5.62) и (5.124), заключаем, что определитель Δ не изменился, так как коэффициенты системы остались прежними.

Свободные члены изменились, так как собственная нагрузка не учитывается.

Найдем реакции F_{xik} , F_{yik} :

$$\Delta F_{xik} = a_{22}b_1; \quad \Delta F_{yik} = -a_{21}b_1; \quad F_{xik} = \frac{\Delta F_{xik}}{\Delta}; \quad F_{yik} = \frac{F_{yik}}{\Delta}.$$

Далее найдем:

$$\begin{aligned} F_{Bx} &= -F_{Hx} - F_{xik}; \quad F_{By} = -F_{yik} - F_{Hy}, \\ F_{Dx} &= F_{xik}; \quad F_{Dy} = F_{yik}. \end{aligned} \quad (5.125)$$

Полученные реакции будут добавочными для группы, и их нужно складывать с реакциями от собственной нагрузки. Если предыдущая группа была присоединена вращательной парой к звену K , то добавочные реакции для группы второго класса первого вида находим аналогично, но в этом случае свободные члены будут иметь вид:

$$b_1 = 0; \quad b_2 = a_y F_{Hx} - a_x F_{Hy}, \quad (5.126)$$

где

$$\begin{aligned} a_x &= a(\cos \varphi_k \cos \alpha - \sin \varphi_k \cos \alpha); \\ a_y &= a(\sin \varphi_k \cos \alpha + \cos \varphi_k \sin \alpha). \end{aligned} \quad (5.127)$$

Пусть предыдущая группа присоединена поступательной парой к звену i группы второго класса первого вида (рис. 5.35). Действие отброшенной группы на звено i заменяем реакцией F_H , точка приложения H которой известна.

Находим проекции силы F_H на оси координат:

$$F_{Hx} = F_H \cos(\varphi_i + \alpha + 90^\circ); \quad F_{Hy} = F_H \sin(\varphi_i + \alpha + 90^\circ). \quad (5.128)$$

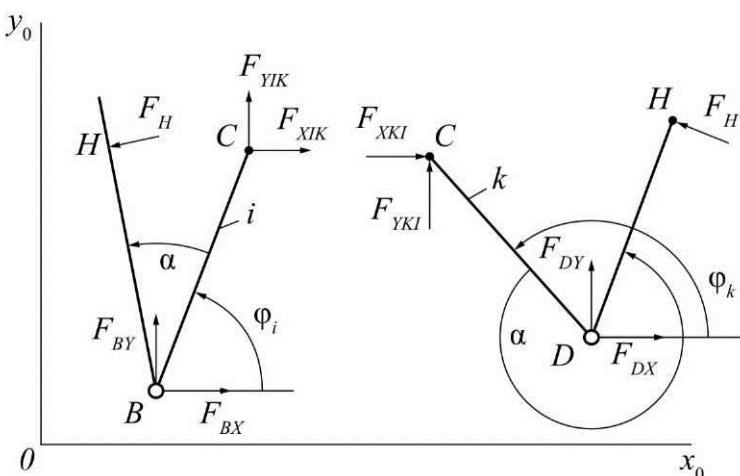


Рис. 5.35. Применение вспомогательной задачи второго типа к звену i или к звену k группы 2₁

Находим проекции отрезка BH на оси координат:

$$\begin{aligned} a_x &= BH(\cos\varphi_k \cos\alpha - \sin\varphi_k \cos\alpha); \\ a_y &= BH(\sin\varphi_k \cos\alpha + \cos\varphi_k \sin\alpha). \end{aligned} \quad (5.129)$$

В дальнейшем расчет добавочных реакций не будет отличаться от только что рассмотренного. Если поступательная пара предыдущей группы присоединяется к звену K группы первого вида, то найдем проекции силы F_H на оси координат:

$$F_{Hx} = F_H \cos(\varphi_k + \alpha + 90^\circ); \quad F_{Hy} = F_H \sin(\varphi_k + \alpha + 90^\circ). \quad (5.130)$$

Найдем проекции отрезка DH :

$$\begin{aligned} a_x &= DH(\cos\varphi_k \cos\alpha - \sin\varphi_k \cos\alpha); \\ a_y &= DH(\sin\varphi_k \cos\alpha + \cos\varphi_k \sin\alpha). \end{aligned} \quad (5.131)$$

Расчет добавочных реакций производим так же, как и в случае присоединения вращательной кинематической пары.

Применение вспомогательных задач для других групп не отличается особой сложностью, и мы опускаем дальнейшее рассмотрение.

5.11. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ СИЛОВОГО РАСЧЕТА АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

1. Вычисляем внешнюю нагрузку на звенья механизма, включая инерционную нагрузку.
2. Пользуясь результатами решения задачи о скоростях и полученной внешней нагрузкой, находим недостающую внешнюю нагрузку в виде уравновешивающего момента M_y .
3. Разбиваем механизм на группы Ассура.
4. Рассчитываем реакции в кинематических парах групп от собственной нагрузки в произвольной последовательности.
5. Применяя вспомогательные задачи первого и второго типов, находим добавочные реакции в кинематических парах групп, начиная с предпоследней группы (учитывая порядок наложения).
6. Получаем окончательные значения реакций путем суммирования добавочных реакций с реакциями от собственной нагрузки групп.
7. Рассчитываем начальное звено. В целях проверки расчета вновь подсчитываем уравновешивающий момент M_y .

5.11.1. Пример расчета

Проведем силовой расчет механизма шарнирного четырехзвенника (рис. 5.36) при следующих данных:

$$l_i = 0,929 \text{ (м)}; l_k = 0,236 \text{ (м)}; a_i = 0,353 \text{ (м)}; a_k = 0,12 \text{ (м)}; \alpha_i = 0; \alpha_k = 0; m_i = 9,215 \text{ (кг)}; m_k = 4,130 \text{ (кг)}; J_{si} = 0,768 \text{ (кг м}^2\text{)}; J_{sk} = 0,07233 \text{ (кг м}^2\text{)}.$$

В результате кинематического расчета получено:

$$\cos \varphi_i = 0,95749; \sin \varphi_i = 0,28845; \cos \varphi_k = -0,36224; \\ \sin \varphi_k = 0,93209; \omega_i = -0,83782 \text{ рад/с}; \omega_k = -1,0206 \text{ рад/с}.$$

Проекции скоростей центров масс звеньев:

$$x_{si} = 0,08631 \text{ м/с}; y_{si} = 0,54932 \text{ м/с}; \\ x_{sk} = 0,11417 \text{ м/с}; y_{sk} = 0,04437 \text{ м/с}.$$

Инерционная нагрузка на звенья:

$$X_i = 206,2911 \text{ Н}; Y_i = 29,7983 \text{ Н}; X_k = 44,5603 \text{ Н}; \\ Y_k = 17,8713 \text{ Н}; M_{zi} = -2,8545 \text{ Нм}; M_{zk} = -3,0544 \text{ Нм}.$$

Массой начального звена пренебрегаем, поэтому инерционная нагрузка на это звено отсутствует. Длина начального звена $l = 0,03 \text{ м}$. Обобщенная угловая скорость $\omega_1 = 27,75 \text{ рад/с}$.

Расчет механизма проведем для одного значения обобщенной координаты $\varphi_1 = 0$. Найдем уравновешивающий момент M_y :

$$M_y = -X_i \left(\frac{X_{si}}{\omega_1} \right) - X_k \left(\frac{X_{sk}}{\omega_1} \right) - Y_i \left(\frac{Y_{si}}{\omega_1} \right) - Y_k \left(\frac{Y_{sk}}{\omega_1} \right) - M_{zi} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right) - M_{zk} \left(\frac{\omega_k}{\omega_1} \right) = \\ = -206,2915 \left(\frac{0,08531}{27,75} \right) - 44,5603 \left(\frac{0,11415}{27,75} \right) - 29,7983 \left(\frac{0,54932}{27,75} \right) - 17,87134 \times \\ \times \left(\frac{0,04437}{27,75} \right) + 2,8548 \left(\frac{-0,83782}{27,75} \right) - 3,054 \left(\frac{-1,0206}{27,75} \right) = -1,409 \text{ Нм}.$$

Уравновешивающий момент получился со знаком минус, стало быть он направлен по часовой стрелке, то есть против угловой скорости ω_1 .

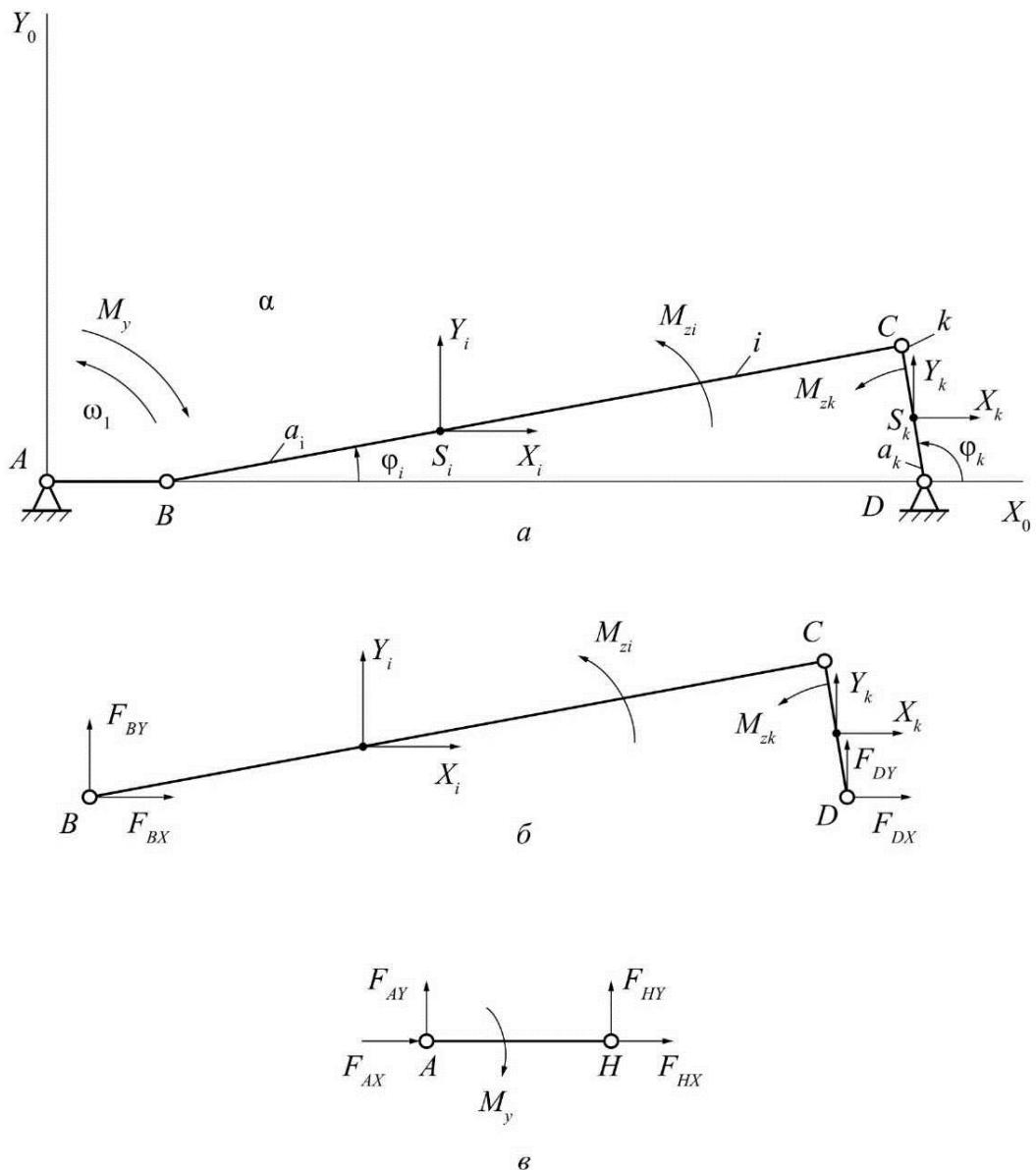


Рис. 5.36. Силовой расчет механизма шарнирного четырехзвенника:

а – силовое нагружение механизма;

б – силовое нагружение группы 2_1 ;

в – силовое нагружение начального звена

Под действием этого момента и внешних сил, приложенных к звеньям, механизм находится в равновесии. Выделяем группу Ассура второго класса первого вида и проводим ее расчет по алгоритму. Сначала найдем:

$$a_{ix} = a_i \cos \varphi_i = 0,353 \cdot 0,95749 = 0,33799;$$

$$a_{iy} = a_i \sin \varphi_i = 0,353 \cdot 0,28845 = 0,101829;$$

$$a_{kx} = a_k \cos \varphi_k = -0,12 \cdot 0,36244 = -0,04347;$$

$$a_{ky} = a_k \sin \varphi_k = 0,12 \cdot 0,93209 = 0,11185.$$

Далее найдем коэффициенты системы уравнений и свободные члены:

$$a_{11} = -l_i \sin \varphi_i = -0,929 \cdot 0,2845 = -0,33799;$$

$$a_{12} = l_i \cos \varphi_i = 0,929 \cdot 0,95749 = 0,8895;$$

$$a_{21} = l_k \sin \varphi_k = 0,236 \cdot 0,93209 = 0,21997;$$

$$a_{22} = -l_k \cos \varphi_k = 0,236 \cdot 0,36224 = 0,08549.$$

$$b_1 = a_{ix} X_i - a_{ix} Y_i - M_{zi} = 0,1018 \cdot 206,29115 - 0,33799 \cdot 29,7983 + 2,2845 = 13,2175,$$

$$b_2 = a_{iy} X_k - a_{iy} Y_k - M_{zk} = 0,1018 \cdot 44,5603 + 0,04347 \cdot 17,87134 - 3,0544 = 2,7065.$$

Определить системы:

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = -0,26797 - 0,08549 - 0,21997 - 0,8895 = -0,2186.$$

Определить при неизвестных:

$$\Delta F_{xik} = b_1 a_{22} - b_2 a_{12} = 13,2175 \cdot 0,08549 - 2,7065 \cdot 0,8895 = -1,27747;$$

$$\Delta F_{yik} = b_2 a_{11} - b_1 a_{21} = 2,7065 \cdot (-0,26797) - 0,21997 \cdot 13,2175 = -3,6327.$$

Проекции реакции во внутренней кинематической паре:

$$F_{xik} = \frac{\Delta F_{xik}}{\Delta} = \frac{-1,27747}{-0,2186} = 5,84387 \text{ Н},$$

$$F_{yik} = \frac{\Delta F_{yik}}{\Delta} = \frac{-3,6327}{-0,2186} = 16,618 \text{ Н}.$$

Далее находим:

$$F_{Bx} = -X_i - F_{xik} = -206,29115 - 5,84387 = -212,135 \text{ Н},$$

$$F_{By} = -Y_i - F_{yik} = -29,7983 - 16,618 = -46,4163 \text{ Н},$$

$$F_{Dx} = -X_k - F_{xik} = -44,5603 + 5,84387 = -38,7165 \text{ Н},$$

$$F_{Dy} = -Y_k - F_{yik} = -17,87134 + 16,618 = -1,2533 \text{ Н}.$$

Переходя к расчету начального звена, изменим знаки проекций F_{Bx}, F_{By} на противоположные:

$$F_{Iix} = -F_{Bx} = 212,135 \text{ Н},$$

$$F_{Iiy} = -F_{By} = 46,4163 \text{ Н}.$$

Найдем уравновешивающий момент M_y :

$$M_y = F_{Hy} l_{AH} = 46,4163 \cdot 0,03 = 1,3924 \text{ Нм}.$$

Этот момент направлен по часовой стрелке. Таким образом, из-за ошибок вычислений мы не получили значение $M_y = -1,409 \text{ Нм}$, но расхождение получено в пределах одного процента. Вычисления проводились на микрокалькуляторе Б3-18А. При расчете на вычислительной машине погрешность тоже возможна, но она значительно меньше и определяется долями процента. Найдем реакции со стороны стойки на начальное звено:

$$F_{Ax} = -F_{Hx} = -212,135 \text{ Н}; F_{Ay} = -F_{Hy} = -46,4163 \text{ Н}.$$

На этом расчет для одного значения обобщенной координаты закончен. Для практических целей его следует производить для 24 положений механизма и более.

VI. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

Одна из основных задач динамики машин – изучение истинного закона движения ведущего звена под действием приложенных сил (моментов). Движение ведущего (главного) вала определяет движение остальных звеньев механизма.

В общем случае скорости ведущего звена механизма при устанавлившемся движении являются величинами переменными. Колебания скоростей этого звена внутри одного цикла вызываются в основном двумя факторами:

- 1) несоответствием между приведенными моментами движущих сил и сил сопротивления;
- 2) непостоянством приведенного к главному валу момента инерции отдельных механизмов.

Эти колебания вызывают в кинематических парах дополнительные динамические давления, понижающие общий коэффициент полезного действия машины и надежность ее работы. Кроме того, колебания скоростей могут стать причиной значительных упругих колебаний в звеньях механизма, приводящих к дополнительным потерям мощности и к снижению прочности этих звеньев, а также могут ухудшить тот рабочий технологический процесс, который выполняется механизмом.

Колебания скоростей ведущего звена характеризуются коэффициентом неравномерности хода

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{ср}}}.$$

Для большинства технических расчетов принимают

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \quad \text{или} \quad \omega_{\text{ср}} = \frac{\pi n}{30},$$

где n – число оборотов вала в минуту.

Для каждого типа машин в зависимости от их назначения устанавливают определенный коэффициент неравномерности хода δ . Например:

для насосов $\delta = 0,03 \dots 0,02$;

для металорежущих станков $\delta = 0,02 \dots 0,05$;

для двигателей внутреннего сгорания: $\delta = 0,005 \dots 0,015$.

В зависимости от причин, нарушающих равновесие между действующими в машине моментами, применяют и соответствующие средства для выравнивания (регулирования) скоростей главного вала.

Если периодические колебания скоростей главного вала обусловливаются характером технологического процесса, выполняемого данной машиной, и структурой ее механизмов, а также рабочим процессом самого двигателя, то для уменьшения неравномерности движения машину снабжают маховиком (маховиком).

Если изменения скоростей главного вала вызываются причинами, имеющими случайный характер (внезапный сброс нагрузки и др.), то регулирование скорости производят при помощи специальных регуляторов скорости, изменяющих количество энергии, подводимой к машине.

Ниже рассмотрены вопросы расчета маховика, необходимого для обеспечения заданного коэффициента неравномерности хода.

Кинетическая энергия машины постоянно изменяется, что вызывает, в свою очередь, изменение угловой скорости ведущего звена. Так,

$$T = \frac{J_{\text{I}} \omega^2}{2},$$

где T – кинетическая энергия машины;

J_{I} – приведенный момент инерции звеньев механизма;

ω – угловая скорость ведущего звена в конце рассматриваемого периода.

$$\Delta T = A_{\text{изб}},$$

здесь ΔT – приращение кинетической энергии машины;

$A_{\text{изб}}$ – избыточная работа.

Колебание угловой скорости будет при этом тем меньше (следовательно, меньше будет и коэффициент неравномерности хода δ), чем больше приведенный момент инерции механизма.

Уменьшение периодических колебаний скорости ведущего звена может быть достигнуто за счет увеличения момента инерции машины. Для этого на ведущий вал устанавливается маховик с моментом инерции J_M , имеющий форму сплошного диска или шкива со спицами и являющийся аккумулятором кинетической энергии.

Физически роль маховика в машине можно представить следующим образом. Если в пределах некоторого угла поворота ведущего звена механизма работа движущих сил больше работы сил сопротивления, то ведущее звено вращается ускоренно и кинетическая энергия механизма

увеличивается. При наличии в машине маховика прирост кинетической энергии распределяется между массами звеньев механизма и массой маховика, а при отсутствии маховика весь прирост кинетической энергии должен быть отнесен к массам звеньев механизма. Так как маховик увеличивает общую массу механизма, то при этом же увеличении кинетической энергии прирост угловой скорости механизма без маховика будет больше, чем при наличии маховика, т.е. маховик является аккумулятором кинетической энергии, накапливающим ее в тот промежуток времени, в течение которого работа движущих сил больше работы сил сопротивления, и расходующим ее, когда имеет место обратное отношение.

6.1. ОСНОВНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

К этим данным относятся:

1. Схема машины со всеми параметрами звеньев (размеры, вес, моменты инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести, положение центров тяжести).
2. Закон изменения действующих движущих сил (моментов) или сил сопротивления для одного периода установившегося движения.
3. Средняя угловая скорость главного (ведущего) вала машины и требуемый коэффициент неравномерности хода δ .

При расчете предполагается, что кинематический анализ машины произведен, т.е. скорости и ускорения характерных точек механизма и угловые скорости и ускорения его звеньев известны.

Для определения момента инерции маховика необходимо построить графики зависимости приращений кинетической энергии ΔT и кинетической энергии звеньев $T_{\text{зв}}$ или приведенного момента инерции механизма $J_{\text{пр}}$ от угла поворота ведущего звена ϕ .

Полную кинетическую энергию машины можно представить в виде

$$T = T_0 + \Delta T,$$

где T_0 – постоянная кинетическая энергия, приобретенная в период разгона; ΔT – приращение кинетической энергии, которое периодически изменяется из-за неравенства работ движущих сил и сил сопротивления внутри периода установившегося движения.

Полную кинетическую энергию можно представить и как сумму кинетической энергии звеньев и энергии маховика:

$$T = T_M + T_{3B}.$$

$$T_M = T_0 + \Delta T - T_{3B}.$$

Значение T_0 нам известно, значения же ΔT и T_{3B} можно определить.

6.2. СВЯЗЬ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТОМ НЕРАВНОМЕРНОСТИ И МОМЕНТОМ ИНЕРЦИИ МАХОВИКА

Уравнение движения машины в форме кинетической энергии имеет вид:

$$A_{изб} = \frac{J_{\Pi}\omega^2}{2} - \frac{J_{\Pi0}\omega_0^2}{2},$$

где J_{Π} , $J_{\Pi0}$ – приведенный к ведущему звену момент инерции механизма в конце и в начале рассматриваемого периода соответственно; ω , ω_0 – угловая скорость ведущего звена в конце и в начале рассматриваемого периода.

$$A_{изб} = A_d - A_c = \Delta A = \Delta T,$$

где A_d – работа движущих сил; A_c – работа сил сопротивления; ΔA – приращение работы.

Приведенный момент инерции механизма J_{Π} состоит из трех слагаемых: момента инерции маховика J_M , момента инерции звена приведения J_0 и связанного с ним постоянного передаточного отношения всех остальных звеньев механизма J_{3B} :

$$J_{\Pi} = J_M + J_0 + J_{3B} = J_M + J_{\Pi,3B}.$$

где $J_{\Pi,3B} = J_0 + J_{3B}$ – приведенный момент инерции звеньев механизма.

$$A_{изб} = \frac{J_{\Pi,\max}\omega_{\max}^2}{2} - \frac{J_{\Pi,\min}\omega_{\min}^2}{2}.$$

Выразим ω_{\max}^2 и ω_{\min}^2 через среднюю угловую скорость ω_{cp} , коэффициент неравномерности хода δ .

$$\omega_{\max} - \omega_{\min} = \delta\omega_{cp}, \quad \omega_{\max} + \omega_{\min} = 2\omega_{cp}.$$

Сложим эти равенства и решим получившееся выражение относительно ω_{\max} и ω_{\min} :

$$\omega_{\max} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2} \right),$$

$$\omega_{\min} = \omega_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2} \right).$$

Возведем последние два уравнения в квадрат:

$$\omega_{\max}^2 = \omega_{cp}^2 \left(1 + \delta \frac{\delta^2}{4} \right), \quad \omega_{\min}^2 = \omega_{cp}^2 \left(1 - \delta \frac{\delta^2}{4} \right).$$

Членом $\frac{\delta^2}{4}$ ввиду малости δ можно пренебречь, тогда:

$$\omega_{\max}^2 = \omega_{cp}^2 (1 + \delta), \quad \omega_{\min}^2 = \omega_{cp}^2 (1 - \delta).$$

$$A_{изб} = \frac{(J_M + J_0 + J_{зв\ max}) \cdot \omega_{cp}^2 (1 + \delta)}{2} - \frac{(J_M + J_0 + J_{зв\ min}) \cdot \omega_{cp}^2 (1 - \delta)}{2},$$

$$J_M = \frac{A_{изб}}{\omega_{cp}^2 \delta} - J_0 - \frac{J_{зв\ max} (1 + \delta) - J_{зв\ min} (1 - \delta)}{2\delta}.$$

Если приведенный момент инерции звеньев является постоянным $J_{\Pi, зв} = \text{const}$, то уравнение запишется в виде:

$$J_M = \frac{A_{изб}}{\omega_{cp}^2 \delta} - (J_0 + J_{зв}) = \frac{A_{изб}}{\omega_{cp}^2 \delta} - J_{\Pi, зв}.$$

При некоторых практических расчетах, когда величина $J_{\Pi, зв}$ мала по сравнению с первым членом, для определения момента маxовика пользуются приближенной формулой:

$$J_M \approx \frac{A_{изб}}{\omega_{cp}^2 \delta}.$$

В общем случае для всякой машины действующие в ней силы (моменты) являются функциями трех независимых параметров: положения, скорости и времени: $M = f(\phi, \omega, t)$.

6.3. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ИЗБЫТОЧНЫХ РАБОТ

Величину $(A_{\text{изб}})_{\max}$ легко определить, если заданы законы изменения моментов движущих сил M_D и сил сопротивления M_C . Работа для $A_{\text{изб}}$ различных участков определяется площадями, заключенными между кривыми M_D и M_C , т.к.

$$A_{\text{изб}} = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} (M_D - M_C) d\Phi,$$

где Φ_1 и Φ_2 – углы, соответствующие максимальному ω_{\max} и минимальному ω_{\min} – значениям угловой скорости звена приведения.

Приведенным моментом сил называется момент, условно приложенный к ведущему звену и развивающий мгновенную мощность в данном положении, равную сумме мгновенных мощностей всех сил и моментов, приложенных к звеньям механизма в том же положении машин.

Напишем уравнение для определения приведенного момента, пре-небрегая силами трения:

$$M_{\Pi}\omega_{\Pi} = \sum_{i=1}^n P_i V_{si} \cos(P_i V_{si}) + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i \beta$$

где M_{Π} – приведенный момент; ω_{Π} – угловая скорость звена приведения; P_i – силы, действующие на звенья механизма; V_{si} – скорости точек приложения сил; M_i – моменты, действующие на звенья механизма; ω_i – угловые скорости звеньев, к которым прилагаются моменты. Тогда

$$M_{\Pi} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i V_{si} \cos(P_i V_{si})}{\omega_{\Pi}} + \frac{\sum_{i=1}^n M_i \omega_i}{\omega_{\Pi}}. \quad (6.1)$$

Вычислив по формуле (6.1) значения M_{Π} для 12 положений ведущего звена за один цикл движения машины, строим график зависимости $M_C^{\Pi} = f(\phi)$ или $M_D^{\Pi} = f(\phi)$, где M_C^{Π} – приведенный момент сил сопротивления, M_D^{Π} – приведенный момент движущих сил.

График работ сил сопротивления $A_C = f(p)$ получаем путем графического интегрирования зависимости $M_C^{\Pi} = f(\phi)$; график работ движущих сил $A_D = A(\phi)$ – путем графического интегрирования зависимости $M_D^{\Pi} = f(\phi)$.

Заметим, что в этом случае при интегрировании значений $M_{\text{с}}^{\text{II}}$ и $M_{\text{д}}^{\text{II}}$ за один цикл установившегося движения работа движущих сил равна работе сил сопротивления:

$$A_{\text{д}} = A_{\text{с}},$$

$$\int_0^{\Phi_{\text{II}}} M_{\text{д}}^{\text{II}} d\varphi = \int_0^{\Phi_{\text{II}}} M_{\text{с}}^{\text{II}} d\varphi,$$

где φ – угол поворота ведущего звена, соответствующий одному циклу движения.

Графическое интегрирование выполним в следующем порядке:

1) проведем (см. рис. 6.1, а) вертикальные линии y_1, y_2, y_3, \dots , соответствующие серединам интервалов $0-1, 1-2, 2-3, \dots$, а затем отложим на оси ординат отрезки $Oa = y_1, Ob = y_2, Oc = y_3$ и т.д.;

2) на продолжении оси 0φ выберем точку p , причем отрезок $Op = H$ назовем полюсным расстоянием;

3) точку p соединим прямыми с точками a, b, c и т.д.;

4) на рис. 6.1, б из точки 0 в интервале $0-1$ проводим прямую Oa' параллельно лучу ra , прямую $a'b$ в интервале $1-2$ параллельно лучу rb и т.д.;

5) точки $a', b', c' \dots$ соединяя плавной кривой и получаем график зависимости работы сил сопротивления от угла поворота ведущего звена:

Масштаб работ находим по формуле

$$\mu_T = \mu_M \mu_{\varphi} H,$$

где μ_M – масштаб моментов, $\text{Н}\cdot\text{м}/\text{мм}$; μ_{φ} – масштаб угла поворота, $\text{рад}/\text{мм}$; H – полюсное расстояние, мм .

Так как принято, что $M_{\text{д}}^{\text{II}} = \text{const}$, то диаграмма этих моментов будет изображаться прямой, параллельной оси абсцисс.

После интегрирования такой диаграммы получим прямую линию, наклоненную к оси абсцисс под некоторым углом α . Поскольку за один цикл установившегося движения работы движущих сил и сил сопротивления равны, то наклон прямой определяется соединением начала (точка 0) и конца (точка k) цикла прямой линией. Это построение выполнено на рис. 6.1, б.

Для построения графика избыточных работ $A_{\text{изб}}$ следует вычесть из ординат графика работ моментов движущих сил ординаты графика работ моментов сил сопротивления. Это построение дано на рис. 6.1, б.

$$A_c = \int_0^{\varphi_{\Pi}} M_c^n d\varphi.$$

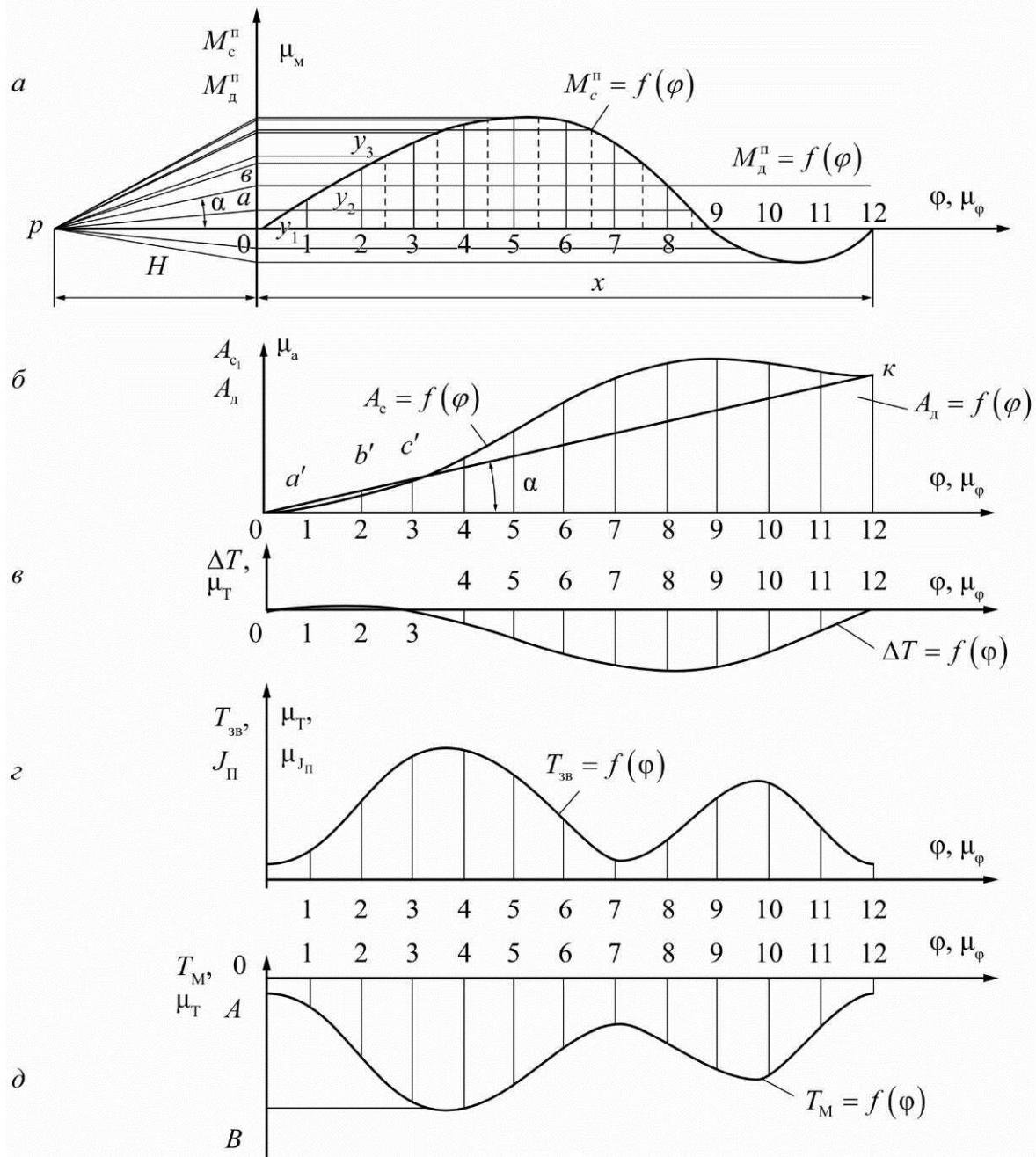


Рис. 6.1. Диаграммы к расчету маховика: *а* – график изменения приведённых моментов; *б* – график изменения работ сил полезного сопротивления и движущих сил; *в* – график изменения приращения кинетической энергии машины; *д* – график изменения кинетической энергии звеньев; *д* – график изменения кинетической энергии маховика

Масштаб графика зависимости $A_{изб}$ (ΔT) от оси ϕ равен масштабу графика работ, т.е. $\mu_T = \mu_A$ (Дж/мм).

Масштаб для поворота ведущего звена μ_ϕ общий для всех графиков.

6.4. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ЗВЕНЬЕВ И ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МЕХАНИЗМА

Приведенный к ведущему звену момент инерции звеньев:

$$J_\Pi = \frac{2T_{3B}}{\omega_\Pi^2} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i V_{si}^2}{\omega_\Pi^2} + \frac{\sum_{i=1}^n J_{si} \omega_i^2}{\omega_\Pi^2},$$

где T_{3B} – кинетическая энергия звеньев механизма; ω_i – угловая скорость звена приведения, $\omega_\Pi = \omega_{CP}$; m_i – масса i -го звена; V_{si} – абсолютная скорость центра тяжести i -го звена; J_{si} – момент инерции i -го звена относительно оси, проходящей через центр тяжести; ω – угловая скорость i -го звена.

Кинетическая энергия механизма подсчитывается как сумма кинетических энергий его отдельных звеньев, а последние, в зависимости от характера движения звеньев, вычисляются по известным из механики формулам:

1) для поступательно движущихся звеньев:

$$T_\Pi = \frac{m_i V_{si}^2}{2};$$

2) для звеньев, вращающихся вокруг осей, проходящих через центр тяжести:

$$T_B = \frac{J_{si} \omega_i^2}{2};$$

3) для звеньев, вращающихся вокруг осей, не проходящих через центр тяжести или совершающих произвольное плоское движение:

$$T_{ПЛ} = \frac{m_i V_{si}^2}{2} + \frac{J_{si} \omega_i^2}{2}.$$

Взяв с планов скоростей длины соответствующих отрезков для данного положения механизма, подсчитываем значения кинетической энергии звеньев для 12 положений механизма и строим по ним график зависимости $T_{3B} = f(\phi)$.

Приведенный к ведущему звену момент инерции звеньев может быть определен через кинетическую энергию звеньев:

$$J_0 = \frac{2T_{3B}}{\omega_\pi^2}.$$

Из соотношения (3.29) подсчитывается значение J_{Π} для 12 положений и строится график $J_{\Pi} = f(\phi)$. Вид графика для J_{Π} будет такой же, как и для T_{3B} , только в другом масштабе. Построение графика $J_{\Pi} = f(\phi)$ аналогично построению графика $T_{3B} = f(\phi)$.

6.5. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВИКА ПО МЕТОДУ Н.И. МЕРЦАЛОВА

1. По формуле 6.1 для 12 положений машины определить приведенный момент сил сопротивления M_C^{Π} и построить график зависимости $M_C^{\Pi} = f(\phi)$ при выбранных масштабах μ_T и μ_ϕ (см. рис. 6.1, *a*).

2. Путем графического интегрирования зависимости построить график зависимости работы сил сопротивления A_C от положения ведущего звена, т. е. $A_C = f(\phi)$, в масштабе $\mu_T = \mu_M \mu_\phi H$ (см. рис. 6.1, *b*).

Поскольку $M_D^{\Pi} = \text{const}$, то, соединив прямой линией начальную и конечную точки графика $A_C = f(\phi)$, можно найти график зависимости работы движущих сил A_D от угла поворота ведущего звена ϕ , т.е. $A_D = f(\phi)$.

Построить график зависимости приращения кинетической энергии машины (избыточных работ) от угла поворота кривошипа: $\Delta T = f(\phi)$ (см. рис. 6.1, *c*).

Составить выражение для подсчета кинетической энергии звеньев механизма и построить график изменения кинетической энергии звеньев по углу поворота кривошипа, т.е. $T_M = f(\phi)$, в том же масштабе, что и график $\Delta T = f(\phi)$ (см. рис. 6.1, *c*).

Вычитая из ординат графика $\Delta T = f(\phi)$ соответствующие ординаты графика $T_{3B} = f(\phi)$, построить кривую изменения кинетической энергии маховика (см. рис. 6.1, *d*).

По построенной кривой определить момент инерции маховика:

$$J_M = \frac{\mu_T (AB)}{\omega_{cp}^2 \delta}.$$

Таким образом, момент инерции маховика по методу Н.И. Мерцалова определяется по графику $T_M = f(\phi)$.

6.6. РАСЧЕТ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ПО МЕТОДУ Ф. ВИТТЕНБАУЭРА (С ПОМОЩЬЮ ДИАГРАММЫ ЭНЕРГОМОМЕНТОВ)

Этот метод в отличие от метода Н.И. Мерцалова является принципиально точным, так как в нем не допускается никаких приближений, могущих вызвать ошибки при определении момента инерции маховика.

6.6.1. Диаграмма моментов ($T = f(J_{\Pi})$)

Исследования многих вопросов движения машины удобно вести по так называемой диаграмме энергомоментов – диаграмме зависимости приращения кинетической энергии машины T от ее приведенного момента инерции J_{Π} . Эта зависимость для периодически неравномерно установившегося движения имеет вид замкнутой кривой, так как значения T и J_{Π} периодически повторяются (рис. 6.2).

Диаграмму $T = f(J_{\Pi})$ можно построить для каждой машины, если заданы силы, действующие на нее, массы и моменты инерции звеньев и начальная кинетическая энергия машины T_0 .

Зависимость между кинетической энергией машины T , ее приведенным моментом инерции J_{Π} и угловой скоростью ω определяется выражением

$$T = \frac{J_{\Pi}\omega^2}{2},$$

откуда $\omega^2 = \frac{2T}{J_{\Pi}}$. Используя данное выражение, по диаграмме $T = f(J_{\Pi})$

легко определить скорость ведущего звена для любого положения механизма. Пусть заданному положению механизма соответствует точка B на кривой $T = f(J_{\Pi})$ с координатами x, y . Тогда для этого положения $T = \mu_T y$, $J_{\Pi} = \mu_{J_{\Pi}} x$.

Подставляя значения T и J_{Π} , получим:

$$\omega^2 = 2 \frac{\mu_T}{\mu_{J_{\Pi}}} \cdot \frac{y}{x} = 2 \frac{\mu_T}{\mu_{J_{\Pi}}} \operatorname{tg} \psi,$$

т.е. квадрат угловой скорости ведущего звена прямо пропорционален тангенсу угла наклона луча, проведенного из начала координат в соответствующую точку диаграммы, к оси J_{Π} . Проведем из начала координат к кривой $T = f(J_{\Pi})$ две касательные, охватывающие кривую (см. рис. 6.2). Очевидно, что нижняя касательная, составляющая с осью J_{Π} минималь-

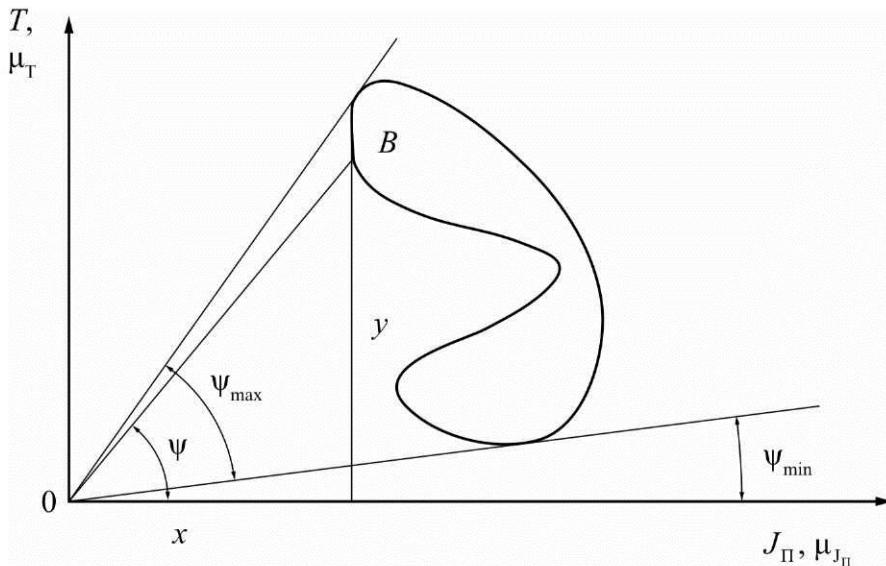


Рис. 6.2. Расчет момента инерции по методу Ф. Виттенбауэра

ный угол ψ_{\min} , соответствует ω_{\min} , а верхняя касательная, составляющая с осью J_Π угол ψ_{\max} , соответствует ω_{\max} :

$$\omega_{\min}^2 = 2 \frac{\mu_T}{\mu_{J_\Pi}} \operatorname{tg} \psi_{\min}, \quad \omega_{\max}^2 = 2 \frac{\mu_T}{\mu_{J_\Pi}} \operatorname{tg} \psi_{\max}.$$

Таким образом, построив диаграмму $T=f(J_\Pi)$ и проведя через начало координат к кривой касательные, легко измерить углы ψ_{\max} и ψ_{\min} вычислить ω_{\max} и ω_{\min} , а следовательно, и δ . При определении момента инерции маховика J_Π необходимо решить обратную задачу – по заданным δ и ω_{cp} пределить J_Π .

6.6.2. Алгоритм расчета момента инерции маховика по методу Ф. Виттенбауэра

1. Для определения момента инерции маховика предварительно выполняются вычисления и построения, приведенные в пунктах 6.1–6.4.

2. По данным графика $\Delta T=f(\phi)$ и $J_\Pi=f(\phi)$ путем графического исключения угла ϕ строится неполная диаграмма $\Delta T=f(J_\Pi)$. Она отличается от полной диаграммы энергомоментов $T=f(J_\Pi)$. Построение диаграммы $\Delta T=f(J_\Pi)$ показано на рис. 6.3.

3. К кривой $\Delta T=f(J_\Pi)$ проводятся две касательные под углами ψ_{\max} и ψ_{\min} , которые соответствуют ω_{\max} и ω_{\min} .

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{1}{2} \frac{\mu_{J_{\Pi}}}{\mu_T} \omega_{\max}^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_{J_{\Pi}}}{\mu_T} \omega_{cp}^2 (1 + \delta),$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{1}{2} \frac{\mu_{J_{\Pi}}}{\mu_T} \omega_{\min}^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_{J_{\Pi}}}{\mu_T} \omega_{cp}^2 (1 - \delta).$$

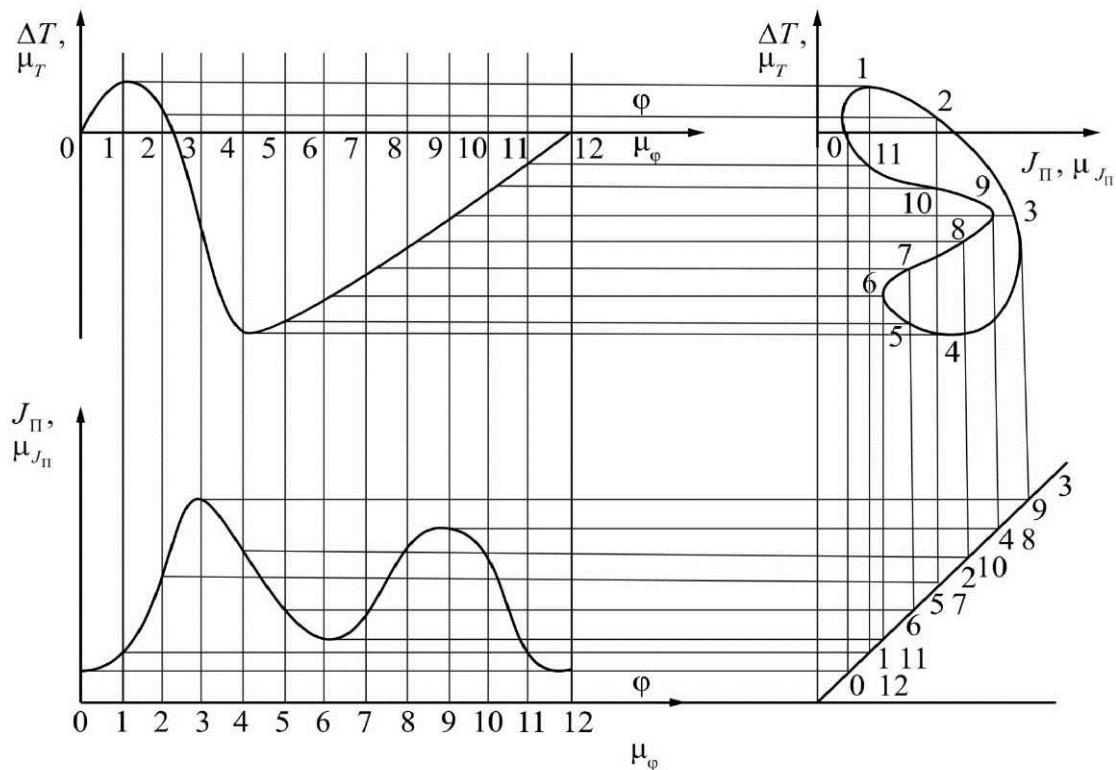


Рис. 6.3. Расчет маховика по методу Виттенбауэра

Точка пересечения этих касательных определит начало координат, в которых построенная кривая будет представлять графики зависимости полной кинетической энергии машины (рис. 6.4) $T = T_0 + \Delta T$ и полного приведенного момента, включая момент инерции маховика $J = J_M + J_{\Pi}$.

Определив начало координат полной диаграммы энергомасс $T = f(J_{\Pi})$, можно найти момент инерции маховика J_{Π} и начальную кинетическую энергию T_0 так, как показано на рис. 6.4. Отрезок OC в масштабе $\mu_{J_{\Pi}}$ представляет собой искомый момент инерции маховика: $J_M = \mu J_{\Pi}$ (OC).

Погрешность расчета этим методом возникает при проведении касательных, так как углы ψ_{\max} и ψ_{\min} , особенно при малых δ , очень близки друг к другу, что затрудняет точное проведение касательных и определение положения начала координат точки O . Касательные в этом случае в пределах чертежа обычно не пересекаются. Тогда момент инерции маховика:

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{AC}{OC}, \quad \operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{BC}{OC}.$$

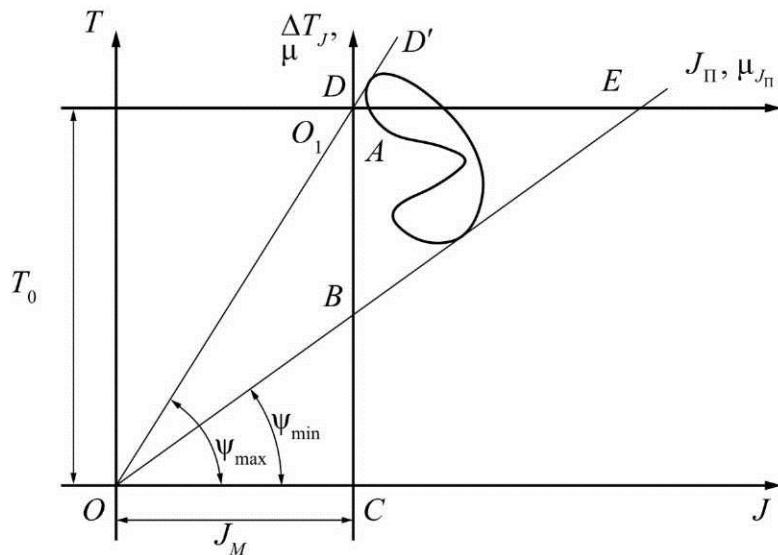


Рис. 6.4. Определение истинного закона движения ведущего звена

Взяв разность тангенсов, получим

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{AC - BC}{OC} = \frac{AB}{OC},$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{\mu_{J_{II}}}{\mu_T} \omega_{cp}^2 \delta,$$

$$\frac{AB}{OC} = \frac{\mu_{J_{II}}}{\mu_T} \omega_{cp}^2 \delta$$

или

$$OC = \frac{\mu_{J_{II}}}{\mu_T} \frac{AB}{\omega_{cp}^2 \delta},$$

$$J_M = \frac{\mu_{J_{II}} AB}{\omega_{cp}^2 \delta}.$$

Иногда (при больших значениях углов ψ_{\max} и ψ_{\min}) касательные в пределах чертежа не пересекают ось ординат T , но пересекают ось абсцисс в точках D и E . Тогда, измерив отрезки O_1D и O_1E , отрезок AB можно вычислить следующим образом. Из рис. 6.4 $O_1A = O_1D \cdot \operatorname{tg} \psi_{\max}$, $O_1B = O_1ED \cdot \operatorname{tg} \psi_{\min}$, откуда $AB = O_1B - O_1A = O_1ED \cdot \operatorname{tg} \psi_{\min} - O_1D \cdot \operatorname{tg} \psi_{\max}$.

6.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ МАХОВИКА

После определения момента инерции маховика J_m переходят к выбору его основных размеров. Обычно маховик рассматривается как массивное кольцо среднего диаметра D , в котором сосредоточено примерно 0,9 массы маховика. При этом условии момент инерции маховика

$$J_m = \frac{GD^2}{4g},$$

где G – вес маховика; D – средний диаметр обода маховика; g – ускорение силы тяжести.

Произведение GD^2 называется маховым моментом и является основным параметром, характеризующим маховик.

Поскольку в выражение махового момента входят две неизвестные величины G и D , то одной из них задаются, а другую находят. Обычно задаются из конструктивных соображений диаметром маховика, а находят его вес.

Из соотношения $GD^2 = 4gJ_m$ видно, что чем больше диаметр маховика, тем меньше его вес. Но злоупотреблять увеличением размеров для уменьшения веса маховика не рекомендуется, так как с увеличением диаметра возрастает окружная скорость, а следовательно, создается напряжение на ободе и может произойти его разрыв. Необходимо при выборе диаметра проверять окружную скорость на ободе, вычисляя ее по следующей формуле:

$$V_{окр} = \omega_{\max} \frac{D}{2} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \frac{D}{2}.$$

При этом можно руководствоваться следующими цифрами: $V_{окр} \leq 30$ м/с для чугунных маховиков; $V_{окр} \geq 50$ м/с для стальных маховиков. Выбрав диаметр маховика, определяют его теоретический вес:

$$G = \frac{4J_m}{D^2}.$$

Обычно действительный вес обода

$$G_{д} = 0,9G.$$

6.8. ДИСКОВЫЙ МАХОВИК

На рис. 6.5 показана конструкция маховика, который широко используется. При наружном диаметре $D < 300$ мм, независимо от величины окружной скорости, следует применять маховики дисковой конструкции.

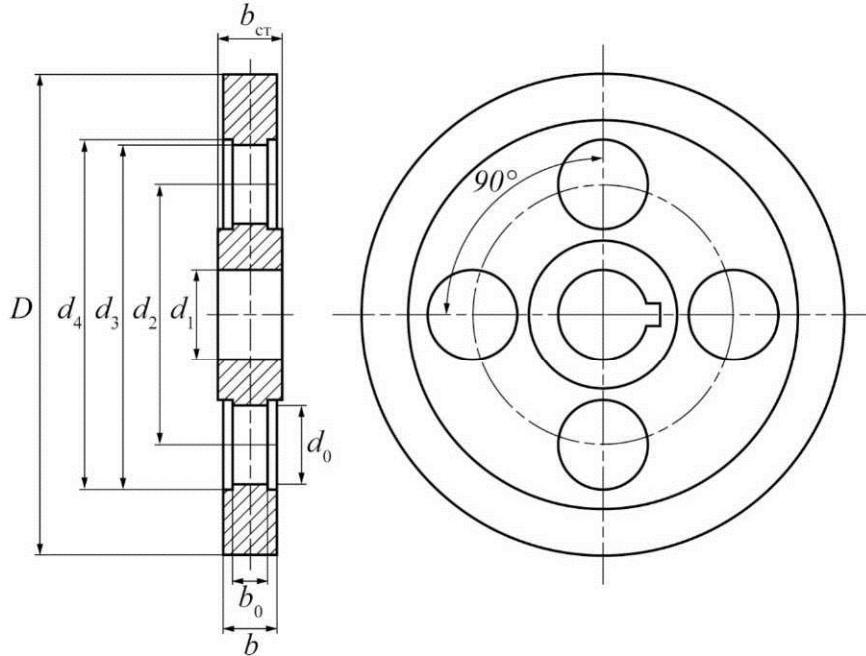


Рис. 6.5. Основные размеры маховика

При окружных скоростях $V > 100$ во избежание дополнительного шума целесообразно использовать маховики без отверстий в диске.

Основные размеры маховика с отверстиями в диске (см. рис. 6.5): $d_1 = 0,15D$; $d_2 = 0,25D$; $d_3 = 0,525D$; $d_4 = 0,8D$; $d_0 = 0,15D$; $b = 0,125D$; $b_0 = 1/3b$; $b_{ct} = 1,05\text{ш}$.

В диске диаметром d_0 число отверстий $z = 4$.

Иногда (при больших значениях углов ψ_{\max} и ψ_{\min}) касательные в пределах чертежа не пересекают ось ординат T , но пересекают ось абсцисс в точках D и ш . Тогда, измерив отрезки O_1D и O_1E , отрезок AB можно вычислить следующим образом (из рис. 6.4) $O_1A = O_1D \cdot \operatorname{tg} \psi_{\max}$, $O_1B = O_1E \cdot \operatorname{tg} \psi_{\min}$, откуда $AB = O_1B - O_1A = O_1E \cdot \operatorname{tg} \psi_{\min} - O_1D \cdot \operatorname{tg} \psi_{\max}$.

Следует отметить, что если из-за конструктивных соображений маховик нельзя устанавливать на ведущий вал (звено приведения), то маховик можно устанавливать на другой вращающийся вал, который связан с предыдущим постоянным передаточным отношением.

Так как кинетическая энергия маховика постоянна вне зависимости от того, на каком валу он установлен, то:

$$T_M = \frac{I_{M_1} \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{I_{M_2} \cdot \omega_2^2}{2},$$

$$\text{Следовательно, } \frac{I_{M_1}}{I_{M_2}} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 = i_2^2 - 1,$$

где I_{M_1} и I_{M_2} – соответственно моменты инерции маховика на валах 1 и 2; ω_1 и ω_2 – соответственно угловые скорости валов 1 и 2.

Таким образом, если маховик установить на другой вал, обладающий большей угловой скоростью, то момент инерции и размеры маховика будут меньше.

Конструкции маховиков

Основное назначение маховика заключается в ограничении колебаний угловой скорости главного вала в пределах, заданных коэффициентом δ . Маховик является аккумулятором кинетической энергии машины. Если при работе механизма с маховиком $\Delta T > 0$, то угловая скорость главного вала возрастает и маховик накапливает кинетическую энергию. В противном случае при недостатке ΔT угловая скорость главного вала снижается и маховик отдает часть энергии машине, являясь дополнительным источником движущих сил.

За счет значительной накопленной энергии во время ускоренного движения маховик применяется для преодоления повышенных нагрузок без увеличения мощности двигателя. В машинах ударного действия: молотах, прокатных станах, прессах, в автомобилях – он содействует выведению рабочих органов из «мертвых» положений.

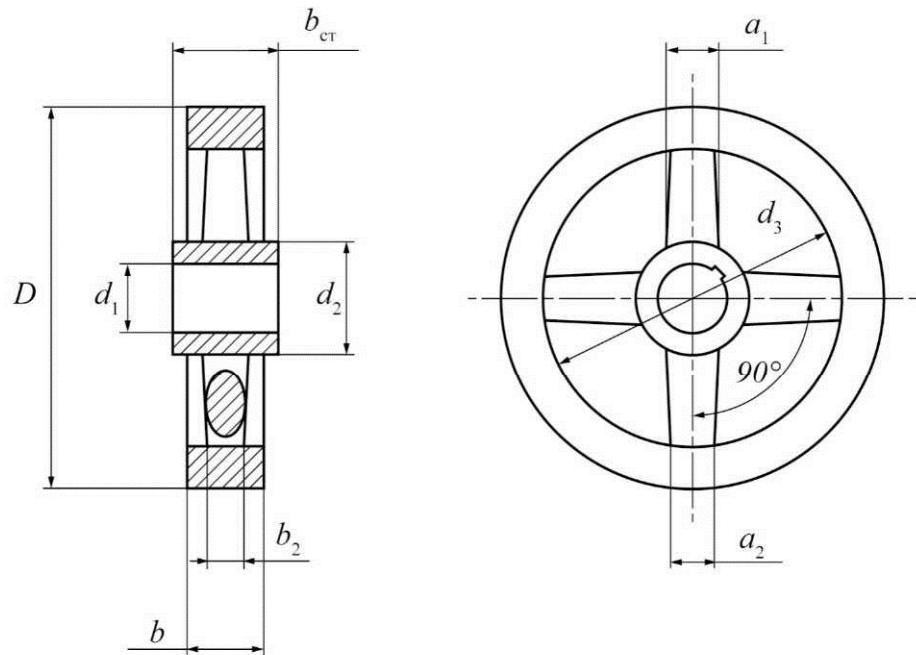
Наибольшее распространение в технике получили маховики двух типов: со спицами и дисковой конструкцией.

Маховик со спицами

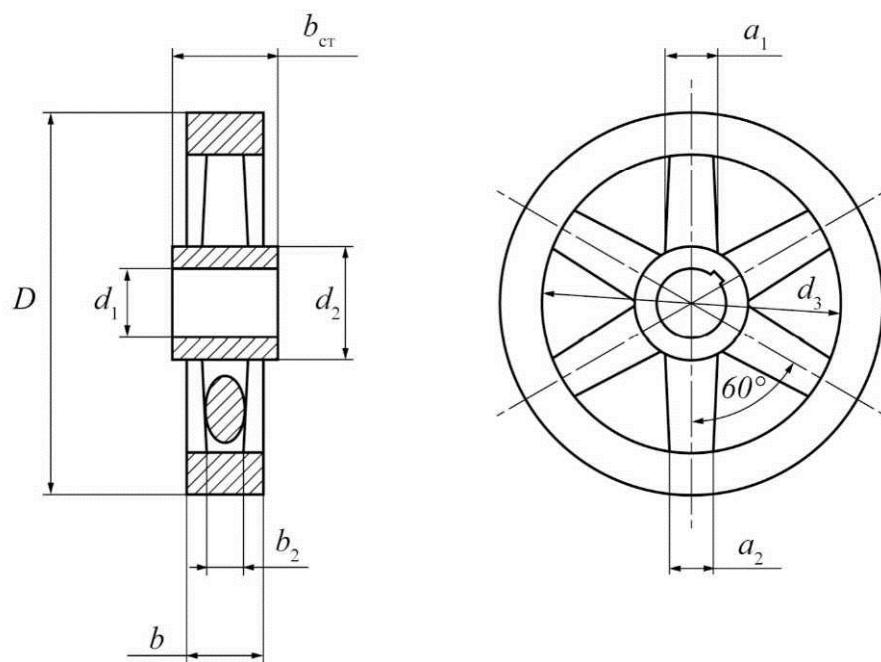
Конструкции этих маховиков приведены на рис. 6.6. Материал для маховиков выбирают в зависимости от окружной скорости V на наружном диаметре D .

При $V \leq 25$ м/с применяются литые маховики из чугуна СЧ12-28; при $V \leq 25-30$ м/с – из чугуна СЧ15-32; $V \leq 30-35$ м/с – из чугуна СЧ18-36 и СЧ21-40 (плотность $\rho = 6800-7400$ кг/м³); при $V \leq 45$ м/с – маховики литые стальные из СТ3–СТ5 ($\rho = 7500-7900$ кг/м³). Сечение спиц эллиптическое с отношением осей $\frac{b_{cn}}{a_{cn}} = 0,4 \div 0,5$. Спицы выполняются коническими. Размеры b_{cn} и c_{an} уменьшаются от ступицы к ободу на 20 %.

При наружном диаметре $D < 300$ мм маховики изготавливают дисковой конструкции без спиц. Значения размеров и массовых характеристик маховиков в соответствии с рис. 6.6 представлены в табл. 6.1.



a



b

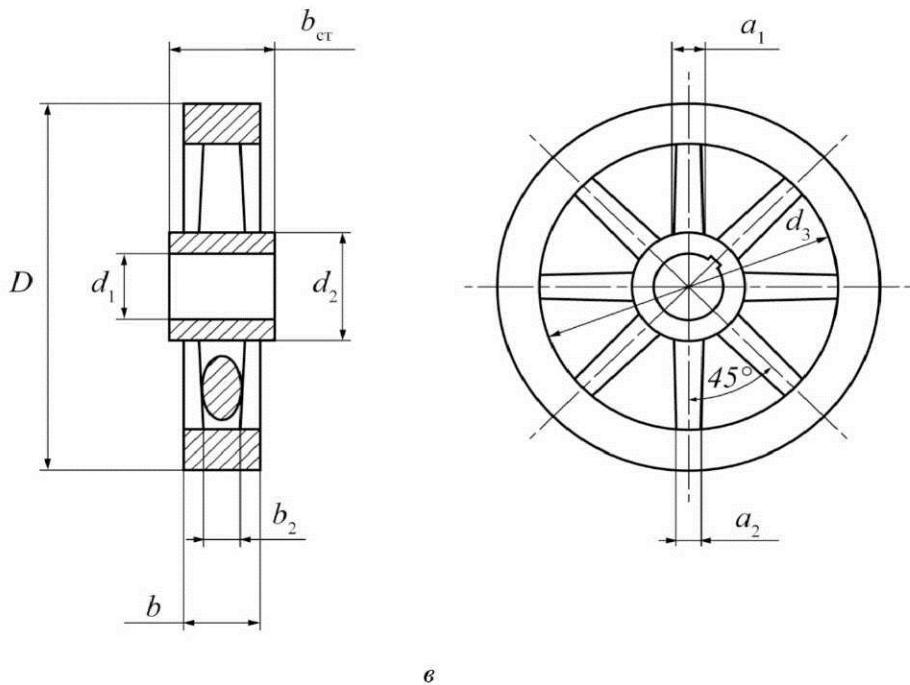


Рис. 6.6. Конструкции маховиков с четырьмя (а), шестью (б), восемью (в) спицами

Таблица 6.1

Основные параметры маховика со спицами

D , мм	Число спиц, n	Основные размеры, мм
300–800	4 (рис. 6.6, а)	$d_1 = 0,2D$; $d_2 = 0,3D$; $d_3 = 0,08D$; $b = 0,125D$; $b_1 = 0,44b$; $b_2 = 0,352b$
800–1600	6 (рис. 6.6, б)	$a_1 = 1,1b$; $a_2 = 0,88b$; $b_{\text{CT}} = 1,05b$
≥ 1600	8 (рис. 6.6, в)	$d_1 = 0,2D$; $d_2 = 0,32D$; $d_3 = 0,08D$; $b = 0,125D$; $b_1 = 0,44b$; $b_2 = 0,352b$; $a_1 = 0,88b$; $a_2 = 0,704b$; $b_{\text{CT}} = 1,05b$

Дисковый маховик

Маховики данного типа показаны на рис. 6.7. При наружном диаметре $D < 300$ мм независимо от величины окружной скорости следует применять маховики дисковой конструкции. При окружных скоростях $V \leq 45$ м/с рекомендации по материалу те же, что и в случае маховика со спицами. При окружных скоростях $V > 45$ м/с для маховиков следует применять стали марок 45, 40Н, 34ХНТМ, 35ХМ и т.д., а также алюминиевый сплав АК4. При одном и том же моменте инерции маховики из алюминиевых сплавов получаются в среднем на 35 % легче по сравнению с конструкциями, изготовленными из стали. Рекомендовано при окружных

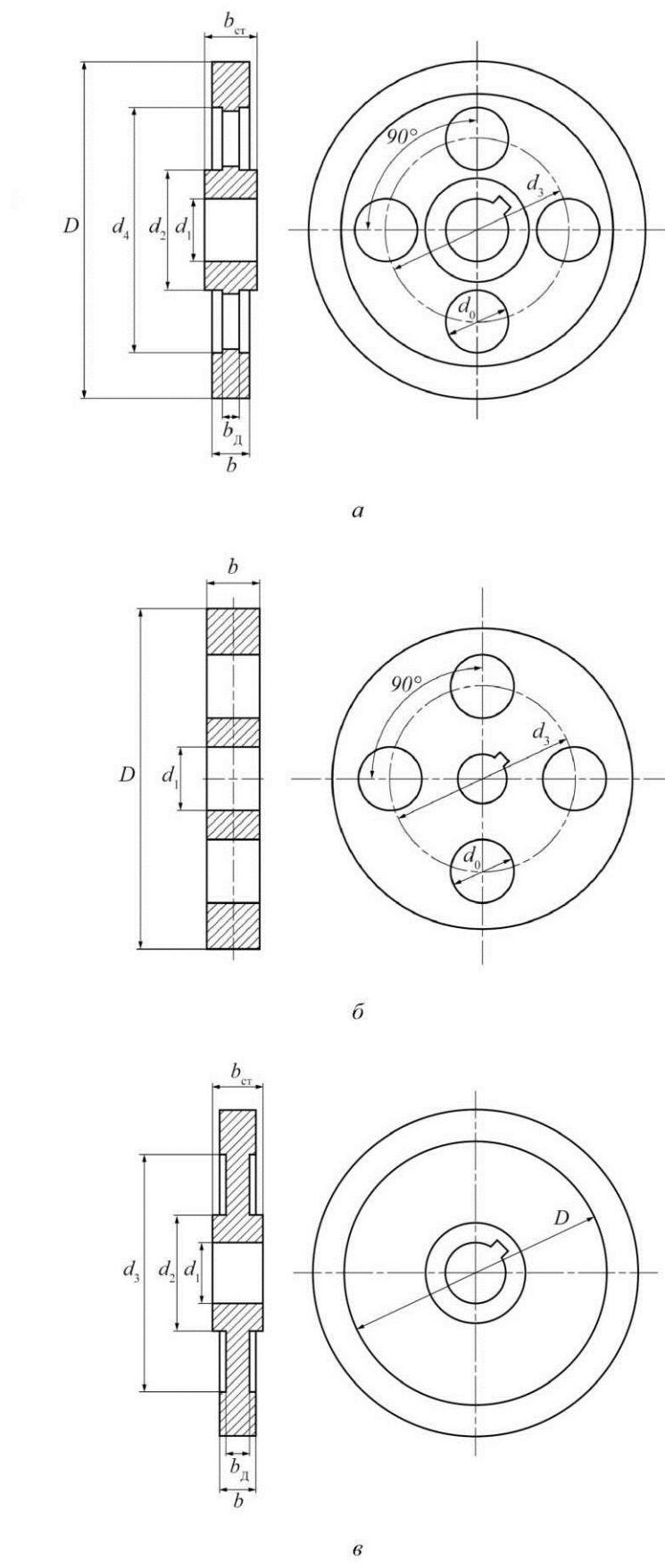


Рис. 6.7. Конструкции маховиков: *a* – маховик с отверстиями в диске; *b* – литой маховик; *c* – маховик облегченного типа

скоростях $V > 100$ м/с применять маховики без отверстий в диске, чтобы избежать дополнительного шума при работе. Маховик со сплошным диском получается на 5–8 % тяжелее маховика с отверстиями. Значения основных параметров дисковых маховиков приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Значения основных параметров дисковых маховиков

№ рисунка	Число отверстий, n	Основные размеры, мм
6.7, а	4	$d_0 = 0,25D; d_1 = 0,15D; d_2 = 0,25D;$ $d_3 = 0,525D; d_4 = 0,8D;$ $b = 0,125D; b_{\text{A}} = \frac{1}{3}b; b_{\text{CT}} = 1,05b$
6.7, б	4	$d_1 = 0,15D; d_2 = 0,6D; d_0 = 0,3D; b = 0,125D$
6.7, в	0	$d_1 = 0,15D; d_2 = 0,25D; d_0 = 0,8D; b = 0,125D$

**6.9. ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА
НЕФТЯНОГО ОБОРУДОВАНИЯ**

Таблица 6.3

Исходные данные

Параметр	Обозначение	Значение
Размер звеньев	l_{OA} , м	
	l_{OC} , м	
	l_{BC} , м	
	l_{AB} , м	
	l_{AE} , м	
Угловая скорость	ω_1 , рад/с	

6.9.1. Структурный анализ механизма

Механизм состоит из: 1 – кривошип OA ; 2 – шатун EB ; 3 – коромысло BC .

Количество подвижных звеньев $n = 3$. Кинематические пары:

- 1) стойка-кривошип OA ;
- 2) кривошип OA – шатун AB ;
- 3) шатун AB – коромысло CB ;
- 4) коромысло BC – стойка.

Все пары низшие, плоские, накладывающие по 2 связи на относительное движение звеньев; количество пар $p_2 = 4$.

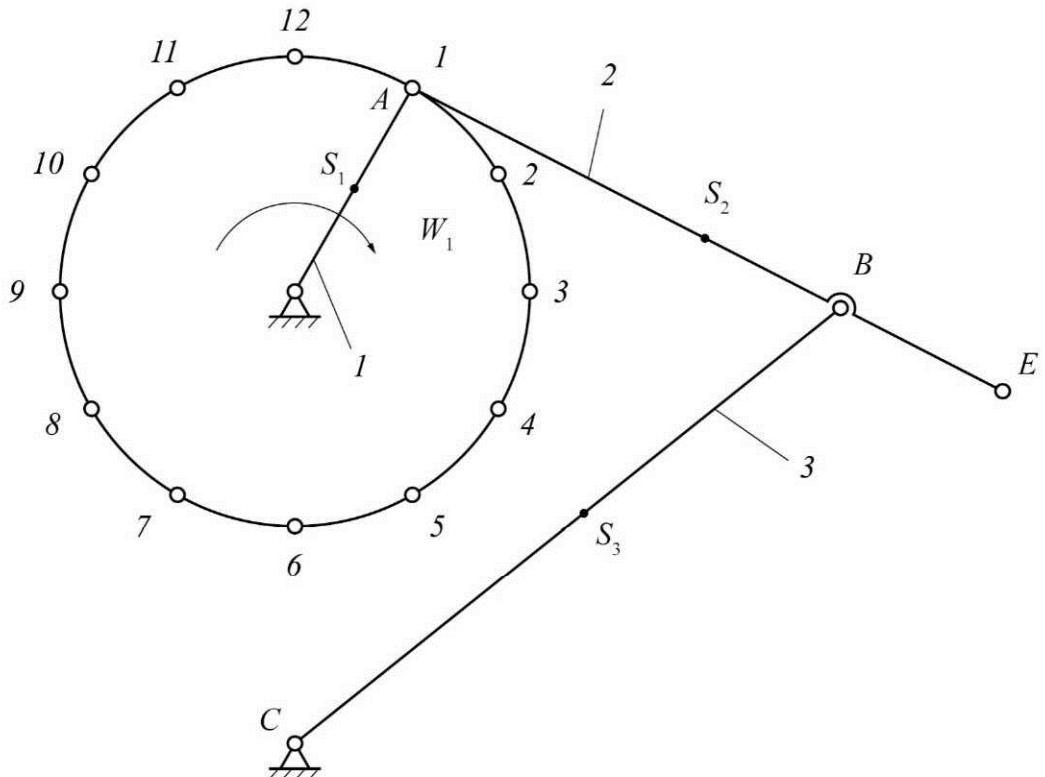


Рис. 6.8. Схема механизма

Степень подвижности: $W = 3n - 2p = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$; количество кинематических пар $p_5 = 4$.

Составим структурную формулу механизма и определим его класс и порядок:

- 1) стойка-кривошип OA – механизм 1-го класса;
- 2) группа 2-го класса 2-го порядка первого вида.

6.9.2. Построение положений звеньев механизма

Масштаб схемы. Приняв на чертеже отрезок $OA = 50$ мм, находим:

$$\mu_1 = \frac{l_{OA}}{OA}, \text{ м/мм.}$$

В принятом масштабе вычерчиваем схему механизма. Для построения 12 положений звеньев механизма разделим траекторию, описываемую точкой A кривошипа OA , на 12 равных частей.

Определим длины звеньев (мм) на схеме:

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_1}, \quad OC = \frac{l_{OC}}{\mu_1}, \quad BC = \frac{l_{BC}}{\mu_1}, \quad BE = \frac{l_{BE}}{\mu_1}.$$

6.9.3. Исследование механизма методом планов скоростей и ускорений

Построение планов скоростей

Угловая скорость входного звена ω_1 рад/с.

1. Определим скорость точки A (рис. 4.16).

Вектор \bar{V}_A перпендикулярен OA и направлен в сторону вращения кривошипа OA .

$$V_A = \omega_1 \ell_{OA}, \text{ мс}^{-1}.$$

На чертеже выбираем произвольную точку p – полюс. $V_p = 0$. Из точки p проводим вектор pa , изображающий скорость точки A . Длина отрезка – 50 мм.

Масштаб плана скоростей – μ_v :

$$\mu_v = \frac{V_A}{P_a}, \text{ мс}^{-1}/\text{мм}.$$

2. Определим скорость точки B .

Скорости конкретных элементов V_B и $V_{O_2} = 0$ известны:

$$\begin{cases} \bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{AB} \\ \bar{V}_B = \bar{V}_C + \bar{V}_{BC} \end{cases}, \quad (6.2)$$

где \bar{V}_{AB} – вектор относительной скорости точки B в ее движении относительно точки A ; где \bar{V}_{BC} – вектор относительной скорости точки B в ее движении относительно точки C .

Величины этих векторов неизвестны. По направлению $V_{AB} \perp AB$, $V_{BC} \perp BC$. Исходя из этого, согласно первому уравнению системы (6.2), из точки a проводим луч соответственно $\perp AB$ схемы, а согласно второму уравнению (6.2) из точки p луч $\perp BC$. Пересечение лучей дает точку B – конец вектора \bar{V}_B . Точку B соединяем с полюсом p .

$$V_B = pb \cdot \mu_v, \text{ м/с},$$

$$V_{AB} = ab \cdot \mu_v, \text{ м/с}.$$

3. Скорость точки E , принадлежащая звену 2, определяем из подобия:

$$\frac{AB}{BE} = \frac{ab}{be} \Rightarrow be = ba \frac{BE}{AB}, \text{ мм}.$$

$$V_E = p e \cdot \mu_V, \text{ м/с}$$

$$V_{S_2} = p s_2 \cdot \mu_V, \text{ м/с.}$$

Угловая скорость звеньев AB, CB :

$$\omega_{AB} = \frac{V_{AB}}{l_{AB}}, \text{ 1/с}$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_{CB}}{l_{CB}}, \text{ 1/с.}$$

Построение планов ускорений

1. Ускорение точки A : $a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA}$, м/с.

Вектор a_A направлен по звену OA к центру вращения – точке O . На чертеже выбираем точку π – полюс. $a_\pi = a_C = 0$. Из точки π проводим вектор π_a , изображающий a_A . Строим план ускорений, pa – отрезок, изображающий в масштабе ускорение точки A .

Масштаб плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_A}{p_2 b}, (\text{м/с}^2) / \text{мм.}$$

2. Ускорение точки B определяется из решения графически двух векторных уравнений.

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{AB}^n + \bar{a}_{AB}^\tau, \quad (6.3)$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau.$$

где $a_{AB}^n = \omega_{AB}^2 l_{AB}$, м/с² – нормальное ускорение точки B относительно точки A , направленное вдоль AB от B к A ;

a_{AB}^τ – тангенциальное ускорение точки B относительно A , направленное перпендикулярно AB ;

$a_{BC}^n = \omega_{BC}^2 l_{BC}$, м/с² – нормальное ускорение точки B относительно точки C , направленное вдоль BC от B к C ;

a_{BC}^τ – тангенциальное ускорение точки B относительно C , направленное перпендикулярно BC ;

a_{AB}^n соответствует отрезок an_1 плана, длина которого $an_1 = \frac{a_{AB}^n}{\mu_a}$, мм;

a_{BC}^n соответствует отрезок πn_1 плана, длина которого $\pi n_1 = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a}$, мм.

С учетом системы (6.5), значений an_1 , pn_2 и их направлений достраиваем план ускорений. Соединив полученную точку B с полюсом π , получим вектор pb , соответствующий a_C :

$$a_B = (p_2 b) \mu_a, \text{ м/с}^2.$$

$$a_{AB}^\tau = (bn_1) \mu_a, \text{ м/с}^2.$$

$$a_{BC}^\tau = (bn_2) \mu_a, \text{ м/с}^2.$$

3. Ускорение точки E , принадлежащей звену 2, определяем из подобия:

$$\frac{AB}{AE} = \frac{ab}{ae} \Rightarrow ae = ab \frac{AE}{AB}, \text{ мм}$$

$$a_E = (pe) \mu_a, \text{ м/с}^2$$

$$a_{S2} = (ps_2) \mu_a, \text{ м/с}^2$$

$$a_{S3} = (ps_3) \mu_a, \text{ м/с}^2$$

Угловые ускорения:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{AB}^\tau}{l_{AB}}, \text{ 1/с}^2,$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BC}^\tau}{l_{BC}}, \text{ 1/с}^2.$$

6.9.4. Кинетостатический расчет механизма

*Определение сил инерции и моментов
сил инерции звеньев механизма*

Масса звеньев

Массу звеньев определим по формуле

$$M = ql,$$

где $q = 10 \text{ кг/м}$ – погонная масса материала; l – длина звена.

Масса кривошипа OA : $m_1 = q \cdot l_{OA}$, кг.

Масса шатуна EB : $m_2 = q \cdot l_{EB}$, кг.

Масса коромысла CB : $m_3 = q \cdot l_{CB}$, кг.

Сила тяжести звеньев:

- вес кривошипа OA : $G_1 = m_1 \cdot g$, Н,
- вес шатуна EA : $G_2 = m_2 \cdot g$, Н,
- вес коромысла CB : $G_3 = m_3 \cdot g$, Н.

Моменты инерции звеньев

Момент инерции масс звеньев-стержней относительно проходящей через центр масс S перпендикулярно плоскости движения определяем по приближенной формуле

$$J_S = 0,1 \cdot m \cdot l^2.$$

Момент инерции масс кривошипа OA – J_{S1} , кгм².

Момент инерции шатуна EA : J_{S2} , кгм².

Момент инерции коромысла CB : J_{S3} , кгм².

Определение сил инерции звеньев:

Сила инерции кривошипа AB : $|F_{u1}| = |-m_1 \cdot a_{s1}|$, Н.

Сила инерции шатуна EA : $|F_{u2}| = |-m_2 \cdot a_{s2}|$, Н.

Сила инерции коромысла BC : $|F_{u3}| = |-m_3 \cdot a_{s3}|$, Н.

Направление моментов инерции сил противоположно направлению угловых ускорений ε .

$$|M_{u1}| = |-J_{s1} \cdot \varepsilon_1|, \text{ Нм.}$$

$$|M_{u2}| = |-J_{s2} \cdot \varepsilon_{AB}|, \text{ Нм.}$$

$$|M_{u3}| = |-J_{s3} \cdot \varepsilon_{CB}|, \text{ Нм.}$$

Определение реакций в кинематических парах структурной группы 2₁²

Неизвестную силу \bar{R}_{12} раскладываем на две составляющие:

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + R_{12}^t.$$

Эта сила проходит через центр шарнира A .

Порядок определения реакций в кинематических парах структурной группы 2₁² представлен в табл. 6.4.

Таблица 6.4

Порядок силового расчета группы 2_1^2

№ п/п	Искомые реакции	Уравнения равновесия	Равновесие звена или структурной группы
1	\bar{R}_{12}	$\sum \bar{M}_B = 0$	Звена 2
2	\bar{R}_{43}	$\sum \bar{M}_B = 0$	Звена 3
3	\bar{R}_{12} и \bar{R}_{43}	$\sum \bar{F} = 0$	Структурной группы 2–3
4	\bar{R}_{32}	$\sum \bar{F} = 0$	Звена 2

1. Сумма моментов всех сил, действующих на звено 2 относительно точки B :

$$\sum M_B = 0;$$

$$-R_{12}^t \cdot AB \cdot \mu_t + F_{u2} \cdot \mu_t \cdot h_{u2} - G_2 \cdot h_{G2} \cdot \mu_t - \mu_{u2} = 0;$$

$$R_{12}^t = \frac{F_{u2} \cdot h_{u2} \cdot \mu_t - G_2 \cdot h_{G2} \cdot \mu_t - \mu_{u2}}{\ell_{AB}}.$$

2. Сумма моментов всех сил, действующих на звено 3 относительно точки B :

$$\sum M_B = 0,$$

$$-R_{43}^t \cdot AB \cdot \mu_t + p'_{u3} \cdot h_{u3} \cdot \mu_t - G_3 \cdot h_{G3} \cdot \mu_t + \mu_{u2} = 0,$$

$$R_{43}^t = \frac{P_{u3} \cdot h_{u3} \cdot \mu_t - G_3 \cdot h_{G3} \cdot \mu_t + \mu_{u2}}{\ell_{BC}}, \text{Н.}$$

3. Общее уравнение равновесия всей структурной группы:

$$\sum \bar{F} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^t + \bar{F}_{u2} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{43}^t + \bar{R}_{43}^n = 0.$$

Из произвольной точки a в масштабе μ_F (Н/мм) откладываем последовательно все известные силы, перенося их параллельно им самим в плане сил.

Далее через конец вектора \bar{R}_{43}^t проводим линию, параллельную CB до пересечения с прямой, проведенной из точки a параллельно оси звена AB . Точка пересечения этих прямых определит модули реакций \bar{R}_{12}^n и \bar{R}_{43}^n .

$$R_{12}^n = |\bar{R}_{12}| \cdot \mu_F, \text{ Н.}$$

$$R_{12} = |\bar{R}_{12}| \cdot \mu_F, \text{ Н.}$$

$$R_{43}^n = |\bar{R}_{43}| \cdot \mu_F, \text{ Н.}$$

$$R_{43} = |\bar{R}_{43}| \cdot \mu_F, \text{ Н.}$$

4. Из уравнения равновесия звена 3 находим \bar{R}_{32} :

$$\sum \bar{F} = \bar{R}_{12}^n + \bar{F}_{u2} + \bar{G}_2 + R_{32} = 0.$$

Строим план сил, откуда находим $R_{32} = |\bar{R}_{32}| \cdot \mu_F, \text{ Н.}$

Силовой расчет ведущего звена

Прикладываем к звену 1 в точке A силу $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$, а также пока еще не известную уравновешивающую силу \bar{P}_y , направив ее предварительно в произвольную сторону перпендикулярно кривошипу AB. Так как $\omega_1 = \text{const}$, то $\bar{M}_{u1} = 0$. Вначале из уравнения моментов всех сил относительно точки A определяем P_y .

$$-P_y \cdot AB \cdot \mu_\ell + G_1 \cdot h_{G1} \cdot \mu_\ell + R_{21} \cdot h_{R21} \cdot \mu_\ell = 0,$$

откуда

$$P_y = \frac{G_1 \cdot h_{G1} \cdot \mu_\ell + R_{21} \cdot h_{R21} \cdot \mu_\ell}{OA}, \text{ Н.}$$

Реакцию R_{41} определим, построив силовой многоугольник, решая векторное уравнение равновесия звена 1:

$$\bar{R}_{41}^n + \bar{G}_1 + \bar{P}_y + \bar{R}_{12} = 0.$$

Построение плана сил. Из произвольной точки а в масштабе μ_F , Н/мм, откладываем последовательно все известные силы \bar{R}_{12} , \bar{G}_1 , перенося их параллельно векторам в плане сил.

$$|\bar{R}_{21}|, \text{ мм.}$$

$$|\bar{G}|, \text{мм.}$$

$$|\bar{P}_y|, \text{мм.}$$

Измеряя на плане сил вектор, получаем

$$\bar{R}_{41} = |\bar{R}_{41}| \cdot \mu_{\nu} = 39 \cdot 0,4 = 15,6 \text{ Н.}$$

Определение уравновешивающего момента с помощью рычага Жуковского

Строим в произвольном масштабе повернутый против часовой стрелки на 90° план скоростей. В одноименные точки плана переносим вне внешние силы (без масштаба), действующие на звенья механизма. Составляем уравнения моментов сил относительно полюса p плана скоростей, учитывая плечи сил.

Уравнения равновесия рычага Жуковского имеют вид: $\sum M_p = 0$ или $F_{u3} \cdot h_{pu3} + F_{u2} \cdot h_{pu2} + G_2 \cdot h_{G2} + G_3 \cdot h_{G3} + G_1 \cdot h_{G1} - F_y \cdot pa = 0$.

$$F_y = \frac{F_{u3} \cdot h_{pu3} + F_{u2} \cdot h_{pu2} + G_2 \cdot h_{G2} + G_3 \cdot h_{G3} + G_1 \cdot h_{G1}}{pa}.$$

Расхождение результатов определения уравновешивающей силы методом Жуковского и методом планов сил равно: $\Delta, \%$.

6.9.5. Определение кинетической энергии

Звено 1 совершает только вращательное движение вокруг неподвижной оси через шарнир O с угловой скоростью ω_1 .

Момент инерции звена 1 относительно шарнира O таков:

$$J_{O1} = J_{S1} + m_1 l_{OS1}^2, \text{ кгм}^2.$$

Кинетическая энергия определяется по формуле

$$T_1 = \frac{J_{O1} \cdot \omega^2}{2}, \text{ Дж.}$$

Звено 2 совершает сложное движение: поступательное со скоростью V_{S2} и вращательное относительно подвижной оси, проходящей через

шарнир A с угловой скоростью ω_2 . В этом случае кинетическая энергия определяется по формуле:

$$T_2 = \frac{m_2 \cdot V_{S2}^2}{2} + \frac{J_{S2} \cdot \omega_2^2}{2}, \text{ Дж.}$$

Звено 3 совершает только вращательное движение вокруг неподвижной оси через шарнир C с угловой скоростью ω_3 . Момент инерции звена 3 относительно шарнира C :

$$J_{O3} = J_{S1} + m_3 l_{OS3}^2, \text{ кГм}^2.$$

Кинетическая энергия определяется по формуле

$$T_3 = \frac{J_{O3} \cdot \omega_3^2}{2}, \text{ Дж.}$$

Кинетическая энергия всего механизма в заданном положении:

$$T = T_1 + T_2 + T_3, \text{ Дж.}$$

6.9.6. Определение приведенной массы

Найдем приведенную массу из выражения

$$T = m_{\text{пп}} \cdot V^2 / 2,$$

откуда $m_{\text{пп}} = \frac{2T}{V_A^2}$, кг.

6.9.7. Определение мгновенной мощности сил трения

Для вращательных пар O, A, B, C момент сил трения определяется по формуле

$$M_{\text{Tp}} = f R (d/2),$$

где $f = 0,1$ – коэффициент трения;

$d = 20$ мм – диаметр шипов в парах;

R – сила реакции в шарнире.

Шарнир O : $M_{\text{Tp}}^O = f R_{41} \frac{d}{2}$, НМ.

Шарнир A : $M_{\text{TP}}^A = fR_{12} \frac{d}{2}$, НМ.

Шарнир B : $M_{\text{TP}}^B = fR_{23} \frac{d}{2}$, НМ.

Шарнир C : $M_{\text{TP}}^C = fR_{34} \frac{d}{2}$, НМ.

Расход мощности на трение в каждой вращательной паре определяется по формуле

$$W_{\text{TP}} = M_{\text{TP}} \omega,$$

где ω – относительные угловые скорости звеньев.

Определим относительные скорости для каждой вращательной пары:

$\omega_{4-1} = \omega_1$, с^{-1} – относительная скорость звена 1 относительно стойки 4;

$\omega_{1-2} = |\omega_1 - \omega_2|$, с^{-1} – относительная скорость звена 1 относительно звена 2;

$\omega_{3-1} = |\omega_2 - \omega_3|$, с^{-1} – относительная скорость звена 2 относительно звена 3;

$\omega_{4-3} = \omega_3$, с^{-1} – относительная скорость звена 3 относительно стойки 4;

Расход мощности на трение в шарнире O :

$$W_O = M_O \omega_{4-1}, \text{Дж.}$$

Расход мощности на трение в шарнире A :

$$W_A = M_A \omega_{1-2}, \text{Дж.}$$

Расход мощности на трение в шарнире B :

$$W_B = M_B \omega_{2-3}, \text{Дж.}$$

Расход мощности на трение в шарнире C :

$$W_C = M_C \omega_{4-3}, \text{Дж.}$$

VII. СИНТЕЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

7.1. Виды кулачковых механизмов

При конструировании машин приходится подбирать тип или серию механизмов, включаемых в состав машины, исходя из тех процессов, которые должны быть воспроизведены в машине во время ее работы. В тех случаях, когда перемещение, а следовательно, скорость и ускорение ведомого звена должны изменяться по заданному закону, и особенно в тех случаях, когда ведомое звено должно временно останавливаться при непрерывном движении ведущего звена, наиболее рационально применение кулачковых механизмов.

Очертание элементов кинематической пары на кулачке называется профилем кулачка. Выбирая тот или иной закон изменения радиуса векторной кривой кулачка, можно получить самые разнообразные движения ведомого звена. Простота воспроизведения заданного закона движения ведомого звена послужила причиной широкого распространения кулачковых механизмов.

Достоинством кулачковых механизмов является простота конструкции, надежность, компактность, относительно высокий КПД, возможность движения ведомого звена по любому заданному закону с паузами, что особо ценно для автоматических устройств.

Недостатками кулачковых механизмов являются:

- а) сравнительно большой износ соприкасающихся поверхностей высшей кинематической пары из-за больших удельных давлений и высоких относительных скоростей;
- б) ограниченность применения при повышенных скоростях ввиду возникновения динамических нагрузок;
- в) трудности при изготовлении кулачков сложного профиля.

Кулачковые механизмы разделяются на плоские и пространственные (рис. 7.1).

У плоских кулачковых механизмов все точки движутся в одной или параллельных плоскостях. Эти механизмы различают по виду движения ведомого звена, а также по элементам высшей кинематической пары.

Движение ведомого звена или ведущего звена кулачкового механизма может быть поступательным или вращательным.

Схемы кулачковых механизмов с вращающимися кулачками и поступательно движущимися кулачком показаны на рис. 7.2, а, в, д.

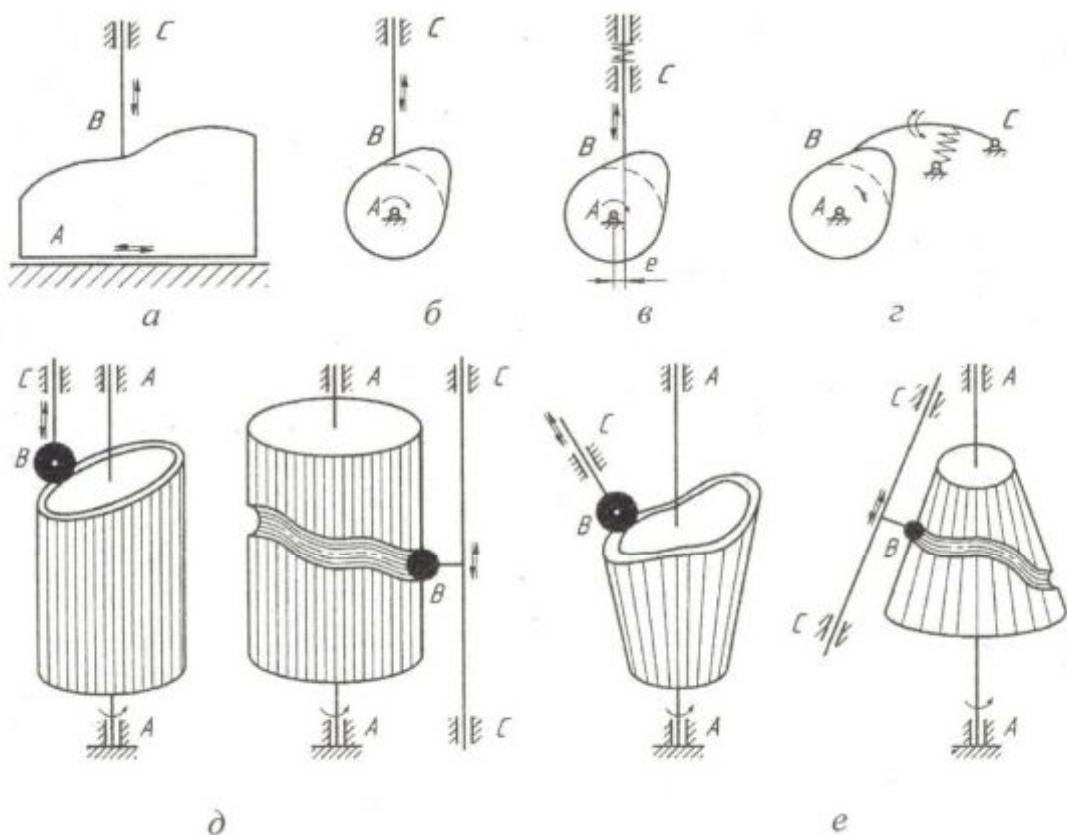


Рис. 7.1. Кулачковые механизмы:
а, б, в, г – плоские; д, е – пространственные

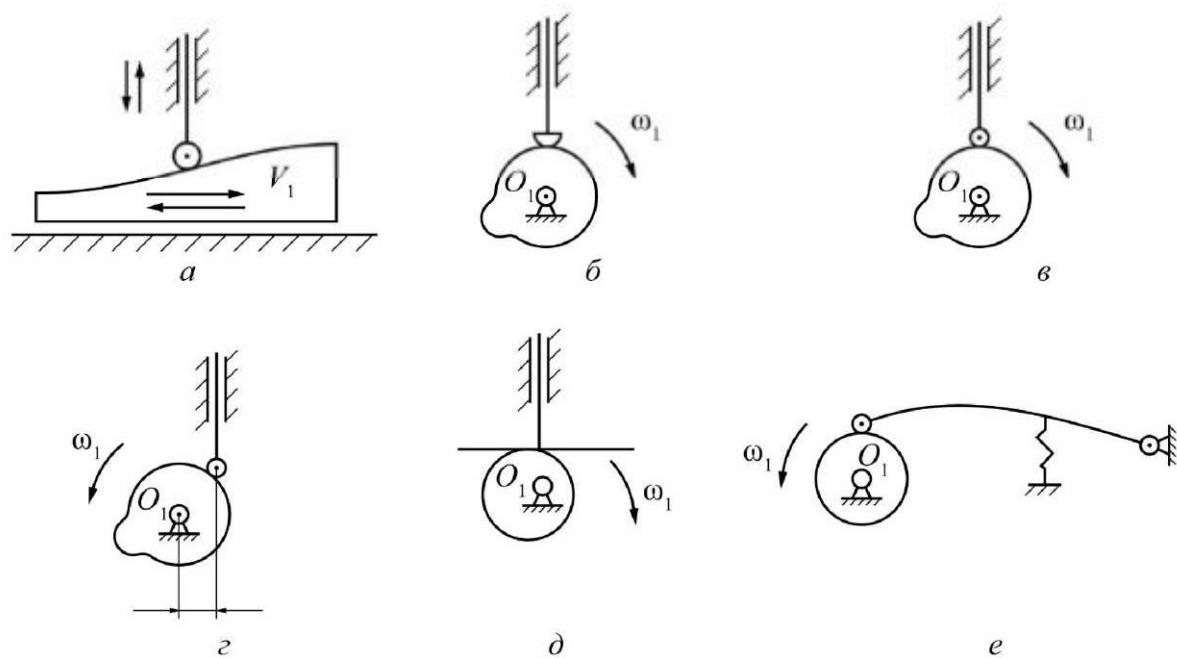


Рис. 7.2. Кулачковый механизм

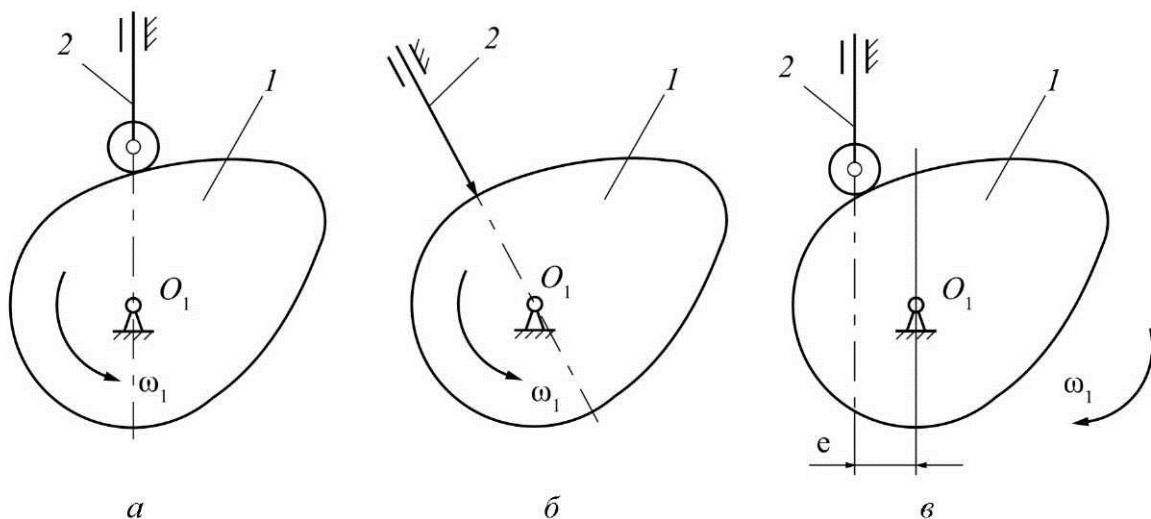


Рис. 7.3. Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем:
а – с центральным толкателем (ось толкателя проходит через ось вращения кулачка); б – с центральным заостренным толкателем (ось толкателя проходит через ось вращения кулачка); в – с внеосным толкателем

На рис. 7.2, б изображен кулачковый механизм с грибовидным толкателем, а на рис 7.2, в – кулачковый механизм с толкателем, оканчивающимся роликом, что резко уменьшает трение при работе механизма. Ось движения толкателя проходит здесь через центр вращения кулачка, такой механизм называется центральным.

На рис. 7.2, г показан кулачковый механизм со смещением, т.е. ось толкателя смешена относительно центра вращения кулачка. Иногда конец толкателя оканчивается плоскостью (рис. 7.2, д). Если ведомое звено должно совершать качательное движение, то возможно построение кулачковых механизмов, где толкатель заменен рычагом или коромыслом (рис 7.2, е). Постоянное соприкосновение элементов высшей кинематической пары может обеспечиваться устройством пазовых кулачков с двусторонней связью. Эту задачу также можно решить, если поставить пружину на толкатель, такой способ называется силовым замыканием (рис. 7.2, е).

Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем представлен на рис. 7.3.

Кулачковый механизм с возвратно-вращающимся толкателем представлен на рис. 7.4, где звено 2 (толкатель) совершает возвратно-вращающееся движение с центром вращения в точке O_2 .

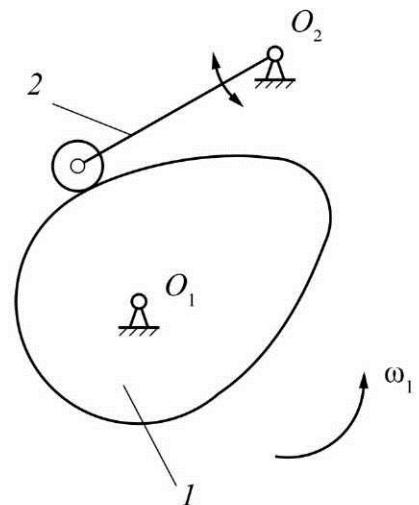


Рис. 7.4. Кулачковый механизм с возвратно-вращающимся толкательем

7.1.1. Рабочий процесс кулачкового механизма

Большинство механизмов используется в машинах и устройствах, имеющих цикловой характер работы. За цикл осуществляется определенная совокупность работ и процессов, в результате которых все параметры состояния системы повторяются, т.е. к концу цикла система приходит в точно такое же состояние, в котором она находилась в начале цикла.

Различают разные виды циклов. Период времени, через который положения и направления скоростей точек всех звеньев механизма или системы механизмов повторяются, называют кинематическим циклом.

Период времени повторяющегося изменения мощности действующих сил и моментов сил называют энергетическим циклом.

Период времени повторяющейся совокупности операций технологической машины, в течение которого заканчивается изготовление детали или изделия, называют рабочим циклом.

Изображение согласованности перемещений исполнительных звеньев механизма и состояния элементов управления в зависимости от времени называют графиком цикличности, или циклографмой. Используются также изображения, поясняющие взаимодействие и связи между отдельными механизмами и элементами управления. К ним относятся схемы процесса работы, мнемонические, структурные и функциональные схемы, диаграммы и циклографмы.

На основе этого анализа определяют время отдельных интервалов движения (рабочих и нерабочих перемещений, выстоев и т.п.), оценивают возможности совмещения технологических и транспортных операций, сокращения времени некоторых операций, совмещения операций друг с другом или разбивки операций на менее продолжительные переходы с целью уплотнить циклографму, т.е. уменьшить время рабочего цикла и повысить производительность технологических машин.

В пределах каждого цикла различают такты или фазы, которые позволяют выделять основное состояние механизма или машины. Например, можно выделить такты движения и такты покоя исполнительных звеньев, такты впуска, сжатия, расширения рабочей смеси и выпуска отработанных газов в четырехтактном карбюраторном ДВС, такт продувки и сжатия и такт рабочего хода и выпуска в двухтактном дизеле. В течение такта движения состояние ни одного из исполнительных механизмов и устройств не изменяется, т.е. состояние движения звеньев либо сохраняется, либо отсутствует.

Поверхность кулачка, с которой взаимодействует толкатель, называется *рабочим профилем кулачка* (действительным). Поверхность, проходящая через точку *B* и отстоящая от действительного профиля на расстоянии радиуса ролика, – *теоретический профиль* (рис. 7.5).

Схему согласованности перемещений исполнительных органов в зависимости от их положений называют трактограммой. Например, на циклограмме или трактограмме кулачкового механизма выделяют четыре основные фазы: удаления, дальнего покоя, сближения и ближнего покоя толкателя. Соответствующие фазовые углы поворота кулачкового вала обозначают ϕ_y , ϕ_D , ϕ_C , ϕ_B . Их сумма равна цикловому углу ϕ_{1p} кулачкового механизма.

Сумма углов первых трех фаз равна углу ϕ_{1p} рабочего профиля на кулаке:

$$\phi_{1p} = \phi_y + \phi_D + \phi_C.$$

Фазовые углы назначают на основе анализа рабочих циклов машины. Например, в ДВС такты определяют по положению поршня в предельных положениях: в верхней и нижней «мертвых точках» (в.м.т. и н.м.т.). Угол поворота коленчатого вала за время одного такта равен 180° . Моменты открытия и закрытия клапанов в ДВС называют фазами газораспределения. Они обеспечиваются кулаками на распределительном валу. Впускной клапан должен открываться до прихода поршня в в.м.т., т.е. с опережением на некоторый угол α , а закрываться с некоторым запаздыванием на угол δ . Выпускной клапан открывается до прихода поршня в н.м.т., т.е. с опережением на угол γ , а закрывается с запаздыванием на угол β . Конкретные величины углов опережения и запаздывания зависят от марки двигателя.

При проектировании кулачкового механизма фазовые углы рассчитывают с учетом требуемой согласованности работы кулачкового и основного рычажного механизмов.

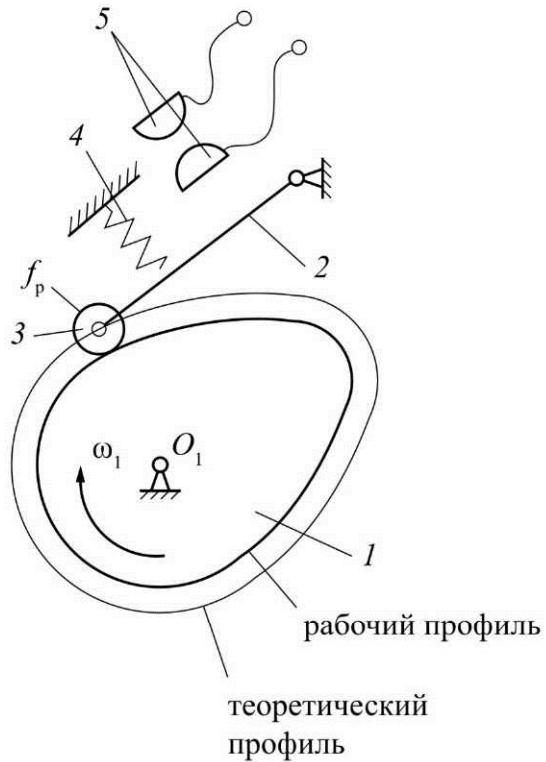


Рис. 7.5. Кулачковый механизм:
1 – кулакок, 2 – толкатель, 3 – ролик,
4 – пружина, 5 – контакты

7.2. ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

7.2.1. Установление целесообразного закона движения ведомого звена

Закон движения ведомого звена диктуется рабочим процессом машины. Например, в металлорежущих станках требуется постоянная скорость подачи рабочих органов. Постоянная скорость толкателя необходима также в текстильных и швейных машинах, где кулачки служат для направления нитки при наматывании на катушку. При медленном движении кулачка силы инерции толкателя и связанных с ним деталей настолько малы, что практически неощутимы, поэтому в этих случаях можно выбирать закон перемещения толкателя исходя из технологического процесса, не учитывая величину и характер изменения ускорения. Далее, дифференцируя график $S = S(\phi)$, находят закон изменения:

$$\frac{dS}{d\phi} = \frac{dS}{d\phi}(\phi).$$

В быстроходных кулачковых механизмах большое значение имеет закон изменения ускорений, так как с ускорениями толкателя связаны пропорциональные им и массе звена силы инерции. В этом случае в качестве закона движения задаются кривой изменения ускорения толкателя, выбирают ее целесообразный вид, а затем по ней находят методом графического интегрирования закон изменений скоростей и закон перемещений толкателя, являющийся исходным для определения профиля кулачка.

7.2.2. Профилирование кулачка

В задачу профилирования входит вычерчивание профиля кулачка. При этом пользуются методом обращенного движения. Для этого сообщают всему механизму общую скорость – ω , равную по величине и противоположную по направлению угловой скорости ω кулачка. Тогда кулачек будет неподвижным, а стойка с ведомым звеном будет совершать движение относительно кулачка. Закон движения при этом не меняется. Толкатель участвует в сложном движении: переносном вместе со стойкой и относительном около стойки. Зная положение толкателя, можно вычертить профиль кулачка.

В заданиях на курсовой проект обычно указывают:

- 1) тип кулачкового механизма;
- 2) закон движения ведомого звена;
- 3) минимальный угол передачи γ_{\min} ;
- 4) максимальный ход ведомого звена;
- 5) фазы движения;
- 6) длину коромысла.

Следовательно, проектирование в этом случае сводится к определению основных размеров кулачкового механизма и профилированию кулачка.

7.3. ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ ВЕДОМЫХ ЗВЕНЬЕВ

Рассмотрим ряд законов движения ведомых звеньев. При рассмотрении законов движения вместо скорости и ускорения можно пользоваться пропорциональными им величинами первой и второй производной пути толкателя по углу поворота кулачка.

В этом нетрудно убедиться из представленных ниже выражений, так как

$$\vartheta_2 = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \omega_1 \frac{dS}{d\phi},$$

поэтому

$$\frac{dS}{d\phi} = \frac{\vartheta_2}{\omega_1}.$$

По аналогии будем иметь

$$a_2^t = \frac{dV_2}{dt} = \frac{dV_2}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \frac{d^2S}{d\phi^2} \cdot \omega_1^2,$$

откуда

$$\frac{d^2S}{d\phi^2} = \frac{a_2^t}{\omega_1^2}.$$

7.3.1. Параболический закон

В этом законе (рис. 7.6) скорость движения толкателя на первой части хода удаления равномерно возрастает, а на второй части равномерно убывает до нуля. Ускорение на этих участках остается постоянным по величине. Силы инерции изменяют знак в середине подъема, что приводит к недостаточно спокойной работе механизма из-за возникающей

вибрации. Более рациональным будет такое движение толкателя, при котором ускорение постепенно меняет знак как при подъеме, так и при опускании.

Рассмотрим построение графика перемещения и графиков первой и второй производной от перемещения по углу поворота. График перемещения строится как две сопряженные ветви парабол, вершина одной находится в начале координат, другой – в точке с координатами $(\phi_y; h_{\max})$. Как видно из рис. 7.6, построение можно провести двумя методами.

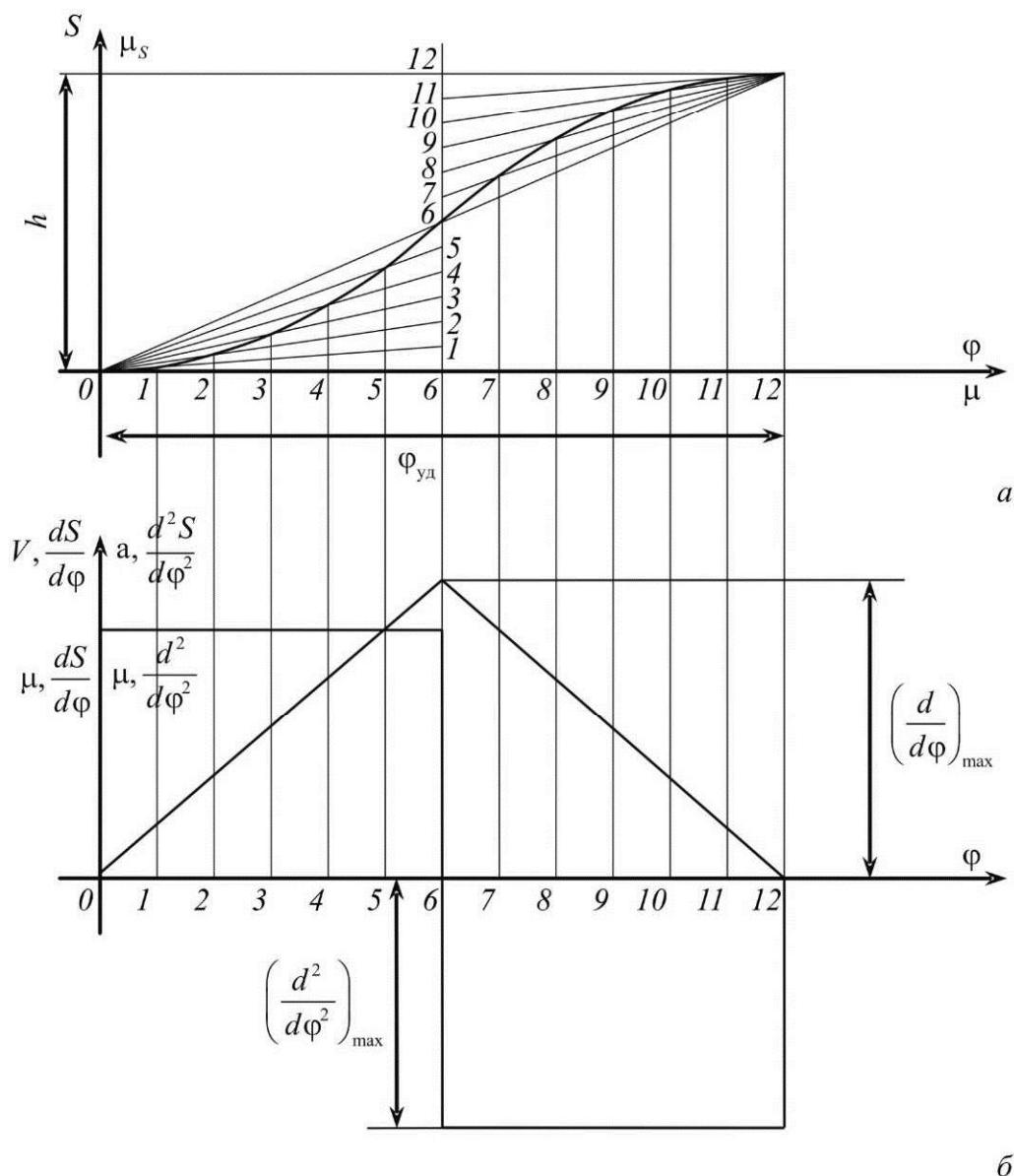


Рис. 7.6. Параболический график движения толкателя:
а – график перемещения; б – графики аналогов скорости и ускорения

На оси S (см. рис. 7.6, a) откладываем максимальный ход ведомого звена h_{\max} . На оси ϕ углов поворота кулачка откладываем фазовый угол удаления. Масштабы могут быть произвольными. Из середины отрезка Φ_y восстановим перпендикуляр и на нем отложим h_{\max} . Затем разделим h_{\max} на 12 равных частей. Отрезок, соответствующий углу поворота Φ_y , также делим на 12 равных частей. Затем из начала координат проводим лучи через точки 1–6; из точки с координатами $(\Phi_y; h_{\max})$ проводим лучи через точки 6–12. Каждый луч, пересекаясь с одноименной ординатой, проведенной через деление отрезка соответствующего угла удаления Φ_y , дает точку, принадлежащую параболе.

Таким образом, можно получить искомые точки и по ним построить обе сопряженные ветви парабол. Точка сопряжения имеет координаты $\left| \frac{\Phi_{y,1}}{2}, \frac{h_{\max}}{2} \right|$. Два других графика строятся методом графического дифференцирования или аналитическим методом (см. рис. 7.6, b), причем амплитудные значения $\frac{dS}{d\phi}$ и $\frac{d^2S}{d\phi^2}$ в масштабе первого графика можно найти в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Амплитудные значения толкателя

Наимено- вание параметров	Законы движения		
	параболический (равномерный)	косинусоидальный	синусоидальный
S	$\frac{2h}{\Phi_{y,1}^2} \cdot \Phi^2$	$\frac{h}{2} \cdot \left(1 - \cos \frac{\pi}{\Phi_{y,1}} \Phi \right)$	$\frac{h}{\Phi} \Phi - \frac{h}{2\pi} \cdot \sin \frac{2\pi\Phi}{\Phi_{y,1}}$
$\frac{dS}{d\phi}$	$\frac{4h}{\Phi_{y,1}^2} \cdot \Phi$	$\frac{\pi h}{2\Phi_{y,1}} \sin \frac{\pi}{\Phi_{y,1}} \Phi$	$\frac{h}{\Phi_{y,1}} \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\Phi_{y,1}} \Phi \right)$
$\left(\frac{dS}{d\phi} \right)_{\max}$	$\frac{2h}{\Phi_{y,1}}$	$\frac{\pi h}{2\Phi_{y,1}}$	$\frac{2h}{\Phi_{y,1}}$
$\frac{d^2S}{d\phi^2}$	$\frac{4h}{\Phi_{y,1}^2} = \text{const}$	$\frac{\pi^2 h}{2\Phi_{y,1}^2} \cos \frac{\pi}{\Phi_{y,1}} \Phi$	$\frac{2\pi h}{\Phi_{y,1}^2} \sin \frac{2\pi}{\Phi_{y,1}} \Phi$
$\left(\frac{d^2S}{d\phi^2} \right)_{\max}$	$\frac{4h}{\Phi_{y,1}^2}$	$\frac{\pi^2 h}{2\Phi_{y,1}^2}$	$\frac{2\pi h}{\Phi_{y,1}^2}$

Примечание: ϕ – текущая координата угла поворота кулачка, рад; Φ_y – фазовый угол удаления, рад; h – максимальное удаление толкателя или коромысла.

7.3.2. Косинусоидальный закон

Ускорение ведомого звена меняется по закону косинуса в пределах удаления и сближения. Резких переходов внутри фазы удаления и сближения нет. Однако в начале и конце фаз движения значения ускорений резко возрастают от 0 до максимального значения, функциональная зависимость перемещения и пропорциональных величин скорости и ускорения по углу поворота кулачка приведена в табл. 7.1.

Построение графиков рассмотрим на рис. 7.7. График перемещения $S=f(\phi)$ показан на рис. 7.7, а. По оси S откладываем отрезок, соответствующий максимальному ходу ведомого звена h_{\max} , в масштабе μ_s , а по оси ϕ – угол удаления в масштабе μ_ϕ , делим его на 12 равных частей. Затем на оси S радиусом $r_1 = h_{\max}/2$ проводим полуокружность, которую делим также на 12 равных частей, начиная с начала координат.

Точки полуокружности проектируем на ось S и от этих проекций проводим прямые, параллельные оси ϕ , до пересечения их с соответствующими ординатами. Если соединить полученные точки плавной кривой, то получим график перемещения $S=f(\phi)$.

Построение графика $dS/d\phi = f'(\phi)$ показано на рис. 7.7, в. Из табл. 7.1 видим, что величина $dS/d\phi$, пропорциональная скорости, выражается зависимостью $\frac{2\pi h}{\Phi_{уд}^2} \sin \frac{2\pi}{\Phi_{уд}} \phi$.

Амплитуда синусоиды $\pi h / 2\Phi_{уд}$ зависит от перемещения h , поэтому построение графика $dS/d\phi = f'(\phi)$ можно выполнить автоматически в одном масштабе ($\mu_{dS/d\phi} = \mu_s$) графиком перемещения $S=f(\phi)$, если амплитуду выразить в том же масштабе μ_s , что и перемещение. Построение графика $dS/d\phi = f'(\phi)$ выполняем следующим образом: из начала координат радиусом, равным амплитуде синусоида $r_2 = \pi h / 2\Phi_{уд}$, проводим четверть окружности, которую делим на шесть равных частей. Эти точки проектируем на ось $dS/d\phi$ и затем через них проводим прямые, параллельные оси ϕ до пересечения с соответствующими ординатами. Точки пересечения дают искомые точки графика. Для фазы сближения график строится аналогично.

Построение графика $d^2S/d\phi^2 = f''(\phi)$ показано на рис. 7.7, б.

Масштаб построения $\mu \frac{d^2S}{d\phi^2}$ возьмем равным μ_s . Это сделать удобно, так как функция, определяющая $d^2S/d\phi^2$, выражена через h_{\max} (см. табл. 7.1).

Затем из начала координат (см. рис. 7.7, *в*) радиусом $r_3 = \frac{\pi^2 h_{\max}}{2\phi_{\delta}^2}$ (мм) проводим полуокружность и разбиваем ее на 12 равных частей. Точки деления переносим на ось $d^2S/d\phi^2$, строим косинусоиду обычным порядком.

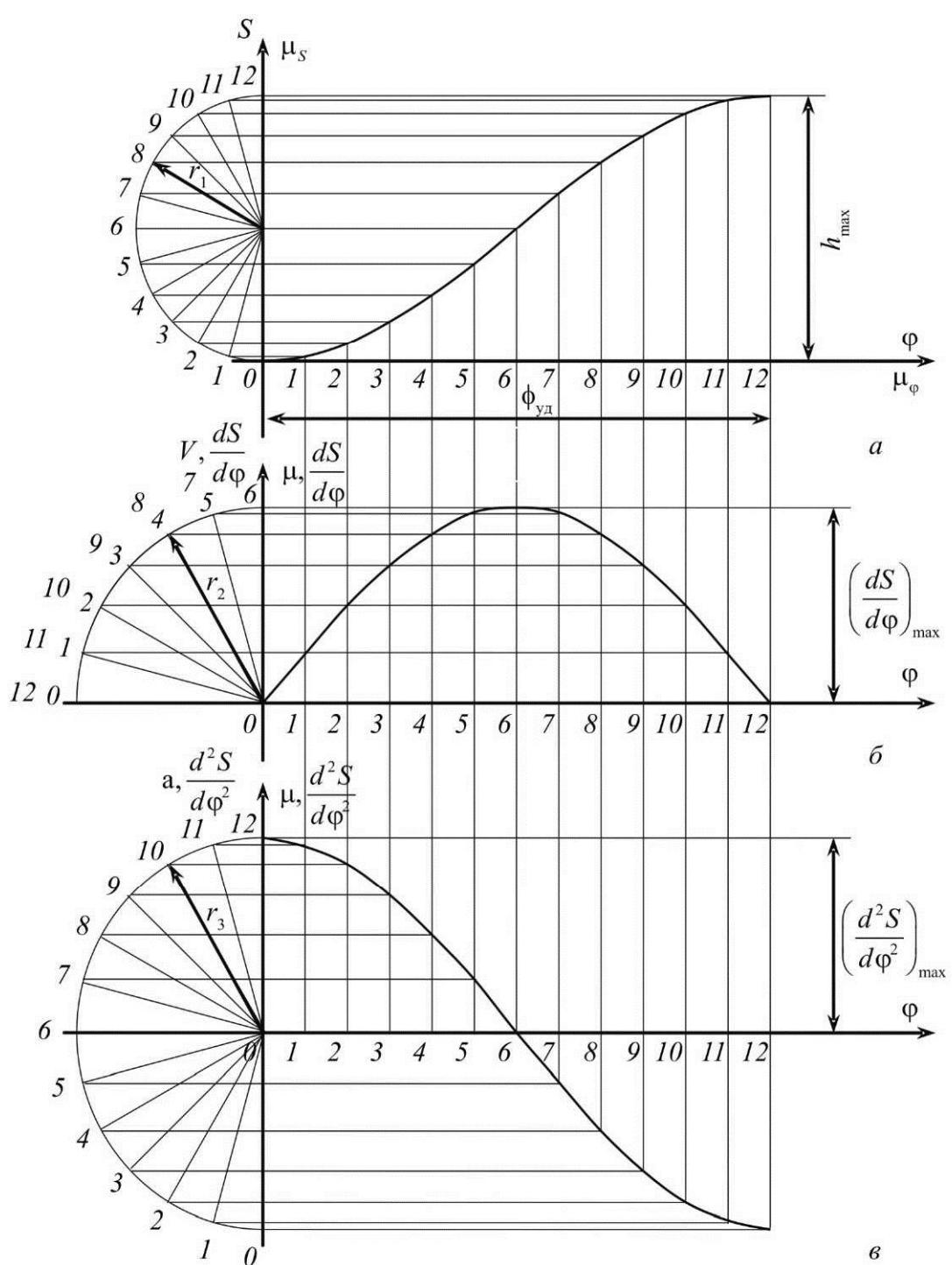


Рис. 7.7. Косинусоидальный закон движения ведомого звена:
а – график перемещения; *б* – график аналога скорости;
в – график аналога ускорения

Для фазы сближения косинусоида строится аналогично первой, но радиус $r_3' = \frac{\pi^2 h_{\max}}{2\phi_y^2}$.

Масштабы для всех графиков будут одинаковы и равны масштабу μ_s . Например,

$$r_3 = \frac{\pi^2 h_{\max}}{2\phi_y^2},$$

где h_{\max} – максимальное значение перемещения.

Величина перемещения h_{\max} в масштабе μ_s будет равна $h_{\max} = \frac{S_{\max}}{\mu_s}$, тогда $r_3 = \frac{\pi^2 S_{\max}}{2\mu_s \phi_y^2}$.

Следовательно, величины, пропорциональные ускорению $d^2S/d\phi^2$ и скорости $dS/d\phi$, выраженные через отрезок h , будут изображаться также в масштабе μ_s .

Для рассматриваемого закона движения толкателя характерно наличие нежестких ударов в начале и конце удаления. Наибольшее ускорение в 1,23 раза больше, чем ускорение при параболическом законе, если фазы движения ведомого звена одни и те же.

Применение этого закона движения ведомого звена допустимо при умеренных скоростях.

7.3.3. Синусоидальный закон

Ускорение изменяется по закону синуса, функциональную зависимость видно из табл. 7.1. Сопоставляя значения ускорений для всех трех законов, можно отметить, что при одинаковых параметрах S_{\max} и ϕ_y ускорение при синусоидальном законе на 57 % больше, чем при параболическом. Главное достоинство синусоидального закона заключается в том, что ускорения ведомого звена меняются совершенно плавно, причем при вбегании ролика на рабочий профиль ускорение начинает возрастать от нуля, и в конечной точке профиля удаления оно становится равным нулю. Соответственно характеру изменений ускорения так же плавно изменяется и сила инерции ведомого звена, вследствие чего устраняются мгновенные изменения нагрузки между роликом и кулачком.

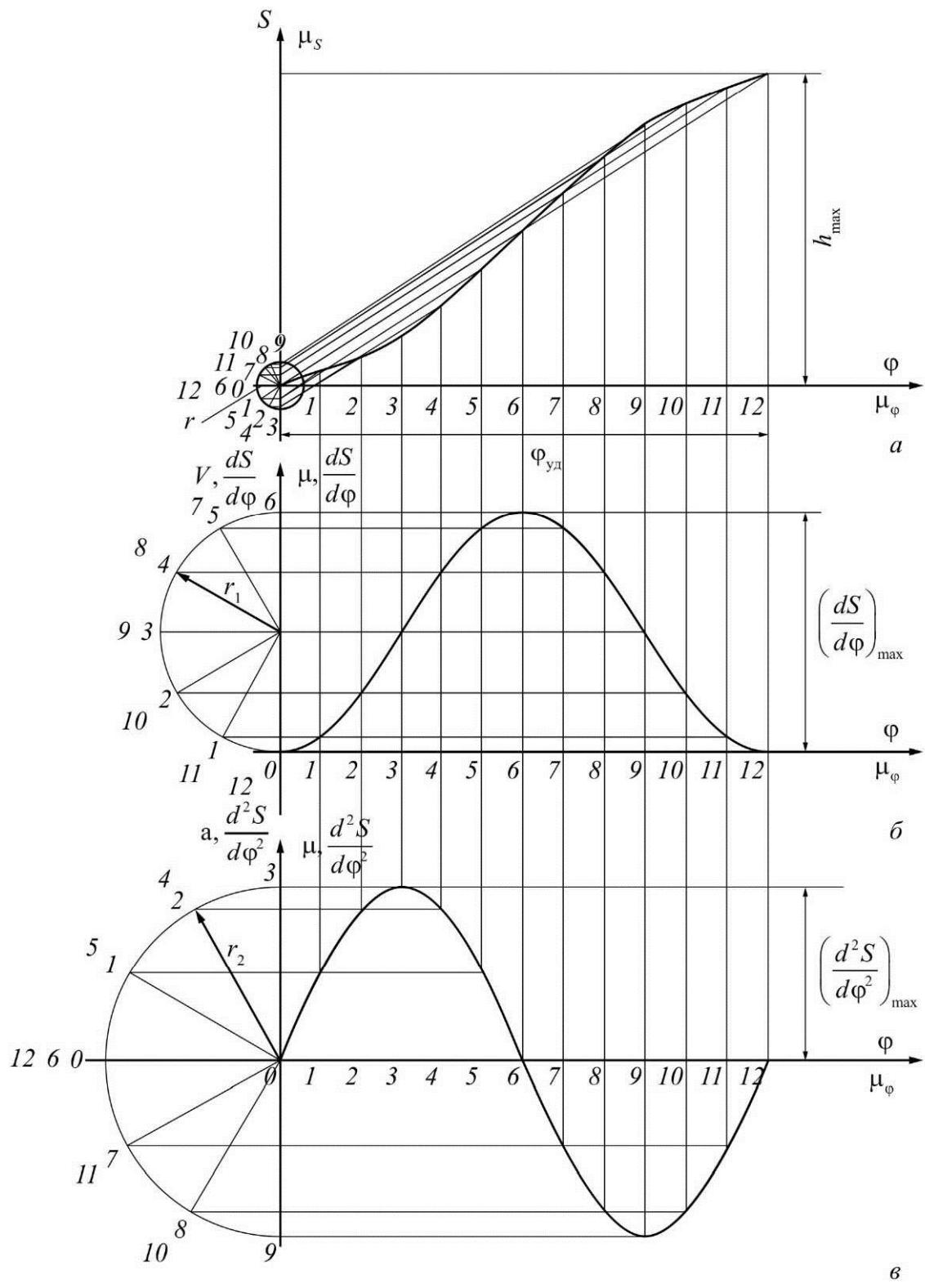


Рис. 7.8. Диаграммы движения толкателя по синусоидальному закону:
а – график перемещения; *б* – график аналога скорости;
в – график аналога ускорения

Для клапанных механизмов этот закон имеет недостаток, так как кривая подъема слишком плавно подходит к оси ϕ , в результате подъем клапана затягивается, а это приводит к сжатию пара или газа (рабочей смеси).

Построение графика $S = f(\phi)$ показано на рис. 7.8, *a*. Участок удаления по оси ϕ делим на 12 равных частей. Из начала координат проводим полуокружность радиусом $r = \frac{h}{2\pi}$, где h – максимальный ход ведомого звена в масштабе μ_s . Эту окружность делим на шесть равных частей. Полученные точки нумеруем (см. рис. 7.8, *a*) и проектируем на ось S . Начало координат соединяем прямой с точкой $(h; \phi_y)$. Из остальных точек проводим прямые, параллельные данной. На пересечении этих прямых с соответствующими ординатами получаем точки искомого графика.

При построении графика $dS/d\phi = f(\phi)$ (рис. 7.8, *b*) на оси $dS/d\phi$ откладываем отрезок $2h/\phi_{уд}$ и на нем, как на диаметре, строим полуокружность, которую делим на шесть равных частей. Точки деления нумеруем от начала координат. Через эти точки проводим прямые, параллельные оси ϕ_y , до пересечения с соответствующими ординатами. Точки пересечения дают точки графика. Для фазы сближения график строится аналогично, только полуокружность расположена ниже первой и диаметр ее $2h/\phi_n$.

График $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ (рис. 7.8, *c*) строится как синусоида с амплитудой $r_2 = 2\pi h/\phi_{уд}^2$ для удаления и с амплитудой $r_2' = 2\pi h/\phi_n^2$ для сближения.

Все дальнейшее построение напоминает построение для предыдущего закона.

7.3.4. Построение графиков зависимостей $dS/d\phi = f(\phi)$ и $S = f(\phi)$ при заданном законе изменения ускорения

Чтобы построить графики зависимости $S = f(\phi)$ и $dS/d\phi = f(\phi)$, если задан закон изменения $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ можно, как и прежде, воспользоваться аналитическими зависимостями, помещенными в табл. 7.1.

Эти графики можно построить и другим способом: двухкратным графическим интегрированием заданного графика $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$.

В этом случае для лучшего использования листа следует задаваться высотой графика $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$, равной 50–70 мм.

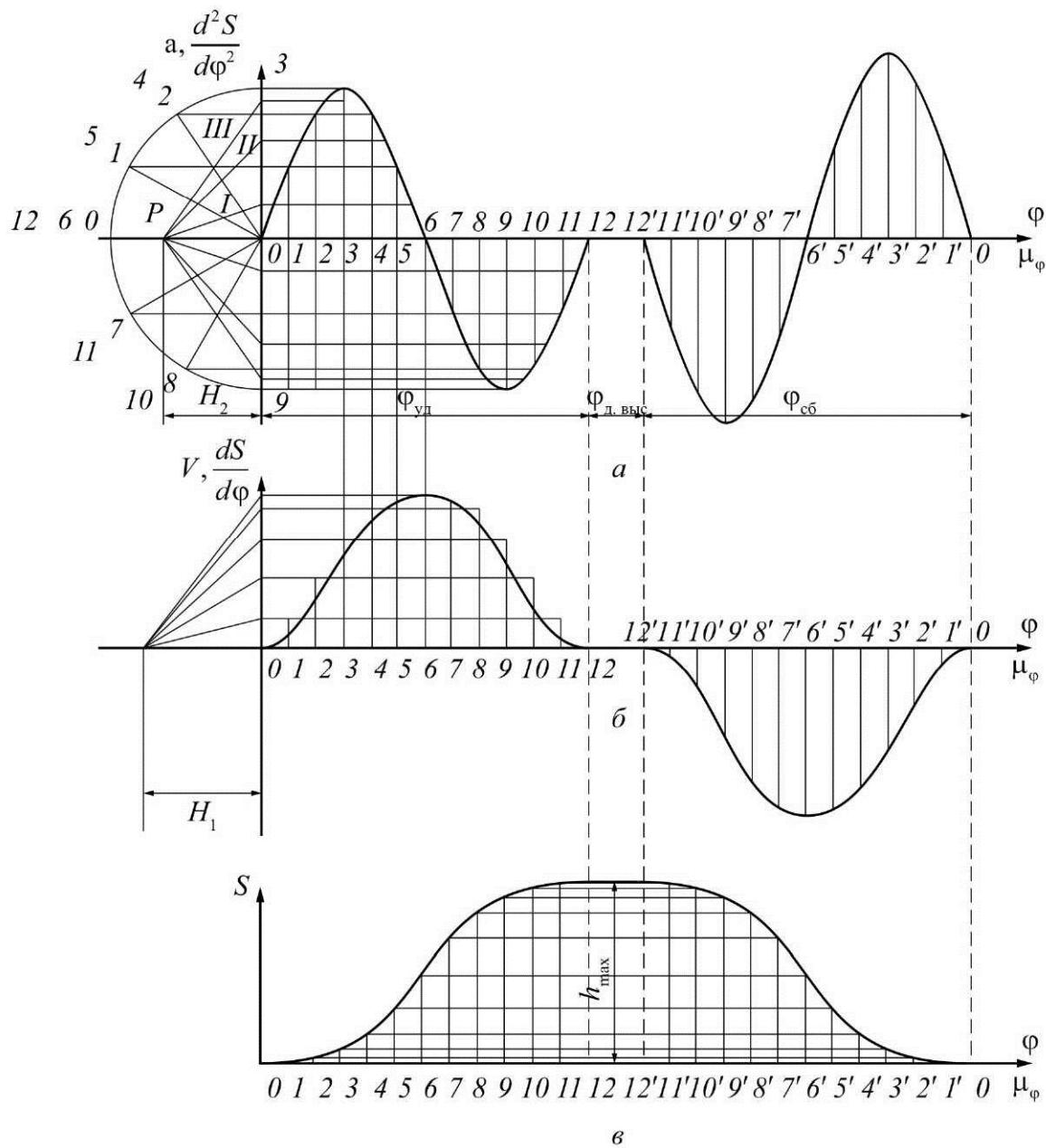


Рис. 7.9. Построение графиков зависимостей $dS/d\phi = f(\phi)$ и $S = f(\phi)$:
 а – график аналога ускорения; б – график аналога скорости;
 в – график перемещения

При построении графика зависимости $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ на фазе сближения следует угол $\phi_{сб}$ разделить на столько же частей, на сколько разделен угол $\phi_{уд}$, но нумерацию производить в обратном порядке (рис. 7.9, а).

Величины ординат графиков $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ на фазе сближения можно определить путем пропорционального изменения ординат соответствующего графика на фазе удаления:

$$Y_2 = y_1 \left(\frac{\Phi_{y_1}}{\Phi_{c6}} \right)^2,$$

где y_1 – ордината графика $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ на фазе удаления, $y_1 = d^2S/d\phi^2_{уд}$; y_2 – ордината графика $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ на фазе сближения, $y_2 = d^2S/d\phi^2_{сб}$.

На рис. 7.9, а задан график зависимости $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$. Требуется построить графики: $\frac{dS}{d\phi} = f(\phi)$ и $S = f(\phi)$.

Внутри каждого участка переменную величину $d^2S/d\phi^2$ заменим средним значением $d^2S/d\phi^2$ так, чтобы площади выступающих и входящих углов были одинаковы (см. рис. 7.9, а). Ординаты полученных средних ускорений отложим на ось $d^2S/d\phi^2$ и соединим лучами I, II, III, IV … с полюсом P , взятым на расстоянии H_2 от начала координат.

Ниже системы осей $\left| \frac{d^2S}{d\phi^2}; \phi \right|$ построим систему осей $\left| \frac{dS}{d\phi}; \phi \right|$ (см. рис. 7.9, б).

Из начала координат на соответствующих участках проводим отрезки, параллельные лучам I, II, III и т.д. Строим кривую линию. Затем строим полуокружность, которая приближенно представляет искомый график $dS/d\phi = f(\phi)$. Величину ординат графика $dS/d\phi = f(\phi)$ на фазе сближения можно определить путем пропорционального изменения ординат $dS/d\phi$ на фазе удаления, не прибегая к графическому интегрированию, по зависимости

$$y_2 = y_1 \left(\frac{\Phi_{y_1}}{\Phi_{c6}} \right),$$

где y_1 – ордината графика $dS/d\phi = f(\phi)$ на фазе удаления, $y_1 = dS/d\phi_{уд}$; y_2 – ордината графика $dS/d\phi = f(\phi)$ на фазе сближения, $y_2 = dS/d\phi_{сб}$.

Максимальную высоту графиков $dS/d\phi = f(\phi)$ и $S = f(\phi)$ рекомендуется брать в пределах 60–100 мм.

При графическом интегрировании это достигается за счет подбора базы H_1 и H_2 .

Проинтегрировав график $dS/d\phi = f(\phi)$, получим закон изменения перемещения ведомого звена от угла поворота кулачка $S = f(\phi)$ (см. рис. 7.9, в). Вычисление масштабов следует начинать с μ_S :

$$\mu_s = \frac{h_{\max}}{Y_{S_{\max}}},$$

где h_{\max} берется из исходных данных, $Y_{S_{\max}}$ – максимальная ордината перемещения толкателя на графике (измеряется на листе).

Определение масштабов $\mu_{dS/d\phi}$; $\mu_{d^2S/d\phi^2}$ производится по формулам

$$\mu_{dS/d\phi} = \frac{\mu_s}{H_1 \mu_\phi}; \quad \mu_{d^2S/d\phi^2} = \frac{\mu_{dS/d\phi}}{H_2 \mu_\phi}.$$

7.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

Эта задача сводится к определению наименьшего радиуса кулачка при заданных минимальном угле передачи движения y_{\min} и законе движения. Определение минимального радиуса производится графическим методом. Теоретическое обоснование метода можно найти в учебниках по теории механизмов и машин И.И. Артоболевского и др. Для решения задачи нужно построить графики перемещения и первой производной от перемещения по углу поворота. График второй производной $d^2S/d\phi^2$ необходим для динамического анализа механизма. Графики $S = f(\phi)$ и $dS/d\phi = f'(\phi)$ имеют один масштаб.

Определение минимального радиуса кулачка рассмотрим на примерах.

7.4.1. Определение минимальных размеров кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем

7.4.1.1. Определение минимального радиуса кулачка

Для решения поставленной задачи должны быть заданы: закон движения ведомого звена, минимальный угол передачи, фазовые углы или циклограмма, максимальный ход толкателя y_{\max} .

Вначале строим графики перемещений и первой производной перемещения по углу поворота. Если второй график $dS/d\phi = f'(\phi)$ строится графическим дифференцированием, то величину полюсного расстояния H нужно вычислить исходя из условия равенства масштабов:

$$\mu_s = \mu_{dS/d\phi}, \text{ но } \mu_{dS/d\phi} = \frac{\mu_s}{\mu_\phi H_1}.$$

Решаем совместно оба этих уравнения: $\mu_s = \frac{\mu_s}{\mu_\phi H_1}$, откуда $H_1 = \frac{1}{\mu_\phi}$.

В нашем примере (рис. 7.10) закон движения взят параболический. Минимальный угол передачи. Заданы фазовые углы $\Phi_{уд}$, $\Phi_{д.выс}$, $\Phi_{сб} \cdot \gamma_{min} = 60^\circ$.

Построение графиков $S = f(\phi)$ и $dS/d\phi = f(\phi)$ производим методом графического дифференцирования, причем графики $S = f(\phi)$ и $dS/d\phi = f(\phi)$ строим в одном масштабе. Величина полюсного расстояния $H_1 = \frac{1}{\mu_\phi}$. График $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ построен в другом масштабе

(рис. 7.10, а).

После построения вышеназванных графиков переходим к построению совмещенного графика $S = f(dS/d\phi)$ двумя способами.

Первый способ показан на рис. 7.10, б. Ось поворота проведена под углом 45° . Суть построения заключается в исключении аргумента ϕ из функций $S = f(\phi)$ и $dS/d\phi = f(\phi)$. Каждому углу поворота соответствует ордината перемещения и ордината первой производной. Эти ординаты и являются в дальнейшем координатами совмещенного графика, причем по оси абсцисс x откладываются ординаты первой производной, а по оси y – перемещение.

Второй способ связан с вычислением отрезков $S, dS/d\phi$, по которым, как по координатам, в дальнейшем строится совмешенный график. В нашем примере вычисленные отрезки приведены в табл. 7.2 в масштабе μ_s . Значения S и $dS/d\phi$ взяты в отрезках, которые в дальнейшем служат координатами при построении графика. На фазе удаления имеем положительные значения $dS/d\phi_{уд}$, а на фазе сближения – отрицательные значения $dS/d\phi_{сб}$.

При построении совмешенного графика $S = f(dS/d\phi)$ по данным, приведенным в табл. 7.2, при вращении кулачка по часовой стрелке следует через соответствующие положения центра ролика 1, 2, 3, 4... и т.д. провести линии, перпендикулярные к направлению движения его, и отложить вправо отрезки $dS/d\phi_{уд}$ для фазы удаления, а влево отрезки $dS/d\phi_{сб}$ для фазы сближения.

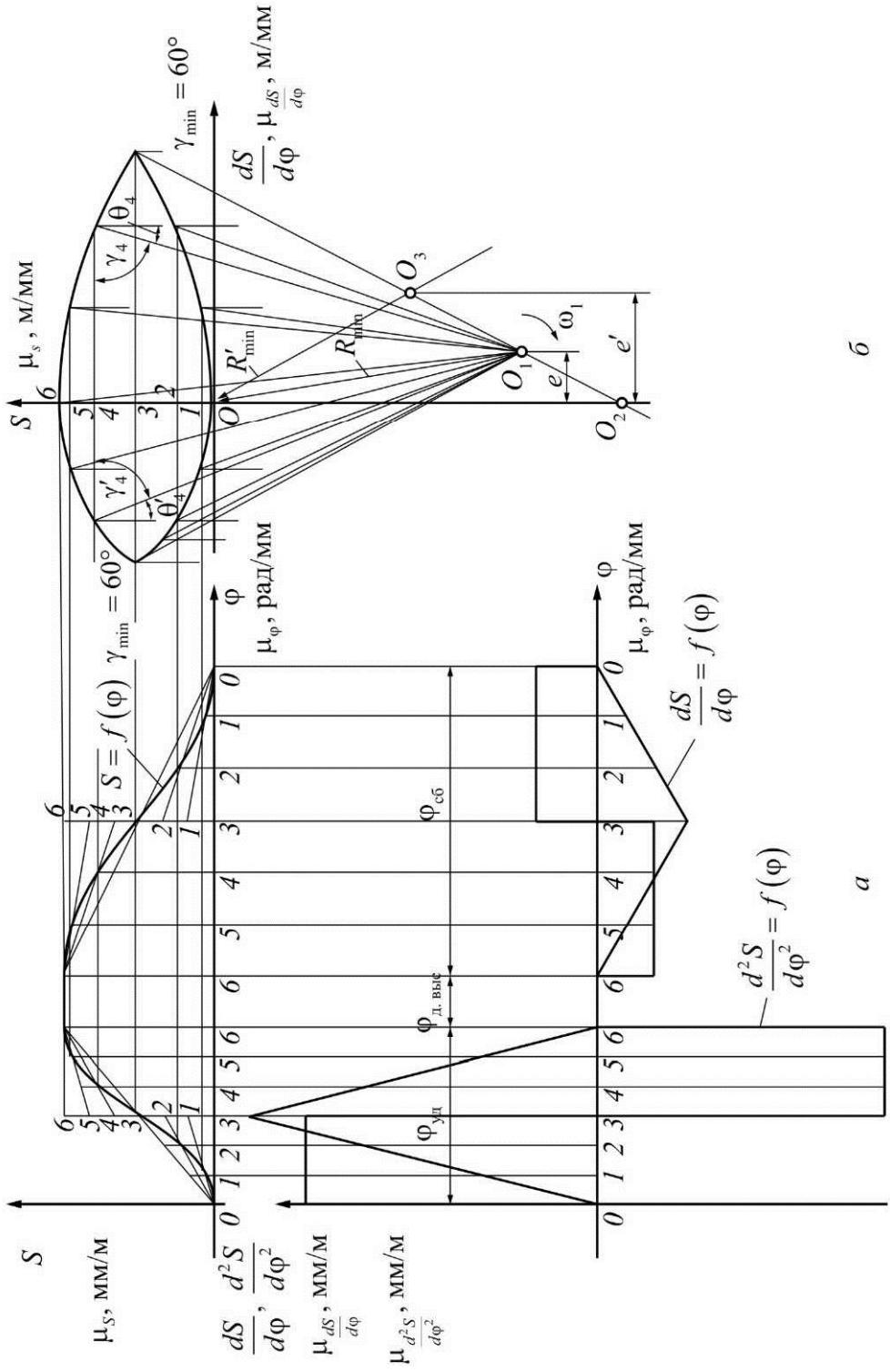


Рис. 7.10. Определение минимальных размеров кулачкового механизма:
a – совмещенный график зависимостей $S = f(dS/d\varphi)$
b – диаграммы движения толкателя

Таблица 7.2

Амплитуды перемещения и аналога скорости толкателя

Номер положения	S	$dS/d\phi$	Номер положения	S	$dS/d\phi$
0	0	0	11	41	-10
1	1	20	12	38	-15
2	5	41	13	34	-20
3	12	61	14	28	-25
4	22	83	15	22	-30
5	32	61	16	16	-25
6	38	41	17	10	-20
7	42	20	18	5	-15
8	44	0	19	2	-10
9	44	0	20	1	-5
10	43	-5	21	0	0

При вращении кулачка против направления вращения часовой стрелки отрезки $dS/d\phi_{\text{уд}}$ на фазе удаления откладываются влево от соответствующих положений центра ролика, а отрезки $dS/d\phi_{\text{сб}}$ на фазе сближения – вправо. Если масштабы диаграммы перемещения и диаграммы $dS/d\phi = f(\phi)$ разные, то отрезки следует определить по формуле

$$X_{dS/d\phi} = \frac{Y_{dS/d\phi} \mu_{dS/d\phi}}{\mu_S},$$

где $Y_{dS/d\phi}$ – ординаты величин $dS/d\phi$.

Все точки совмещенного графика $S = f(dS/d\phi)$ соединяем плавной кривой. К полученной кривой проводим справа и слева касательные под углом γ_{\min} к оси $dS/d\phi$ и находим точку O_1 их пересечения (см. рис. 7.10, б).

Касательные после пересечения ограничивают область, в которой любая точка может быть принята за центр вращения кулачка. На рис. 7.10, б за центр вращения кулачка взята точка O_1 .

Если из выбранного центра вращения кулачка проведем прямую через любую точку совмещенного графика, то острый угол между этой прямой и горизонталью, проведенной через эту точку, дает угол передачи движения, который будет больше минимального угла передачи движения.

Таким образом, центр вращения выбран верно, и основное условие, чтобы угол передачи движения не был меньше допустимого, выполнено для каждой фазы движения.

Соединив точку O_1 с началом координат O совмещенного графика (см. рис. 7.10, б), получим отрезок O_1O , изображающий минимальный радиус кулачка R_{\min} в масштабе перемещения μ_S . Расстояние от выбранного центра вращения кулачка до оси перемещения называется эксцентризитетом e (смещением).

Кулачковый механизм со смещением имеет меньший R_{\min} , чем центральный механизм. В этом нетрудно убедиться, если сравнить отрезки O_1O и O_2O , изображающие R_{\min} в том и другом случае (см. рис. 7.10, б): $O_1O < O_2O$ (отрезок O_2O изображает R_{\min} для центрального кулачкового механизма). Следовательно, габариты в целом кулачкового механизма со смещением в данном случае будут меньше.

Если кулачок одностороннего вращения, то движение толкателя на фазе сближения совершается под действием пружины или собственного веса. Для этого периода работы угол передачи не имеет решающего значения, как при подъеме, поэтому может быть допущен угол, значительно меньший γ_{\min} .

В этом случае область, где можно расположить центр вращения кулачка, определяем следующим образом. Проводим касательную только к кривой $S = f(ds/d\phi)$ на фазе сближения. Затем проводим луч под углом γ_{\min} из начала координат на фазе удаления. Точка O_3 пересечения касательной и луча определяет центр вращения кулачка одностороннего действия. На рис. 7.10, б расстояние OO_3 является R'_{\min} . Следовательно, центр вращения кулачка можно выбрать в точке O_3 , что позволит уменьшить минимальный радиус, а следовательно, и габариты кулачкового механизма.

При этом необходимо выбирать точку O_3 так, чтобы угол передачи был не менее γ_{\min} в пределах фазы удаления.

Некоторое уменьшение углов γ на фазе сближения при одностороннем вращении кулачка никак не отразится на работе кулачкового механизма.

Смещение e' толкателя в этом случае увеличилось. Следовательно, за счет соответствующего выбора смещения можно уменьшить размеры кулачковой шайбы.

7.5. ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА

При построении профиля кулачка масштаб выбирают, принимая во внимание лишь свободное поле чертежа. Из произвольной точки O_1 (рис. 7.11) проводят окружность радиусом e . К полученной окружности проводят касательную $\tau-\tau$, которая будет осью толкателя. Затем из точ-

ки O_1 радиусом R_{\min} вычертывают окружность, пересечение ее с касательной τ - τ дает нижнее положение конца толкателя. На оси движения толкателя от точки нижнего положения O откладывают вверх перемещения толкателя, взятые из графиков $S = f(\varphi)$ для фазы удаления и сближения.

Полученные точки отмечают цифрами, соответствующими повороту кулачка. Наиболее удаленную точку соединяют с осью вращения кулачка O_1 и этим радиусом проводят окружность, на которой откладывают фазовые углы. Началом отсчета для фазовых углов служит радиус O_1C , отсчет ведется против движения кулачка. Дуги окружности радиусом O_1C , соответствующие фазовым углам удаления и сближения, делят на равное число частей (как на графике перемещения разделены фазовые углы).

Через точки деления проводят касательные к окружности радиусом e (см. рис. 7.11). Затем из центра вращения кулачка O_1 проводят дуги радиусом O_11 ; O_12 ; O_13 и т.д. до пересечения с соответствующими касательными. Точки пересечения дают положения конца толкателя в обращенном движении. Соединив эти точки плавной кривой, получим центровой профиль кулачка.

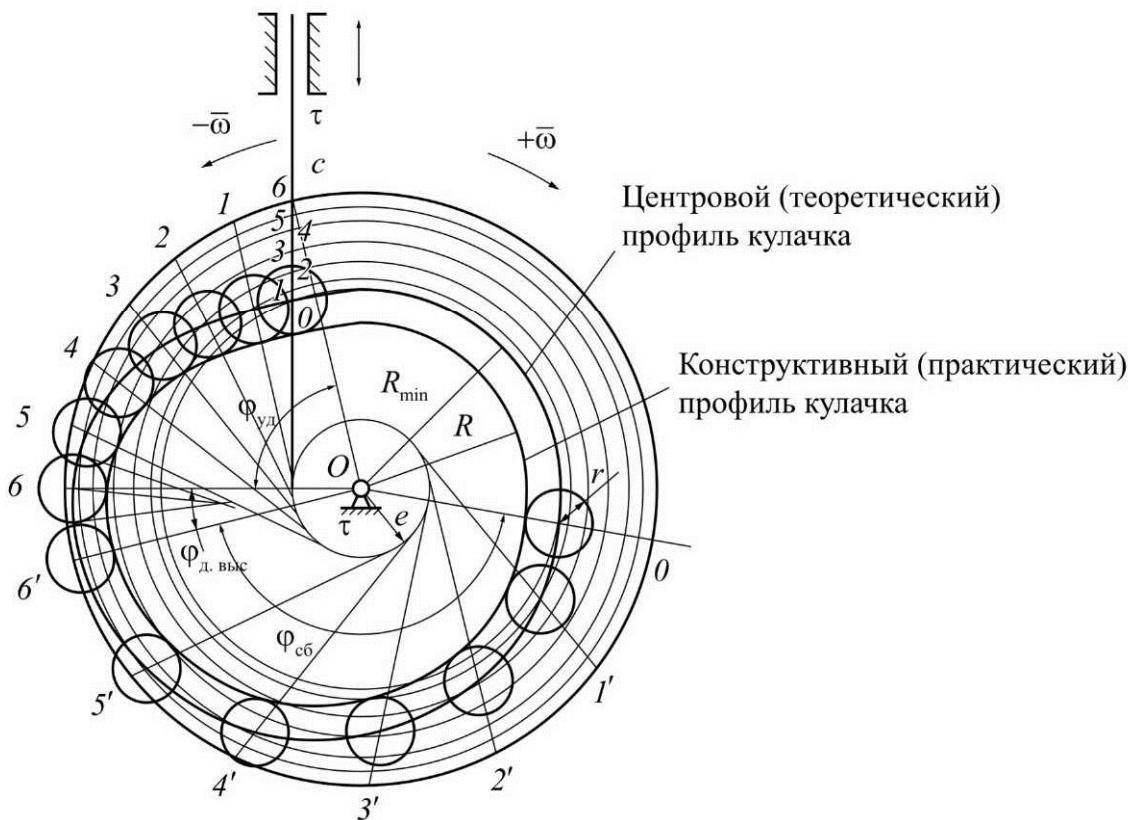


Рис. 7.11. Профилирование кулачка

7.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ РОЛИКА ТОЛКАТЕЛЯ

Для уменьшения износа профиля кулачка и потерь на трение толкатель снабжают роликом. Размер ролика r выбирают из условия выполнения закона движения (чтобы не получить заострение практического профиля кулачка): $r_p \leq 0,8\rho_{\min}$ – и из условия конструктивности: $r_p \leq 0,4R_{\min}$, где R_{\min} – минимальный радиус профиля кулачка; ρ_{\min} – минимальный радиус кривизны профиля кулачка на выпуклой части.

Участки теоретического профиля кулачка с наименьшим ρ_{\min} определяют визуально. Затем для этих участков (или одного участка на рис. 7.11) находят центр среднего круга кривизны, проходящего через три близлежащие точки. Средний круг кривизны можно определить и с помощью хорд, соединяющих соседние точки со средней точкой. Через середины каждой из хорд проводят перпендикуляры и находят их пересечение. В точке их пересечения будет находиться центр кривизны. Окончательно радиус ролика берется меньший из двух вычисленных по формулам:

$$r_p \leq 0,8\rho_{\min}, \quad r_p \leq 0,4R_{\min}.$$

Для вычерчивания практического профиля нужно провести ряд окружностей радиусом ролика с центрами на теоретическом профиле, и огибающая этих окружностей будет практическим профилем кулачка.

7.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ КУЛАЧКА С КОРОМЫСЛОМ

Для решения этой задачи задаются: закон движения, минимальный угол передачи движения γ_{\min} , циклограмма или фазовые углы, длина коромысла l и максимальный угол качания коромысла β_{\max} .

Порядок расчета напоминает порядок расчета минимальных размеров кулачка с поступательно движущимся толкателем.

Вначале строят графики перемещения, первой и второй производной перемещения по углу поворота кулачка. Перемещение можно выразить в угловых единицах или в линейных, закон движения при этом не изменится, так как $S_{\max} = l\beta_{\max}$, где l – длина коромысла, величина постоянная; β_{\max} – угол качания коромысла, рад; S_{\max} – максимальный дуговой путь конца коромысла.

Графики перемещения и первой производной перемещения по углу поворота кулачка строят в одинаковых масштабах. Метод построения остается прежним.

Строят совмещенный график. Для этого из произвольно взятой точки C (рис. 7.12) радиусом $B_0C = l / \mu_l$ (μ_l – масштаб для определения параметров кулачка) проводят дугу B_0D и соединяют точку B_0 с точкой C .

Далее от точки B_0 по этой дуге откладывают с графика перемещения соответствующие отрезки $S'_2 = l\beta_2$, где l – длина коромысла, β – угол качания коромысла.

Полученные точки $B_0; 2; 3; 4$ и т.д. представляют положения центра коромысла, соответствующие заданным углам поворота кулачка.

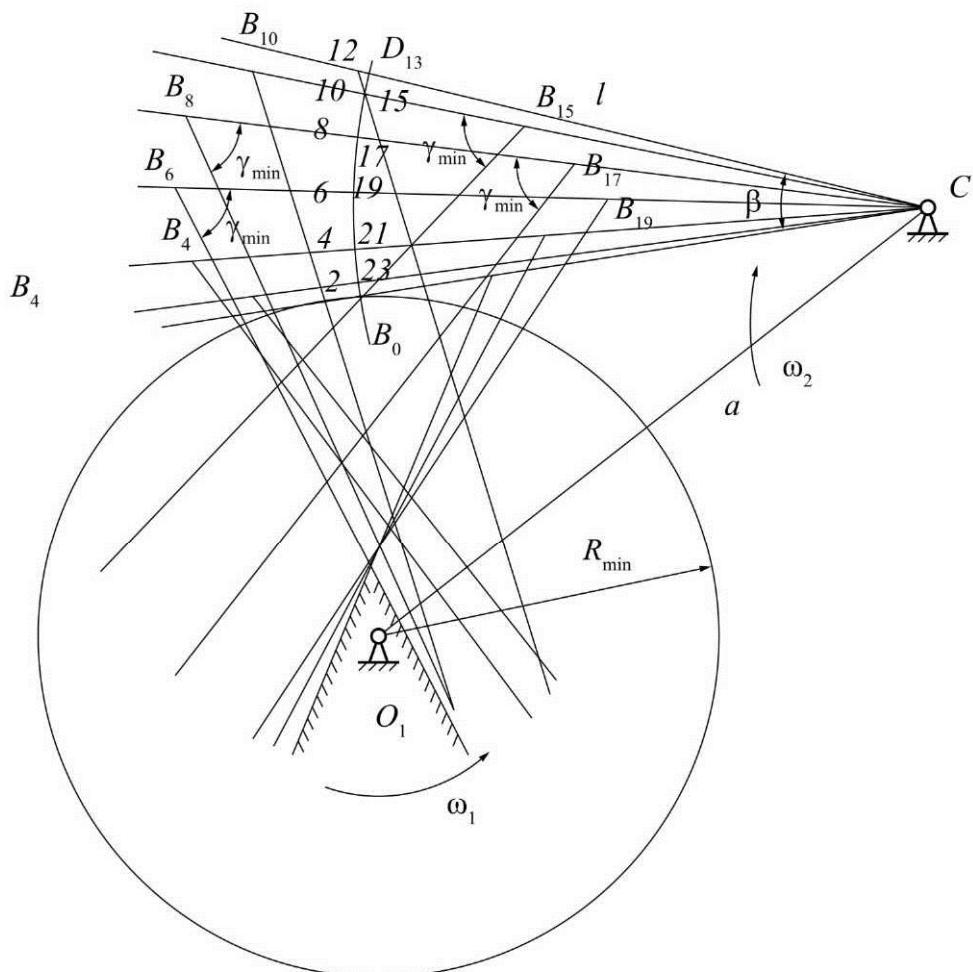


Рис. 7.12. Совмещенный график перемещения кулачка с коромыслом

Для определения центра O_1 вращения кулачка необходимо на лучах CB_0, CB_1, CB_2 и т.д. отложить отрезки $dS/d\phi$ в масштабе μ_s . При этом следует придерживаться следующего правила: при вращении кулачка и коромысла в одном направлении на фазе удаления отрезки $dS/d\phi_{уд}$ откладываются по соответствующим лучам от дуги радиусом B_0C в направлении C , а отрезки $dS/d\phi_{сб}$ на фазе сближения – в сторону, противоположную точке C . При вращении кулачка и коромысла в противоположных направлениях (см. рис. 7.12) отрезки $dS/d\phi_{уд}$ откладываются от дуги радиусом B_0C в сторону, противоположную центру C вращения коромысла, а отрезки $dS/d\phi_{сб}$ – в сторону точки C .

В результате получают точки B_0, B_1 и т.д. Через эти точки проводят прямые под углом γ_{min} к соответствующим лучам. Область, ограниченная этими прямыми (на рис. 7.12 она заштрихована), может рассматриваться как поле возможных центров вращения кулачка. Причем для любой точки поля будет выполняться условие, что во время работы кулачка угол передачи γ на всех фазах не будет меньше γ_{min} . На рис. 7.12 за центр вращения кулачка взята точка O_1 . Расстояние O_1B_0 дает величину в масштабе $\mu_s = \mu_t$. Расстояние $a_w = O_1C$ называется межосевым R_{min} .

Построение профиля кулачка показано на рис. 7.13. Из произвольной точки O_1 проводят окружность радиусом O_1C_0 . Масштаб построения профиля может быть сохранен или взят другим, тогда новый масштаб

$$\mu_{s1} = \mu_{t1} = \frac{(O_1C)\mu_s}{O_1C_0},$$

где $(O_1C)\mu_s$ – осевое расстояние (истинное), определяемое согласно рис. 7.12; O_1C_0 – отрезок, изображающий осевое расстояние в новом масштабе μ_{t1} построения профиля (см. рис. 7.13).

На этой окружности от точки C_0 в сторону, противоположную вращению кулачка, откладывают фазовые углы, которые, в свою очередь, делят на соответствующее число равных частей, как и на графике перемещения. На рис. 7.13 деление нанесено через одно 0, 2, 4 и т.д. Из точки O_1 радиусом R_{min} проводят окружность, а из точки C_0 радиусом, равным длине коромысла B_0C_0 – дугу, на которой откладывают дуговой путь согласно графику перемещений. Полученные точки дают положения коромысла при повороте кулачка на соответствующий угол. Из точки O_1 как из центра проводят окружности через точки деления дуги B_0D . Из точек C_1, C_2 и т.д. циркулем делают засечки на соответствующих окружностях

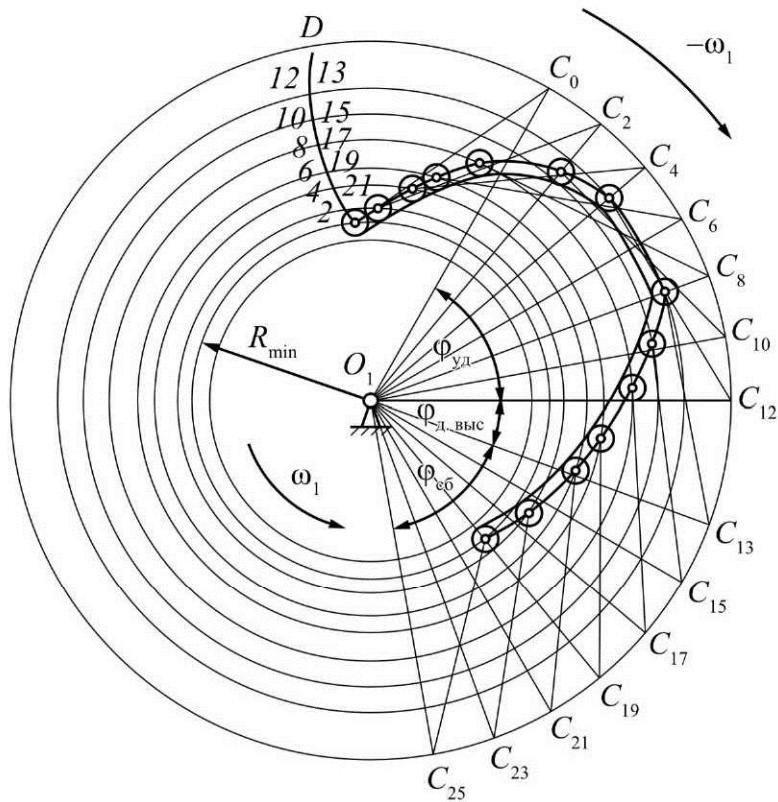


Рис. 7.13. Построение профиля кулачка с коромыслом

радиусом B_0C_0 . Полученные таким образом точки принадлежат центральному профилю кулачка. Соединив их плавной кривой, получают центральный профиль.

Радиус ролика и конструктивный (практический) профиль кулачка определяется так же, как и для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем.

7.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ КУЛАЧКА С ПЛОСКИМ ТОЛКАТЕЛЕМ

7.8.1. Метод «Задача Геронимуса»

Если толкатель оканчивается плоскостью, то, очевидно, угол передачи остается постоянным во время работы механизма. В нашем случае (рис. 7.14) этот угол $\gamma_{12} = 90^\circ$, мы получаем наивыгоднейшие с точки зрения углов передачи условия работы кулачкового механизма.

Но для таких типов кулачков должно выполняться условие, чтобы контур кулачка был всегда выпуклым. Для этого необходимо, чтобы

$$R_{\min} + S > -\frac{d^2S}{d\phi^2}.$$

Это условие вытекает из следующих соображений (см. рис. 7.14). Строим заменяющий механизм и план ускорений с полюсом π . Отрезок πb в масштабе ω_1^2 дает модуль ускорения a_{B_1} . Отрезок πb_a представляет собой аналог ускорения в точке контакта B (точка B_1 принадлежит кулачку, а B_2 – толкателю) кулачка и толкателя в данный момент:

$$a_{B_2} = \omega_1^2(\pi b_a) = \frac{d^2S}{dt^2} = \frac{d^2S}{d\phi^2} \omega_1^2.$$

Так как $\omega_1 = \text{const}$, то

$$\pi b_a = \frac{d^2S}{d\phi^2}.$$

Следовательно, радиус кривизны профиля в точке соприкосновения $p = R_{\min} + S + d^2S / d\phi^2$. Во всех случаях должно быть $p > 0$ или

$$R_{\min} + S + \frac{d^2S}{d\phi^2} > 0,$$

следовательно,

$$R_{\min} + S > \frac{d^2S}{d\phi^2}. \quad (7.1)$$

Разделим левую и правую части выражения (7.1) на $(R_{\min} + S)$ получим

$$\frac{-\frac{d^2S}{d\phi^2}}{R_{\min} + S} < 1$$

или

$$\frac{-\frac{d^2S}{d\phi^2}}{R_{\min} + S} < \tan 45^\circ. \quad (7.2)$$

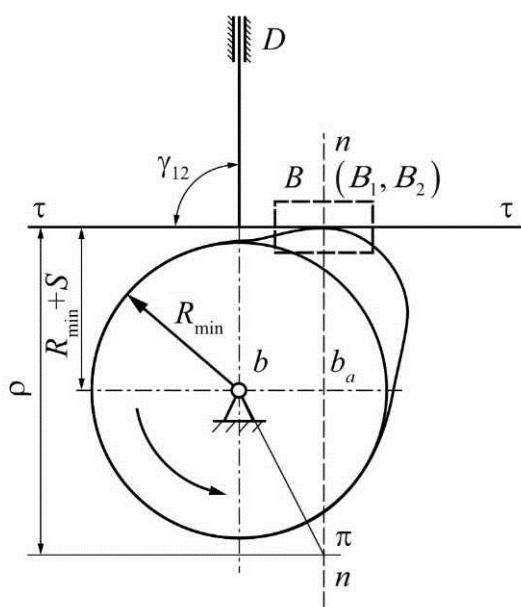


Рис. 7.14. Кулачковый механизм с плоским толкателем

Последнее условие позволяет провести следующее графическое построение (рис. 7.15). По диаграммам $S = f(\phi)$ и $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ строим совмещенный график $S = f(d^2S/d\phi^2)$.

Для этого производим разметку перемещений звена 2 по оси OS_2 и откладываем на проведенных горизонтальных прямых значения $d^2S/d\phi^2$. Соединив полученные точки плавной кривой, получаем диаграмму

$$S = f(d^2S/d\phi^2).$$

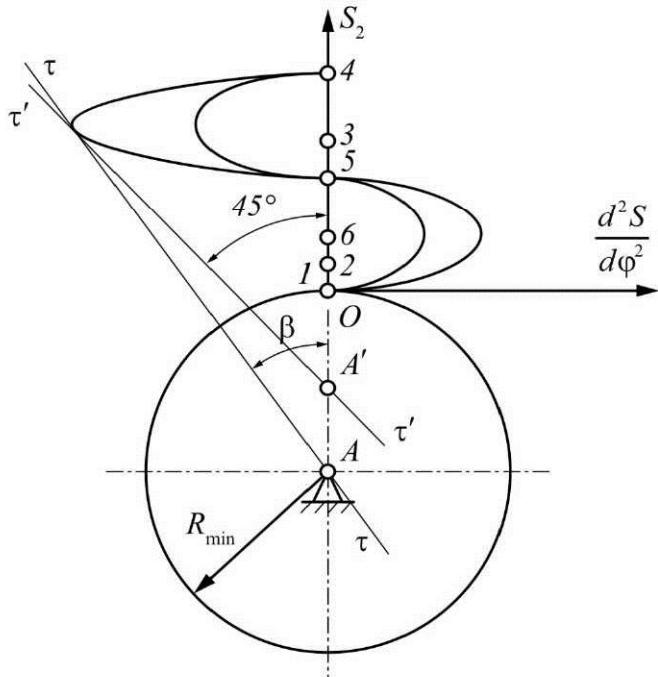


Рис. 7.15. Совмещенный график $S = f(d^2S/d\phi^2)$

В той части диаграммы, которая соответствует отрицательным максимальным значениям $d^2S/d\phi^2$, проводим под углом 45° к оси S_2 касательную $\tau'-t'$ к кривой диаграммы и получаем точку A' и минимальный радиус кулачка при данном угле 45° .

Согласно неравенству (7.2) центр вращения A кулачка должен быть расположен ниже точки A' . Величина отрезка AO в масштабе построения дает величину R_{\min} .

7.9. МЕТОД СУММИРОВАНИЯ ОРДИНАТ ГРАФИКОВ

Если рассмотреть выражение (7.1), то можно сделать вывод, что R_{\min} будет больше, чем отрицательная сумма отрезков $\left(S + \frac{d^2S}{d\phi^2}\right)$ в масштабе построения этих графиков.

Действительно,

$$\boxed{R_{\min} + S > -\frac{d^2S}{d\phi^2} \text{ или } R_{\min} > -\left(S + \frac{d^2S}{d\phi^2}\right)}. \quad (7.3)$$

Для определения R_{\min} строятся графики $S = f(\phi)$ и $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ в одном масштабе, т.е. $\mu_S = \mu_{d^2S/d\phi^2}$ (рис. 7.16, а).

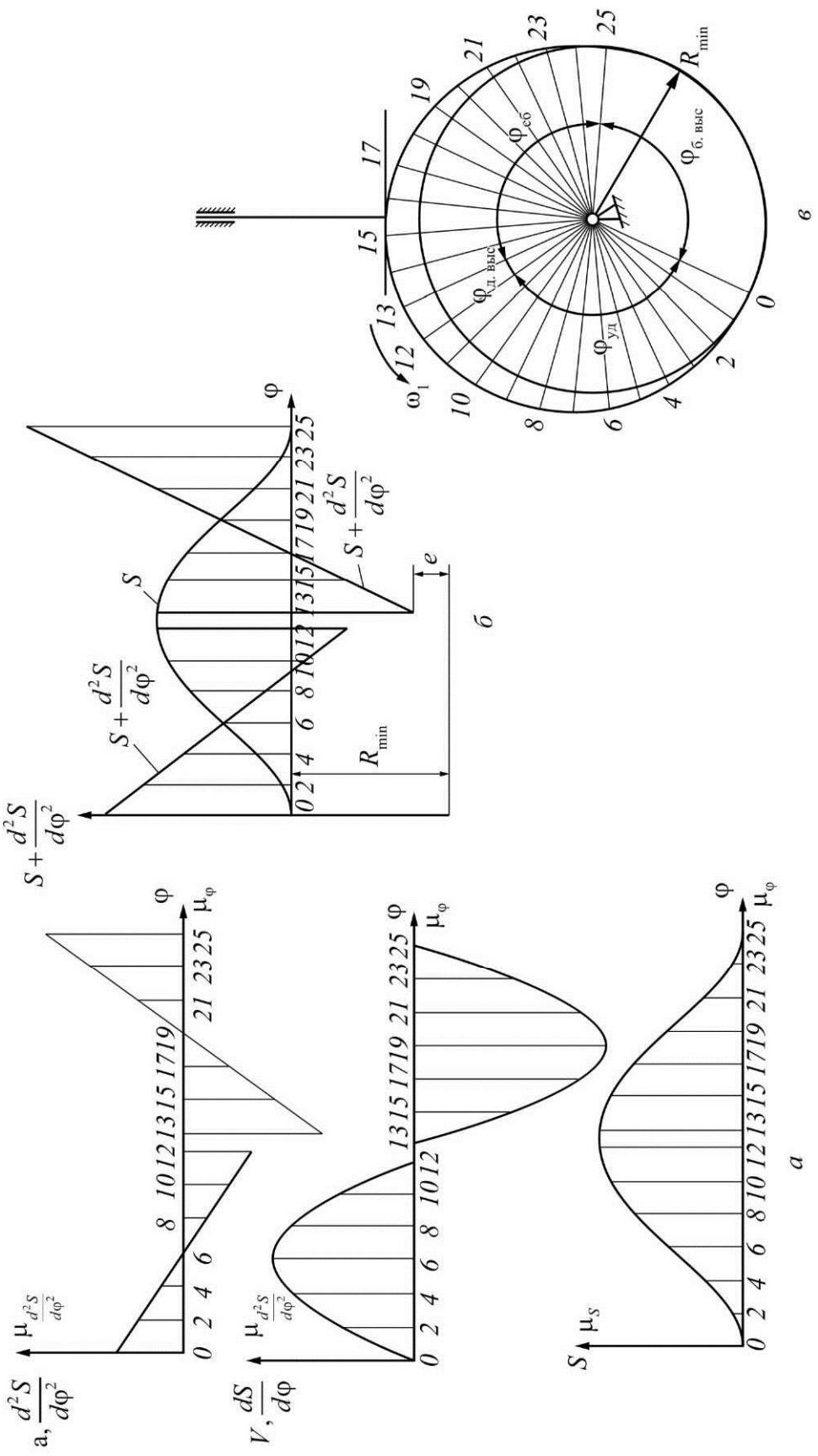


Рис. 7.16. Диаграммы движения толкателя и профилирование куланка с плоским толкателем:
 а – график аналога ускорения; б – график аналого скорости; в – перемещения толкателя

Если графики построены в неодинаковых масштабах, то нужно при сложении ординат выровнять эти масштабы с помощью переводного коэффициента k . Например, если $\mu_S = 0,25$; $\mu_{d^2S/d\phi^2} = 0,5$, то коэффициент

$$k = \frac{\mu_{d^2S/d\phi^2}}{\mu_S} = 2.$$

При уравнивании все отрезки ординат графика $d^2S/d\phi^2 = f(\phi)$ должны быть умножены на коэффициент $k = 2$. В этом случае складываемые отрезки будут в одном масштабе.

Затем складывают ординаты графиков, соответствующие одному и тому же углу ϕ . Согласно неравенству (7.3) R_{min} должно быть больше – $(S + d^2S/d\phi^2)$.

Перенося ось абсцисс в направлении отрицательных значений ординат на расстояние, большее, чем – $(S + d^2S/d\phi^2)$, на 10 мм в масштабе (на рис. 7.16, б отрезок $e = 0,010(S + d^2S/d\phi^2)$), получаем R_{min} , пропорциональное расстоянию между старой и новой осями абсцисс. Это построение приведено на рис. 7.16, б. Профилирование кулачковой шайбы показано на рис. 7.16, в.

7.10. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

7.10.1. Рекомендуемая последовательность проектирования кулачкового механизма

При проектировании кулачкового механизма рекомендуется следующий порядок действий:

1. После ознакомления с исходными данными и условиями работы механизма составить блок-схему для программы на языке PASKAL, BASIK и др. по расчету и проектированию кулачкового механизма. Ознакомившись с инструкцией по вводу данных в программу SK11, исходные данные оформить на бланке ФОРТРАН или ввести их с дисплея. Алгоритм расчета при проектировании кулачкового механизма представлен на рис. 7.17.

2. Для овладения практическими навыками численного и графического интегрирования вычертить на листе графики ускорения, скорости и переме-

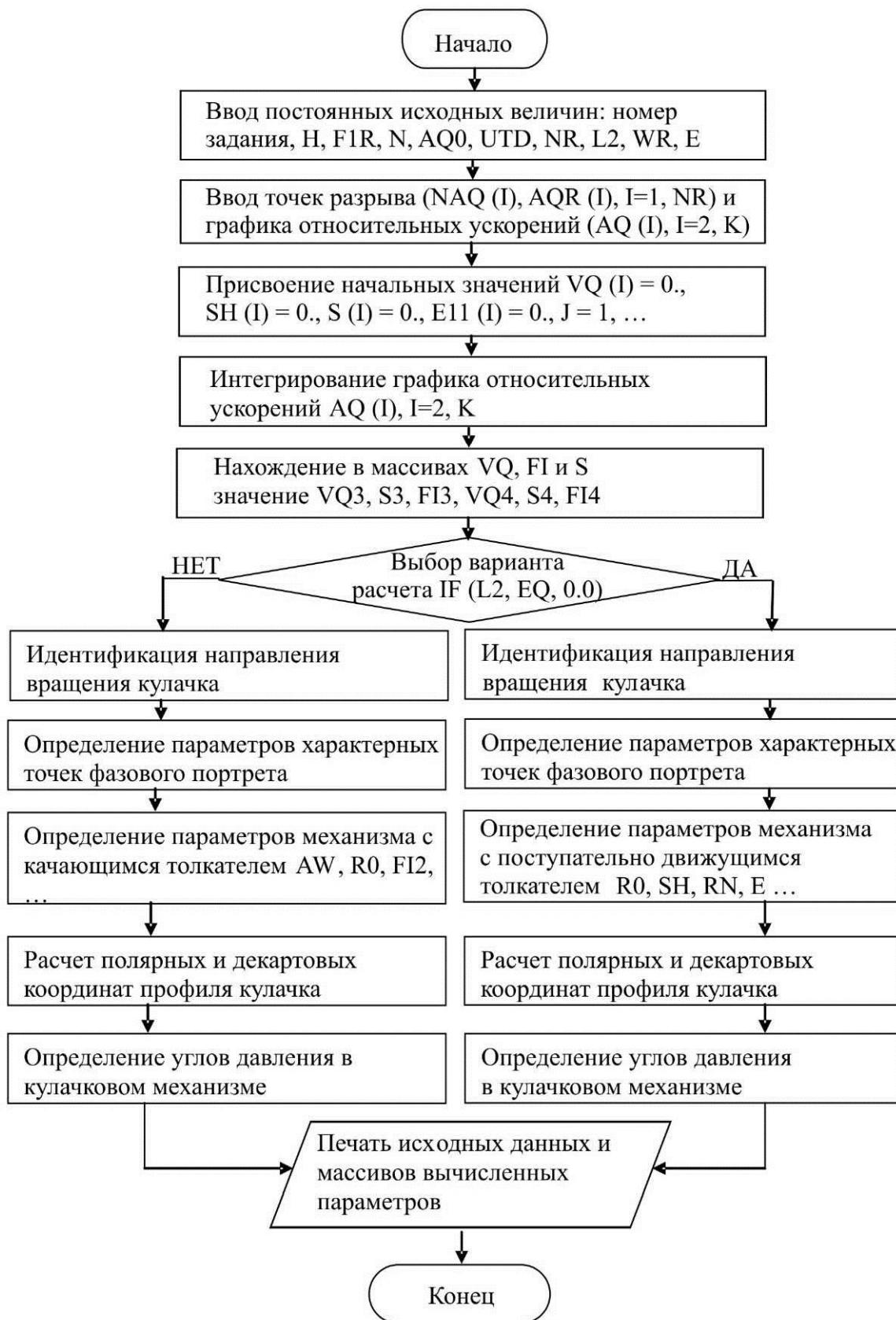


Рис. 7.17. Алгоритм расчета кулачкового механизма

щения, т.е. выполнить кинематический анализ. Сопоставить с результатами вычислений на ЭВМ и рассчитать масштабы изображенных величин.

3. На фазовой плоскости $(\theta_B, \omega_1, S_B)$ изобразить фазовый портрет для конкретной схемы механизма, определить область допустимых решений (ОДР) для заданных условий работы кулачкового механизма и выбрать в этой области положение оси O_1 вращения кулачка. Сопоставить выбранные размеры с результатами расчетов на ЭВМ.

4. Построить профиль кулачка по результатам вычислений на ЭВМ и показать методику определения координат двух-трех точек графическими построениями.

5. Построить график изменения угла давления θ в функции угла поворота кулачка. На профиле кулачка показать максимальные углы давления θ_3 и θ_4 при $\phi_{13}(F13)$ и $\phi_{14}(F14)$ и сравнить их с допускаемым углом давления $\theta_{\text{доп}}$.

6. Оформить пояснительную записку по разделу «Проектирование кулачкового механизма», показав в ней алгоритм расчетов, методику ввода и вывода данных, и приложить распечатку результатов расчета.

7.10.2. Кинематический анализ кулачкового механизма

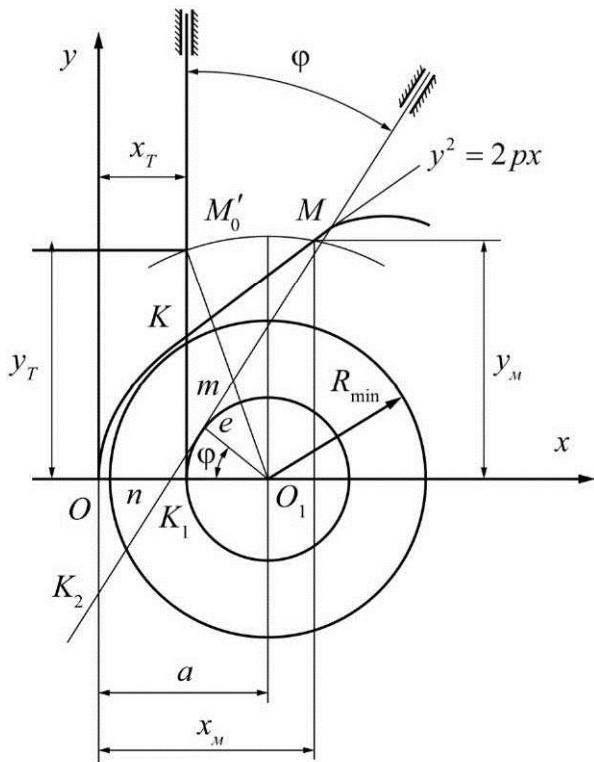


Рис. 7.18. Расчетная схема для кинематического анализа

Этот анализ проведем на примере кулачкового механизма с толкателем, оканчивающимся острием.

Пусть на фазе удаления центральной профиля кулачка задан в виде канонического уравнения параболы $y = 2px$ в системе координат xOy (рис. 7.18).

На рис. 7.18 использованы следующие обозначения:

a — расстояние от начала координат до центра окружности минимального радиуса;

ϕ — текущий фазовый угол поворота кулачка;

x_M, y_M — координаты точки M профиля кулачка при повороте последнего на угол ϕ ;

x_T, y_T – координаты точки M_0' встречи толкателя с точкой на профиле кулачка;

e, R_{\min} – соответственно эксцентризитет и минимальный радиус кулачка;

K, K_1, K_2, m, n, M_0' – точки построения схемы механизма.

В дальнейшем будем считать заданными:

- 1) уравнение центрального профиля кулачка;
- 2) расстояние a ;
- 3) эксцентризитет e ;
- 4) угловую скорость ω ;
- 5) текущий фазовый угол.

Требуется определить координаты x_T, y_T точки встречи толкателя с точкой профиля кулачка при повороте последнего на угол ϕ , а также скорость в данный момент.

Определим минимальный радиус. Из рис. 7.18 следует:

$$R_{\min} = \sqrt{e^2 + (KK_1)^2}, \quad (7.4)$$

$$KK_1 = y = \sqrt{2px}, \quad (7.5)$$

$$x = a - e. \quad (7.6)$$

Подставляя в формулу (7.4) значения (7.5), (7.6), получим

$$R_{\min} = \sqrt{e^2 + 2p(a - e)}. \quad (7.7)$$

Определим на профиле кулачка координаты точки M , которая окажется в контакте с толкателем при повороте кулачка на заданный фазовый угол ϕ . Для этого необходимо совместно решить уравнение профиля кулачка и уравнение прямой $y = kx + b$, изображающей положение толкателя в обращенном движении (см. рис. 7.18).

Составим уравнения упомянутой прямой в системе xOy . Угловой коэффициент этой прямой равен $\tan(90^\circ - \phi)$. Отрезок, отсекаемый на оси Oy (с учетом знака) и равный OK_2 , определяется из следующих условий (см. рис. 7.18):

$$nO_1 = \frac{e}{\cos \phi};$$

$$On = a - nO_1 = a - \frac{e}{\cos \phi}; \quad (7.8)$$

отсюда

$$b = OK_2 = \left(a - \frac{e}{\cos \varphi} \right) \operatorname{ctg} \varphi. \quad (7.9)$$

Тогда уравнение искомой прямой с учетом углового коэффициента и выражения (7.9) примет следующий вид:

$$y = x \operatorname{ctg} \varphi - \left(a - \frac{e}{\cos \varphi} \right) \operatorname{ctg} \varphi. \quad (7.10)$$

Решаем совместно уравнение (7.10) и уравнение параболы:

$$\begin{cases} y^2 = 2px, \\ y = x \operatorname{ctg} \varphi - \left(a - \frac{e}{\cos \varphi} \right) \operatorname{ctg} \varphi. \end{cases} \quad (7.11)$$

Решение системы уравнений (7.11) – это координаты точки M :

$$\begin{aligned} y_M &= p \operatorname{tg} \varphi = \sqrt{p^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + 2p \left(a - \frac{e}{\cos \varphi} \right)}; \\ x_M &= p \operatorname{tg}^2 \varphi \pm \operatorname{tg} \varphi \sqrt{p^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + 2p \left(a - \frac{e}{\cos \varphi} \right) + \left(a - \frac{e}{\cos \varphi} \right)}. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Дифференцируя выражения (7.12) по времени, получим:

$$\begin{aligned} \frac{dx_M}{dt} &= \frac{\omega_1}{\cos^2 \varphi} \left(2p \operatorname{tg} \varphi \pm \left(\sqrt{p^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + 2p \left(a - \frac{e}{\cos \varphi} \right)} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{p \operatorname{tg} \varphi (p \operatorname{tg} \varphi - e \sin \varphi)}{\sqrt{p^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + 2p \left(a - \frac{e}{\cos \varphi} \right)}} \right) - e \sin \varphi \right), \\ \frac{dy_M}{dt} &= \frac{p \omega_1}{\cos^2 \varphi} \left(1 \pm \frac{p \operatorname{tg} \varphi - e \sin \varphi}{\sqrt{p^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + 2p \left(a - \frac{e}{\cos \varphi} \right)}} \right). \end{aligned} \quad (7.13)$$

Определим x_T, y_T координаты точки M'_0 встречи толкателя с точкой M на профиле кулачка. В соответствии с рис. 7.18 имеем:

$$x_T = a - e. \quad (7.14)$$

Координату x_T определим из треугольника $O_1 K_1 M'_0$:

$$y_T = M'_0 K_1 = \sqrt{O_1 M'_0^2 - e^2}. \quad (7.15)$$

Радиус-вектор $O_1 M'_0 = O_1 M$ определим как расстояние между двумя точками M и O_1 , координаты которых известны ($M(x_M, y_M), O_1(a, 0)$):

$$O_1 M = \sqrt{(a - x_M)^2 + y_M^2}. \quad (7.16)$$

Подставляя выражения (7.16) в (7.15), получаем:

$$y_T = M'_0 K_1 = \sqrt{(a - x_M)^2 + y_M^2 - e^2}. \quad (7.17)$$

Дифференцируя (7.17) по времени, получим абсолютную скорость толкателя при повороте кулачка на заданный угол:

$$V_T = \frac{dy_T}{dt} = \frac{\frac{dx_M}{dt}(x_M - a) + \frac{dy_M}{dt} y_M}{\sqrt{a^2 - e^2 - 2ax_M + x_M^2 + y_M^2}}. \quad (7.18)$$

Производные $\frac{dx_M}{dt}$ и $\frac{dy_M}{dt}$ определяются по формулам (7.13). Дифференцируя по времени выражение (7.18), можно определить ускорение толкателя.

7.10.3. Профилирование кулачковой шайбы для механизмов с плоским толкателем

Для управления станками с ЧПУ при изготовлении кулачковых шайб требуется аналитическое выражение центрового и действительного профилей. Предлагаемый аналитический метод профилирования кулачковых шайб различных типов позволяет формализовать процесс определения координат профиля в декартовой или полярной системе координат с помощью ЭВМ. Применим данный метод при профилировании кулачковой шайбы с плоским толкателем.

Рассмотрим неподвижную систему координат x_0Oy_0 и подвижную систему координат x_1Oy_1 , жестко связанную с шайбой (рис. 7.19). Перемещение системы x_1Oy_1 относительно x_0Oy_0 характеризуется поворотом кулачка на угол φ , при $\varphi = 0$ системы координат совпадают.

В системе x_0Oy_0 координаты точки контакта A_0 определим радиус-вектором \vec{r}_{A_0} , которому соответствует столбцовая матрица:

$$\vec{r}_{A_0} = \begin{pmatrix} x_{A_0} \\ y_{A_0} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S'_\varphi \\ S_\varphi + R_{\min} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В системе x_1Oy_1 координаты точки контакта A_1 определим радиус-вектором \vec{r}_{A_1} с помощью векторного выражения:

$$\vec{r}_{A_1} = M_{10} \vec{r}_{A_0},$$

где M_{10} – матрица перехода от системы x_0Oy_0 к системе x_1Oy_1 ,

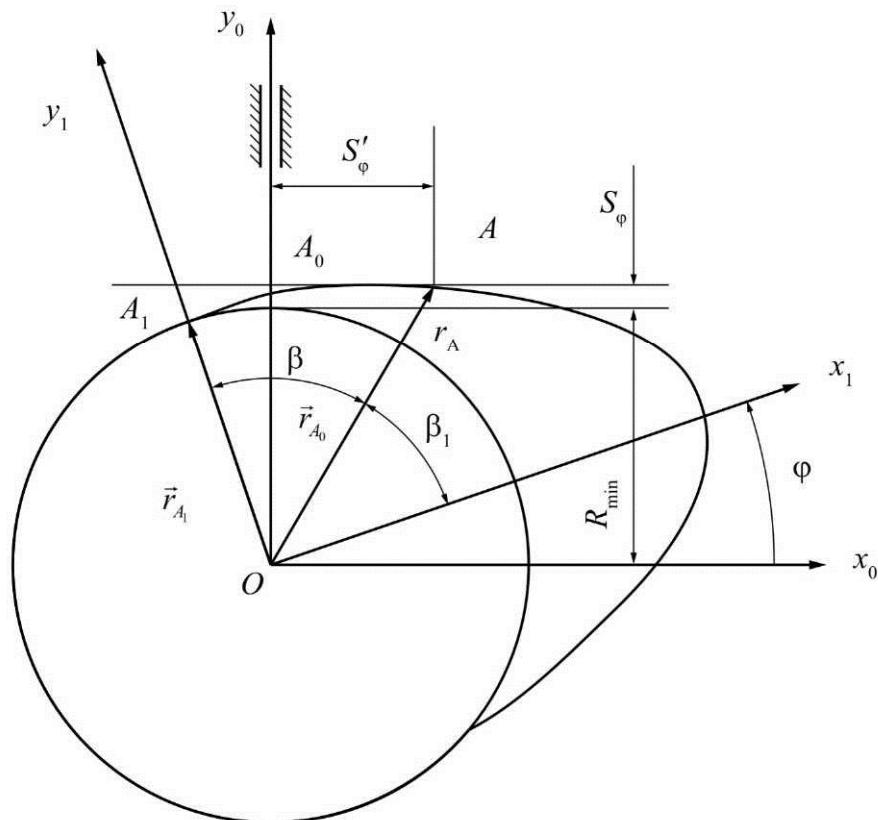


Рис. 7.19. Профилирование кулачковой шайбы
для механизма с плоским толкателем

$$M_{10} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Тогда, согласно определению вектора,

$$\vec{r}_{A_1} = \begin{pmatrix} x_{A_1} \\ y_{A_1} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S'_\varphi \cos\varphi + (S_\varphi + R_{\min}) \sin\varphi \\ -S'_\varphi \sin\varphi + (S_\varphi + R_{\min}) \cos\varphi \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В полярных координатах радиус-вектор кулачка

$$r_{A_1} = \sqrt{x_{A_1}^2 + y_{A_1}^2},$$

а полярный угол $\beta = \frac{\pi}{2} - \beta_1$, где β_1 – угол, зависящий от координат точки A_1 на профиле кулачка, $\beta_1 = \arctg(y_{A_1} / x_{A_1})$.

7.10.4. Профилирование кулачковой шайбы для механизмов с толкателем, оканчивающимся острием или роликом

В неподвижной системе координат x_0Oy_0 радиус-вектор точки контакта A_0 толкателя с шайбой представим столбцовой матрицей (рис. 7.20):

$$\vec{r}_{A_0} = \begin{pmatrix} x_{A_0} \\ y_{A_0} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ S_0 + S_\varphi \\ 1 \end{pmatrix} = [e, S_0 + S_\varphi, 1]^T,$$

где S_0 – положение толкателя в начале его подъема;

S_φ – текущее перемещение толкателя.

В системе x_1Oy_1 координаты точки контакта A_1 определим радиус-вектором, \vec{r}_{A_1} с помощью матричного выражения:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{A_1} &= [x_{A_1}, y_{A_1}, 1]^T = M_{10} \vec{r}_{A_0} = \\ &= M_{10} \begin{pmatrix} e \cos\varphi + (S_0 + S_\varphi) \sin\varphi \\ -e \sin\varphi + (S_0 + S_\varphi) \cos\varphi \\ 1 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

где M_{10} – матрица перехода от системы x_0Oy_0 к системе x_1Oy_1 ,

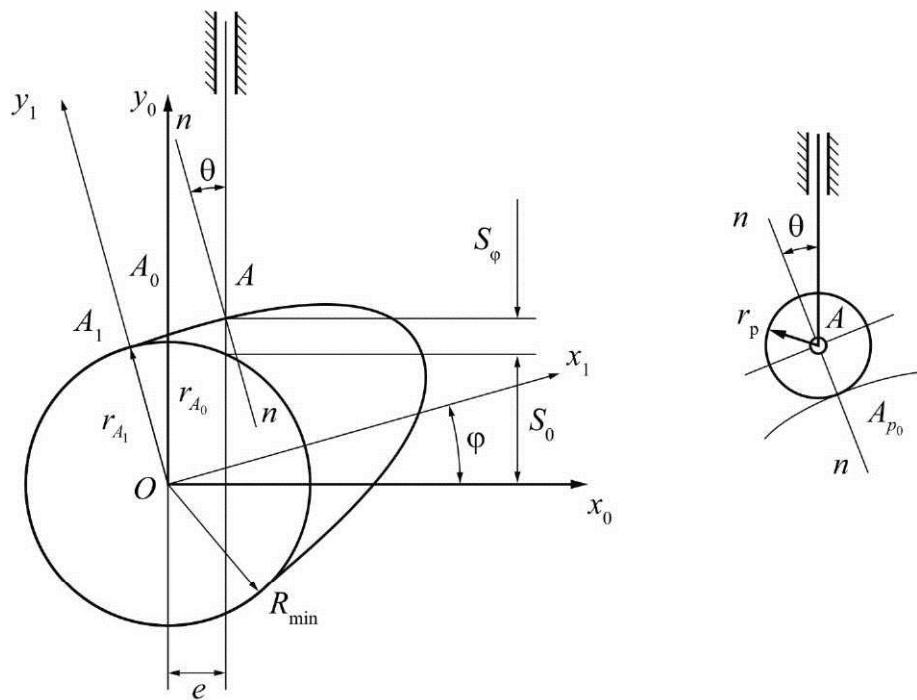


Рис. 7.20. Профилирование шайбы для механизма с толкателем, оканчивающимся острием

$$M_{10} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

x_{A_1}, y_{A_1} – координаты радиуса-вектора \vec{r}_{A_1} .

Для перехода от центрового к практическому профилю запишем вектор $\vec{r}_{A_{p0}}$ координат точки A_{p0} контакта ролика с действительным профилем кулачка в начале подъема толкателя в системе координат x_0Oy_0 :

$$\vec{r}_{A_{p0}} = [x_{A_0} + r_p \sin\theta, y_{A_0} - r_p \cos\theta, 1]^T,$$

где θ – угол давления, $\tan\theta = \frac{\dot{S}_\phi + e}{S_0 - S_\phi}$;

\dot{S}_ϕ – аналог скорости толкателя, $\dot{S}_\phi = V_{qBi}$;

r_p – радиус ролика.

Тогда радиус-вектор точки контакта ролика и практического профиля (точки A_{p1}) в матричном выражении в системе x_1Oy_1 запишем в виде столбцовой матрицы:

$$\vec{r}_{A_{p1}} = \begin{bmatrix} x_{A_{p1}}, y_{A_{p1}}, 1 \end{bmatrix}^T = M_{10} \vec{r}_{A_{p0}} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_{A_1} + r_p \sin(\theta - \varphi) \\ y_{A_1} + r_p \cos(\theta - \varphi) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \cos \varphi + (S_0 + S_\varphi) \sin \varphi + r_p \sin(\theta - \varphi) \\ -e \sin \varphi + (S_0 + S_\varphi) \cos \varphi - r_p (\theta - \varphi) \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Для перехода к полярным координатам введем следующие обозначения:

$$\beta_0 - \text{постоянный угол}, \beta_0 = \arctg \frac{S_0}{e};$$

$$\beta_1 - \text{дополнительный угол}, \beta_1 = \arctg \frac{y_{A_1}}{x_{A_1}}.$$

Отсюда полярный угол радиуса-вектора $\beta = \beta_0 - \beta_1$. В полярных координатах радиус-вектор кулачка:

$$r_{A_1} = \sqrt{x_{A_1}^2 + y_{A_1}^2}.$$

7.10.5. Профилирование кулачковой шайбы для механизма с коромыслом

При профилировании считаем заданными зависимость $\psi = f(\varphi)$ углового перемещения выходного звена ψ от угла поворота кулачка φ , а также первую и вторую производные этого перемещения $(\dot{\psi}, \ddot{\psi})$, длину коромысла l_2 , межосевое расстояние a_w , минимальный радиус, радиус ролика r_p .

На рис. 7.21 изображены неподвижная система координат x_0Oy_0 и подвижная система координат x_1Oy_1 , которые совпадают при $\varphi = 0$, при этом начальное положение коромысла характеризуется значением ψ_0 . Повороту кулачка на угол φ соответствует текущее положение коромысла ψ .

В системе x_0Oy_0 координаты точки контакта A_0 определим радиусом-вектором \vec{r}_{A_0} , которому соответствует столбцевая матрица:

$$\vec{r}_{A_0} = \begin{pmatrix} x_{A_0} \\ y_{A_0} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_0 - l_2 \cos(\psi_0 + \psi) \\ l_2 \sin(\psi_0 + \psi) \\ 1 \end{pmatrix}.$$

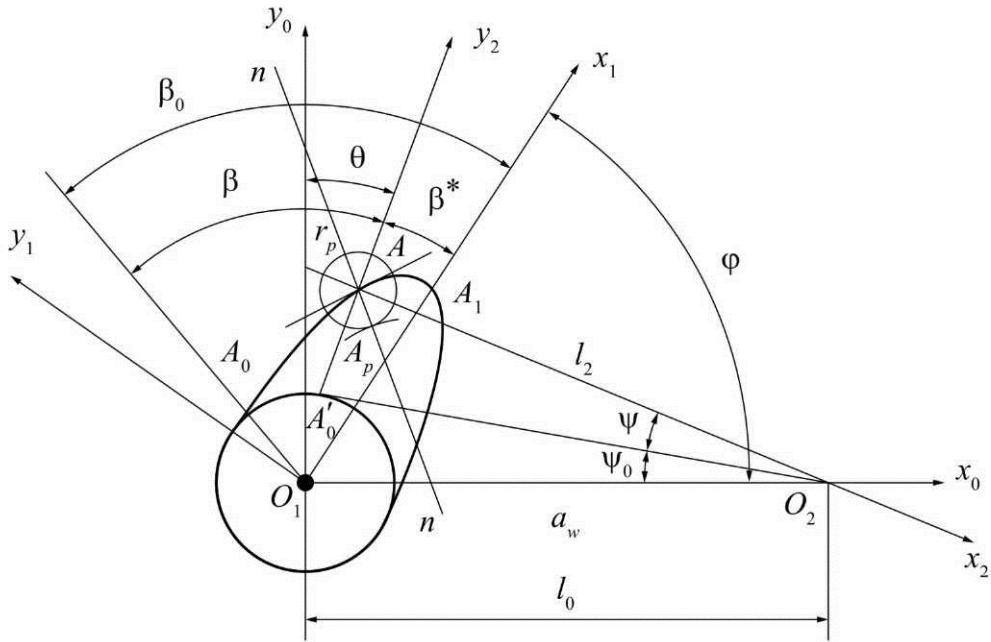


Рис. 7.21. Профилирование кулачковой шайбы
для механизма с коромыслом

В системе x_1Oy_1 координаты точки контакта A_1 определим матричным выражением

$$\vec{r}_{A_1} = M_{10} \vec{r}_{A_0},$$

где M_{10} – матрица перехода от системы x_0Oy_0 к системе x_1Oy_1 ,

$$M_{10} = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_{A_1} &= \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_0 - l_2 \cos(\psi_0 + \psi) \\ l_2 \sin(\psi_0 + \psi) \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} [l_0 - l_2(\psi_0 + \psi)] \cos\phi + l_2 \sin(\psi_0 + \psi) \sin\phi \\ [l_0 - l_2 \cos(\psi_0 + \psi)] (-\sin\phi) + l_2 \sin(\psi_0 + \psi) \cos\phi \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} l_0 \cos\phi - l_2 \cos(\psi_0 + \psi + \phi) \\ -l_0 \sin\phi - l_2 \cos(\psi_0 + \psi + \phi) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{A_1} \\ y_{A_1} \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

В полярной системе координат радиус-вектор текущего положения точки контакта кулачка и толкателя $r_{A_1} = \sqrt{x_{A_1}^2 + y_{A_1}^2}$, а полярный $\beta = \beta_0 - \beta^*$.

Для описания практического профиля проводим нормаль к профилю $n-n$ и вводим еще одну систему координат x_2Ay_2 с центром в точке A . В этой системе радиус-вектор, описывающий практический профиль, представим в виде

$$\vec{r}_{A_{p2}} = \begin{pmatrix} x_{A_{p2}} \\ y_{A_{p2}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_p \sin \theta \\ r_p \cos \theta \\ 1 \end{pmatrix},$$

где θ – угол давления,

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{l_2 \pm S_\phi - l_0 \cos(\psi_0 + \psi)}{l_0 \sin(\psi_0 + \psi)}.$$

Для представления радиуса-вектора в системе x_1Oy_1 запишем матричное выражение:

$$\vec{r}_{A_{p1}} = M_{10}M_{02}\vec{r}_{A_{p2}} = M_{12}\vec{r}_{A_{p2}},$$

где M_{10} , M_{02} , M_{12} – матрицы преобразования координат.

Для примера рассмотрим составление матрицы для текущего положения толкателя:

$$M_{02} = \begin{pmatrix} \cos(\psi_0 + \psi) & \sin(\psi_0 + \psi) & 0 & X \\ -\sin(\psi_0 + \psi) & \cos(\psi_0 + \psi) & 1 & Y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Координаты X и Y начала координат A системы x_2Ay_2 в неподвижной системе x_0Oy_0 (рис. 7.22) определим так:

$$\begin{aligned} X &= l_0 - l_2 \cos(\psi + \psi_0); \\ Y &= l_2 \sin(\psi + \psi_0). \end{aligned}$$

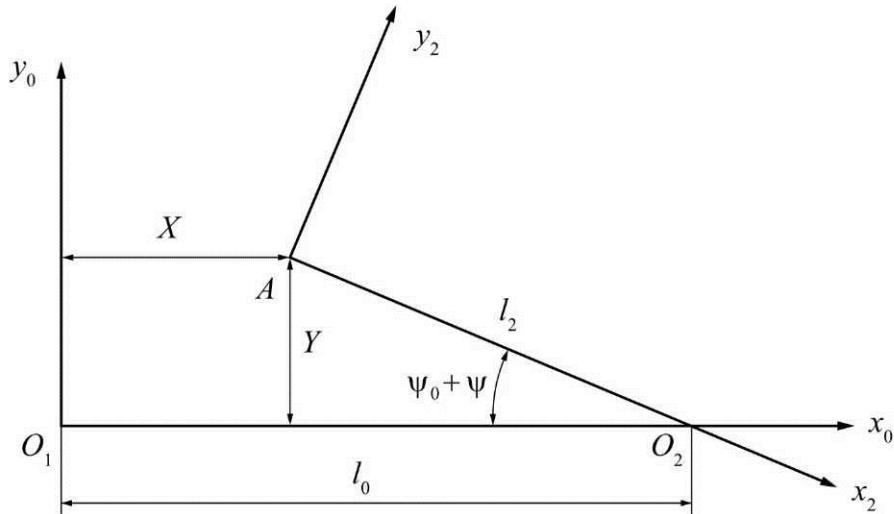


Рис. 7.22. Определение столбца координат подвижной системы координат в неподвижной системе координат

Из матричного выражения получаем матрицу, содержащую координаты практического профиля:

$$\vec{r}_{A_{p1}} = \begin{pmatrix} x_{A_{p1}} \\ y_{A_{p1}} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

VIII. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

8.1. НАЗНАЧЕНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ И ТРЕБОВАНИЕ К НИМ

Зубчатые механизмы служат для передачи непрерывного вращательного движения и крутящих моментов, а также для изменения скорости вращения. Зубчатые передачи осуществляют передачу вращательного движения между валами с любым заданным отношением угловых скоростей: как с постоянным, так и с переменным.

В современном машиностроении наибольшее распространение получили зубчатые колеса, профили которых очерчены по эвольвенте круга. Такие зубчатые колеса называются эвольвентными.

Широкое распространение эвольвентных зубчатых колес объясняется их преимуществами перед колесами иных профилей.

Методом обкатки, пользуясь стандартным инструментом, можно получить колеса, нарезанные со смещением режущего инструмента и без смещения. Это является одним из важных преимуществ изготовления эвольвентных зубчатых колес.

Колеса, изготовленные без смещения режущего инструмента, могут работать с любым эвольвентным колесом, также изготовленным без смещения инструмента, того же модуля независимо от его числа зубьев. Поэтому эвольвентные колеса широко применяются в сменных передачах.

Зубчатая передача должна обеспечивать плавную и безударную работу с минимальным износом зубьев колес. Для этого необходимо, чтобы зубья колес были неподрезанными и незаостренными, передача свободной от заклинивания; коэффициент перекрытия $\epsilon_a \geq 1,0$; передача обеспечивала определенное удельное скольжение v , оценивающее интенсивность износа зубьев.

Коэффициенты ϵ_a и v называются качественными показателями передачи. Они определяются геометрическими параметрами передачи, которые, в свою очередь, зависят от коэффициентов смещений X_1 и X_2 . Следовательно, варьируя коэффициенты смещений, можно влиять на качественные показатели передачи (табл. 8.2–8.5).

8.2. ЭВОЛЬВЕНТА И ЕЕ СВОЙСТВА

Эвольвентной окружностью называется кривая, описываемая какой-либо точкой прямой, катящейся без скольжения по этой окружности. Катящаяся прямая называется производящей прямой, а окружность, по которой она обкатывается, – эволютой, или основной окружностью.

Пусть дана основная окружность радиусом r_b и некоторая точка P вне ее. Необходимо построить эвольвенту, проходящую через эту точку (рис. 8.1). Через точку P проводим касательную к основной окружности, и расстояние между точкой P и точкой касания делим на несколько равных частей (например шесть). Длину малого отрезка, получившегося в результате деления, обозначим через b . Затем вправо от точки касания по основной окружности откладываем 6 дуг длиной b . Полученные таким путем точки нумеруем по порядку (последнюю точку обозначим P , а точку касания – 6). Через промежуточные точки по окружности (1, 2, 3, 4 и 5) проводим касательные, на каждой из этих касательных откладываем столько отрезков b , сколько обозначает цифра точки касания данной касательной на основной окружности.

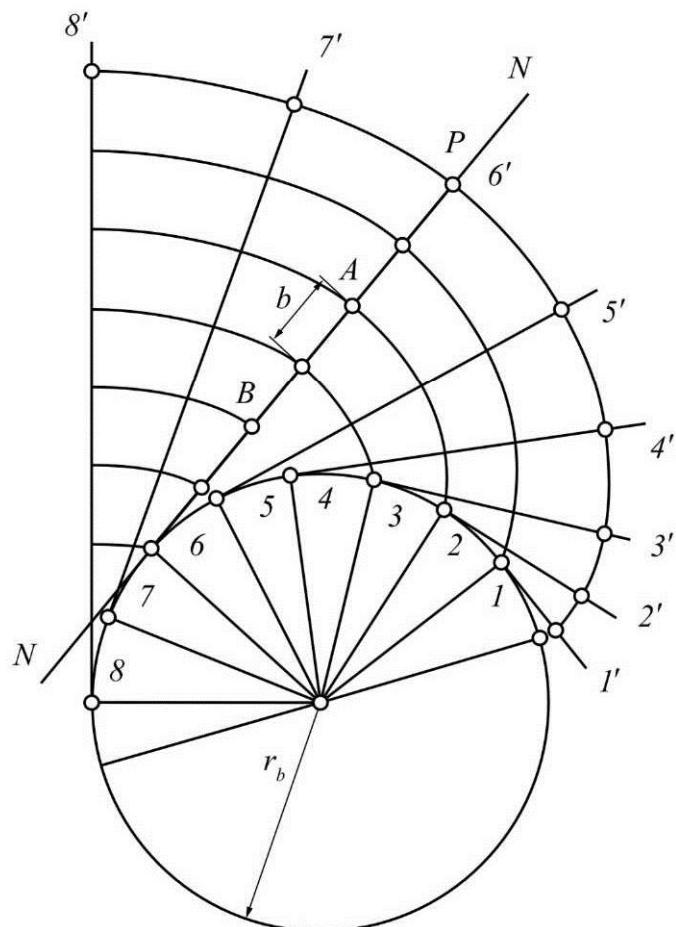


Рис. 8.1. Образование эвольвентного профиля зуба

Точки l' , $2'$, $3'$, $4'$ и т.д., а также нулевую точку и точку P соединяем плавной кривой. Последняя и будет искомой эвольвентой. Если требуется продлить эвольвенту дальше за точку P , то нужно уже влево от точки b сделать седьмую, восьмую и т.д. засечки, провести еще ряд касательных и отложить на них соответствующее число отрезков b . Таким путем можно получить эвольвенту различной длины. Однако для получения профиля зуба берется определенный ограниченный участок эвольвенты.

Эвольвенты, описываемые различными точками A , B и P производящей прямой NN , эквидистанты. Сама производящая прямая в каждом положении является нормалью к эвольвенте. Таким образом, нормаль к эвольвенте в любой ее точке – это одновременно касательная к основной окружности. Основная окружность является геометрическим местом центров кривизны эвольвенты, описываемой какой-либо точкой производящей прямой. На рис. 8.1 точки l , 2 , 3 и т.д. – это центры кривизны эвольвенты, а отрезки $l-l'$, $2-2'$ и т.д. – радиусы ее кривизны.

8.3. Линия зацепления, угол зацепления

Пусть эвольвенты I и II (рис. 8.2) есть соприкасающиеся в точке P профили зубьев двух находящихся в зацеплении колес, а точки O_1 и O_2 – центры вращения этих колес. Для образования этих профилей служили основные окружности, описанные из центров O_1 и O_2 радиусами r_{b1} и r_{b2} .

Проведем через точку P общую нормаль NN к соприкасающимся профилям. Эта нормаль одновременно будет являться и общей касательной к данным основным окружностям r_{b1} и r_{b2} .

Геометрическое место точек касания профилей двух зубьев на неподвижной плоскости называется *линией зацепления профилей*.

При эвольвентных профилях линия зацепления представляет собой участок $N_1N_2 = g$ прямой, являющейся общей нормалью к профилям в любой точке их касания и в то же время общей касательной к основным окружностям.

Так как при работе колес общая нормаль NN сохраняет постоянное положение на плоскости, то полюс зацепления, т.е. точка P пересечения этой нормали с линией центров, также не меняет своего положения. Следовательно, зубчатые колеса с профилями зубьев, очерченные по эвольвенте круга, удовлетворяют условию передачи вращательного движения с постоянным отношением угловых скоростей.

На рис. 8.2 кроме основных окружностей проведены также и начальные окружности, их радиусы обозначены r_{w1} и r_{w2} . Проведем через точку P общую касательную α к начальным окружностям и обозначим угол α_w между прямыми NN и TT . Тогда положение линии зацепления будет вполне определено положением точки P и величиной угла α_w . Угол α_w называют углом зацепления. В качестве стандартного угла зацепления принят угол $\alpha = 20^\circ$. Зубчатые колеса, нарезанные без смещения режущего инструмента, называются нулевыми. У нулевых зубчатых колес радиусы делительных и начальных окружностей совпадают: $r_{w1} = r_1$, $r_{w2} = r_2$, а также угол зацепления равен углу профиля $\alpha_w = \alpha$.

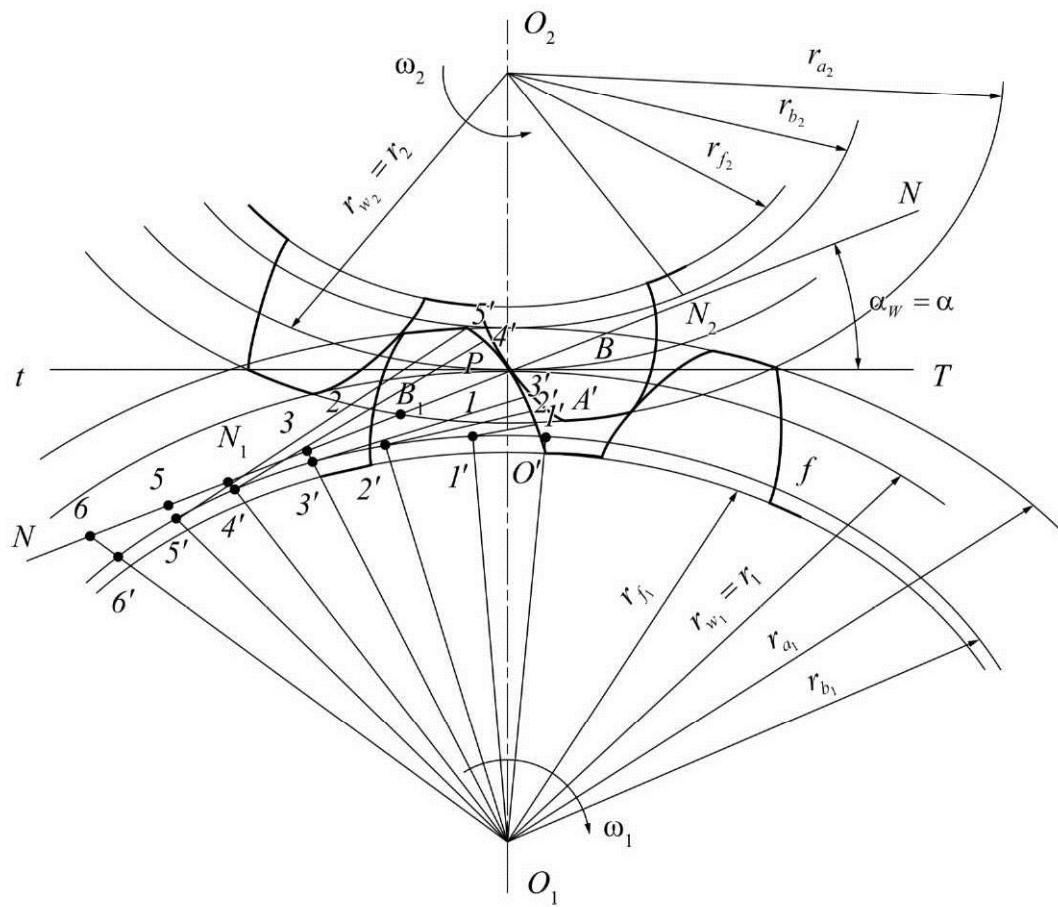


Рис. 8.2. Зацепление эвольвентных цилиндрических зубчатых колес без смещения режущего инструмента

Соединив центры колес O_1 и O_2 с соответствующими точками N_1N_2 , получим два прямоугольных треугольника: O_1PN_1 и O_2PN_2 , у которых углы при вершинах O_1 и O_2 равны α . Из этих треугольников имеем:

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha; \quad r_{b2} = r_2 \cos \alpha.$$

8.4. ОСНОВНЫЕ РАЗМЕРЫ НОРМАЛЬНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Все зубья одного колеса имеют одинаковые размеры. Окружность, ограничивающая зубья в их выступающей части, называется окружностью вершин зубьев зубчатого колеса.

Окружность, ограничивающая глубину впадины между зубьями, называется окружностью впадин зубчатого колеса.

Окружность, для которой модуль есть величина стандартная, называется делительной окружностью.

Расстояние между делительной окружностью и окружностью вершин зубьев зубчатого колеса, измеряемое по радиусу, называется высотой головки зуба. Расстояние между делительной окружностью и окружностью впадин, измеряемое по радиусу, – высота ножки зуба. Следовательно, делительная окружность делит зуб на головку и ножку.

Обозначим через r_a радиус окружности вершин; r_f – радиус окружности впадин; h_a – высоту головки зуба; h_f – высоту ножки зуба. Получим следующие соотношения:

$$r_a = r + h_a, \quad r_f = r - h_f,$$

где r – радиус делительной окружности (рис. 8.3).

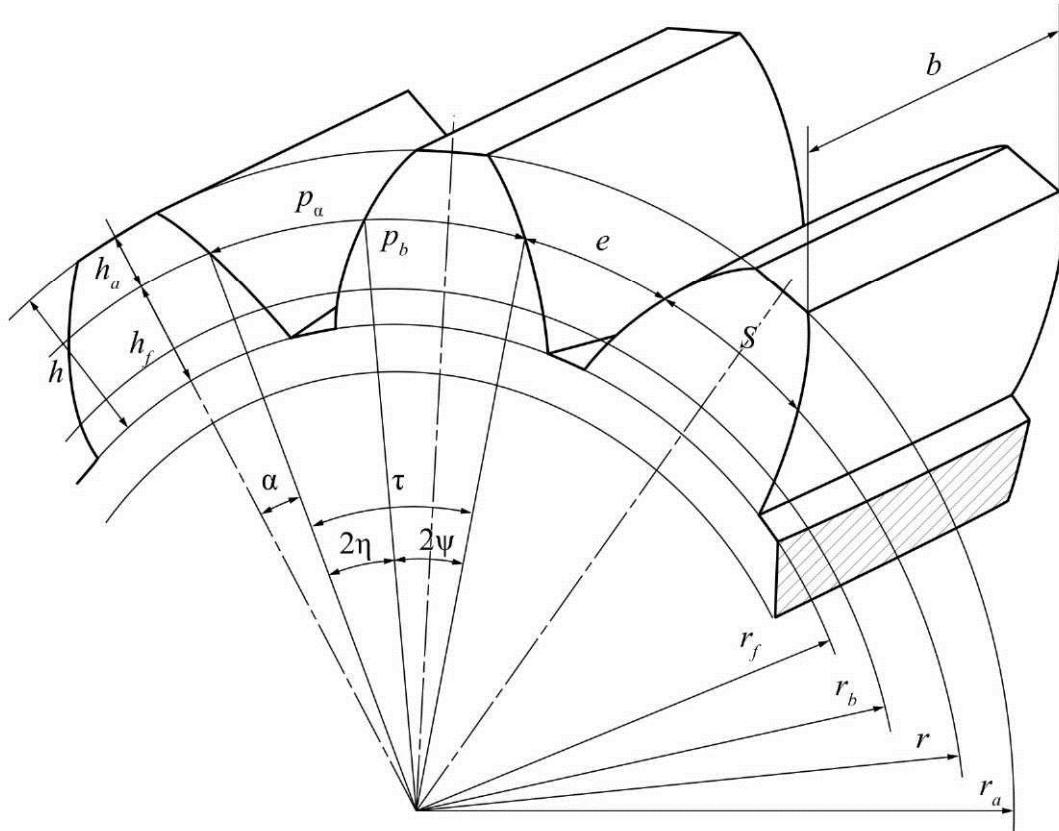


Рис. 8.3. Основные параметры зубчатого колеса

Высота зуба

$$h = h_f + h_a.$$

Расстояние между одноименными точками двух соседних зубьев, измеряемое по делительной окружности, называется шагом зацепления и обозначается через ∂_a . По дуге делительной окружности измеряются также толщина зуба S и ширина впадины e . На рис. 8.3 показаны также ∂_b – шаг по основной окружности (причем очевидно, что $\partial_b = \partial_a \cos\alpha$); τ – угловой шаг; 2ψ – угловая толщина зуба; 2η – угловая ширина впадины; b – ширина венца зуба, которая определяется из расчета на прочность и на сопротивление износу.

Примечание: начальная окружность появляется только в зацеплении, поэтому на рис. 8.3 ее нет.

Обозначим число зубьев колеса через z . Тогда полная длина делительной окружности колеса

$$\partial_a z = 2\pi r,$$

откуда

$$r = \frac{\partial_a z}{2\pi}.$$

Отношение шага зацепления P_a к числу π называется модулем зацепления и обозначается через m :

$$m = \frac{P_a}{\pi}.$$

Модуль m , как и шаг ∂_a , измеряется в миллиметрах. Значения модулей регламентированы СТ СЭВ 310-76, поэтому модули, полученные при расчете зацепления на прочность, должны быть округлены до стандартных значений.

Радиус делительной окружности может быть выражен как

$$r = \frac{mz}{2},$$

а диаметр как

$$d = mz,$$

отсюда

$$m = \frac{d}{z}.$$

Поэтому делительную окружность называют окружностью стандартного модуля, а модуль m – диаметральным шагом.

Остальные размеры колеса удобно выражать через m . Для зубчатых колес, которые нарезаются без смещения режущего инструмента, имеют место следующие соотношения:

$$h_a = h_a^* m; \quad h_f = (h_a^* + c^*) m;$$

$$h = h_f + h_a = (2h_a^* + c^*) m,$$

где h_a^* – коэффициент высоты головки зуба, для нормальных колес $h_a^* = 1$, колес с укороченным зубом $h_a^* = 0,8$. Коэффициент радиального зазора принимается в пределах $c^* = 0,2 \dots 0,3$. Преднамеренное отступление от приведенных соотношений называется исправлением (корригированием) зубчатых колес.

8.5. СОПРЯЖЕННЫЕ ТОЧКИ, РАБОЧИЕ УЧАСТКИ

Точки профилей, приходящие в соприкосновение в процессе работы колес, называются сопряженными точками. Соприкосновение профилей I и II происходит на линии зацепления.

Все точки профиля I при вращении колес двигаются по окружности вокруг центра O_1 , а все точки профиля II – по окружностям вокруг центра O_2 . Поэтому для нахождения точки C_2 на профиле II (рис. 8.4), сопряженной с точкой C_1 на профиле I, необходимо из центра O_1 радиусом O_1C_1 провести дугу окружности до пересечения ее с линией зацепления (точка C), затем из центра O_2 радиусом, равным O_2C , провести дугу окружности до пересечения с профилем II. Точки C_1 и C_2 контактируют на линии зацепления в точке C . Следовательно, точки C_1 и C_2 являются сопряженными точками. Пользуясь методом определения сопряженных точек, можно найти границы рабочих участков профилей зубьев.

Наиболее удаленными от центра колес точками (см. рис. 8.4) профилей, принимающими участие в зацеплении, будут точки \tilde{A}_1 и \tilde{A}_2 , которые лежат на окружности вершин зубьев, поэтому проведя окружности вершин

до пересечения с линией зацепления N_1N_2 , отметим точки пересечения B_1 и B_2 . Участок B_1B_2 (см. рис. 8.4) называется активной линией зацепления, т.е. правее точки B_2 и левее точки B_1 зацепление не происходит. Активной частью линии зацепления называется отрезок теоретической линии зацепления, заключенный между точками пересечения ее окружности выступов колес.

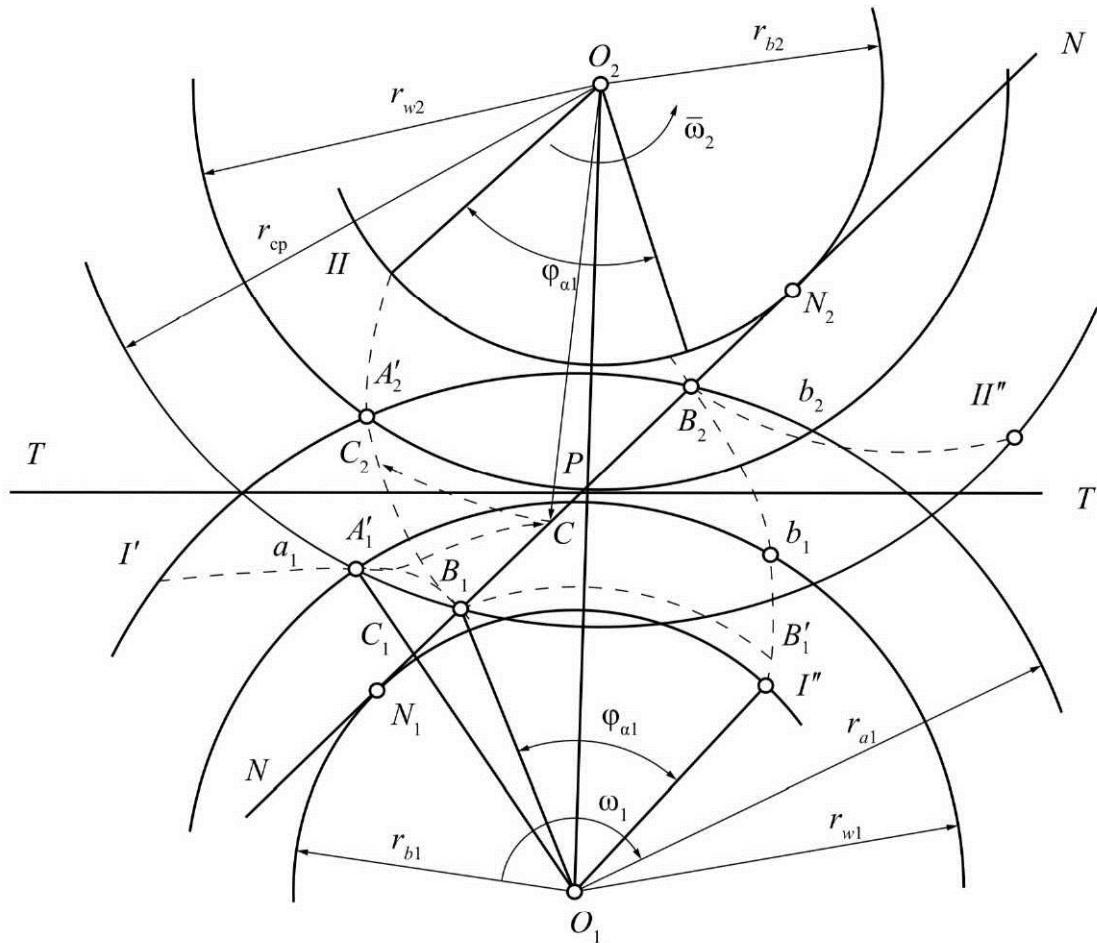


Рис. 8.4. Определение сопряженных точек и рабочих участков зуба

Границей рабочего участка профиля I будет точка B_1 , которая встретится в точке B_1 линии зацепления с точкой B'_1 . Для ее нахождения делаем из центра O_1 радиусом O_1B_1 засечку на профиле I. Ни одна из точек профиля I, лежащих ближе полученной точки B'_1 к центру O_1 , не будет участвовать в зацеплении. Таким образом, участок $B'_1B'_2$ профиля I является его рабочим участком. Те участки профилей зубьев, которые участвуют в зацеплении, называются *рабочими участками профилей*. Аналогичным путем находим на профиле II точку B , ограничивающую его рабочую часть от нерабочей.

8.6. ДУГА ЗАЦЕПЛЕНИЯ, КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕКРЫТИЯ

При указанных на рис. 8.4 направлениях вращения колес зацепление рассматриваемой пары зубьев начинается в точке B_1 и оканчивается в точке B_2 . Положения профилей зубьев показаны в момент начала и конца зацепления. Кривые Γ и Π' изображают положения профилей I и II в момент начала зацепления, когда они касаются в точке B_1 линии зацепления, а кривые Γ'' и Π'' – положения этих профилей в момент окончания зацепления, когда они касаются в точке B_2 на линии зацепления. Отметим на кривой I точку d_1 , лежащую на начальной окружности 1-го колеса, а на кривой Γ' точку a_2 , лежащую на начальной окружности 2-го колеса. При вращении колес каждая из этих точек будет перемещаться по начальной окружности так, что к концу зацепления точка O придет в положение b_1 , а точка a_2 – в положение b_2 . Таким образом, за время зацепления данной пары профилей точка a_1 пройдет путь, равный дуге $a_1 b_1$, а точка a_2 – путь, равный дуге $a_2 b_2$. Так как при работе колес начальные окружности перекатываются друг по другу без скольжения, то

$$\omega a_1 b_1 = \omega a_2 b_2.$$

Путь, проходимый точкой зуба по начальной окружности за время зацепления одной пары зубьев, называется *дугой зацепления* (рис. 8.6).

Для непрерывной, безударной работы зубчатых колес необходимо, чтобы длина дуги зацепления была больше величины шага зацепления. Отношение длины дуги зацепления к шагу зацепления по начальной окружности, показывающее, какое число пары зубьев в среднем находится одновременно в зацеплении, называется *коэффициентом перекрытия* ε_a .

$$\varepsilon_a = \frac{\omega d d'}{p_a}.$$

В соответствии с ГОСТ 16530-70 коэффициент перекрытия определяется как отношение угла перекрытия к угловому шагу:

$$\varepsilon_a = \frac{\Phi_a}{\tau},$$

где Φ_a – угол поворота зубчатого колеса от положения входа зуба в зацеплении до выхода его из зацепления (угол перекрытия); τ – угловой шаг ($\tau=2\pi/z$).

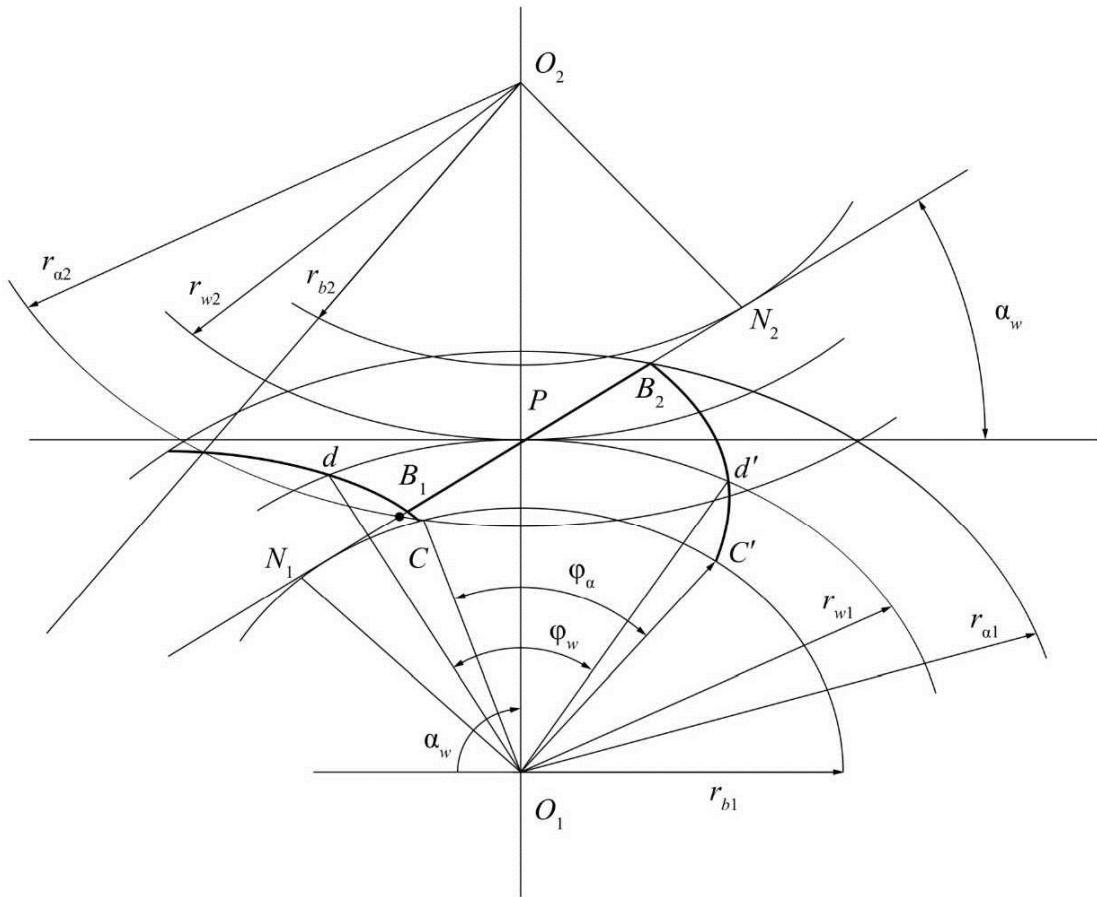


Рис. 8.5. Определение коэффициента перекрытия

Коэффициент перекрытия характеризует плавность работы данной пары зубчатых колес. Очевидно, что для плавности передачи необходимо иметь $\varepsilon_\alpha \geq 1$.

Дуга по основной окружности, которая стягивает угол φ_α по свойству эвольвенты, равна длине активной линии зацепления:

$$B_1 B_2 = g_\alpha, \text{ т.е. } \varphi_\alpha = \frac{\varepsilon_\alpha}{r_b}.$$

Тогда

$$\varepsilon_\alpha = \frac{B_1 B_2}{\cos \alpha \cdot \pi \cdot m};$$

$p_b = p_w \cos \alpha_w = p_\alpha \cos \alpha = \pi m \cos 20^\circ$ – шаг по основной окружности.

Для колес с внешним зацеплением коэффициент перекрытия находится в пределах 1,0–1,982.

8.7. УДЕЛЬНОЕ СКОЛЬЖЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРОФИЛЕЙ

Одним из факторов, определяющих долговечность работы зубчатых колес, является поверхностный износ зубьев, обусловленный взаимным скольжением поверхностей одних зубьев относительно других в процессе зацепления.

Условия износа в разных точках сопряженных профилей неодинаковы. Для качественной оценки этих условий вводится понятие коэффициента удельного скольжения v профилей в процессе зацепления для произвольной точки каждого из сопряженных профилей.

8.8. ПОДРЕЗАНИЕ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ПРОФИЛЯ

При нарезании колес с малым числом зубьев (меньше 17) по методу обкатки зуб стандартной рейки заходит за эвольвентный профиль ножки зуба и срезает часть эвольвентного профиля.

В результате зуб шестерни ослабляется в наиболее нагруженной части – основании ножки зуба. Такой ослабленный зуб является подрезанным (рис. 8.7). Это ухудшает плавность зацепления.

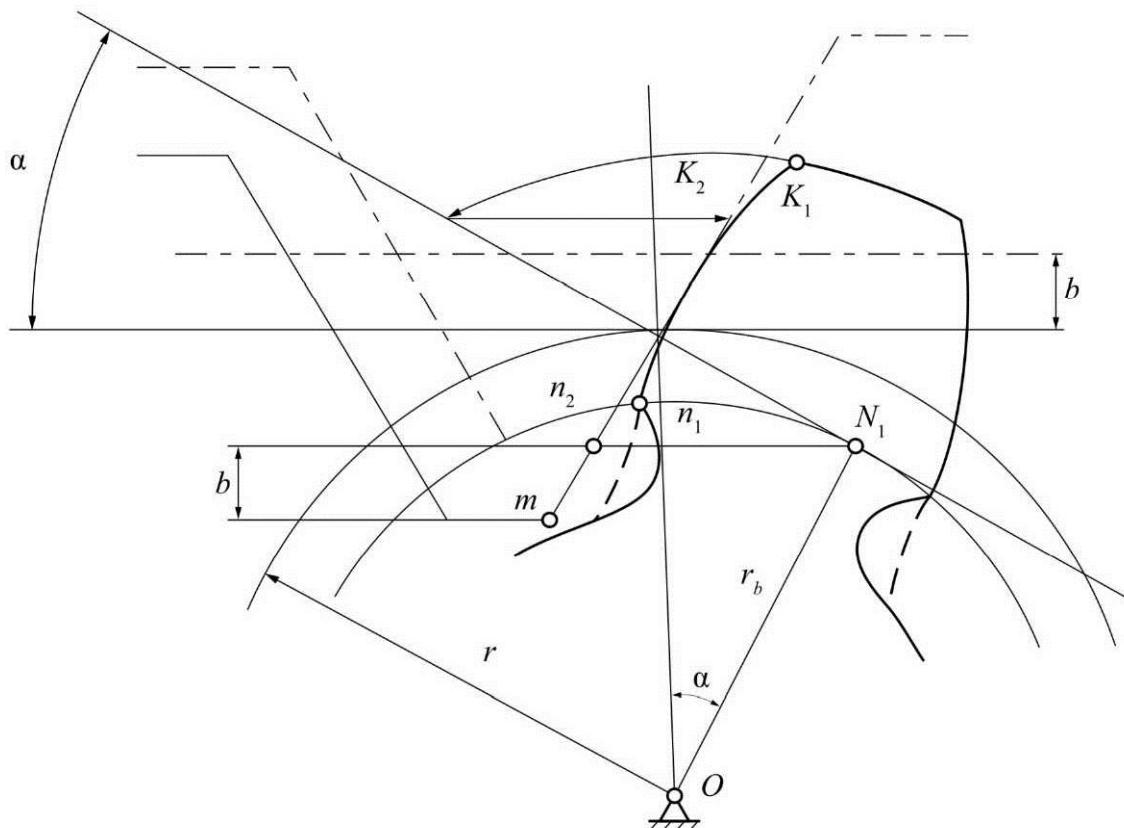


Рис. 8.6. Схема подрезания эвольвентного профиля зуба колеса

Если же колесо с малым числом зубьев нарезается по методу копирования с применением фасонного инструмента, то при отсутствии бокового зазора в зацеплении произойдет заклинивание зубьев, так как зуб большого колеса не повернется во впадине зуба шестерни. Для устранения этого явления производят исправление зубчатых колес, т.е. нарезают их со смещением режущего инструмента. Наименьшее число зубьев малого колеса, нарезанного стандартной инструментальной рейкой, при котором подрезание ножки его зубьев отсутствует, равно 17.

8.9. ВЫБОР РАСЧЕТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕЩЕНИЯ

Все размеры зацепления двух зубчатых колес могут быть определены, если заданы модуль зацепления m , число зубьев колес z_1, z_2 , коэффициенты смещений инструмента X_1 и X_2 (рейки или долбяка) при нарезании каждого из колес.

Так как колеса, нарезанные со смещением режущего инструмента, отличаются от колес, нарезанных без смещения режущего инструмента, то все размеры зацепления пары сопряженных колес можно разбить на две группы:

1. Размеры зацепления, не зависящие от смещений инструмента, шаг зацепления по делительной окружности p_a , радиусы делительных и основных окружностей r и r_b .

2. Размеры, зависящие от суммы смещений инструмента, – угол зацепления α_w , радиусы начальных окружностей каждого из колес r_w , радиусы окружности выступов r_a , впадин каждого из колес r_f , межосевое расстояние a_w , глубина захода зубьев h_a и высота зуба h .

Формулы, служащие для определения размеров, зависящих от суммы смещения инструмента, неудобны для подсчета α_w . В связи с этим профессор В.Н. Кудрявцев предложил определять угол зацепления α_w по графикам, а формулы заменить новыми, вводя в них коэффициенты воспринимаемого u и уравнительного смещения Δ_y . Эти формулы сведены в табл. 8.1.

Размеры цилиндрического зубчатого зацепления определяют в следующем порядке:

1. По данным z_1 и z_2 и виду зацепления (нулевое, равносмещенное, неравносмещенное) находят соответствующие коэффициенты: X_1, X_2, Δ_y .

2. Для равносмещенного по табл. 8.2 определяют коэффициенты X_1, X_2 и затем по табл. 8.1 подсчитывают все размеры зацепления.

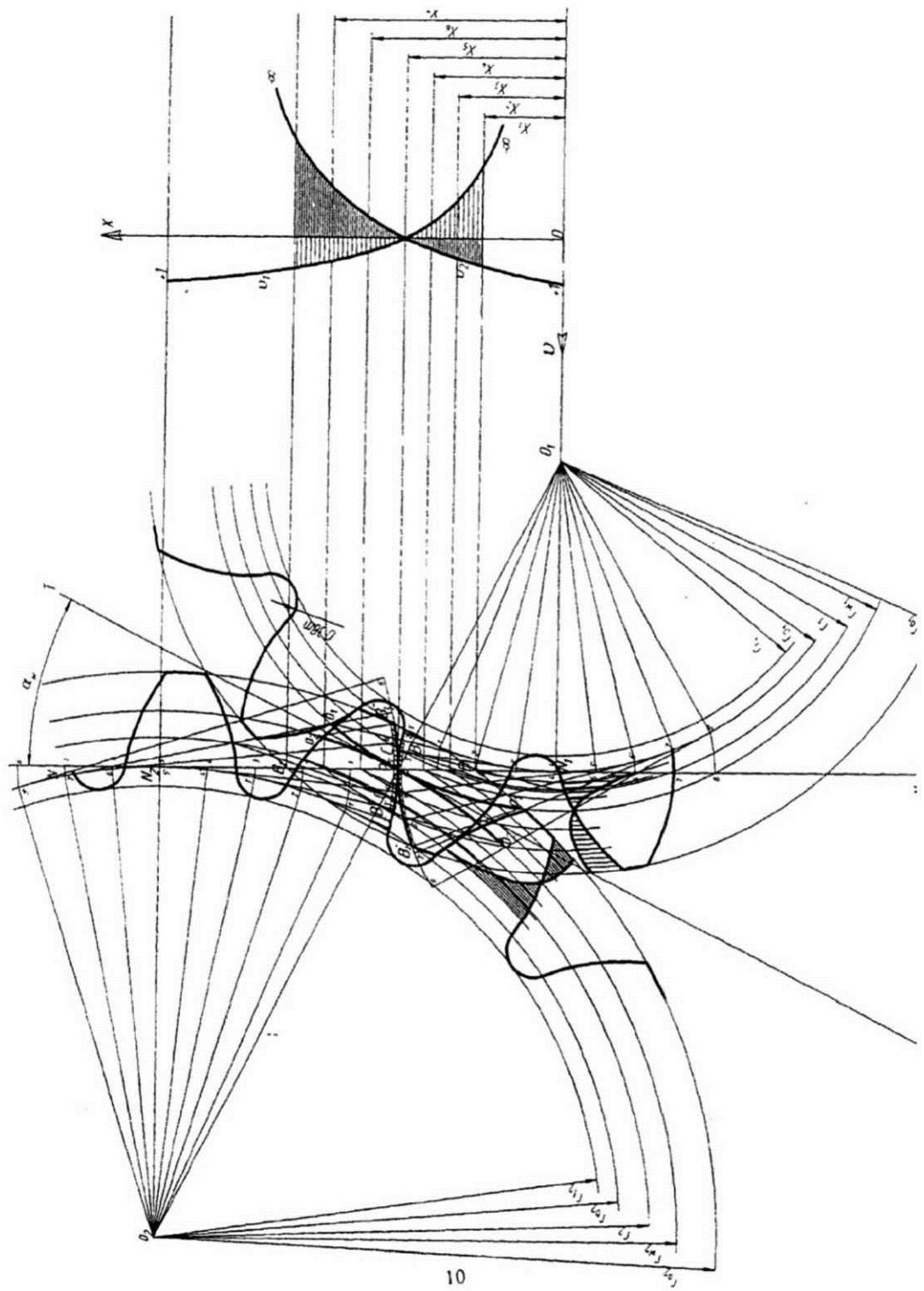


Рис. 8.5. Картина зацепления двух колес, нарезанных со смещением

Таблица 8.1

Формулы для определения размеров зубчатых колес, зависящих от суммы смещений инструмента X_1 и X_2

Параметр	Вид зацепления		
	неравносмещенное $X_{\Sigma} \neq 0$	равносмещенное $X_1 = -X_2$	нулевое $X_1 = X_2 = 0$
1	2	3	4
Шаг зацепления	$p_{\alpha} = \pi m$	$p_{\alpha} = \pi m$	$p_{\alpha} = \pi m$
Радиус делительной окружности	$r_1 = \frac{mz_1}{2}; r_2 = \frac{mz_2}{2}$	$r_1 = \frac{mz_1}{2}; r_2 = \frac{mz_2}{2}$	$r_1 = \frac{mz_1}{2}; r_2 = \frac{mz_2}{2}$
Радиус основной окружности	$r_{b1} = r_1 \cos \alpha;$ $r_{b2} = r_2 \cos \alpha$	$r_{b1} = r_1 \cos \alpha;$ $r_{b2} = r_2 \cos \alpha$	$r_{b1} = r_1 \cos \alpha;$ $r_{b2} = r_2 \cos \alpha$
Толщина зуба по делительной окружности	$S_1 = \frac{\partial_{\alpha}}{2} + 2X_1 m \operatorname{tg} \alpha,$ $S_2 = \frac{\partial_{\alpha}}{2} + 2X_2 m \operatorname{tg} \alpha$	$S_1 = \frac{\partial_{\alpha}}{2} + 2X_1 m \operatorname{tg} \alpha,$ $S_2 = \frac{\partial_{\alpha}}{2} + 2X_2 m \operatorname{tg} \alpha$	$S_1 = \frac{\partial_{\alpha}}{2},$ $S_2 = \frac{\partial_{\alpha}}{2}$
Радиус окружности впадин	$r_{f1} = r_1 - m(h_a^* + c^* - X_1),$ $r_{f2} = r_2 - m(h_a^* + c^* - X_2)$	$r_{f1} = r_1 - m(h_a^* + c^* - X_1),$ $r_{f2} = r_2 - m(h_a^* + c^* - X_2)$	$r_{f1} = r_1 - m(h_a^* + c^*),$ $r_{f2} = r_2 - m(h_a^* + c^*)$
Межосевое расстояние	$a_w = m \left(\frac{\Sigma}{2} + y \right)$	$a_w = \frac{m \Sigma z}{2}$	$a_w = \frac{m \Sigma z}{2}$
Радиус начальной окружности	$r_{w1} = r_1 \left(1 + \frac{2y}{z_{\Sigma}} \right),$ $r_{w2} = r_2 \left(1 + \frac{2y}{z_{\Sigma}} \right)$	$r_{w1} = r_1,$ $r_{w2} = r_2$	$r_{w1} = r_1,$ $r_{w2} = r_2$
Глубина заходов зубьев	$h_a = (2h_a^* - \Delta y)m$	$h_a = 2mh_a^*$	$h_a = 2mh_a^*$
Высота зуба	$h = h_a + c^* m$	$h = h_a + c^* m$	$h = h_a + c^* m$
Радиус окружности вершин	$r_{a1} = r_{f1} + h,$ $r_{a2} = r_{f2} + h$	$r_{a1} = r_{f1} + h,$ $r_{a2} = r_{f2} + h$	$r_{a1} = r_{f1} + h,$ $r_{a2} = r_{f2} + h$

Для неравносмещенного зацепления в зависимости от условий работы передачи коэффициенты выбирают или по системе ЦКБР, или по табл. 8.3–8.5 (таблицы Кудрявцева), или используют блокирующие контуры. Выбирая тот или иной вид зацепления, необходимо учитывать, что равносмещенное зацепление может быть применено лишь при $z_{\Sigma} = z_1 + z_2 \geq 2z_{\min} = 34$ (рис. 8.5).

Таблица 8.2

Значение коэффициентов X_1 , X_2 для неравносмешенного внешнего зацепления при $2 \geq u_{1-2} \geq 1$

z_2	z_1													
	11		12		13		14		15		16		17	
	X_1	X_2												
11	0,395	0,395	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	0,432	0,372	0,444	0,444	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
13	0,464	0,354	0,479	0,423	0,486	0,486	—	—	—	—	—	—	—	—
14	0,490	0,341	0,515	0,400	0,534	0,462	0,525	0,525	—	—	—	—	—	—
15	0,513	0,330	0,543	0,386	0,557	0,443	0,565	0,506	0,571	0,571	—	—	—	—
16	0,534	0,322	0,566	0,376	0,588	0,426	0,600	0,485	0,609	0,547	0,608	0,608	—	—
17	0,551	0,317	0,589	0,365	0,614	0,414	0,631	0,468	0,644	0,526	0,644	0,586	0,646	0,646
18	0,568	0,321	0,609	0,358	0,636	0,405	0,661	0,452	0,677	0,508	0,678	0,566	0,683	0,624
19	0,584	0,308	0,626	0,353	0,659	0,394	0,686	0,441	0,706	0,492	0,716	0,542	0,720	0,601
20	0,601	0,303	0,646	0,345	0,676	0,389	0,706	0,433	0,731	0,481	0,744	0,528	0,756	0,580
21	0,617	0,299	0,663	0,341	0,694	0,384	0,726	0,426	0,754	0,472	0,766	0,519	0,781	0,568
22	0,630	0,297	0,679	0,337	0,714	0,376	0,745	0,419	0,775	0,463	0,793	0,507	0,809	0,554
23	—	—	0,693	0,334	0,730	0,372	0,763	0,414	0,792	0,458	0,815	0,497	0,833	0,543
24	—	—	0,706	0,333	0,745	0,369	0,780	0,409	0,813	0,449	0,834	0,491	0,856	0,534
25	—	—	—	—	0,758	0,368	0,796	0,405	0,830	0,445	0,854	0,483	0,878	0,525
26	—	—	—	—	0,773	0,365	0,813	0,400	0,848	0,440	0,860	0,480	0,898	0,517
27	—	—	—	—	—	—	0,826	0,399	0,862	0,438	0,892	0,470	0,916	0,511
28	—	—	—	—	—	—	0,840	0,397	0,881	0,431	0,907	0,467	0,936	0,504
29	—	—	—	—	—	—	—	—	0,894	0,430	0,921	0,465	0,952	0,500
30	—	—	—	—	—	—	—	—	0,908	0,428	0,936	0,462	0,968	0,496
31	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,951	0,459	—	0,495
32	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,967	0,455	0,981	0,490
33	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,999	0,487
34	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,014	0,483
35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,030	—
36	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
37	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
38	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
39	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
41	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
42	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
43	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
44	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
46	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
47	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Окончание табл. 8.2

z ₂	z ₁													
	18		19		20		21		22		23		24	
	X ₁	X ₂												
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	0,648	0,648	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	0,723	0,658	0,720	0,720	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	0,756	0,639	0,756	0,699	0,755	0,755	—	—	—	—	—	—	—	—
21	0,792	0,617	0,793	0,676	0,793	0,731	0,782	0,782	—	—	—	—	—	—
22	0,814	0,609	0,830	0,652	0,831	0,758	0,812	0,758	0,812	0,812	—	—	—	—
23	0,849	0,588	0,860	0,686	0,866	0,707	0,821	0,732	0,850	0,787	0,839	0,839	—	—
24	0,871	0,579	0,888	0,622	0,893	0,673	0,892	0,715	0,884	0,761	0,872	0,820	0,865	0,865
25	0,898	0,566	0,915	0,609	0,926	0,654	0,925	0,606	0,924	0,742	0,913	0,793	0,898	0,845
26	0,916	0,561	0,937	0,601	0,948	0,645	0,951	0,683	0,950	0,729	0,946	0,774	0,934	0,822
27	0,937	0,522	0,929	0,592	0,976	0,632	0,976	0,672	0,984	0,708	0,979	0,755	0,966	0,804
28	0,958	0,543	0,980	0,583	0,997	0,624	1,000	0,662	1,007	0,700	1,010	0,737	1,000	0,784
29	0,976	0,537	0,997	0,578	1,018	0,615	1,023	0,651	1,031	0,689	1,038	0,723	1,033	0,764
30	0,994	0,532	1,017	0,571	1,038	0,608	1,045	0,641	1,051	0,681	1,055	0,718	1,060	0,750
31	1,011	0,528	1,038	0,562	1,056	0,594	1,065	0,634	1,075	0,669	1,084	0,701	1,081	0,741
32	1,026	0,525	1,054	0,559	1,076	0,889	1,082	0,629	1,094	0,662	1,101	0,696	1,105	0,720
33	1,041	0,522	1,071	0,554	1,093	0,584	1,102	0,622	1,114	0,655	1,121	0,689	1,127	0,720
34	1,059	0,516	1,088	0,550	1,110	0,580	1,122	0,614	1,131	0,650	1,145	0,678	1,149	0,719
35	1,072	0,515	1,102	0,547	1,127	0,578	1,140	0,608	1,154	0,639	1,163	0,672	1,170	0,702
36	1,088	0,511	1,116	0,545	1,141	0,573	1,157	0,603	1,172	0,634	1,180	0,667	1,188	0,696
37	—	—	1,131	0,542	1,159	0,570	1,171	0,601	1,187	0,681	1,200	0,659	1,206	0,690
38	—	—	1,145	0,540	1,173	0,568	1,186	0,599	1,204	0,626	1,218	0,653	1,223	0,685
39	—	—	—	—	1,187	0,567	1,201	0,595	1,222	0,622	1,232	0,651	1,241	0,680
40	—	—	—	—	1,201	—	1,218	0,591	1,233	0,621	1,249	0,647	1,260	0,673
41	—	—	—	—	—	—	1,231	0,589	1,250	0,616	1,265	0,643	1,276	0,660
42	—	—	—	—	—	—	1,247	0,586	1,266	0,612	1,279	0,640	1,291	0,655
43	—	—	—	—	—	—	—	—	1,293	0,611	1,295	0,636	1,306	0,662
44	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,609	1,310	0,634	1,321	0,659
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,325	0,631	1,336	0,657
46	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,338	0,620	1,350	0,654
47	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,365	0,651	—
48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,379	0,649

Таблица 8.3

Значение коэффициента Δy при $2 \geq u_{1-2} > 1$ (по В.Н. Кудрявцеву)

z_1	Δy	z_1	Δy	z_1	Δy
10	0,110	27	0,298	44	0,354
11	0,127	28	0,303	45	0,355
12	0,145	29	0,308	46	0,356
13	0,160	30	0,315	47	0,357
14	0,175	31	0,319	48	0,358
15	0,190	32	0,323	49	0,359
16	0,202	33	0,328	50	0,360
17	0,215	34	0,332	51	0,361
18	0,227	35	0,335	52	0,362
19	0,239	36	0,338	53	0,363
20	0,250	37	0,341	54	0,364
21	0,257	38	0,344	55	0,365
22	0,265	39	0,347	56	0,366
23	0,272	40	0,350	57	0,367
24	0,278	41	0,351	58	0,368
25	0,285	42	0,352	59	0,369
26	0,292	43	0,353	60	0,370

Таблица 8.4

Значение величин $\Delta y, X_1$ при $5 \geq u_{1-2} > 2$ (по В.Н. Кудрявцеву)

z_1	Δy	X_1	z_1	Δy	X_1
10	0,15	0,59	26	0,25	1,47
11	0,16	0,66	27	0,25	1,51
12	0,17	0,73	28	0,25	1,55
13	0,18	0,80	29	0,25	1,59
14	0,19	0,86	30	0,25	1,63
15	0,20	0,92	31	0,25	1,67
16	0,21	0,98	32	0,25	1,71
17	0,22	1,04	33	0,25	1,74
18	0,23	1,10	34	0,25	1,77
19	0,24	1,16	35	0,25	1,81
20	0,25	1,22	36	0,25	1,85
21	0,25	1,27	37	0,25	1,88
22	0,25	1,31	38	0,25	1,92
23	0,25	1,35	39	0,25	1,96
24	0,25	1,39	40	0,25	2,00
25	0,25	1,43			

Таблица 8.5

Значение коэффициента сдвига X_2 при $5 \geq u_{1-2} > 2$ (по В.Н. Кудрявцеву)

z_2	z_1															
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
20	0,397	0,381	0,364	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
25	0,458	0,442	0,425	0,409	0,401	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30	0,517	0,501	0,486	0,471	0,462	0,458	0,451	0,445	—	—	—	—	—	—	—	—
35	0,571	0,556	0,542	0,528	0,522	0,518	0,512	0,505	0,449	0,493	—	—	—	—	—	—
40	0,625	0,610	0,596	0,582	0,577	0,575	0,569	0,564	0,560	0,553	0,547	0,509	0,481	—	—	—
45	0,673	0,661	0,648	0,635	0,632	0,628	0,624	0,620	0,616	0,611	0,606	0,566	0,538	0,508	0,481	—
50	0,721	0,709	0,696	0,689	0,684	0,682	0,677	0,674	0,671	0,667	0,662	0,623	0,594	0,564	0,535	0,505
55	—	0,754	0,745	0,734	0,732	0,731	0,728	0,727	0,722	0,720	0,716	0,677	0,647	0,618	0,588	0,559
60	—	—	0,789	0,782	0,780	0,779	0,778	0,777	0,773	0,772	0,769	0,729	0,697	0,668	0,636	0,610
65	—	—	—	0,822	0,825	0,826	0,827	0,725	0,823	0,821	0,820	0,778	0,748	0,719	0,687	0,658
70	—	—	—	—	0,866	0,870	0,872	0,874	0,871	0,869	0,868	0,828	0,797	0,768	0,736	0,705
75	—	—	—	—	—	0,909	0,914	0,917	0,920	0,919	0,916	0,876	0,846	0,816	0,786	0,756
80	—	—	—	—	—	—	0,954	0,957	0,961	0,962	0,965	0,925	0,991	0,859	0,828	0,797
85	—	—	—	—	—	—	—	0,998	1,001	1,003	1,008	0,964	0,933	0,901	0,868	0,838
90	—	—	—	—	—	—	—	—	1,042	1,046	1,048	1,005	0,975	0,941	0,911	0,878
95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,086	1,088	1,045	1,013	0,982	0,952	0,917
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,129	1,087	1,057	1,025	0,993	0,962
105	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,131	1,098	1,066	1,035	1,055
110	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,140	1,108	1,076	1,047
115	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,150	1,117	1,084
120	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,155	1,122
125	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,159

Расчетные коэффициенты смещения выбирают так, чтобы при прочих равных условиях получить размеры геометрических колес и передач, при которых зубчатая передача обладает лучшими эксплуатационными качествами. При эксплуатации зубчатых колес наблюдаются износ, выкрашивание и излом зубьев. Эти явления уменьшаются или устраняются правильным выбором геометрических параметров. Для оценки спроектированной зубчатой передачи приняты следующие качественные показатели: коэффициент удельного давления γ , характеризующий влияние геометрических параметров на контактную прочность и выкрашивание зубьев; коэффициент перекрытия ε_a показывающий характер нагружения зубьев; удельное скольжение v , определяющее влияние геометрических параметров на износ зубьев.

Все эти качественные показатели являются функцией выбираемых коэффициентов смещения. Изменяя коэффициенты смещения, можно повысить контактную и изгибную прочность, повлиять на коэффициент перекрытия. Выбирая расчетные коэффициенты смещений, следует уч-

тывать конкретные условия работы проектируемой зубчатой передачи (ее быстроходность, изменяемость или цикличность нагрузки), работает ли передача в масляной ванне или является передачей открытого типа. Расчетные коэффициенты смещения любой зубчатой передачи прежде всего должны обеспечивать отсутствие заклинивания, подреза и заострения зуба, а также гарантировать минимально допустимую величину коэффициента перекрытия.

Минимальный коэффициент смещения

$$X_{\min} = h_a^* \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}}.$$

При расчете открытых передач в зависимости от заданных z_1 , z_2 по табл. Кудрявцева (табл. 8.2) определяются коэффициенты X_Σ и X_1 . Коэффициент смещения для второго колеса определяется как $X_2 = X_\Sigma - X_1$. Затем подсчитывается эвольвентная функция угла зацепления:

$$\operatorname{inv}\alpha_w = (2X_\Sigma / z_\Sigma) - \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{inv}\alpha.$$

Находим угол неравносмещенного зацепления α_w . Коэффициент воспринимаемого смещения:

$$y = \frac{z_\Sigma}{2} \left(\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} - 1 \right).$$

Межцентровое расстояние:

$$\alpha_w = a + y m.$$

Коэффициент уравнительного смещения:

$$\Delta y = X_\Sigma - y.$$

При расчете закрытых передач пользуются таблицами профессора В.Н. Кудрявцева.

Приведены таблицы двух вариантов в зависимости от передаточного числа $u_{1-2} = \frac{z_2}{z_1}$:

- 1) $2 \geq u_{1-2} > 1$ (см. табл. 8.3);
- 2) $5 \geq u_{1-2} > 2$ (см. табл. 8.4).

Рассмотрим порядок пользования этими таблицами:

1. Если $2 \geq u_{1-2} > 1$, то в табл. 8.2 по заданному z_1 находят коэффициенты X_1 и X_2 . Затем по табл. 8.3 определяют Δy . Если $5 \geq u_{1-2} > 2$, то по заданному z_1 определяют Δy и X_1 и затем по табл. 8.5 находят X_2 . Для обоих вариантов коэффициенты y и X_Σ определяют по формулам

$$X_\Sigma = X_1 + X_2;$$

$$y = X_\Sigma - \Delta y.$$

2. Подсчитывают все размеры зацепления по формулам табл. 8.1.

3. Вычисляют коэффициент перекрытия

$$\varepsilon_a = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha},$$

где α_w – межосевое расстояние пары сопряженных колес.

4. Вычерчивают картину зацепления в некотором масштабе μ_1 . Для ясности чертежа масштаб подбирают таким, чтобы высота зуба на чертеже была равна 50–60 мм, т.е.

$$\mu_1 = \frac{h}{50 \div 60}.$$

Все размеры зацепления двух зубчатых колес могут быть определены, если заданы модуль зацепления m , число зубьев колес z_1 и z_2 , коэффициенты смещений инструмента x_1 и x_2 (рейки или долбяка) при нарезании каждого из колес.

Так как колеса, нарезанные со смещением режущего инструмента отличаются от колес, нарезанных без смещения режущего инструмента, то все размеры зацепления пары сопряженных колес можно разбить на две группы:

1. Размеры зацепления, не зависящие от смещений инструмента, шаг зацепления по делительной окружности p_a , радиусы делительных и основных окружностей r и r_β .

2. Размеры, зависящие от суммы смещения инструмента, – угол зацепления α_w , радиусы начальных окружностей каждого из колес r_w , радиусы окружностей выступов r_a , впадин каждого из колес r_f , межосевое расстояние a_w , глубина захода зубьев h_a и высота зуба h .

Формулы, служащие для определения размеров, зависящих от суммы смещения инструмента, неудобны для подсчета α_w , в связи с этим профессором В.Н. Куряевцевым было предложено определять угол зацепления α_w по графикам, а формулы заменить новыми, вводя в них коэффициенты воспринимаемого у и уравнительного смещения Δu .

Расчетные коэффициенты смещения выбирают так, чтобы при прочих равных условиях получить размеры геометрических колес и передач, при которых зубчатая передача обладает лучшими эксплуатационными качествами. При эксплуатации зубчатых колес наблюдается износ, выкрашивание и излом зубьев. Эти явления уменьшаются или устраняются правильным выбором геометрических параметров, для оценки спроектированной зубчатой передачи приняты следующие качественные показатели: коэффициент удельного давления γ , характеризующий влияние геометрических параметров на контактную прочность и выкрашивание зубьев; коэффициент перекрытия ε_a , показывающий характер нагружения зубьев; удельное скольжение v , определяющее влияние геометрических параметров на износ зубьев.

Область возможных расчетных коэффициентов может быть представлена в виде соответствующего блокирующего контура, построенного для конкретной зубчатой передачи z_1 и z_2 . Блокирующий контур представляет собой совокупность кривых, построенных в координатах, ограничивающих выбор расчетных коэффициентов смещения x_1 и x_2 и отделяющих зону допустимых значений, при которых нет заклинивания, подреза и заострения зуба и гарантирована допустимая величина коэффициента перекрытия. Пример блокирующего контура для зубчатой передачи $z_1 = 12$, $z_2 = 15$ приведен на (рис. 8.8). Внутри контура нанесены тонкие линии, соответствующие коэффициентам смещения, которые обеспечивают выравнивание удельных скольжений (линия v_1 и v_2), равнопрочность зубьев по изгибу при одинаковой термообработке и одинаковых материалах обоих колес (линия α при ведущем колесе z_1 , линия δ при ведомом колесе z_2).

Кроме того, нанесены линии, соответствующие толщинам зубьев: окружности вершин колес ($S_{a1} = 0,25m$, $S_{a2} = 0,25m$), коэффициенту перекрытия $\varepsilon_a = 1,2$.

В справочнике по исправлению зубчатых колес приведено 215 блокирующих контуров для различных комбинаций чисел зубьев. Контуры выполнены для передач с прямозубыми колесами, изготовленными стандартным реечным инструментом с $\alpha = 20^\circ$; $h_a^* = 1$; $c^* = 0,25$. Эти блокирующие контуры приближенно могут быть использованы и для проектирования передач с косозубыми колесами.

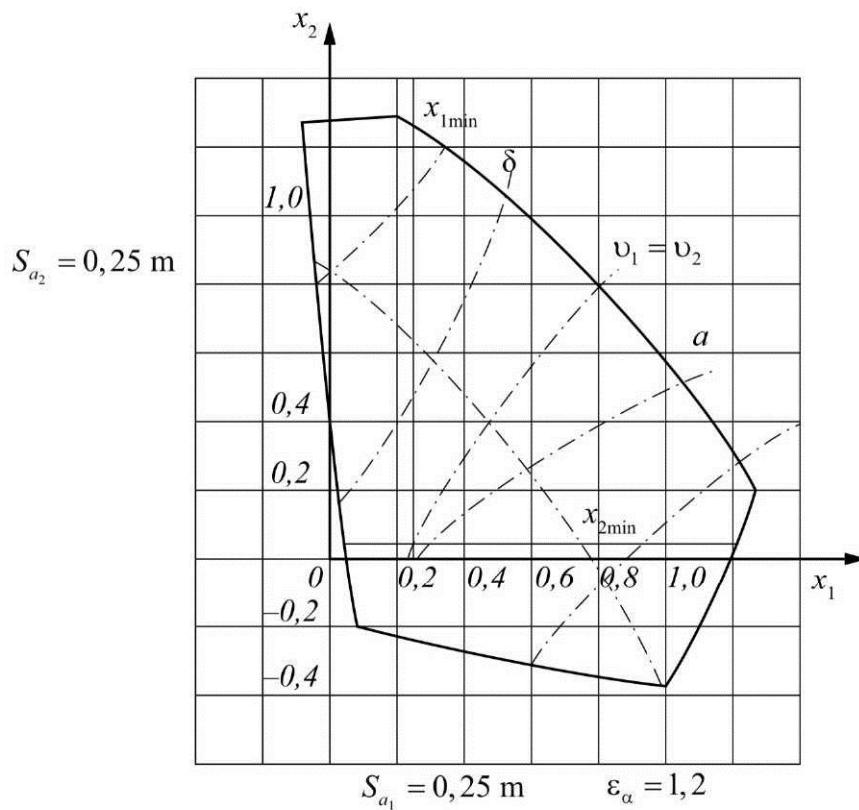


Рис. 8.8. Блокирующий контур

Ограничение коэффициентов смещения по подрезу и заострению зубьев дает пределы, внутри которых могут быть выбраны расчетные коэффициенты смещения.

Отсутствие подреза обеспечивается минимально возможным, а отсутствие заострения – максимально возможным коэффициентом смещения, следовательно, должно быть выполнено неравенство.

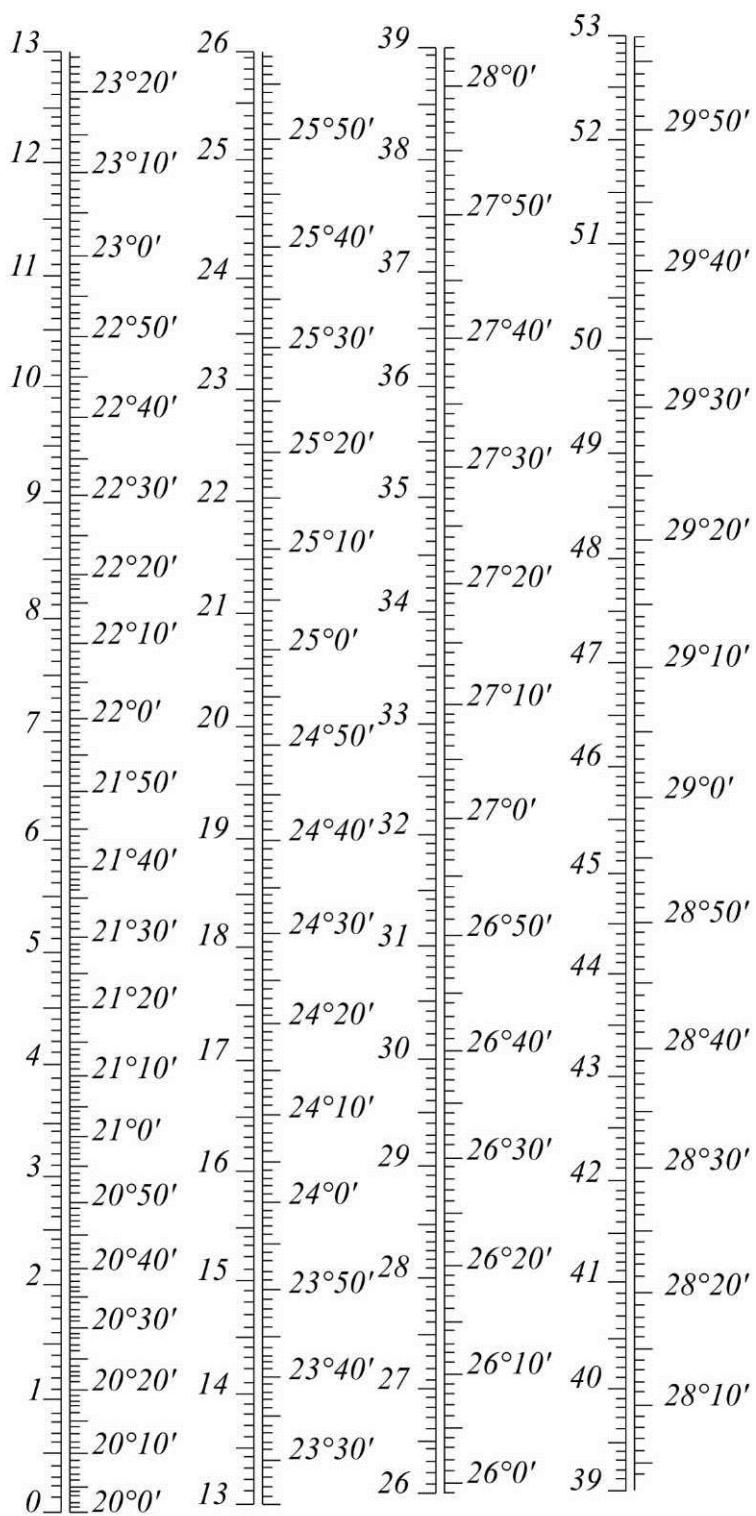
Минимальный коэффициент смещения

$$x_{\min} = h_a^* \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}}.$$

При расчете открытых передач в зависимости от заданных z_1 и z_2 по рис. 8.9 определяются коэффициенты x_{Σ} и x_1 .

Коэффициент смещения для второго колеса определяется как $\delta_2 = \delta_{\Sigma} - \delta_1$. Затем подсчитывается эвольвентная функция угла зацепления:

$$\operatorname{inv}\alpha_w = \frac{2x_{\Sigma}}{z_{\Sigma}} \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{inv}\alpha.$$



$$\frac{1000x_{\Sigma}}{z_{\Sigma}} \quad \alpha_w \quad \frac{1000x_{\Sigma}}{z_{\Sigma}} \quad \alpha_w \quad \frac{1000x_{\Sigma}}{z_{\Sigma}} \quad \alpha_w \quad \frac{1000x_{\Sigma}}{z_{\Sigma}}$$

Рис. 8.9. Номограмма для определения угла зацепления (α_w)

По рис. 8.9 эвольвентных функций находим угол неравносмещенного зацепления α_w . Коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = \frac{z_\Sigma}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \right) - 1.$$

Межцентровое расстояние:

$$a_w = a + y m.$$

Коэффициент уравнительного смещения:

$$\Delta y = x_\Sigma - y.$$

При расчете закрытых передач пользуются таблицами профессора В.Н. Кудрявцева.

8.10. ПОСТРОЕНИЕ КАРТИНЫ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

1. Строим дуги начальных окружностей, касающихся в точке P – полюсе зацепления.
2. Через точку P проводим прямую NN' , образующую угол α_w с общей касательной TT' к начальным окружностям в точке P .
3. Из центров O_1 и O_2 зубчатых колес опускаем на прямую NN' перпендикуляры O_1N_1 и O_2N_2 , являющиеся радиусами основных окружностей r_{b1} , r_{b2} , и строим основные окружности.
4. Строим эвольвенты, которые описывает точка P прямой NN' при перекатывании ее по основным окружностям как для первого, так и для второго колеса.
5. Проводим окружности впадин и вершин колес. Если радиус окружности впадин меньше радиуса основной окружности, то для получения полного зуба из начала эвольвенты на основной окружности проводим радиальный отрезок до окружности впадин. Это построение не дает действительного профиля зуба внутри основной окружности, а является чертежным приемом.
6. Проводим делительную окружность первого колеса. От точки пересечения этой окружности с соответствующей эвольвентой откладываем по делительной окружности вправо и влево дуги, равные шагу зацепления p_a . Затем определяем толщину зуба. На втором колесе построение аналогично.

7. Переходим к определению активной линии зацепления. Теоретически линией зацепления является отрезок N_1N_2 , касательный к основным окружностям, заключенный между точками касания. Активной линией зацепления является отрезок B_1B_2 линии зацепления, заключенный между точками пересечения ее с окружностями вершин.

8. Определяем дугу зацепления. Для этого через крайние точки $B_1^1B_2^1$ рабочего участка профиля зуба первого колеса проводим нормали к этому профилю, т.е. касательные к основной окружности первого колеса. Дуга a_1b_1 начальной окружности, заключенная между точками a_1 и b_1 пересечения этих нормалей с начальной окружностью, является дугой зацепления первого колеса. Дугу зацепления a_2b_2 для второго колеса находим аналогично. Дуги зацепления колес равны между собой и могут быть подсчитаны:

$$\omega a_1b_1 = \omega a_2b_2 = B_1B_2 / \cos \alpha_w$$

или определены графически. Для этого в конечных точках B_1, B_2 рабочей части линии зацепления восстанавливаем перпендикуляры и отмечаем точки их пересечения с общей касательной к начальным окружностям в точке P . Отрезок ab касательной будет равен дуге зацепления.

9. После построения картины зацепления производим подсчёт коэффициента перекрытия по формуле

$$\varepsilon_a = \frac{B_1B_2}{\pi m \cos \alpha},$$

где B_1B_2 – данные из чертежа.

Одним из признаков правильного построения картины зубчатого зацепления является нахождение точек контакта зубьев на линии зацепления.

10. Подсчитываем значение коэффициентов удельных скольжений v_1 и v_2 :

$$v_1 = 1 - ((g - x)/x) \cdot U_{2-1},$$

$$v_1 = 1 - \frac{\delta}{g - \delta} \cdot U_{1-2}.$$

Для этого длину $g = N_1N_2$ измеряем по чертежу в миллиметрах, а значения X берём в границах от 0 до g с интервалами 10–30 мм.

Пользуясь полученными значениями v_1 , строим диаграммы коэффициентов v_1 и v_2 .

Для этого проводим OX , параллельную линии зацепления N_1N_2 . Перпендикуляры N_1O_1 и N_2O_2 отсекают на прямой отрезок g , равный тео-

ретической линии зацепления N_1N_2 . На оси OX откладываем значения x , а на прямых, параллельных N_1O , принятой за ось ординат, для соответствующих значений x откладываем значения v_1 и v_2 . Для выделения частей диаграмм, соответствующих значениям v_1 и v_2 рабочих участков профилей зубьев, восстанавливаем из точек b_1 и b_2 линии зацепления перпендикуляры. Для большей наглядности строим круговые диаграммы v_1 и v_2 непосредственно на профилях зубьев соответствующих колёс.

Построение круговых диаграмм производим следующим образом. С участка оси Ox прямоугольных диаграмм, соответствующих активной линии зацепления, сносим на линию зацепления N_1N_2 ряд точек.

Затем из центра вращения колёс O_1 и O_2 через полученные на линии зацепления точки проводим дуги на соответствующие профили зубьев. Отложив на этих дугах от точек профилей отрезки, равные или пропорциональные ординатам прямоугольных диаграмм для соответствующих точек и колёс (для колеса 1 – ординаты Y_1 , а для колеса 2 – Y_2) и соединив их плавной кривой, получим круговые диаграммы v_1 и v_2 .

8.11. ПОРЯДОК ПОСТРОЕНИЯ КАРТИНЫ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Для построения картины инструментального зацепления выбирают исходный контур зубчатой рейки, например по ГОСТу 16530-70, и определяют все размеры зубчатого колеса без смещения и со смещением по соответствующим формулам, приведенным в табл. 8.1. В настоящее время широко используют метод обкатки, применяя стандартный инструмент и сдвигая его на определенную величину от центра или к центру заготовки зубчатого колеса.

При нарезании зубчатого колеса без смещения режущего инструмента рейка располагается так, что ее модульная средняя линия совпадает с делительной прямой и касается окружности радиуса $r = \frac{mz}{2}$ нарезаемого колеса. При таком положении рейки толщина зуба колеса и ширина зуба рейки равны на модульной прямой.

При нарезании рейкой колеса со смещением по окружности радиуса $r = \frac{mz}{2}$ будет уже катиться не средняя модульная прямая, а делительная прямая, отстоящая от модульной прямой на величину смещения xt . Построение инструментального зацепления начинается с вычерчивания

профиля инструментальной рейки. Для этого проводят среднюю линию рейки и от нее откладывают вверх и вниз расстояния, равные m и $1,25 m$. На этих расстояниях вычерчивают прямые, параллельные средней линии. Далее среднюю линию рейки разбивают на ряд отрезков, равных половине шага, т.е. получают точки, через которые проводят боковые грани зубьев рейки под углом 20° к вертикали. Для нахождения центра C_o дуги закругления головки инструмента необходимо выполнить обычные сопряжения пересекающихся прямых радиусом $\rho = 0,38 m$. Таким образом, получают 3–4 зуба инструментальной рейки. В случае нарезания нормального колеса касательная P_5 к делительной окружности должна совпадать со средней линией рейки (рис. 8.10). Если нарезается колесо со смещением, то делительная окружность его должна касаться делительной прямой рейки, отстоящей от средней рейки на величину смещения $x_1 m$ (рис. 8.11).

Значение коэффициента смещения x_1 для малого колеса следует оставить прежним, т.е. таким, каким оно было выбрано раньше для вычерчивания картины зацепления колес. Следовательно, размеры малого колеса остаются прежними. В соответствии с вышеизложенным проводят

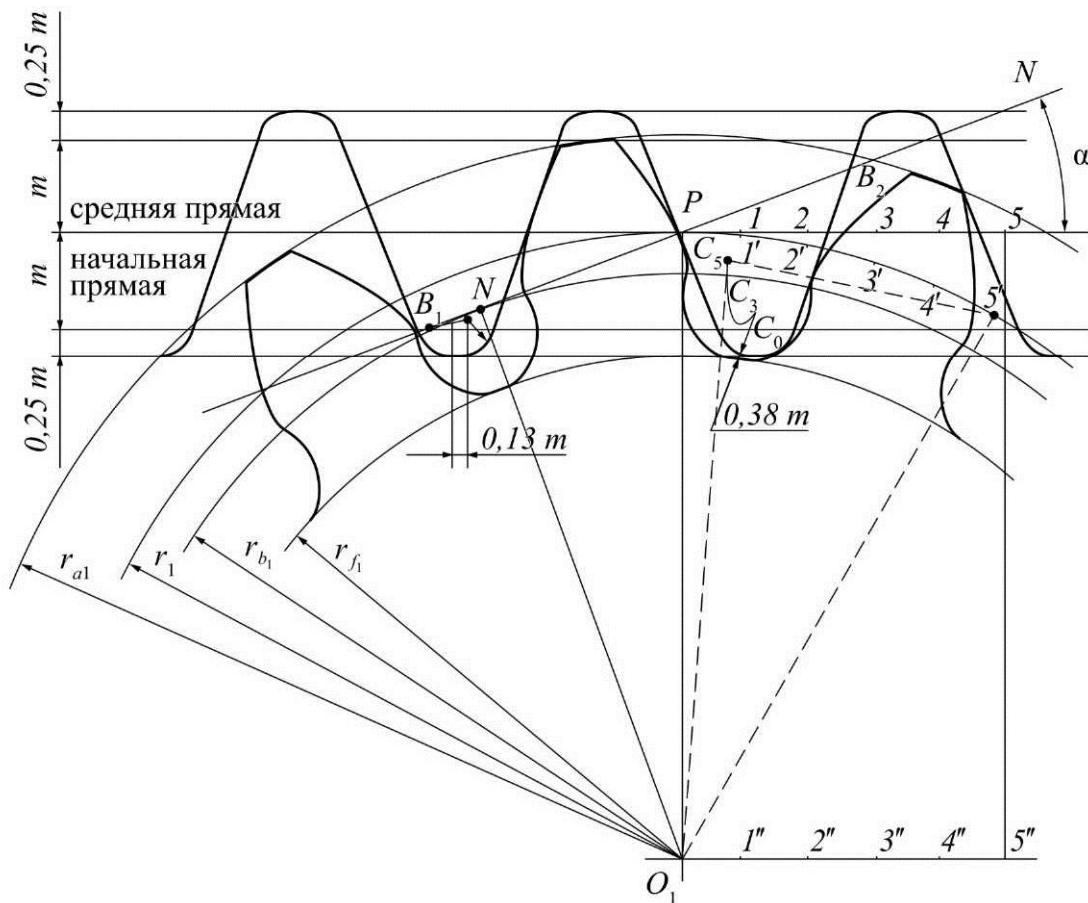


Рис. 8.10. Инструментально-реечное зацепление без смещения рейки

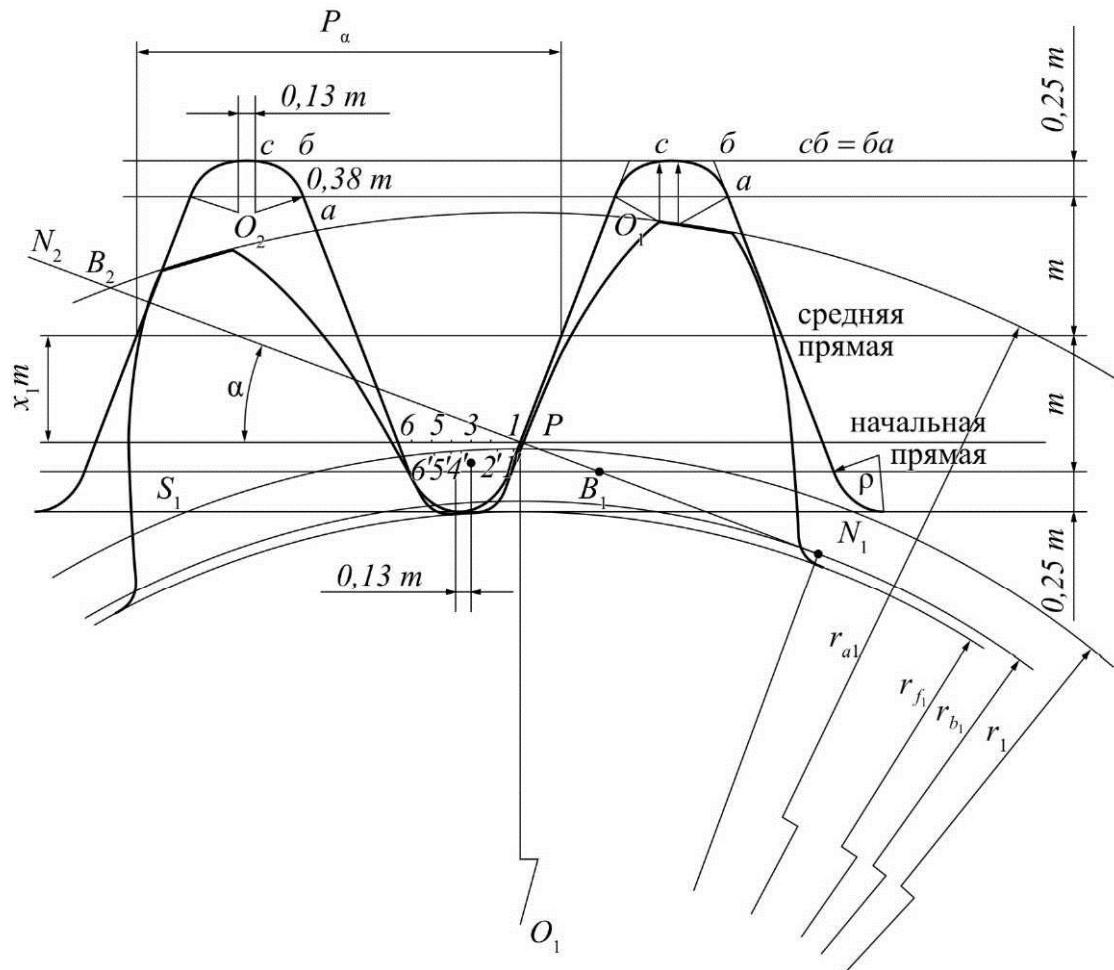


Рис. 8.11. Инструментально-реечное зацепление со смещением рейки

делительную прямую, отстоящую от средней линии рейки на величину смещения x_1m в направлении, соответствующем положительному или отрицательному смещению инструмента. Через точку пересечения делительной прямой с профилем зуба рейки P проводят вертикаль, на которой от точки P откладывают отрезок PO_1 , равный радиусу делительной окружности нарезанного колеса, т.е. получают его центр O_1 и из него затем проводят все окружности. Построение эвольвенты производят изложенным ранее способом.

Переходная кривая, сопрягающая эвольвентную часть профиля зуба с окружностью впадин, образуется на станке автоматически как результат движения подачи скругленной части головки зуба инструментальной рейки относительно заготовки колеса.

Для построения относительных траекторий точек, лежащих на профиле рейки, сообщают заготовке и рейке движение с угловой скоростью $-\omega$ (угловая скорость колеса). Тогда колесо остановится, а делительная прямая рейки будет перекатываться без скольжения по дели-

тельной окружности колеса. Точки 1, 2, 3, 4 на делительной прямой рейке (см. рис. 8.10) будут совпадать с точками 1', 2', 3', 4, 5' на делительной окружности колеса (см. рис. 8.10). Указанные точки предварительно были получены путем откладывания равных отрезков длиной 5–10 мм на делительной окружности и делительной прямой рейки. Координаты центра дуги определяются в точке скругления головки зуба рейки $\rho = 0,38 \text{ m}$. Центр C_0 дуги закругления головки инструмента при таком перекатывании описывает удлиненную эвольвенту. Эту эвольвенту строят так: соединяют точку C_0 прямыми линиями с точками 1, 2, 3, 4, 5 и 1'', 2'', 3'', 4'', 5'' и затем – названные точки между собой. В результате получают ряд треугольников (см. рис. 8.10) – показан только один $\Delta C_{055}''$).

Для определения, например, положения точки C_5 необходимо из центра 5' провести дугу радиусом C_{05} , а из центра O_1 засечь эту дугу радиусом C_{05}'' . Точно так же определяются положения точек $C_1, C_2, \dots, C_5, \dots$. Соединив точки C_0, C_1, C_5 , получают траекторию точки C_0 . Если из найденных точек C_0, C_1, \dots, C_5 построенной кривой провести дуги радиусом $\rho = 0,38 \text{ m}$, то огибающая этого семейства дуг и будет профилем ножки зуба.

Построение профиля ножки зуба при станочном зацеплении можно провести и другими методами, в частности упрощенным. Из точки 1 определяем радиус окружности касательной к головке рейки, а затем из точки 1' проводим дугу того же радиуса. Повторяем построение соответственно для точек 2 и 2', 3 и 3' и т.д. (рис. 8.10, 8.11).

Огибающая всех положений построенных дуг будет профилем ножки зуба.

IX. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ (ПЛАНЕТАРНЫХ) МЕХАНИЗМОВ

Специальные передаточные (планетарные) механизмы

Планетарным называется механизм, имеющий в своем составе хотя бы одно звено с подвижной геометрической осью в пространстве.

Звено, имеющее подвижную геометрическую ось в пространстве, называется *сателлитом*.

Звено, на которое устанавливают ось сателлитов, называется *воплощением* (*H*).

Зубчатые колеса, имеющие неподвижную геометрическую ось в пространстве, называются *центральными*.

Центральное колесо, имеющее внешние зубья, называется *солнечным*.

Центральное колесо, имеющее внутренние зубья, называется *коронной шестерней* (опорным колесом).

Достоинства планетарных передач:

1. Малые габариты и вес, обусловленные тем, что поток мощности, подводимый к центральному колесу, распределяется по k сателлитам (k – количество сателлитов). Затем поток мощности собирается на выходном звене. На одной планетарной передаче можно поставить до 24 сателлитов.

2. Очень высокий КПД, в среднем 0,99.

Недостаток планетарных передач – необходимость специального механизма (если число сателлитов не равно 3), который бы выравнивал нагрузку между сателлитами. Этот механизм утяжеляет и удорожает конструкцию.

Сравнительный анализ передачи с неподвижными осями и планетарной передачи

Сравнительный анализ передачи с неподвижными осями и планетарной передачи представлен на рис. 9.1.

Через число зубьев u_{1-H} записать нельзя, т.к. ось *B* – подвижная ось.

Чтобы записать передаточное отношение через число зубьев, применим метод обращения движения, т.е. мысленно сообщим всем звеням

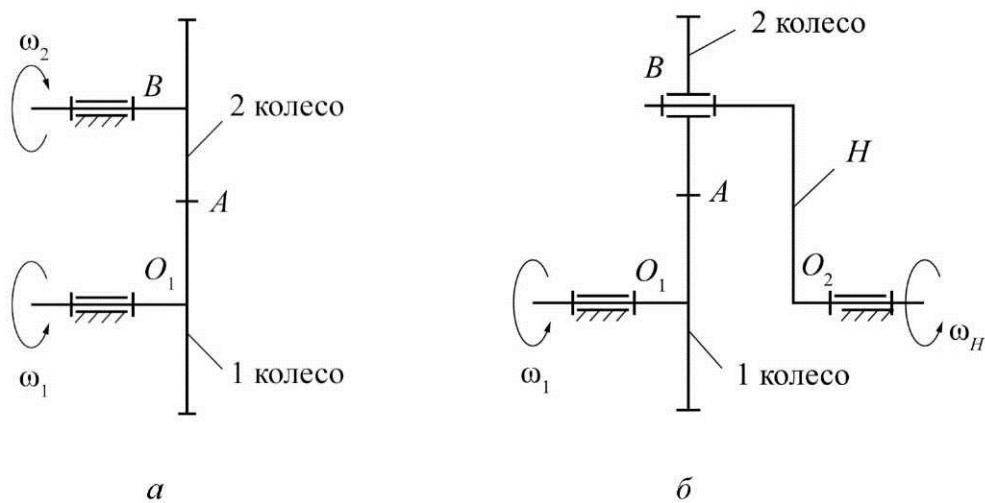


Рис. 9.1. Сравнительный анализ зубчатых передач:
а – ось В неподвижна; б – ось В подвижна

механизма, включая стойку, дополнительное движение с угловой скоростью $-\omega_H$. Получим обращенный планетарный механизм с неподвижными осями зубчатых колес.

В обращенном движении звенья этого механизма будут иметь следующие угловые скорости:

$$\omega_1^* = \omega_1 - \omega_H,$$

$$\omega_2^* = \omega_2 + (-\omega_H) = \omega_2 - \omega_H,$$

$$\omega_i^* = \omega_H - \omega_H = 0,$$

$$u_{1-2}^{(H)} = \frac{\omega_1^*}{\omega_2^*} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} \text{ (формула Виллиса).}$$

Определение передаточного отношения планетарных механизмов различных схем

Передаточное отношение можно определить:

1. Графическим способом по чертежу.
2. Аналитическим способом, используя формулу Виллиса.

Планетарный однорядный механизм (механизм Джеймса) и графический способ определения передаточного отношения представлены на рис. 9.2.

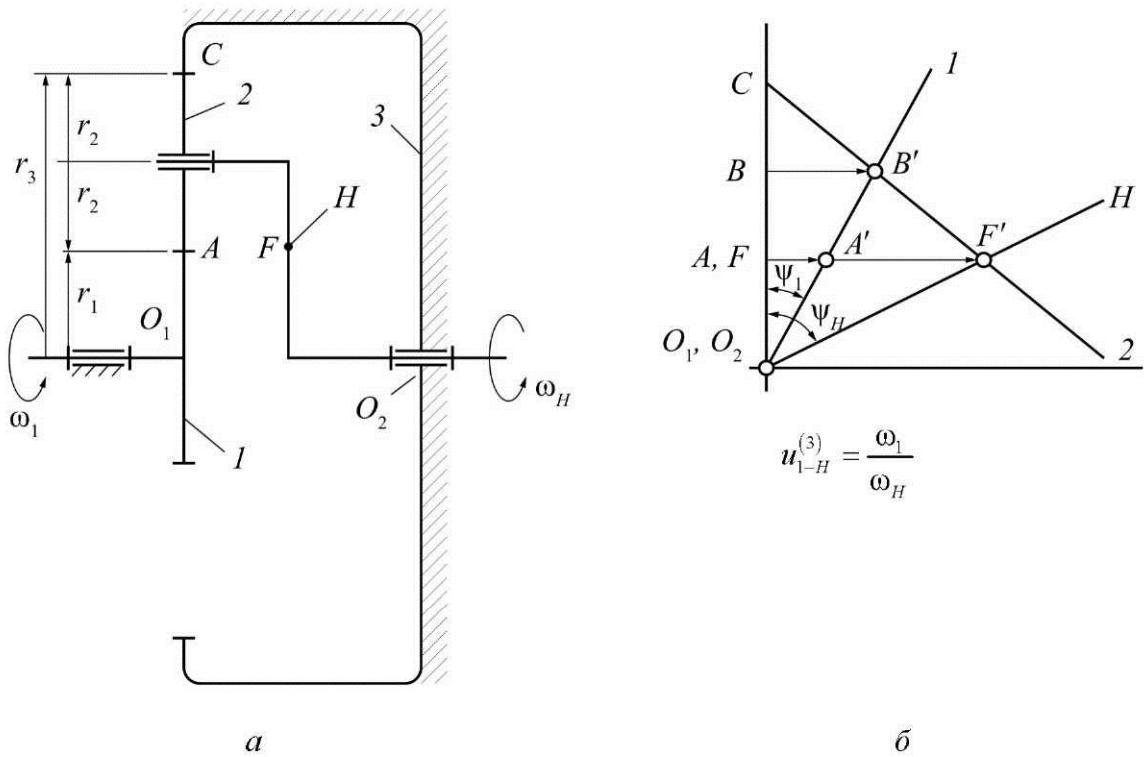


Рис. 9.2. Планетарный зубчатый механизм (механизм Джеймса):
а – схема механизма; б – графический способ определения передаточного отношения

Выберем на водиле H точку F , которая расположена на том же расстоянии от оси O_2 , что и точка A .

Оси O_1 и O_2 расположены на одном уровне.

Для данной схемы входное звено – звено I (солнечное колесо), выходным является водило H .

Зададимся отрезком $\dot{A}\dot{A}'$, который изображает линейную скорость колеса I в точке A . Так как колесо I вращается вокруг O_1 , то закон распределения линейной скорости по первому звену изображается прямой линией O_1A' . Сателлит 2 в т. A имеет такую же линейную скорость, что и колесо I . В т. C сателлит 2 имеет мгновенный центр скоростей (МЦС) в абсолютном движении, т.к. идет контакт с неподвижным колесом 3 . Закон распределения линейной скорости по второму звену изображается прямой линией CA' . В т. B сателлит имеет линейную скорость, которая изображается отрезком $\dot{B}\dot{B}'$, однако т. B является также и осью водила H , которое вращается вокруг O_2 . Следовательно, закон распределения линейной скорости по водилу изобразится прямой линией O_2B' . Для точки F водила линейная скорость изображается отрезком $\dot{F}\dot{F}'$.

От вертикали до линии распределения скоростей по водилу измеряется угол ψ_H , а от вертикали до линии распределения скоростей по коле-

сү I – угол ψ_1 . Так как углы ψ_1 и ψ_H отложены от вертикали в одном направлении, то это показывает, что входное звено I и выходное звено вращаются в одном направлении.

$$\omega_1 = \frac{V_A}{O_1 A}, \quad \omega_2 = \frac{V_F}{O_2 F},$$

$$u_{1-H}^{(3)} = \frac{V_A/O_1 P}{V_F/O_2 F} = \frac{AA'/O_1 P}{FF'/O_2 F} = \frac{\operatorname{tg} \psi_1}{\operatorname{tg} \psi_H} = \frac{AA'}{FF'}.$$

Определим передаточное отношение *аналитическим способом*. Применим метод инверсии движения, обратив планетарный механизм в непланетарный.

$$u_{1-3}^{(H)} = u_{1-2}^{(H)} u_{2-3}^{(H)} = \frac{\omega_1^*}{\omega_2^*} \cdot \frac{\omega_2^*}{\omega_3^*} = \frac{\omega_1^*}{\omega_3^*},$$

где $\dot{e}_{1-i}^{(i)}$ – передаточное отношение от 1-го зубчатого колеса к 3-му при фиксированном поводке.

$$\omega_1^* = \omega_1 - \omega_H,$$

$$\omega_3^* = \omega_3 - \omega_H,$$

$$u_{1-3}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - u_{1-H}^{(3)},$$

$$u_{1-H}^{(3)} = 1 - u_{1-3}^{(H)},$$

$$u_{1-H}^{(3)} = 1 - \left[\left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_3}{z_2} \right) \right] = 1 + \frac{z_3}{z_1} \text{ (плюсовый механизм),}$$

где z_1, z_2, z_3 – число зубьев зубчатых колес.

Планетарный механизм со смешанным зацеплением (с одним внешним и одним внутренним зацеплением) показан на рис. 9.3, где I – солнечное колесо; $2, 3$ – блок сателлитов; 4 – коронная шестерня; H – водило.

Выберем на выходном звене (на водиле) точку F так, чтобы $O_1 A = O_2 F$ (O_1 и O_2 соосны).

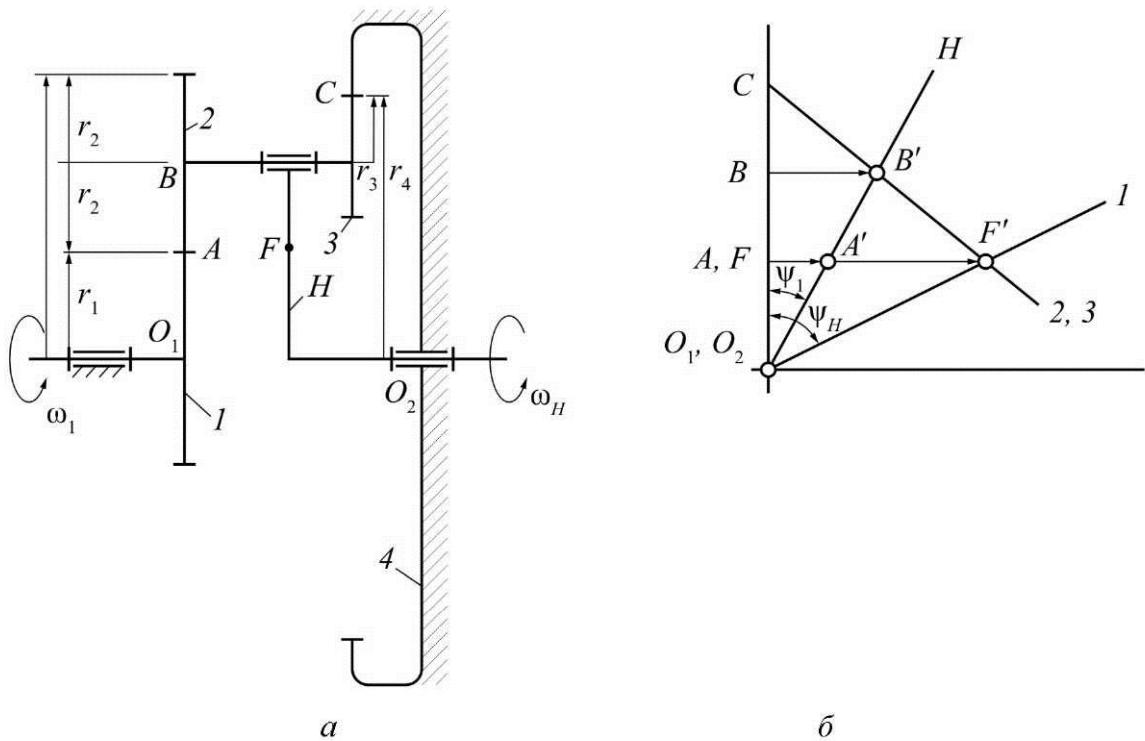


Рис. 9.3. Планетарный механизм со смешанным зацеплением колес:
 a – схема механизма; δ – графический метод определения
передаточного отношения

Определим передаточное отношение *графическим способом*:

$$u_{1-H}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{V_A/O_1A}{V_H/O_2F} = \frac{AA'/O_1A}{FF'/O_2F},$$

$$u_{1-H}^{(4)} = \frac{\operatorname{tg} \Psi_1}{\operatorname{tg} \Psi_H} = \frac{AA'}{FF'}.$$

Отрезок AA' выбирается произвольно.

Теперь определим передаточное отношение *аналитическим способом*.

Обратим мысленно планетарный механизм в механизм с неподвижным водилом, для того чтобы использовать формулы для механизма с неподвижными осями зубчатых колес (применим метод обращения движения).

В обращенном движении угловая скорость

$$1\text{-го звена: } \omega_1^* = \omega_1 + (-\omega_i),$$

$$2\text{-го звена: } \omega_2^* = \omega_3^* = \omega_2 + (-\omega_i),$$

$$3\text{-го звена: } \omega_3^* = \omega_2^* = \omega_3 + (-\omega_i),$$

$$4\text{-го звена: } \omega_4^* = \omega_4 + (-\omega_i) = -\omega_i,$$

$$5\text{-го звена: } \omega_i^* = \omega_i + (-\omega_i) = 0.$$

$$u_{1-4}^{(H)} = u_{1-2}^{(H)} u_{3-4}^{(H)},$$

$$u_{1-4}^{(H)} = \frac{\omega_1^* \omega_3^*}{\omega_2^* \omega_4^*} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - u_{1-i}^{(4)}. \quad .$$

Если переписать последнее уравнение, учитывая количество зубьев, то получим

$$u_{1-4}^{(H)} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right),$$

$$u_{1-i}^{(4)} = 1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Механизм с двумя внутренними зацеплениями представлен на рис. 9.4.

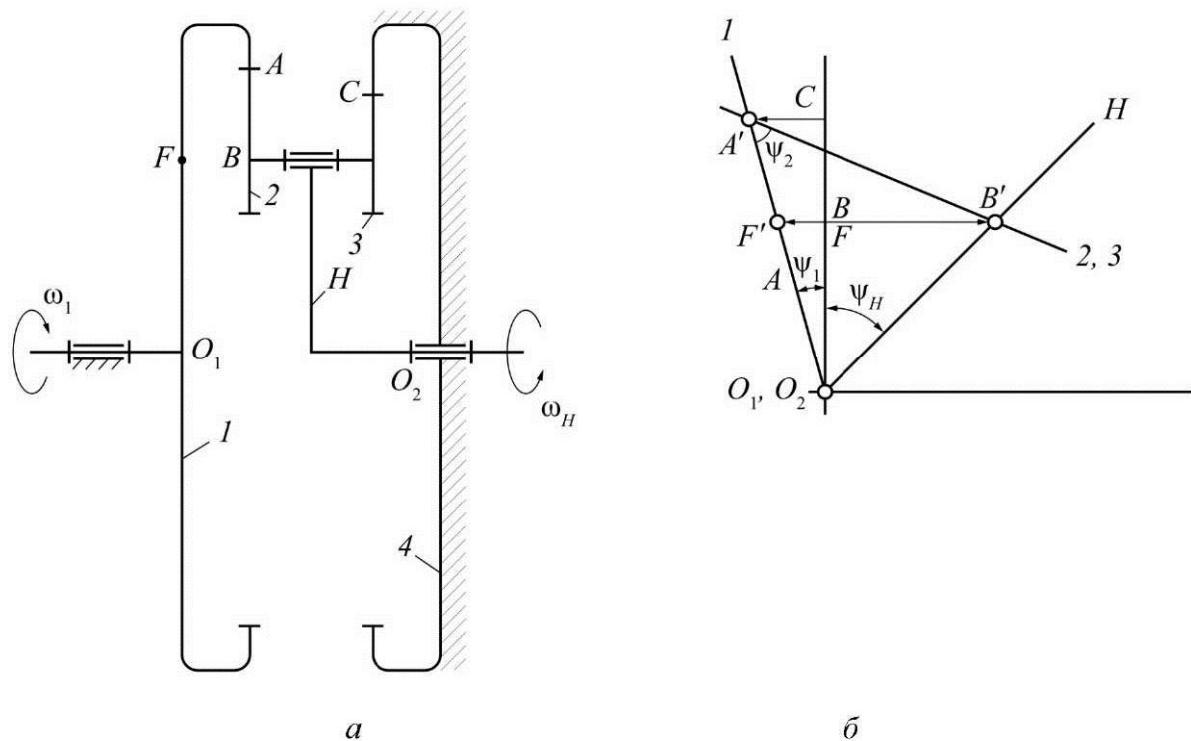


Рис. 9.4. Планетарный механизм с внутренними зацеплениями:
а – схема механизма; б – графический метод определения
передаточного отношения

Тогда при $\eta = 0,99$ $u_{1-i}^{(4)} = 20 \dots 50$. Входное звено – водило, выходное – первое колесо.

$$u_{1-H}^{(4)} = 1 / u_{H-1}^{(4)}.$$

Например, если $u_{H-1}^{(4)} = 20$, то $u_{1-H}^{(4)} = 1/20$.

Используем *графический способ*.

Выберем точку F на входном звене так, чтобы $O_1F = O_2B$.

Точка C для данной схемы может располагаться как выше, так и ниже точки A . В зависимости от положения точки C план скоростей будет разный.

Ψ_1 и Ψ_H направлены в разные стороны от вертикали. Следовательно, водило и колесо I вращаются в разные стороны.

$$u_{I-1}^{(4)} = \frac{\omega_I}{\omega_1} = \frac{V_B/O_2B}{V_A/O_1F} = \frac{BB'/O_2B}{FF'/O_1F},$$

$$u_{I-1}^{(4)} = \frac{\operatorname{tg} \Psi_I}{\operatorname{tg} \Psi_1} = \frac{\hat{A}\hat{A}'}{FF'}.$$

Определим передаточное отношение *аналитическим способом*.

Применим метод обращения движения.

$$u_{1-H}^{(4)} = 1 - u_{1-4}^{(II)}.$$

Запишем передаточное отношение через число зубьев:

$$u_{1-4}^{(II)} = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right),$$

$$u_{1-i}^{(4)} = 1 - \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}.$$

Планетарный механизм с двумя внешними зацеплениями (механизм Давида) представлен на рис. 9.5.

Механизм Давида применяется в приборных устройствах, так как u_{H-1}^4 достигает 10 000. Его недостаток – низкий КПД.

Определим передаточное отношение *графическим способом*.

Выберем на водиле H точку F так, чтобы $O_2F = O_1A$ (валы O_1 и O_2 соосны). Точка C может быть выше или ниже точки A . FF' – произвольный отрезок (линейная скорость точки F). Для колес 2 и 3 точка C – мгновенный центр скоростей.

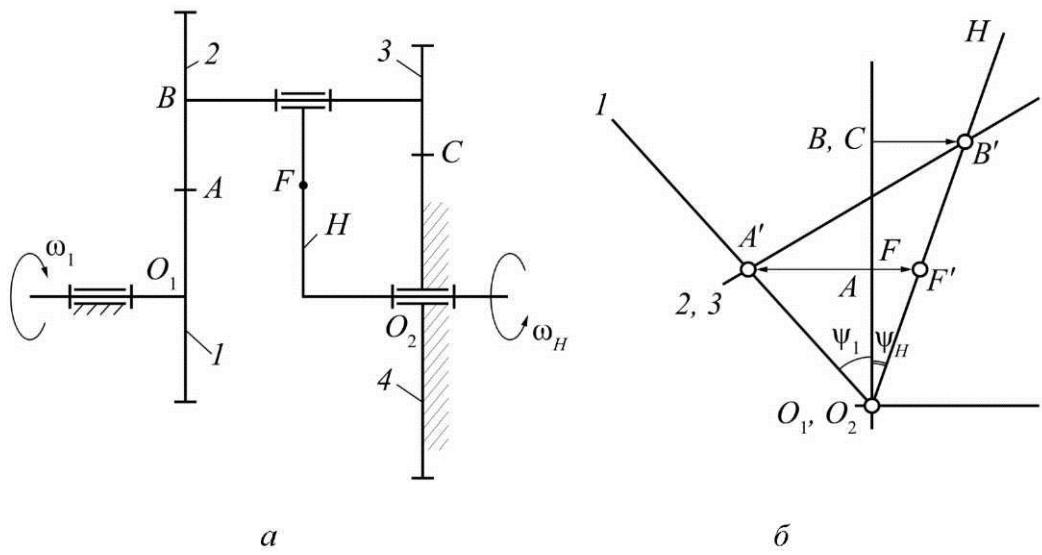


Рис. 9.5. Планетарный механизм с двумя внешними зацеплениями:
 a – схема механизма; b – графический метод определения передаточного отношения

$$u_{i-1}^{(4)} = \frac{\omega_i}{\omega_1} = \frac{V_A/O_2B}{V_F/O_1F} = \frac{BB'/O_2B}{FF'/O_1F},$$

$$u_i^{(4)} = \frac{\operatorname{tg} \Psi_i}{\operatorname{tg} \Psi_1} = \frac{AA'}{FF'}.$$

Запишем результаты определения передаточного отношения *аналитическим способом*.

$$u_{1-H}^{(4)} = 1 - u_{1-4}^{(H)},$$

$$u_{1-4}^{(H)} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right),$$

$$u_{1-i}^{(4)} = 1 - \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}.$$

Передаточные отношения рядовых зубчатых передач

Наиболее простая зубчатая передача в виде пары зубчатых колес не может дать большие значения передаточного отношения. Передаточное отношение такой пары зубчатых колес определяется, как известно, выражением

$$i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Из этой формулы видно, что с конструктивной стороны передаточное число зависит от числа зубьев колес z_1 и z_2 . Следовательно, для получения больших значений передаточного отношения необходимо число зубьев малого колеса z_1 брать как можно меньше, а число зубьев z_2 на большом колесе – больше. Но предел уменьшения числа зубьев z_1 ограничен явлением подрезания, а увеличение числа зубьев z_2 – габаритами и весом конструкции. В связи с этим для осуществления значительных передаточных отношений применяют ряд колес, где, кроме ведущего и ведомого, имеются еще и промежуточные колеса. Такие серии зубчатых колес делятся на три общих вида соединений: рядовые, эпиклинические, смешанные.

Рядовым соединением зубчатых колес называется соединение, у которого геометрические оси вращения неподвижны.

Различают два вида рядовых соединений: с паразитными колесами и с кратным зацеплением.

Рядовые соединения зубчатых колес применяются для изменения направления вращения ведомого вала, осуществления передачи при больших межцентровых расстояниях ведущего и ведомого вала и получения больших передаточных отношений.

Рядовым соединением с паразитными колесами называется такое рядовое соединение зубчатых колес, в котором каждое промежуточное колесо имеет самостоятельную ось вращения и входит в зацепление с двумя соседними колесами.

Передаточное отношение рядовых соединений с паразитными колесами определяется как

$$i_{1-n} = i_{1-2} i_{2-3} \dots i_{(n-1)-n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^m \frac{z_n}{z_1},$$

т.е. произведение передаточных отношений каждой пары находящихся в зацеплении колес равно отношению числа зубьев z_n последнего ведомого колеса к числу зубьев z_1 ведущего колеса. Из этого выражения видно, что передаточное число рядового соединения с паразитными колесами не зависит от числа зубцов промежуточных колес, поэтому эти колеса получили название паразитных.

Множитель $(-1)^m$ позволяет определить знак передаточного отношения в зависимости от числа внешних зацеплений m .

Паразитные колеса, не влияя на величину передаточного отношения, оказывают влияние на его знак, т.е. на направление вращения последнего ведомого звена.

Рядовые соединения с паразитными колесами применяются:

1) для передачи вращения между ведущим и ведомыми валами, находящимися на большом расстоянии друг от друга, при малых значениях передаточных отношений;

2) для передачи вращения ведомому валу с определенным направлением.

Рядовым соединением с кратным зацеплением называется такое рядовое соединение зубчатых колес, в котором промежуточные колеса имеют попарно общую ось вращения и входят в зацепление с одним соседним колесом.

Передаточное отношение рядовых соединений с кратным зацеплением определяется как

$$i_{1-n} = i_{1-2} \cdot i_{3-4} \cdots i_{(n-1)-n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^m \frac{z_2 z_4 \cdots z_n}{z_1 z_3 \cdots z_{n-1}},$$

т.е. равно произведению передаточных отношений каждой пары находящихся в зацеплении колес или отношению произведения чисел зубцов всех ведомых колес к произведению чисел зубцов всех ведущих колес.

Множитель $(-1)^m$ определяет знак передаточного отношения в зависимости от числа внешних зацеплений m в соединении.

Рядовые соединения с кратным зацеплением применяются для получения больших передаточных отношений.

Эпиклинические соединения зубчатых колес

Зубчатые соединения, в которых имеются колеса, участвующие в двух вращениях: вокруг собственной оси и вместе с ней вокруг центральной неподвижной оси механизма, называются эпиклиническими.

Колеса, вращающиеся вокруг центральной неподвижной оси механизма, называются центральными, или солнечными; колеса, участвующие в двух вращениях, – бегунами или сателлитами. Промежуточное звено, соединяющее сателлит с центральной осью механизма, называется водилом и обычно обозначается буквой H .

Эпиклинические соединения делятся на дифференциальные и планетарные.

Дифференциальным соединением зубчатых колес называется такое эпиклическое соединение, которое не имеет дополнительных кинематических связей, т.е. все центральные колеса которого вращаются.

Дифференциальные соединения применяются для сложения движения двух звеньев на ведомом звене или для разложения движения ведущего звена на два независимых движения ведомых звеньев.

Для вывода формулы, связывающей угловые скорости колес z_1, z_4 и водила H , применим метод обращения движения. Для того чтобы получить рядовую передачу, для которой известно определение передаточного отношения, сообщим всему соединению дополнительное вращение с угловой скоростью $-\omega_H$, т.е. равной, но противоположной по направлению угловой скорости водила. Тогда колесо z_1 будет иметь новую угловую скорость, равную $\omega' = \omega_1 - \omega_H$; колесо z_4 будет иметь скорость $\omega'_4 = \omega_4 - \omega_H$, а поводок H — скорость $\omega'_H = \omega_H - \omega_H = 0$.

Таким образом, получим рядовую передачу, в которой колеса z_1 и z_4 вращаются с угловыми скоростями ω'_1 и ω'_4 . Передаточное отношение рядового соединения определяется как

$$i_{1-4}^{(H)} = \frac{\omega'_1}{\omega'_4} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}.$$

Имея в общем случае n колес, получим формулу, известную под названием формулы Виллиса:

$$i_{1-n}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H},$$

где $i_{1-n}^{(H)}$ — передаточное отношение рядового соединения, полученного из дифференциального путем обращения движения, т.е. при закреплении водила H .

Передаточное отношение $i_{1-n}^{(H)}$ может быть выражено через числа зубцов колес в зависимости от вида полученного рядового соединения.

Рассмотрим примеры расчета дифференциальных соединений.

1. Пусть дан дифференциальный механизм (рис. 9.6, *a*), у которого известны числа зубцов всех колес: $z_1 = 30, z_2 = 30, z_3 = 20, z_4 = 80$ и угловые скорости двух ведущих звеньев: водила H и колеса $z_1 - n_H = 200$ об./мин и $n_H = 1000$ об./мин. Требуется определить числа оборотов всех колес соединения.

Эта задача решается с помощью формулы Виллиса.

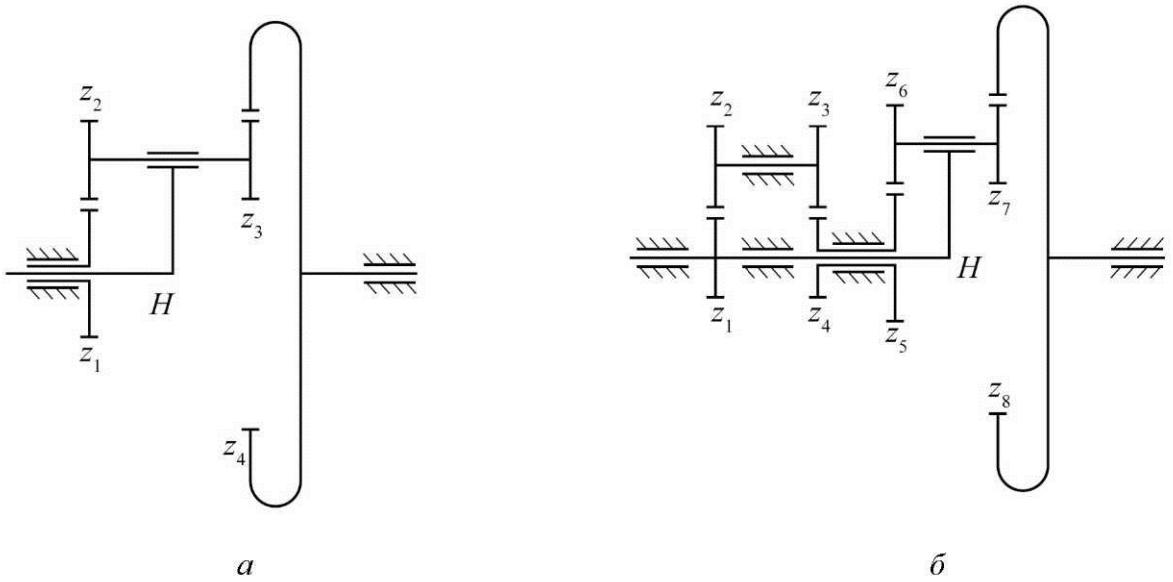


Рис. 9.6. Дифференциальный (*а*)
и дифференциально-замкнутый (*б*) механизмы

Для определения числа оборотов z_4 составляем уравнение:

$$i_{1-4}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}.$$

Так как угловая скорость ω пропорциональна числам оборотов n , то это выражение может быть представлено в следующем виде:

$$i_{1-4}^{(H)} = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = (-1)^1 \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{100 - 200}{n_4 - 200} = -\frac{30 \cdot 30}{30 \cdot 20},$$

отсюда $n_4 = 225$ об./мин.

Для определения чисел оборотов колеса z_2 имеем

$$i_{1-2}^{(H)} = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = -\frac{z_2}{z_1} = \frac{100 - 200}{n_4 - 200} = -\frac{30 \cdot 30}{30 \cdot 20},$$

отсюда $n_2 = 300$ об./мин.

Так как колеса z_2 и z_3 жестко закреплены на одном валу, то их скорости равны, т.е. $n_2 = n_3$. Поэтому для определения скорости $n_2 = n_3$ можно в качестве проверки произвести расчет через передаточное отношение зацепления между колесами z_4 и z_3 . Тогда имеем

$$i_{3-4}^{(H)} = \frac{n_3 - n_H}{n_4 - n_H} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{n_3 - 200}{225 - 200} = \frac{80}{20},$$

отсюда $n_3 = 300$ об./мин, т.е. $n_2 = n_3$.

Необходимо отметить, что при кинематических расчетах эпциклических соединений, как дифференциальных, так и планетарных, следует правильно определять знак передаточного отношения обращенного механизма.

2. Произведем расчет замкнутого дифференциального соединения (рис. 9.6, б).

Замкнутым дифференциальным соединением называется такое дифференциальное соединение, у которого ведущие звенья связаны между собой дополнительной зубчатой передачей. Если в дифференциальном соединении (см. рис. 9.6, а) оба ведущих звена (водило H и колесо z_1) связать дополнительной зубчатой передачей, то получим замкнутое дифференциальное соединение, изображенное на рис. 9.6, б.

В отличие от дифференциального соединения, имеющего два ведущих звена, замкнутое дифференциальное соединение имеет всего одно ведущее звено.

Пусть даны числа зубцов всех колес: $z_1 = 20$, $z_2 = 40$, $z_3 = 30$, $z_4 = 30$, $z_5 = 30$, $z_6 = 30$, $z_7 = 20$, $z_8 = 80$ и число оборотов ведущего колеса $z_1 - n_1 = 200$ об./мин.

Требуется определить передаточное отношение соединения i_{1-8} и числа оборотов всех колес.

Передаточное отношение замкнутого соединения, имеющего степень подвижности, равную единице, определяется как

$$i_{1-8} = \frac{n_1}{n_8}.$$

В этом выражении неизвестно n_8 , к расчету которого и сводится задача при определении передаточного отношения.

Рассмотрим структуру замкнутого дифференциального соединения. Это соединение состоит из собственного дифференциального соединения (z_5, z_6, z_7, z_8 и водило H) и дополнительной передачи (z_1, z_2, z_3, z_4), связывающей ведущие звенья – водило H и колесо z_5 – дифференциального соединения. Вследствие этого угловая скорость колеса z_5 зависит от угловой скорости n_1 и определяется из отношения

$$i_{1-4} = \frac{n_1}{n_4} = (-1)^2 \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3},$$

где i_{1-4} – передаточное отношение связывающей передачи, образует рядовое соединение с кратным зацеплением.

Из этого выражения определяем $n_4 = n_5$:

$$n_4 = n_5 = n_1 \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = 200 \cdot \frac{20 \cdot 30}{40 \cdot 30} = 100 \text{ об./мин.}$$

Для дифференциального соединения (z_5, z_6, z_7, z_8 и H) составляем соотношение:

$$i_{5-8}^{(H)} = \frac{n_5 - n_H}{n_8 - n_H} = (-1)^1 \frac{z_6 z_8}{z_5 z_7},$$

где $i_{5-8}^{(H)}$ – передаточное отношение обращенного соединения; $n_H = n_1 = -200$ об./мин.

Подставляя известные численные значения, получим

$$\frac{100 - 200}{n_8 - 200} = -\frac{30 \cdot 80}{30 \cdot 20},$$

отсюда $n_8 = 225$ об./мин.

Передаточное значение i_{1-8} показывает, что колеса z_1 и z_8 вращаются в одну сторону.

Переходим к определению чисел оборотов всех колес, участвующих в соединении.

Для определения $n_8 = n_3$ можно воспользоваться одним из двух соотношений:

$$i_{1-2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{z_1} \quad \text{или} \quad i_{3-4} = \frac{n_3}{n_4} = -\frac{z_4}{z_3}.$$

Считаем по $i_{1-2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{z_1}$. Подставляя значения, получим $\frac{200}{n_2} = -\frac{40}{20}$, отсюда $n_2 = n_3 = -100$ об./мин. Знак $(-)$ показывает, что колеса z_2 и z_3 вращаются в противоположную сторону от направления вращения колеса z_1 .

Для определения чисел оборотов колес z_6 и z_7 , входящих в дифференциальное соединение, составляем формулу Виллиса:

$$i_{5-6}^{(H)} = \frac{n_5 - n_H}{n_6 - n_H} = -\frac{z_6}{z_5}.$$

Решая ее, получим

$$i_{5-6}^{(H)} = \frac{100 - 200}{n_6 - 200} = -\frac{30}{30},$$

отсюда $n_6 = n_7 = 300$ об./мин.

Планетарными соединениями называются такие эпипримические соединения, в которых одно из центральных колес закреплено неподвижно. В отличие от дифференциальных соединений планетарные соединения имеют подвижность, равную единице.

Планетарные соединения применяются для получения значительных передаточных отношений как в силовых, так и в несиловых передачах.

В планетарных передачах вращение может передаваться как от первого колеса z_1 к поводку H , так и от поводка H к первому колесу. Формула передаточного отношения выводится из формулы Виллиса:

$$i_{1-n}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H}.$$

Так как одно из центральных колес в планетарных соединениях закреплено, например колесо z_n , то его угловая скорость $\omega_n = 0$. Подставив значение $\omega_n = 0$ в формулу Виллиса, получим

$$i_{1-n}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{0 - \omega_H} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = -i_{1-H} + 1$$

или

$$i_{1-H} = 1 - i_{1-n}^{(H)},$$

где i_{1-H} – передаточное отношение планетарного соединения от колеса z_1 к поводку H ; $i_{1-n}^{(H)}$ – передаточное отношение обращенного соединения при неподвижном водиле H и раскрепленном колесе z_n .

Передаточное отношение при ведущем водиле H определяется как

$$i_{H-1} = \frac{1}{i_{1-H}} = \frac{1}{1 - i_{1-n}^{(H)}}.$$

В этих выражениях следует обязательно учитывать знак при $i_{1-n}^{(H)}$.

Угловые скорости всех колес, входящих в планетарное соединение, подсчитываются по формуле Виллиса.

3. Требуется определить передаточное отношение i_{H-1} от водила H к колесу z_1 и угловые скорости всех колес планетарного соединения, если $z_1 = 20, z_2 = 40, z_3 = 20, z_4 = 40$ и $n_H = 100$ об./мин.

Передаточное отношение от водила H к колесу z_1

$$i_{H-1} = \frac{1}{i_{1-H}} = \frac{1}{1 - i_{1-4}^{(H)}} = \frac{n_H}{n_1},$$

где $i_{1-4}^{(H)}$ – передаточное отношение обращенного соединения, которое является рядовым соединением с кратным зацеплением.

Следовательно,

$$i_{1-4}^{(II)} = (-1)^m \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = (-1)^2 \frac{40 \cdot 40}{20 \cdot 20} = 4.$$

Тогда $i_{H-1} = \frac{n_H}{n_1} = \frac{1}{1-4} = -\frac{1}{3}$, отсюда $n_1 = -3n_H = -3 \cdot 100 = -300$ об./мин.

Число оборотов n_2 и n_3 колес z_2 и z_3 определится из формулы Виллиса:

$$\frac{-300 - 100}{n_2 - 100} = -\frac{40}{20},$$

отсюда $n_2 = n_3 = 300$ об./мин.

Комбинированные соединения

Комбинированными соединениями называются такие соединения колес, в состав которых входят как рядовые, так и эпициклические соединения. Прежде чем рассчитывать такие соединения, их необходимо расчленить на отдельные виды уже известных соединений (рядовые и эпициклические) и подсчитать их передаточные отношения в отдельности. Общее передаточное отношение комбинированного соединения определится как произведение этих передаточных отношений.

4. Определить передаточное отношение соединения с коническими колесами, изображенного на рис. 9.7, а, если $z_1 = z_2 = z_3 = 20$, $z_4 = z_5 = z_6 = z_8 = 25$ и $z_7 = 50$.

Анализируя данное соединение, определяем, что оно комбинированное и состоит из трех простых видов соединений.

1-е соединение: z_1 , z_2 , z_3 – рядовое соединение с паразитным колесом. Абсолютное значение передаточного отношения

$$|i_{1-3}| = \frac{z_3}{z_1}.$$

Так как конические передачи являются пространственными, то знак передаточного отношения может быть определен только в таких соединениях, в которых ведущее и ведомое колеса врачаются в одной или параллельных плоскостях. В таких случаях знак передаточного отношения определяется с помощью стрелок. В зависимости от направления вращения, стрелки на каждой паре сцепляющихся колес должны быть обращены друг к другу одноименными элементами (либо остриями, либо хвостами, рис. 9.7, а). Эти стрелки показывают, в какую сторону движутся зубцы, видимые наблюдателю.

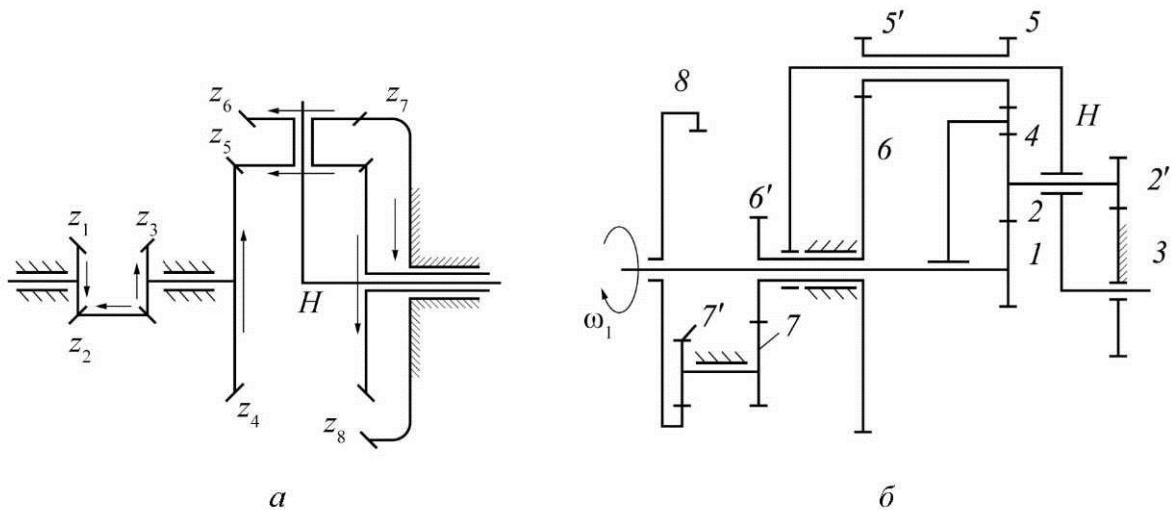


Рис. 9.7. Комбинированные зубчатые передачи: *а* – коническое комбинированное зацепление; *б* – дифференциально-замкнутое и планетарное зубчатое зацепление

Так как стрелки на колесах z_1 и z_3 направлены в разные стороны, то $i_{1-3} < 0$, т.е.

$$i_{1-3} = \frac{n_1}{n_3} = -\frac{z_3}{z_1} = -\frac{20}{20} = -1.$$

2-е соединение – z_4, z_5, z_6, z_7, H – эпициклическое планетарное соединение. Его передаточное отношение

$$i_{4-H} = \frac{n_4}{n_H} = 1 - i_{4-7}^{(H)} = 1 - (-1) \frac{z_5 z_7}{z_4 z_6} = 1 + \frac{25 \cdot 50}{25 \cdot 25} = 3.$$

3-е соединение – H, z_7, z_6, z_5, z_8 – эпициклическое планетарное соединение. Его передаточное отношение

$$i_{H-8} = \frac{n_H}{n_8} = \frac{1}{i_{8-H}} = \frac{1}{1 - i_{8-7}^{(H)}} = \frac{1}{1 - \frac{z_5 z_7}{z_8 z_6}} = \frac{1}{1 - \frac{25 \cdot 50}{25 \cdot 25}} = -1.$$

Общее передаточное отношение данного комбинированного соединения

$$i_{1-8} = i_{1-3} \cdot i_{4-H} \cdot i_{H-8} = (-1) \cdot 3 \cdot (-1) = 3.$$

5. На рис. 9.7, *б* изображено комбинированное соединение. Требуется определить передаточное отношение i_{1-8} , если заданы числа зубьев $z_1, z_2, z'_2, z_3, z_4, z'_4, z_5, z'_5, z_6, z'_6, z_7, z'_7, z_8$.

Смешанная передача состоит из дифференциальной замкнутой передачи $1 - 2 - 2' - 3 - 4 - 4' - 5 - 5' - 6 - H$ с замыкающей цепью $1 - 2 - 2' - 3 - H - 4$. Цепь $1 - 2 - 2' - 3 - H$ – это планетарная передача, а цепь $6' - 7 - 7' - 8$ – рядовая передача с кратным зацеплением.

Общее передаточное отношение имеет вид

$$i_{1-8} = i_{1-6} \cdot i_{6-8}.$$

Передаточное отношение дифференциальной замкнутой передачи i_{1-6}^H определяется по формуле Виллиса:

$$i_{1-6}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_6 - \omega_H}, \quad \omega_6 = \frac{\omega_1 - \omega_H(1 - i_{1-6}^{(H)})}{i_{1-6}^H}.$$

$$i_{1-6}^{(H)} = \frac{\omega'_1}{\omega'_6} = \frac{\omega_1 i_{1-6}^{(H)}}{\omega_1 - \omega_H(1 - i_{1-6}^{(H)})}.$$

Передаточное отношение планетарной передачи $i_{1-6}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_6}$ позволяет определить ω_H :

$$i_{1-H}^{(3)} = 1 - i_{1-3}^{(H)} = \frac{\omega_1}{\omega_H}, \quad \omega_H = \frac{\omega_1}{1 - i_{1-3}^{(H)}}.$$

С учетом угловой скорости поводка ω_H передаточное отношение

$$i_{1-6} = \frac{i_{1-6}^{(H)}}{1 - \frac{1 - i_{1-6}^{(H)}}{1 - i_{1-3}^{(H)}}} = \frac{i_{1-6}^{(H)}(1 - i_{1-3}^{(H)})}{i_{1-6}^{(H)} - i_{1-3}^{(H)}}. \quad (9.1)$$

Передаточное отношение рядовой передачи

$$i_{6-8} = \frac{z_7 z_8}{z_{6'} z_{7'}} (-1)^1 = -\frac{z_7 z_8}{z_{6'} z_{7'}}. \quad (9.2)$$

Определим передаточные отношения i_{1-3}^H и i_{1-6}^H :

$$i_{1-3}^{(H)} = \frac{z_2 z_3}{z_{1'} z_{2'}} (-1)^2 = \frac{z_2 z_3}{z_{1'} z_{2'}},$$

$$i_{1-6}^{(H)} = \frac{z_4 z_5 z_6}{z_{1'} z_{4'} z_{5'}} (-1)^3 = -\frac{z_4 z_5 z_6}{z_{1'} z_{4'} z_{5'}}.$$

Поставляя рассчитанные значения $i_{1-3}^{(II)}$, $i_{1-6}^{(II)}$ в уравнение (9.1), получаем передаточное отношение дифференциальной замкнутой передачи $i_{1-6}^{(II)}$.

Значения передаточных отношений i_{1-6} и i_{6-8} подставляем в уравнение (9.2), получаем передаточное отношение заданной передачи i_{1-8} .

Расчет реакций от аналогов сил инерции 1-го порядка

$$\begin{aligned}
 F1y1_i &:= -m_1 \cdot dys1_i & F2y1_i &:= -m_2 \cdot dys2_i & F3y1_i &:= 0 & M1z1_i &:= -Js_1 \cdot l \\
 F1x1_i &:= -m_1 \cdot dxs1_i & F2x1_i &:= -m_2 \cdot dxs2_i & F3x1_i &:= -m_3 \cdot dxs3_i & M2z1_i &:= -Js_2 \cdot d\phi 2_i \\
 F23x1_i &:= F3x1_i \\
 F23y1_i &:= \frac{a2y_i \cdot F2x1_i - a2x_i \cdot F2y1_i - M2z1_i + l2y_i \cdot F23x1_i}{l2x_i} \\
 F341_i &:= F23y1_i - F3y1_i \\
 F21x1_i &:= -F2x1_i - F23x1_i \\
 F21y1_i &:= -F2y1_i - F23y1_i \\
 F14x1_i &:= F21x1_i - F1x1_i \\
 F14y1_i &:= F21y1_i - F1y1_i
 \end{aligned}$$

Расчет реакций от аналогов сил инерции 2-го порядка

$$\begin{aligned}
 F1y2_i &:= -m_1 \cdot d2ys1_i & F2y2_i &:= -m_2 \cdot d2ys2_i & F3y2_i &:= 0 & M1z2_i &:= -Js_1 \cdot 0 \\
 F1x2_i &:= -m_1 \cdot d2xs1_i & F2x2_i &:= -m_2 \cdot d2xs2_i & F3x2_i &:= -m_3 \cdot d2xs3_i & M2z2_i &:= -Js_2 \cdot d2\phi 2_i \\
 F23x2_i &:= F3x2_i \\
 F23y2_i &:= \frac{a2y_i \cdot F2x2_i - a2x_i \cdot F2y2_i - M2z2_i + l2y_i \cdot F23x2_i}{l2x_i} \\
 F342_i &:= F23y2_i - F3y2_i \\
 F21x2_i &:= -F2x2_i - F23x2_i \\
 F21y2_i &:= -F2y2_i - F23y2_i \\
 F14x2_i &:= F21x2_i - F1x2_i \\
 F14y2_i &:= F21y2_i - F1y2_i
 \end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975. – 639 с.
2. Берестов Л.В. Методические указания по уравновешиванию механизмов. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2000. – 25 с.
3. Поезжаева Е.В. Лабораторный практикум по теории механизмов и робототехники: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 120 с.
4. Поезжаева Е.В. Проектирование эвольвентных зубчатых передач: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2006. – 80 с.
5. Поезжаева Е.В. Промышленные роботы: учеб. пособие: в 3 кн. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009.
6. Поезжаева Е.В. Синтез кулачковых механизмов: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – 108 с.
7. Поезжаева Е.В. Теория механизмов и механика машин: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 122 с.
8. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: учеб. пособие для втузов / под ред. В.К. Фролова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2002. – 411 с.
9. Фролов В.К. Механика промышленных роботов: в 3 кн. – М.: Высш. шк., 1998. – Кн. 1. – 140 с.
10. Фролов В.К. Теория механизмов и машин. – М.: Изд-во МВТУ им. Э.А. Баумана, 2005. – 662 с.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Вопросы по структурному анализу

1. Что называется звеном, стойкой, кинематической парой, кинематической цепью, входным (ведущим) и выходным (ведомым) звеньями?
2. Признаки и классификация кинематических пар?
3. Что называется механизмом, машиной?
4. Что называется степенью подвижности механизма? Как она определяется для плоского и пространственного механизмов?
5. Написать структурную формулу кинематической цепи общего вида (формулу Сомова-Малышева) и формулу общего вида для плоских механизмов (формула Чебышева).
6. Что называются пассивными связями и лишними степенями свободы? Привести примеры.
7. Как производится замена высшей пары звеном с низшими парами? Привести примеры.
8. Что называется структурной группой? Привести примеры простейших структурных групп.
9. Значение структурных групп для кинематического и силового расчетов механизма?

Вопросы по кинематическому анализу

1. Какие основные задачи решаются при кинематическом анализе механизма?
2. Какие применяются методы кинематического анализа механизма?
3. Как построить механизм в крайних положениях ведомого звена?
4. Как определить начало рабочего хода механизма?
5. Как построить траекторию движения заданной точки механизма?
6. Как построить кинематические диаграммы пути, перемещения, скорости и ускорения заданного звена механизма?
7. Как определяются масштабы графиков при графическом дифференциировании и интегрировании?

8. В чем заключается исследование механизма методом планов скоростей и ускорений? Как построить план скоростей (ускорений) в масштабе кривошипа?

9. Как по скоростям (ускорениям) двух точек звена определить скорость (ускорение) любой третьей точки того же звена?

10. Как, пользуясь планами скоростей и ускорений, определить величину и направление угловой скорости и углового ускорения звена?

11. Как направлено нормальное, касательное ускорение точки при вращательном движении звена?

12. Как определить величину и направление кориолисова ускорения?

13. Как определяется абсолютная, относительная и переносная скорости или ускорения?

Вопросы по силовому расчету

1. Какие силы действуют на звенья механизма?

2. Какие задачи решаются в силовом расчете механизма?

3. Как определить силу инерции и момент сил инерции звена?

4. С какой целью силу инерции и момент сил инерции приводят к одной силе?

5. Почему силовой расчет ведется по структурным группам? Порядок силового расчета?

6. С какой целью определяют реакции в кинематических парах?

7. В чем особенность силового расчета ведущего звена?

8. Что называется уравновешивающей силой и уравновешивающим моментом? Их физический смысл? Когда при расчете ведущего звена прикладывают уравновешивающую силу и когда уравновешивающий момент?

9. Как определить подводимую мощность по уравновешивающей силе или по уравновешивающему моменту?

10. Как определить реакцию во внутренней кинематической паре?

11. Сущность метода Н.Е. Жуковского в определении приведенной или уравновешивающей силы?

Вопросы по динамическому расчету (расчет маховика)

1. Что называется установившимся движением машины?

2. Как записать уравнение движения машины в форме кинетической энергии для трех периодов движения машины: разгона, установившегося движения и выбега?

3. Как записать дифференциальное уравнение движения машины?
4. Что называется приведенной силой и приведенным моментом? Как они определяются?
5. Что называется приведенной массой и приведенным моментом инерции механизма? Как они определяются?
6. Как определить кинетическую энергию шарнирно-рычажного механизма?
7. Что называется неравномерностью хода движения механизма? Как определяется коэффициент неравномерности хода машины?
8. С какой целью и куда устанавливается маховик?
9. Как определить величину момента инерции маховика?
10. Как определить основные размеры маховика и его материал?
11. Что такое истинный закон движения машины? Как изменяется истинный закон движения машины при работе ее с маховиком и без маховика?

Вопросы по проектированию эвольвентного зубчатого зацепления

1. Что называется передаточным отношением?
2. Как определить передаточное отношение зубчатой передачи при заданных параметрах колес?
3. Какие виды передач существуют в передачах с подвижными осями? Как определить передаточное отношение в передачах с подвижными осями?
4. Какие виды передач существуют в передачах с неподвижными осями? Как определяется передаточное отношение таких передач?
5. Что называется смешанной передачей и как определяется передаточное отношение таких передач?
6. Что называется эвольвентой? Какими свойствами обладает эвольвента? Как построить эвольвенту?
7. Что называется шагом и модулем зацепления?
8. Что называется теоретической и практической линиями зацепления и дугой зацепления? Что называется углом зацепления?
9. Как рассчитать параметры и построить картину зацепления зубчатой передачи с эвольвентными профилями?
10. Какие показатели характеризуют качество зубчатого зацепления?
11. Что называется коэффициентом перекрытия и как он влияет на работу зубчатой передачи? В каких пределах он может изменяться?

12. Что называется коэффициентом удельного скольжения? Как его подсчитать? Что характеризует коэффициент удельного скольжения?
13. Каковы основные методы нарезания зубчатых колес?
14. Что называется нормальной зубчатой передачей и как подсчитать основные геометрические параметры такой передачи?
15. При каких геометрических условиях возникает явление подрезания зубьев? Какие есть методы исправления зубчатых колес?
16. Что называется положительным и отрицательным сдвигом рейки? Как определить минимальный сдвиг рейки, исключающий явление подрезания?
17. Как изменяются основные параметры зуба при исправлении колес?
18. Дать определение основным параметрам зубчатого зацепления.

Вопросы по проектированию кулачкового механизма

1. Что называется кулачком?
2. Преимущества и недостатки кулачковых механизмов?
3. Как подразделяются кулачковые механизмы? Привести классификацию кулачковых механизмов.
4. Методы кинематического исследования кулачковых механизмов.
5. Что называется жестким и мягким ударом, каковы причины их возникновения?
6. Суть явления заклинивания в кулачковых механизмах с толкателем и коромыслом. Как проводится динамический синтез кулачкового механизма? Что называется углом передачи и углом давления?
7. Как определяется минимальный радиус кулачка в механизмах с толкателем, с коромыслом и с плоским толкателем?
8. Какова сущность метода обращенного движения и как он используется при профилировании кулачковой шайбы?
9. Как построить теоретический профиль кулачка в механизмах с толкателем, коромыслом и с плоским толкателем?
10. Как и из каких условий выбирается радиус ролика кулачкового механизма? Как построить практический профиль кулачка?
11. Фазовые и профильные углы, в чем их различие? Когда они совпадают? Как определить фазовые и профильные углы кулачка?

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО ТМММ

К защите 1-го листа проекта

1. Расскажите об особенностях рычажного механизма вашей установки (название механизма, назначение механизма, название звеньев, число степеней свободы, условия связи в кинематических парах, количество кинематических пар в механизме).
2. Расскажите о структурном анализе механизма, использованного в проекте (входные и выходные звенья, начальное звено и обобщенная координата, структурные группы, образующие механизм, избыточные связи).
3. Какие конструктивные ограничения наложены на плоскую схему рычажного механизма (число степеней свободы для плоской и пространственной схемы механизма, наличие избыточных связей)? Какие ограничения на движение звеньев или относительное расположение элементов кинематических пар наложены при плоском варианте схемы, механизма?
4. Внесите изменения в кинематическую схему рычажного механизма, необходимые для устранения избыточных связей в случае отсутствия ограничений на относительное расположение осей кинематических пар и поверхностей элементов кинематических пар (параллельность, соосность, перпендикулярность и т.д.).
5. Расскажите о синтезе рычажного механизма (исходные данные для проектирования, ограничения на движение входного и выходного звеньев, основное условие синтеза, дополнительные условия синтеза, положения центров масс звеньев, массы и моменты инерции звеньев).
6. Расскажите о кинематических характеристиках рычажного механизма (входные и выходные звенья, кинематические передаточные функции звеньев, совершающих вращательное, поступательное, плоское движение, как определялись кинематические передаточные функции).
7. Расскажите об определении кинематических передаточных функций рычажного механизма графическим методом (планы возможных положений и скоростей). Какова последовательность кинематического анализа? Какие уравнения использованы при построении планов возможных скоростей?

8. Расскажите о последовательности кинематического анализа рычажного механизма вашей установки. Какие векторные уравнения между кинематическими параметрами были использованы? Как определяли направления векторов относительных скоростей точек? Как определяли направления угловых скоростей звеньев? Как пользовались масштабами (или масштабными коэффициентами) при графическом методе кинематического анализа рычажного механизма?

9. Расскажите об алгоритме кинематических характеристик с применением ЭВМ. Какие соотношения в аналитической форме были использованы?

10. Расскажите о блок-схеме подпрограммы расчетов кинематических передаточных функций с применением ЭВМ. Проанализируйте результаты расчетов и поясните использование величин, выведенных на печать.

11. Расскажите об использовании при выполнении курсового проекта величин параметров, рассчитанных с помощью ЭВМ при определении кинематических характеристик рычажного механизма.

12. Расскажите об использовании в курсовом проекте методов численного и графического дифференцирования и интегрирования функций. Покажите связь между масштабами (или масштабными коэффициентами) при графическом дифференцировании и интегрировании.

К защите 2-го листа проекта

1. Расскажите о силовом расчете механизма (задача силового расчета, использованный метод и основные уравнения).

2. Как определяли главные векторы и главные моменты инерции для каждого из звеньев стержневого механизма?

3. В какой последовательности выполнялся силовой расчет механизма? Как было использовано условие статической определимости группы звеньев?

4. Проанализируйте векторные уравнения сил, использованные при силовом расчете. В чем состояла цель силового анализа и как она была достигнута?

5. Была ли проведена оценка погрешностей вычислений при силовом расчете относительно расчетов, выполненных при определении закона движения механизма под действием заданных сил? Каковы результаты этой оценки?

6. В какой последовательности проводится силовой расчет с учетом сил трения в кинематических парах? От каких параметров зависят силы трения в кинематических парах?

7. Как определить механический коэффициент полезного действия?
Как определить среднюю мощность трения в механизме?

8. Поясните, как влияет угловое ускорение звеньев первой группы (связанных с начальным звеном постоянным передаточным отношением) на реакции в кинематических парах входного звена.

9. Расскажите о методике определения угловых ускорений звеньев при силовом расчете механизма.

К защите З-го листа проекта

1. Дайте анализ сил, действующих на входные и выходные звенья механизма. Расскажите о способе задания исходных данных и их преобразования для решения задачи об определении закона движения механизма под действием заданных сил.

2. Расскажите о классификации сил, действующих на звенья механизма, о факторах, от которых зависят действующие силы.

3. Запишите уравнения движения звеньев механизма в форме интеграла энергии и уравнение движения динамической модели механизма.

4. Расскажите о переходе от реального механизма к его динамической модели, которая была использована при анализе движения механизма. Какие параметры характеризуют динамическую модель и от каких переменных они зависят?

5. Как определить кинетическую энергию отдельных звеньев вашего рычажного механизма, механизма в целом? При каком значении обобщенной координаты кинетическая энергия достигает максимального значения?

6. Расскажите о приведенном моменте инерции динамической модели и охарактеризуйте его составляющие. Какие уравнения были использованы при определении приведенного момента инерции механизма (модели)?

7. Расскажите о приведенном суммарном моменте сил, приложенном к динамической модели. Дайте характеристику составляющих суммарного приведенного момента сил и напишите уравнения, которые были использованы при расчетах.

8. Запишите уравнения движения звеньев механизма и динамической модели в форме интеграла энергии. Какая последовательность решения этих уравнений была вами реализована при динамическом анализе поставленной задачи?

9. Расскажите о режиме движения механизма. Какие условия необходимы для обеспечения установившегося режима движения? Как они были обеспечены при выполнении курсового проекта?

10. Расскажите о коэффициенте неравномерности движения механизма. Какие параметры оказывают влияние на коэффициент неравномерности движения?

11. Как определяли необходимый момент инерции маховика? Как изменится неравномерность движения механизма, если маховик установить на тихоходном (или быстроходном) валу вашей установки?

12. Как определяются движущий момент на входном валу и суммарная работа сил, приложенных к звеньям механизма?

13. Как определить мощность приложенных сил и моментов на входном и выходном звеньях механизма?

14. Как определить продолжительность кинематического цикла при движении механизма при переходном режиме?

15. Расскажите о причинах, влияющих на изменение угловой скорости входного звена. Можно ли уменьшить колебания угловой скорости входного звена при установившемся режиме? От каких параметров механизма это зависит при заданных размерах звеньев?

16. Расскажите о влиянии массы и силы тяжести звеньев механизма на изменение угловой скорости входного звена.

17. Объясните назначение и роль маховика при движении механизма. От каких переменных и постоянных параметров зависит необходимый момент инерции маховика?

К защите 4-го листа проекта

1. Расскажите о назначении и основных этапах синтеза кулачкового механизма. В каких пределах изменяется угол давления и почему дано ограничение на его величину?

2. Какие размеры механизма влияют на величину угла давления в спроектированном кулачковом механизме? Возможно ли заклинивание выходного звена и при каких условиях это явление наступает?

3. Расскажите об алгоритме определения основных размеров кулачкового механизма. Покажите области дозволенных положений оси вращения кулачка относительно фазовой кривой «перемещение – скорость выходного звена» при трех случаях вращения кулачка: только по часовой стрелке, только против часовой стрелки, реверсивный режим движения.

4. Расскажите о геометрической интерпретации кинематической передаточной функции скорости движения толкателя $V_q = f(\phi)$. В каких единицах она выражается? Покажите график изменения этой функции. Как вычисляли масштабы по обеим координатным осям?

5. Расскажите о методике расчета координат центрового конструктивного профиля кулачка. Как эти координаты находят при графическом методе синтеза кулачкового механизма?

6. Расскажите об алгоритме вычислений основных размеров кулачкового механизма с использованием ЭВМ.

7. Расскажите об алгоритме вычислений координат центрального профиля кулачка с использованием ЭВМ.

8. Расскажите о циклограмме работы рычажного, кулачкового и других механизмов установки (машин).

9. Проанализируйте графики изменения скорости выходного звена в кулачковом механизме. Какие ограничения наложены на величину площади под кривой на участке ускоренного и замедленного перемещений выходного звена?

10. Для произвольно выбранной точки на конструктивном профиле кулачка покажите угол давления и отрезок, пропорциональный кинематической передаточной функции.

11. Можно ли изменить назначенные вами основные размеры кулачка в сторону их увеличения? В сторону их уменьшения? В каких пределах и при каких условиях возможно изменение этих размеров?

К защите 5-го листа проекта

1. Проиллюстрируйте применение основной теоремы зацепления на примере спроектированной эвольвентной зубчатой передачи (покажите сопряженные профили, контактную точку и ее геометрическое место в процессе взаимодействия профилей, полюс зацепления, отрезки, отношение которых определяет передаточное отношение передачи).

2. Расскажите о параметрах исходного производящего контура. Какие поверхности называются сопряженными? Производящими?

3. Что называется зубчатым зацеплением? Станочным зацеплением? Какие линии являются начальными в зубчатом станочном зацеплении? Покажите их на чертеже.

4. Рассмотрите основные свойства эвольвентного профиля на примере спроектированного зубчатого колеса.

5. Перечислите основные свойства эвольвентного зацепления и проиллюстрируйте их применение в спроектированном зубчатом зацеплении.

6. Как влияет относительное положение исходного производящего контура на размеры проектируемого колеса и качественные показатели зубчатой передачи?

7. Какие технологические методы используют для образования боковых поверхностей цилиндрических зубчатых колес?

8. Отличаются ли угол зацепления и угол станочного зацепления? При каких условиях они равны?

9. Покажите углы профиля в точках эвольвенты на делительной окружности и на окружности вершин.

10. Покажите основные параметры зубчатого зацепления и расскажите, от каких факторов они зависят.

11. Расскажите о подрезании зубьев. Как обеспечивается в станочном зацеплении образование зуба без подрезания? Покажите на чертеже отрезки, пропорциональные смещениям исходного контура относительно заготовки в радиальном направлении и в направлении движения контактной точки профилей.

12. Расскажите о линии зацепления в эвольвентном и станочном зацеплении. От каких величин зависит длина активной линии зацепления?

13. Что характеризует коэффициент торцового перекрытия? Покажите отрезки на чертеже, отношение которых равно коэффициенту перекрытия в эвольвентном зацеплении. Сопоставьте отношение этих отрезков с расчетным значением ε_a .

14. Что характеризует коэффициент удельного скольжения профилей в зубчатом зацеплении? Покажите, от каких параметров на чертеже зависит скорость скольжения в контактной точке профилей. Как определить коэффициент скольжения в граничных точках активной линии зацепления?

15. Что характеризует коэффициент давления в зубчатом зацеплении? Как он определяется? Покажите отрезки на чертеже, характеризующие кривизну профилей в контактной точке.

16. Как были выбраны коэффициенты смещения исходного производящего контура при расчете передачи? Имеется ли запас смещения по условию ограничения от подрезания и как его можно оценить по изображенной схеме станочного зацепления?

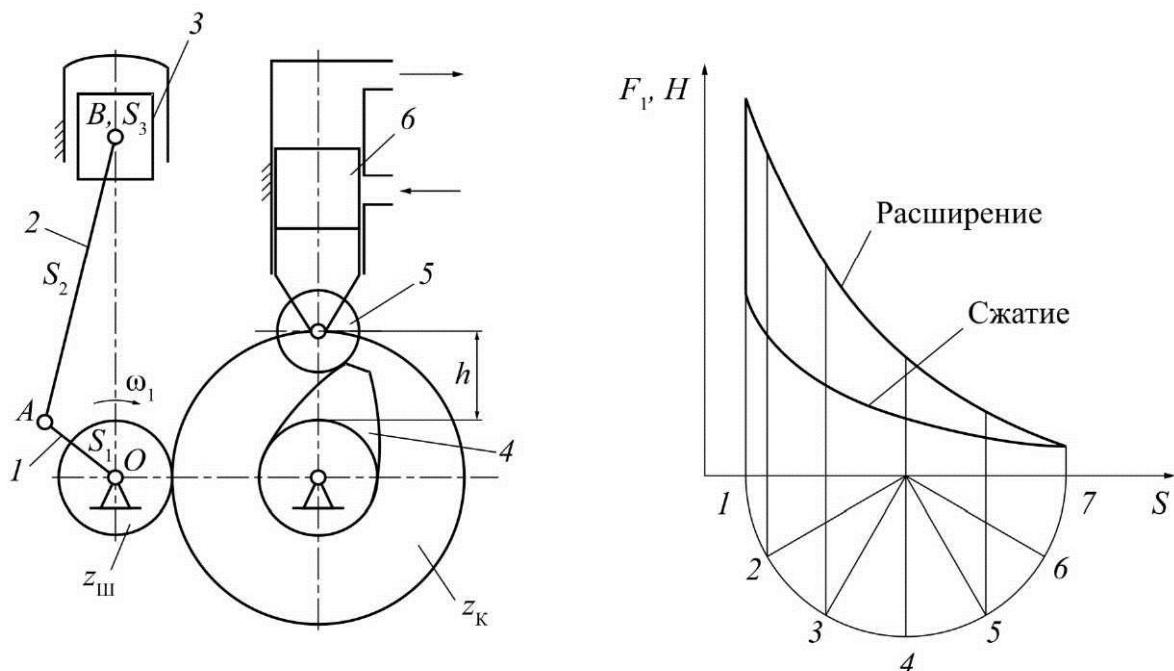
17. Расскажите о последовательности графических построений при синтезе сопряженных профилей в станочном зацеплении. Какие траектории описывают отдельные точки исходного производящего контура при движении огибания? Как получена сопряженная поверхность зубчатого колеса?

18. Расскажите об особенностях сложных зубчатых механизмов, зубчатых планетарных редукторов и дифференциалов. Как описывается структурная формула для определения числа степеней свободы?

**Задания для курсового проекта и контрольных работ
по дисциплине «Теория механизмов и механика машин»**

ЗАДАНИЕ № 1Д

Тема проекта: Двухтактный одноцилиндровый двигатель.



Кинематическая схема: двухтактный двигатель содержит кривошипно-ползунный механизм, состоящий из звеньев 1, 2, 3, и кулачковый привод гидроклина, состоящий из звеньев 4, 5, 6. Кулачок получает вращение через зубчатые колеса z_{III} и z_K .

Развернутая индикаторная диаграмма

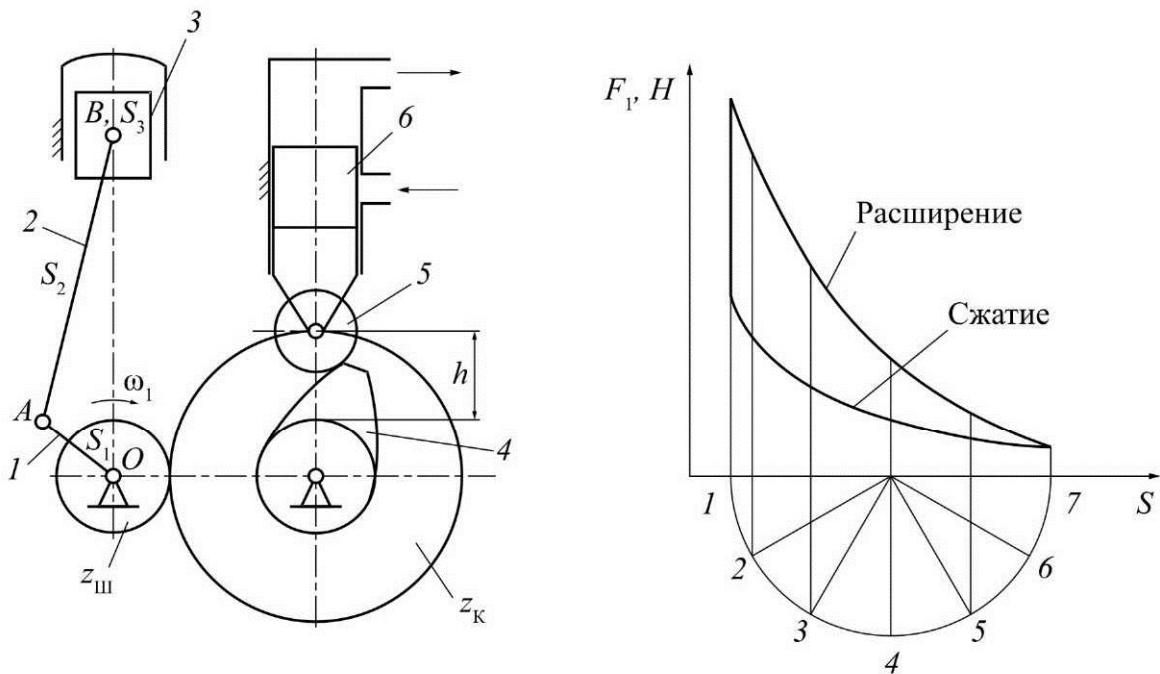
№ положения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$F_i \cdot 10^2, \text{Н}$	44	40	27	12	8	4	2	3	6	9	16	25	60

Исходные данные к заданию № 1Д													
Параметры и идентификаторы		Варианты											
Кривошипно-ползунный механизм		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Частота вращения, s^{-1}	ω_1	250	300	350	400	650	450	500	550	600	650	400	450
Длина кривошипа, м	$l_1 \cdot 10^{-1}$	1,5	1,6	1,8	2	2,4	2,6	2,8	3	2,2	2,5	2	2,2
Длина шатуна, м	$l_2 \cdot 10^{-1}$	7,5	7,6	7,8	8	8,2	8,4	8,6	8,8	9	8	8	7
Координаты ЦМ кривошипа, м	$l_3 \cdot 10^{-1}$	0,7	0,8	1	1,5	1,6	1,7	1,4	1,5	1,2	1,4	1	1,2
Координаты ЦМ шатуна, м	$l_4 \cdot 10^{-1}$	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2	4	4,2	1,4	4	4	3,8
Масса кривошипа, кг	$m_1 \cdot 10^{-1}$	5,2	5,4	5,6	5,8	6	6,2	6,4	6,6	6,8	6	5	7
Масса шатуна, кг	$m_2 \cdot 10^{-1}$	7,2	7,4	7,6	7,8	8	8,3	8,4	8,6	8,8	8,5	7	8

Параметры и идентификаторы		Варианты											
Масса поршня, кг	$m_3 \cdot 10^{-1}$	15	15	14	16	16,5	17	17,5	18	18,5	18,8	18	14
Момент инерции кривошипа, кгм^2	$J_0 \cdot 10^{-5}$	7,5	7,4	7,6	7,8	8	8,2	8,4	8,6	8,8	8,5	8	8,2
Момент инерции шатуна, кгм^2	$J_{S2} \cdot 10^{-4}$	1,2	1	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,4	1,6
Неравномерность хода	$\delta \cdot 10^{-1}$	0,4	0,3	0,4	0,5	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,4	0,3
Зубчатая передача	z_{III}	14	13	12	15	16	12	13	14	15	16	15	16
	z_K	25	20	28	30	18	20	24	22	19	24	20	22
	m , мм	4	5	6	7	8	7	6	5	10	8	5	8
Кулачковый механизм	h , мм	10	9	8	11	12	8	9	10	11	12	8	10
	ϕ_y^0	60	80	100	60	80	100	60	120	80	1000	80	60
	ϕ_{dc}^0	10	20	10	20	10	20	20	20	30	10	30	10
	ϕ_c	80	100	60	120	100	80	120	60	80	80	80	100
Закон движения		параб	sin	cos	параб	sin	cos	параб	sin	cos	sin	параб	cos

ЗАДАНИЕ № 2Д

Тема проекта: Двухтактный одноцилиндровый двигатель.



Кинематическая схема: двухтактный двигатель содержит кривошипно-ползунный механизм, состоящий из звеньев 1, 2, 3, и кулачковый привод гидроклина, состоящий из звеньев 4, 5, 6. Кулачок получает вращение через зубчатые колеса z_{III} и z_K .

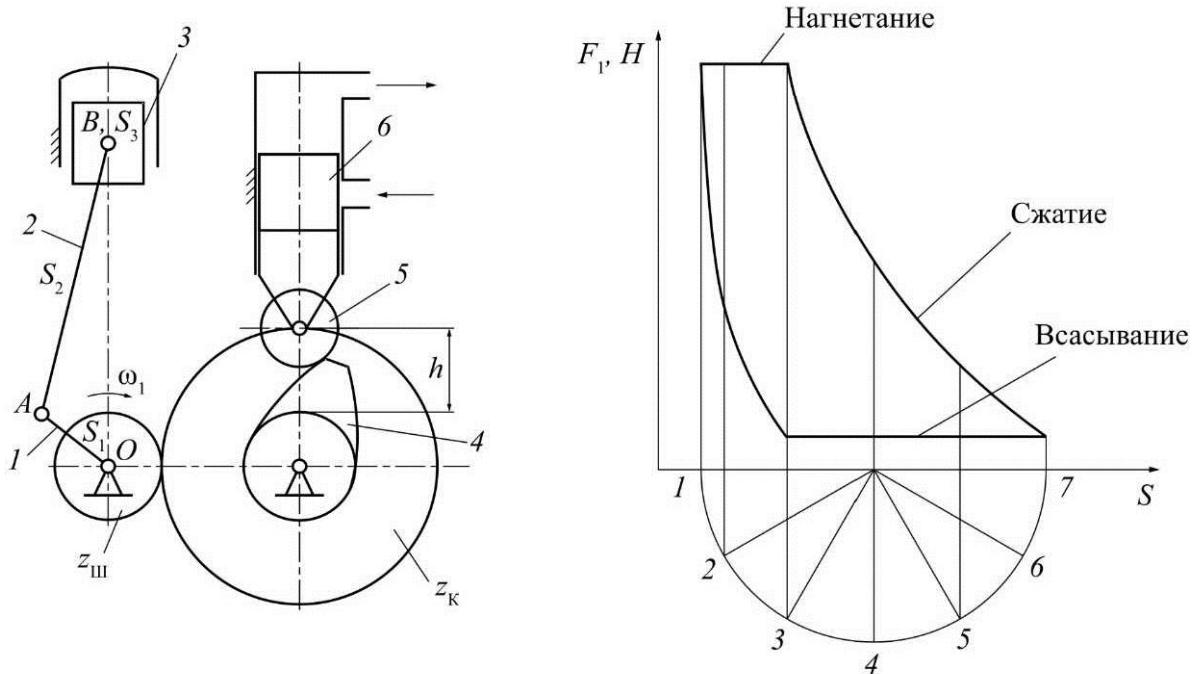
Развёрнутая индикаторная диаграмма

№ положения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$F_i \cdot 10^2$, Н	60	48	30	13	7	4	2	3	5	9	15	25	60

Исходные данные к заданию № 2Д													
Параметры и идентификаторы		Варианты											
Кривошипно-ползунный механизм		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Частота вращения, с ⁻¹	ω_1	250	550	600	650	750	700	300	350	400	500	450	600
Длина кривошипа, м	$l_1 \cdot 10^{-2}$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	20	18
Длина шатуна, м	$l_2 \cdot 10^{-2}$	55	57	59	60	62	64	66	68	70	72	60	58
Коорд. ЦМ кривошипа, м	$l_3 \cdot 10^{-2}$	7,0	8,0	9,0	10	9,0	10	11	12	13	14	10	9,0
Коорд. ЦМ шатуна, м	$l_4 \cdot 10^{-2}$	20	22	25	28	24	29	30	32	35	30	30	25
Масса кривошипа, кг	$m_1 \cdot 10^{-2}$	34	35	36	38	40	50	45	56	58	60	40	50
Масса шатуна, кг	$m_2 \cdot 10^{-2}$	48	50	52	55	60	63	66	68	70	72	60	50
Масса поршня, кг	$m_3 \cdot 10^{-2}$	6,0	7,0	8,0	8,2	8,5	8,7	8,9	9,0	8,0	6,0	8,0	9,0
Момент инерции кривошипа, кгм ²	$J_0 \cdot 10^{-5}$	0,7	0,8	0,9	0,95	1,0	1,2	1,15	1,25	1,3	1,35	1,2	0,9
Момент инерции шатуна, кгм ²	$J_{S2} \cdot 10^{-4}$	2,0	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,8	2,9	3,0	3,2	2,3	2,5
Неравномерность хода	$\delta \cdot 10^{-2}$	4,0	3,0	5,0	4,0	3,0	5,0	4,0	5,0	3,0	4,0	4,0	3,0
Зубчатая передача	z_{III}	12	13	14	15	12	13	14	15	14	15	14	15
	z_K	16	20	22	18	20	22	20	24	20	26	20	20
	m , мм	6,0	5,0	7,0	8,0	9,0	10	9,0	8,0	6,0	5,0	5,0	8,0
Кулачковый механизм	h , мм	8,0	9,0	10	11	12	8,0	9,0	10	11	12	8,0	10
	ϕ_v^0	120	100	80	60	60	80	100	120	80	100	80	100
	ϕ_{dc}^0	20	30	10	20	30	10	20	30	10	20	10	20
	ϕ_c	80	60	80	100	120	80	60	100	120	60	60	80
Закон движения		параб	sin	cos	параб	sin	cos	параб	sin	cos	sin	параб	cos

ЗАДАНИЕ № 3Д

Тема проекта: Воздушный одноступенчатый компрессор.



Кинематическая схема: воздушный компрессор содержит кривошипно-ползунный механизм 1, 2, 3 и кулачковый привод выпускного клапана, состоящий из звеньев 4, 5, 6. Кулачок получает вращение через зубчатые колеса $Z_{\text{ш}}$ и $Z_{\text{к}}$.

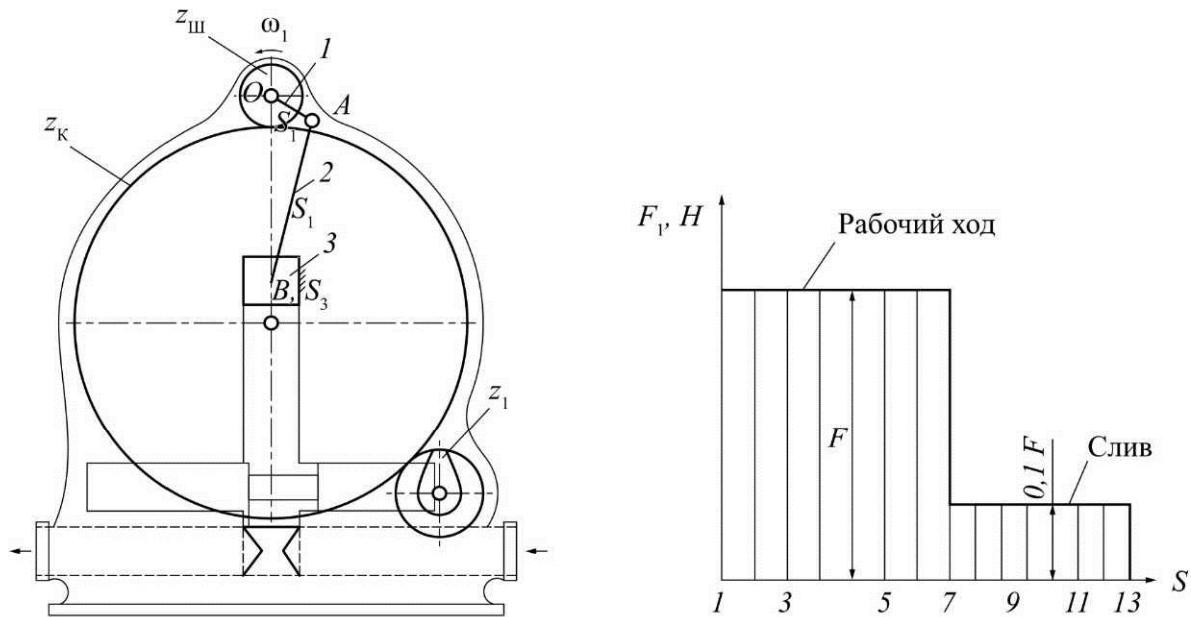
Развернутая индикаторная диаграмма

№ положения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$F_i \cdot 10^2, \text{Н}$	1,0	0,63	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3	0,6	0,8	0,9	1,0

Исходные данные к заданию № 3Д													
Параметры и идентификаторы		Варианты											
Кривошипно-ползунный механизм		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Частота вращения, с ⁻¹	ω_1	50	60	70	80	50	60	70	80	90	60	70	80
Длина кривошипа, м	$l_1 \cdot 10^{-2}$	10	12	14	15	12	14	15	12	14	15	16	12
Длина шатуна, м	$l_2 \cdot 10^{-1}$	5	6	7	8	5	6	7	6	7	8	6	5
Координаты ЦМ кривошипа, м	$l_3 \cdot 10^{-2}$	5,0	6,0	7,0	7,0	6,0	7,0	8,0	5,0	7,0	8,0	8,0	6,0
Координаты ЦМ шатуна, м	$l_4 \cdot 10^{-1}$	2	3	4	3	2	3	4	3	4	4	3	2
Масса кривошипа, кг	$m_1 \cdot 10^{-1}$	1,2	1,4	1,6	1,8	1,3	1,4	1,5	1,2	1,3	1,4	1,5	1,2
Масса шатуна, кг	$m_2 \cdot 10^{-1}$	2,5	2,6	2,7	2,8	2,5	2,6	2,7	2,3	2,5	2,6	2,8	2,4
Масса поршня, кг	$m_3 \cdot 10^{-1}$	3,5	3,6	3,7	3,8	3,4	3,5	3,6	3,2	3,4	3,5	3,8	3,5
Момент инерции кривошипа, кгм ²	$J_0 \cdot 10^{-3}$	8,0	8,5	9,0	9,5	8,2	9,0	9,5	8,3	8,5	9,0	9,5	8,0
Момент инерции шатуна, кгм ²	$J_{S2} \cdot 10^{-2}$	2,0	2,5	3,0	4,0	2,0	2,5	3,0	2,2	2,5	3,0	3,5	2,0
Несравненность хода	$\delta \cdot 10^{-2}$	4,0	3,0	2,0	2,0	3,0	4,0	2,0	3,0	4,0	2,0	3,0	4,0
Зубчатая передача	$z_{\text{ш}}$	11	12	13	14	15	14	13	12	12	13	14	15
	$z_{\text{к}}$	17	18	19	20	21	20	20	19	18	18	20	20
	m , мм	6,0	7,0	8,0	9,0	10	9,0	8,0	7,0	6,0	9,0	8,0	7,0
Кулачковый механизм	h , мм	7,0	7,0	7,0	8,0	8,0	8,0	9,0	9,0	9,0	10	10	10
	e , мм	6,0	7,0	8,0	9,0	10	9,0	8,0	7,0	6,0	6,0	7,0	8,0
	ϕ_y^0	60	80	100	120	120	100	80	60	100	80	120	80
	ϕ_{ac}^0	10	20	30	10	20	30	10	20	30	10	20	30
	ϕ_c	120	100	80	60	80	100	120	100	80	60	100	120
Закон движения		параб	sin	cos	параб	sin	cos	параб	sin	cos	sin	cos	параб

ЗАДАНИЕ № 4Д

Тема проекта: Гидромотор.



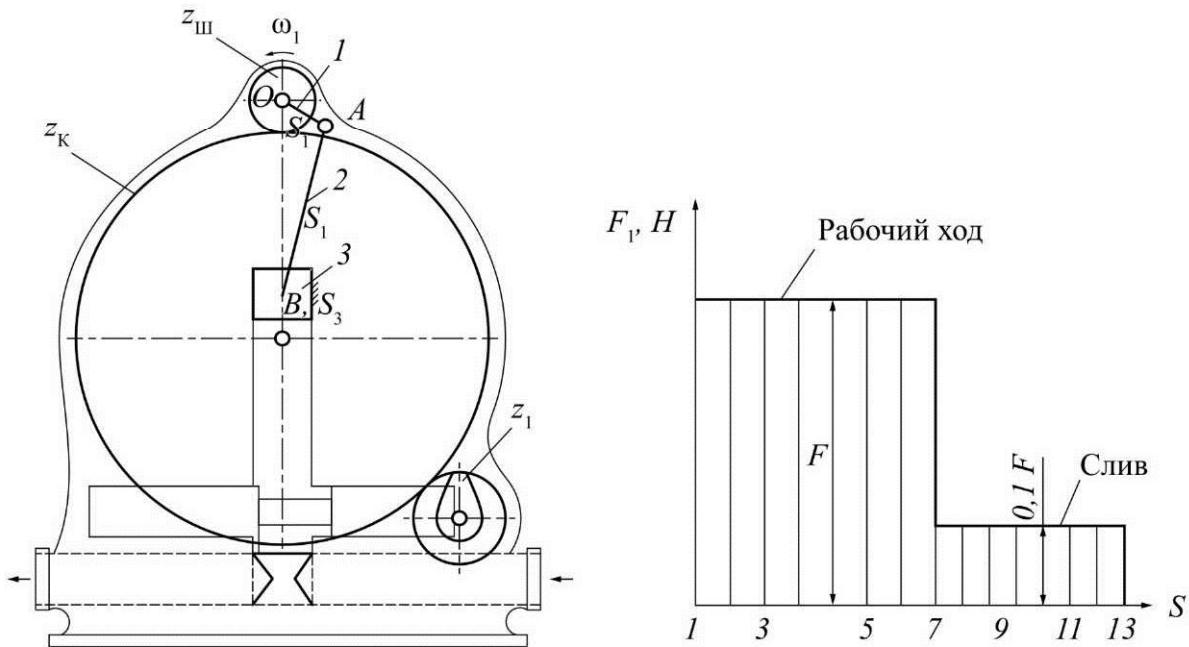
Кинематическая схема: гидромотор состоит из кривошипно-ползунного механизма 1, 2, 3. Распределительный золотник выполнен в виде толкателя кулачкового механизма. Кулачок получает вращение от главного вала 1 через зубчатую передачу z_{III}, z_K, z_1 .

Исходные данные к заданию № 4Д													
Параметры и идентификаторы		Варианты											
Кривошипно-ползунный механизм		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Частота вращения, с^{-1}	ω_1	75	73	70	68	65	63	60	58	55	53	50	48
Длина кривошипа, м	$l_1 \cdot 10^{-1}$	0,4	0,5	0,6	0,5	0,6	0,4	0,5	0,6	0,4	0,5	0,6	0,4
Длина шатуна, м	$l_2 \cdot 10^{-1}$	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4	1,8	2	2,2	2,4	2
Координаты ЦМ кривошипа, м	$l_3 \cdot 10^{-1}$	0,2	0,3	0,3	0,2	0,3	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2
Координаты ЦМ шатуна, м	$l_4 \cdot 10^{-1}$	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	0,9	1	1,1	1,2	1
Масса кривошипа, кг	m_1	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,2	2,3	2,4	2,5	2	2,1	2,2
Масса шатуна, кг	$m_2 \cdot 10^{-1}$	8	9	10	11	12	14	14	12	11	10	9	8
Масса поршня, кг	m_3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2	1,9	1,8	1,7	1,6	1,7
Момент инерции кривошипа, кгм^2	$J_0 \cdot 10^{-2}$	2	3	4	5	6	5	4	3	2	3	4	5
Момент инерции шатуна, кгм^2	$J_{S2} \cdot 10^{-3}$	4	5	6	7	8	9	8	7	6	5	4	6
Неравномерность хода	$\delta \cdot 10^{-1}$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,4	0,5	0,3	0,4	0,5	0,4	0,5	0,4
Усилие нагнетания, н	$F \cdot 10^3$	7	8	9	10	11	12	7	8	9	10	11	12
Зубчатая передача	z_{III}	11	12	13	14	15	14	15	14	13	12	13	14
	z_K	24	13	27	29	32	30	32	25	27	25	28	30
	m , мм	3	4	5	3	4	5	3	4	5	3	4	5

Параметры и идентификаторы		Варианты											
Кулачковый механизм	h , мм	8	9	10	12	14	15	14	12	10	8	10	12
	ϕ_y^0	60	80	100	60	80	100	80	60	100	80	60	100
	$\phi_{\Delta \phi}^0$	10	20	30	10	20	30	10	20	30	10	20	
	ϕ_c	100	120	80	100	60	80	100	120	60	80	100	60
Закон движения		параб	sin	cos	параб	sin	cos	параб	sin	cos	sin	параб	cos

ЗАДАНИЕ № 5Д

Тема проекта: Гидроцилиндр.



Кинематическая схема: гидромотор состоит из кривошипно-ползунного механизма 1, 2, 3. Распределительный золотник выполнен в виде толкателя кулачкового механизма. Кулачок получает вращение от главного вала 1 через зубчатую передачу $z_{\text{ш}}, z_K, z_1$.

Исходные данные к заданию № 5Д													
Параметры и идентификаторы		Варианты											
Кривошипно-ползунный механизм		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Частота вращения, с^{-1}	ω_1	80	90	100	110	120	110	100	80	90	100	110	120
Длина кривошипа, м	$l_1 \cdot 10^{-2}$	2	3	2,2	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	3	2,5	2,2	2,5
Длина шатуна, м	$l_2 \cdot 10^{-1}$	1	1,2	1,4	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,1	1,2	1,3
Координаты ЦМ кривошипа, м	$l_3 \cdot 10^{-2}$	1,0	1,2	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,0	1,0	1,0
Координаты ЦМ шатуна, м	$l_4 \cdot 10^{-2}$	5	6	7	8	7	6	7	5	6	5	6	7
Масса кривошипа, кг	$m_1 \cdot 10^{-1}$	2	2,5	3	3,5	4	4	3,5	3	2,5	2	3	4
Масса шатуна, кг	m_2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,7	0,5	0,5	0,4	0,6	0,8
Масса поршня, кг	m_3	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	0,7	0,8	0,6	0,8	0,9

Параметры и идентификаторы			Варианты											
Момент инерции кривошипа, кгм^2	$J_0 \cdot 10^{-5}$	4,0	4,5	5	6	6,5	5,5	3	5,5	5	4	6	6,5	
Момент инерции шатуна, кгм^2	$J_{S2} \cdot 10^{-4}$	12	13	14	15	16	15	14	13	14	12	15	16	
Неравномерность хода	$\delta \cdot 10^{-2}$	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	
Усилие нагнетания, н	$F \cdot 10^3$	25	30	35	40	50	40	35	30	25	30	35	40	
Зубчатая передача	z_{III}	12	13	14	15	14	13	12	13	14	15	12	13	
	z_K	18	19	20	21	22	20	22	20	18	19	20	21	
	$m, \text{мм}$	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	4,5	4,0	3,5	3,0	3,5	4,0	4,5	
Кулачковый механизм	$h, \text{мм}$	5	6	7	8	9	10	9	8	7	6	5	8	
	φ_v^0	60	80	100	120	120	100	80	60	80	100	120	100	
	$\varphi_{\Delta v}^0$	10	20	30	10	20	30	10	20	30	10	20	30	
	φ_c	80	100	60	60	80	100	60	80	100	120	100	80	
Закон движения		параб	sin	cos	параб	sin	cos	параб	sin	cos	параб	sin	cos	

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	308
Структурный анализ кривошипно-ползунного механизма	309
Кинематический анализ механизма	310
Кинетостатический анализ механизма	316
Динамический анализ механизма и расчёт маховика	319
Профилирование кулачка.....	325
Построение эвольвентного зубчатого зацепления	329
Указания по выполнению расчётов для курсового проекта по ТММ.....	332
Заключение	339
Образец выполнения программы ТММ.exe	333
Список литературы	340

ВВЕДЕНИЕ

Рационально спроектированная машина должна удовлетворять социальным требованиям безопасности обслуживающего персонала, а также эксплуатационным, экономическим, технологическим и производственным требованиям.

Проект содержит задачи по исследованию и проектированию машин, состоящих из сложных (роботов и манипуляторов) и простых в структурном отношении механизмов (шарнирно-рычажных, кулачковых, зубчатых и др.).

Курсовое проектирование способствует закреплению, углублению и обобщению теоретических данных, а также применению этих знаний к комплексному решению конкретной инженерной задачи по исследованию и расчёту механизмов и машин, кроме того прививает некоторые навыки научно-исследовательской работы.

В большинстве проектных заданий рассматриваются, кроме шарнирно-рычажных механизмов, кулачковые, зубчатые и трансмиссионные механизмы-приводы, предназначенные для передачи движения к исполнительным органам.

Цель курсового проектирования – привить навыки использования общих методов проектирования и исследования механизмов для создания конкретных машин и приборов разнообразного назначения.

Задачи курсового проектирования:

- 1) оценка соответствия структурной схемы механизма основным условиям работы машины или прибора;
- 2) проектирование структурной и кинематической схемы рычажного механизма по основным и дополнительным условиям;
- 3) силовой анализ механизма с учётом геометрии масс звеньев при движении их с ускорением; защита механизмов и машин от механических колебаний; определение мощности и выбор типа двигателя;
- 4) анализ режима движения механизма при действии заданных сил и расчёт маховика;
- 5) проектирование механизмов с прерывистым движением выходного звена;
- 6) проектирование зубчатых рядовых, планетарных механизмов и расчёт оптимальной геометрии зубчатых зацеплений;
- 7) уравновешивание механизмов с целью уменьшения динамических нагрузок на фундамент и уменьшения сил в кинематических парах.

При разработке комплексного задания для курсового проекта используются характерные механизмы, при проектировании которых усваиваются важнейшие методы синтеза и анализа механизмов.

Целесообразность принятия конкретных решений при проектировании механизмов обосновывается функциональным назначение данной машины.

СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА

1. Изобразим структурную схему механизма.

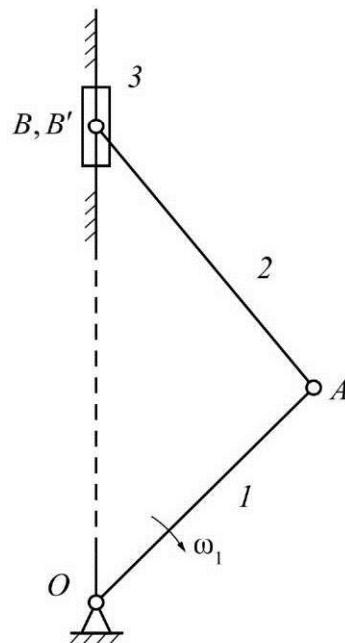


Рис. 1.1. Кривошипно-ползунный механизм:
звено 1 – кривошип – совершает вращательное движение;
звено 2 – шатун – совершает плоское движение;
звено 3 – ползун – совершает поступательное движение.
 O, A, B, B' – кинематические пары

2. Найдём степень подвижности механизма по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - 1p_4,$$

где n – число подвижных звеньев;

p_5 – число кинематических пар 5-го класса;

p_4 – число кинематических пар 4-го класса.

3. Разложим механизм на структурные группы Ассура и входное (ведущее) звено.

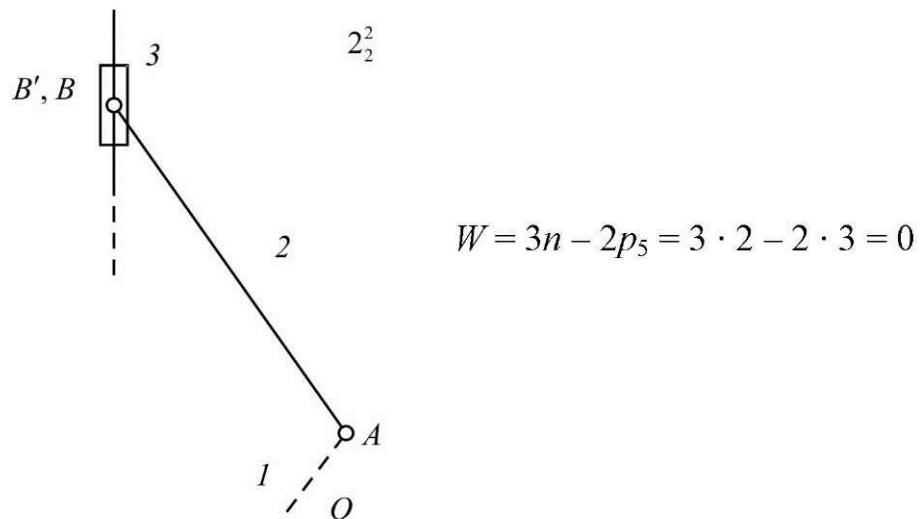


Рис. 1.2. Структурная группа второго класса второго порядка

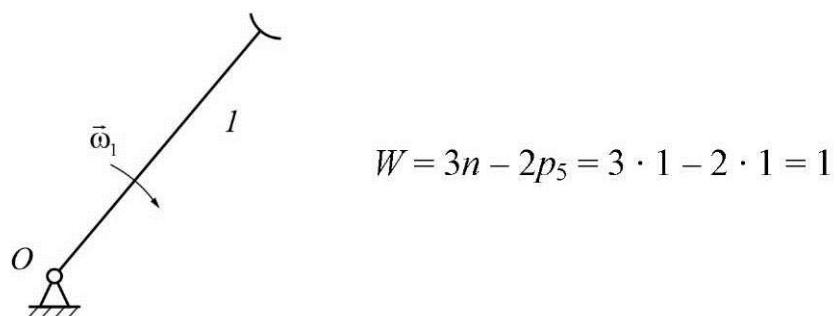


Рис. 1.3. Механизм первого класса (входное звено)

4. Запишем структурную формулу механизма $1 \rightarrow 2^2_2$.

5. Определим класс, порядок всего механизма.

Исследуемый механизм состоит из механизма первого класса и структурной группы (шатун и ползун) второго класса второго порядка, следовательно, механизм O, A, B, B' – механизм второго класса второго порядка.

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

Исходные данные: l_{OA} , м; l_{AB} , м; ω_1 , с^{-1} .

При кинематическом анализе решаются три задачи:

- задача о положениях;
- задача о скоростях;
- задача об ускорениях.

Задача о положениях

Проектирование кривошипно-ползунного механизма. Найдем крайние положения механизма: начало и конец рабочего хода выходного звена.

$S' = l_{OA} + l_{AB}$ – начало рабочего хода,

где l_{OA} – длина кривошипа OA ;

l_{AB} – длина шатуна AB ;

$S'' = l_{AB} - l_{OA}$ – конец рабочего хода выходного звена.

Рабочий ход

$$S = S' - S'' = 2r, \text{ м.}$$

Построим механизм в масштабе

$$\mu_l = l_{OA}/OA, \text{ м/мм,}$$

где OA – длина звена на чертеже,

μ_l – масштабный коэффициент длины звена.

Найдем длину звена AB на чертеже:

$$AB = l_{AB}/\mu_l, \text{ мм.}$$

Покажем перемещение точек в двенадцати положениях механизма. Для этого разделим окружность на 12 равных частей, используя метод засечек. Определим положения звеньев механизма.

Построим шатунную кривую. Для этого найдем центр тяжести каждого звена и соединим плавной линией.

Планы положений механизма используются для определения скоростей и ускорений в заданных положениях.

Задача о скоростях

Кинематический анализ выполняется графоаналитическим методом, который отражает наглядность изменения скоростей и обеспечивает достаточную точность. Скорость ведущего звена:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{OA}, \text{ мс}^{-1}.$$

Запишем векторные уравнения:

$$V_B = V_A + V_{BA}; \quad V_B = V_{B_0} + V_{BB_0},$$

где $V_{B_0} = 0$; $V_A \perp OA$; $V_{BA} \perp AB$; $V_B = V_{BB_0} \parallel$ оси движения выходного звена.

Величины векторов V_{BA} , V_B , V_{S2} определим построением. Выберем масштабный коэффициент плана скоростей:

$$\mu_v = \frac{V_A}{pa} = \frac{\omega_1 \cdot l_{OA}}{pa}, \text{ мс}^{-1}/\text{мм},$$

где pa – отрезок, характеризующий величину скорости на чертеже (мм). От произвольной точки p – полюса плана скоростей – отложим вектор pa , перпендикулярный OA . Через т. a проводим перпендикулярно звену AB вектор AB . Точка пересечения оси (выбранной в направлении движения) с этим вектором даст т. B , соединив т. B с полюсом, получим вектор скорости – т. B . Определим величину скорости т. B :

$$V_B = pb \cdot \mu_v, \text{ мс}^{-1}.$$

Положение т. S_2 на плане скоростей определим из пропорции:

$$\frac{AS_2}{AB} = \frac{a_{S2}}{ab} \Rightarrow a_{S2} = \frac{AS_2 \cdot ab}{AB}.$$

Соединив т. S_2 с полюсом p , получим величину и направление скорости т. S_2 :

$$V_{S2} = pS_2 \cdot \mu_v, \text{ мс}^{-1}.$$

Определяем:

$$V_{BA} = ab \cdot \mu_v, \text{ мс}^{-1},$$

$$V_{S1} = pS_1 \cdot \mu_v, \text{ мс}^{-1},$$

$$V_{S3} = pS_3 \cdot \mu_v, \text{ мс}^{-1}.$$

Определяем

$$\omega_2 = \frac{V_{AB}}{\ell_{AB}}, \text{ с}^{-1}.$$

Направление ω_2 определяется переносом вектора V_{BA} в т. B относительно т. A . Полученные результаты графоаналитического и аналитического методов отразить в таблице.

Параметр	Положение механизма											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
V_{BA} , мс ⁻¹												
V_B , мс ⁻¹												
V_{S1} , мс ⁻¹												
V_{S2} , мс ⁻¹												
V_{S3} , мс ⁻¹												
ω_2 , с ⁻¹												

Годограф скоростей

Годограф скоростей – это геометрическое место векторов скорости Т. S_2 , в двенадцати положениях механизма, приведем их к одной точке и соединим их вершины плавной линией.

Задача об ускорениях

Исследование механизма начинаем со входного звена, определяем ускорение точки A :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_0 + \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^\tau;$$

$$a_0 = 0, \quad a_{AO}^\tau = \varepsilon_1 l_{OA} = 0, \quad \text{т.к. } \varpi_1 = \text{const}, \quad \varepsilon_1 = \frac{d\varpi}{dt} = 0,$$

$$a_A = \varpi_1^2 l_{OA}, \quad \text{мс}^{-2}.$$

Определяем масштабный коэффициент плана ускорений

$$\mu_a = \frac{a_A}{p_1 a}, \quad \frac{\dot{l}}{\dot{p}_1} \frac{\ddot{l}}{\ddot{p}_1},$$

где $p_1 a$ – вектор, характеризующий величину ускорения a_A на плане ускорений.

Переходим к исследованию группы 2². Запишем векторные уравнения:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau;$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{Bo} + \vec{a}_{BBo}^k + \vec{a}_{BBo}^\tau,$$

где a_A – ускорение входного звена;

\vec{a}_{BA}^n – нормальная составляющая относительного ускорения звена AB , вектор этого ускорения на плане ускорений направлен параллельно звену AB , к точке B .

$$a_{BA}^n = V_{BA}^2 / l_{AB}, \text{ мс}^{-2},$$

a_{BA}^τ – тангенциальная составляющая относительного ускорения звена AB , вектор этого ускорения направлен перпендикулярно звену AB .

Построим план ускорений. Из произвольной точки P_1 – полюса – откладываем векторы скоростей a_A и затем a_{BA}^n . Из конца вектора a_{BA}^n проводим вектор a_{BA}^τ , перпендикулярный предыдущему вектору, до пересечения с осью движения звена, совершающего поступательное движение, по которой направлен вектор ускорения a_B .

Определим ускорение a_{AB} , соединив на плане ускорений точку a с точкой b . Векторы ускорений центров масс звеньев определяем, используя теорему подобия.

Определим величины ускорений, замерив векторы на плане ускорений:

$$a_{BA}^\tau = nb \cdot \mu_a, \text{ мс}^{-2};$$

$$a_{BA}^n = ab \cdot \mu_a, \text{ мс}^{-2};$$

$$a_B = p_1 b \cdot \mu_a, \text{ мс}^{-2};$$

$$a_{S1} = p_1 S_1 \cdot \mu_a, \text{ мс}^{-2};$$

$$a_{S2} = p_1 S_2 \cdot \mu_a, \text{ мс}^{-2};$$

$$a_{S3} = p_1 S_3 \cdot \mu_a, \text{ мс}^{-2}.$$

Определим угловое ускорение звена AB : $\varepsilon_2 = \frac{a_{AB}^\tau}{l_{AB}} (\text{с}^{-1})$. Данные двух методов (графоаналитического и аналитического) заносим в таблицу.

Параметр	Положение механизма
$a_{BA}^\tau, \text{ мс}^{-2}$	
$a_{BA}^n, \text{ мс}^{-2}$	
$a_B, \text{ мс}^{-2}$	
$a_{S1}, \text{ мс}^{-2}$	
$a_{S2}, \text{ мс}^{-2}$	
$a_{S3}, \text{ мс}^{-2}$	
$\varepsilon_2, \text{ с}^{-2}$	

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА МЕТОДОМ ДИАГРАММ

Задача о положениях $S=f(\phi)$

Выбираем масштаб построения $\mu_S = \mu_l$, м/мм. Проводим оси прямоугольных координат S и ϕ , t . На оси откладываем 12 равных отрезков $0-1$, $1-2$, $2-3$ и т.д. в соответствии с углом поворота кривошипа. Через точки 1 , 2 , 3 и т.д. проводим ординаты и откладываем на них отрезки, равные перемещению ползуна при соответствующих положениях кривошипа. Соединив точки, получим диаграмму перемещения т. B , т.е. $S_B = f(\phi)$; $S_B = f(t)$.

$$\mu_\phi = \frac{2\pi}{l}, \text{ рад/мм};$$

где l – длина отрезка на оси X , соответствующая полному обороту кривошипа.

Задача о скоростях $V=f(t)$

Решение задачи выполняем методом хорд. Для этого разобьем кривую перемещений $S_B = f(t)$, на ряд участков $0-1$, $1-2$, $2-3$ и т.д. На каждом из этих участков заменяем кривую хордой.

На оси ϕ , t диаграммы $V_B = f(t)$ откладываем базисное расстояние H , величину выбираем произвольно. Из т. O_1 проводим лучи O_{1-1} , O_{1-2} и т.д. параллельно хордам $0-1$, $1-2$, $2-3$ и т.д. График средней скорости получают, проводя плавную кривую через середины положений спроектированных лучей:

$$\mu_v = \frac{\mu_S \cdot \omega}{\mu_\phi \cdot H}, \text{ мс}^{-1}/\text{мм}.$$

Задача об угловой скорости

Определим значение ω по формуле $\varpi_{AB} = \frac{V_{AB}}{\ell_{AB}}, \text{ с}^{-1}$.

Используя данные расчёта механизма на ЭВМ, определяем масштабный коэффициент:

$$\mu_\omega = \frac{\varpi_{AB}}{OO^1}, \text{ с}^{-1}/\text{мм},$$

где OO^1 – вектор по оси u в нулевом положении.

Строим график $\varpi = f(t)$.

Значение угловых скоростей звена AB представить в таблице.

Параметр	Положения механизма											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ϖ_i												

КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

Исходные данные: схема механизма в соответствующем положении; l – размеры звеньев и координаты неподвижных точек. S_1, S_2, S_3 – координаты центра масс звеньев.

ω_1 (с^{-1}) – угловая скорость ведущего звена;

m_1 (кг) – масса первого звена;

m_2 (кг) – масса второго звена;

m_3 (кг) – масса третьего звена;

$F_{\text{пс}}$ (кН) – сила полезного сопротивления;

J_{s2} ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$) – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс;

F_d (кН) – движущая сила.

Кинетостатический расчет решает следующие задачи:

– определение усилий в кинематических парах;

– определение истинного закона движения ведущего звена. Кинетостатический расчет выполняется на основе принципа Д. Аламбера: «Если ко всем силам, действующим на звенья механизма, добавить силы инерции, то данная система будет находиться в состоянии равновесия».

1. Рассматриваем положение механизма согласно заданию. Для этого положения строим план скоростей и план ускорений. Определяем угловое ускорение ε_2 по величине и направлению. Механизм разбиваем на структурную группу и входное звено.

2. Рассматриваем структурную группу 2_2^2 , прикладывая все силы, действующие на звенья.

Определяем силы тяжести по величине и направлению.

$$G_1 = m_1 \cdot g, \text{Н};$$

$$G_2 = m_2 \cdot g, \text{Н};$$

$$G_3 = m_3 \cdot g, \text{Н}.$$

Определяем силы инерции и момент от сил инерции по величине, а также направлению.

$$\vec{F}_{ui} = -m_i \cdot \vec{a}_{si},$$

где m_i – масса звена, \vec{a}_{si} – ускорение центра масс звена.

$$Fu_1 = m_1 \cdot a_{s1} = m_1 \cdot p_1 S_1 \cdot \mu_a, H,$$

$$Fu_2 = m_2 \cdot a_{s2} = m_2 \cdot p_1 S_2 \cdot \mu_a, H,$$

$$Fu_3 = m_3 \cdot a_{s3} = m_3 \cdot p_1 S_3 \cdot \mu_a, H.$$

$$\vec{M}_{ui} = -J_{si} \cdot \vec{\varepsilon}_i,$$

где J_{si} – момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести;

ε_i – угловое ускорение звена.

$$M_{u2} = J_{S2} \cdot \varepsilon_2 = J_{S2} \cdot (a_{BA}^\tau / l_{AB}) = J_{S2} (nb \mu_a) / l_{AB}, \text{ кг}\cdot\text{м}.$$

Направление действия момента силы инерции M_{u2} определяем по направлению углового ускорения, действующего на звено, в схеме механизма.

3. Определяем усилия (реакции) в кинематических парах.

4. Для определения R_{12}^τ составим уравнение моментов сил относительно точки B .

$$\sum_{i=1}^n M_B(F) = 0; F_{u2} \cdot h_{Fu2} \cdot \mu_\ell - G_2 \cdot h_{G2} \cdot \mu_\ell + M_{u2} - R_{12} \cdot AB \cdot \mu_\ell = 0,$$

где $AB \cdot \mu_\ell = l_{AB}$, м.

$$R_{12}^\tau = \frac{F_{u2} \cdot h_{Fu2} \cdot \mu_\ell - G_2 \cdot h_{G2} \cdot \mu_\ell + M_{u2}}{l_{AB}}, H.$$

5. Для определения R_{12}^n и R_{03}^n необходимо рассмотреть в равновесии структурную группу и составить векторные уравнения сил, действующих на звенья 2 и 3.

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i,2} = 0; \quad \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{F}_{e2} + \vec{G}_2 + \vec{F}_{e3} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{nc} + \vec{R}_{03} = 0.$$

Определяем масштабный коэффициент сил $\mu_F = \frac{F_{nc}}{|F|}$, Н/мм,

где $|\vec{F}|$ – вектор силы на плане.

6. Построим силовой многоугольник с учётом масштабного коэффициента, найдём неизвестные усилия.

$$R_{12}^n = |R_{12}|^n \cdot \mu_F, \text{ Н};$$

$$R_{12} = |R_{12}| \cdot \mu_F, \text{ Н};$$

$$R_{03} = |R_{03}| \cdot \mu_F, \text{ Н}.$$

$|\vec{R}_{12}|^n, |\vec{R}_{12}|, |\vec{R}_{03}|$ – векторы сил на плане.

Таблица сил, действующих на структурную группу

Силы	R_{12}	F_{u2}	G_2	F_{u3}	C_3
Расчетные, Н					

7. Определим усилие (реакцию) во внутренней кинематической паре:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_3 = 0; \quad \vec{F}_{e3} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{nc} + \vec{R}_{03} + \vec{R}_{23} = 0.$$

Сила R_{23} на плане сил характеризуется отрезком, который замеряем, и с учётом масштабного коэффициента рассчитываем $R_{23} = |R_{23}| \cdot \mu_F$, Н.

8. Рассмотрим силовой расчёт ведущего звена. Ведущее звено является статически неопределенным, поэтому к нему прикладываем уравновешивающий момент. Реакция со стороны второго звена R_{21} определена и включена в число известных сил:

$$\vec{R}_{21} = -\vec{R}_{12}.$$

Величину уравновешивающего момента определяем из уравнения моментов всех сил относительно т. O :

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_o(F) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_o(F) = R_{21} \cdot h_{R21} \cdot \mu_{\ell} - G_1 \cdot h_{G1} \cdot \mu_{\ell} - M_{\delta\delta} = 0;$$

$$M_{\delta\delta} = R_{21} \cdot h_{R21} \cdot \mu_{\ell} - G_1 \cdot h_{G1} \cdot \mu_{\ell}, \text{ Нм.}$$

9. Определяем усилие (реакцию) со стороны стойки на звено.

Рассматриваем в равновесии ведущее звено со всеми силами, действующими на него.

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0; \quad \vec{R}_{21} + \vec{F}_{\delta 1} + \vec{G}_1 + \vec{R}_{01} = 0,$$

Строим план сил ведущего звена в масштабном коэффициенте μ_F

$$R_{01} = |R_{01}| \cdot \mu_F, \text{ Н,}$$

где R_{01} – вектор силы на плане.

Мощность двигателя:

$$N = M_{\delta\delta} \cdot \frac{\omega_1}{\eta}, \text{ КВт,}$$

где η – КПД механизма.

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА И РАСЧЕТ МАХОВИКА

1. Определяем приведенные к кривошипу моменты от сил движущих (F_d) или сил сопротивления (F_c) для 12 положений механизма, строим график зависимости момента движущихся сил или сил сопротивления от угла поворота кривошипа.

$$M_n = f(\phi),$$

$$M_n = \frac{\sum_{i=1}^n [F_i V_{Si} \cdot \cos(\widehat{F_i \cdot V_{Si}})]}{\omega_n} + \frac{\sum_{i=1}^n M_i \cdot \omega_i}{\omega_n}.$$

В курсовом проекте используется первая часть формулы

$$M_n = \frac{\sum_{i=1}^n [F_i V_{Si} \cdot \cos(\widehat{F_i \cdot V_{Si}})]}{\omega_n},$$

где F – значение сил согласно рабочей характеристике или индикаторной диаграмме.

Таблица 1.1

Исходные данные механизма

№ п/п	F_{nc}, F_{π} , Н	V_{ss} , мс ⁻¹	$\cos(\widehat{FV})$	ω_1 , с ⁻¹	M_n , Нм
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

Отрезок M_{\max} характеризует M_n на графике изменения приведенного момента по углу поворота кривошипа.

$$\mu_M = \frac{M_n}{|M_{\max}|}, \text{ Нм/мм,}$$

где μ_M – масштабный коэффициент приведенного момента сил.

Таблица 1.2

Приведенные моменты

Отрезок на графике	M_n расчетный, Нм	M_n в масштабе, мм
0–0		
1–1		
2–2		
3–3		
4–4		
5–5		
6–6		
7–7		
8–8		
9–9		
10–10		
11–11		
12–12		

2. Определяем работу сил сопротивления или сил движущих путем интегрирования графика приведенного момента $M_n = f(\phi)$: $A_n = \int_{\phi_0}^{\phi} M_n d\phi$.

Строим графики зависимости $A_n^c = f(\phi)$ и $A_n^a = f(\phi)$.

$\mu_\phi = \frac{2\pi}{l}$ (рад/мм), где l – длина на графике, характеризующая полный оборот кривошипа.

График строится в масштабе μ_A и μ_ϕ : $\mu_A = \frac{A_n}{|A_{\max}|}$, отрезок $|A_{\max}|$ характеризует A_n на графике изменения работы по углу поворота кривошипа;

μ_ϕ – масштабный коэффициент угла поворота кривошипа;

μ_A – масштабный коэффициент работы сил сопротивления или сил движущих.

3. Построим график изменения зависимости приращения кинетической энергии машины от угла поворота кривошипа $\nabla T = f(\phi)$. Избыточная работа равна разности работы движущих сил и сил сопротивления, а также равна приращению кинетической энергии машины ∇T .

$$\nabla T = A_d - A_{nc} = A_{izb}.$$

Таблица 1.3

Приращение кинетической энергии машины

№ п/п	A_d	A_{nc}	∇T
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

4. Строим график кинетической энергии звеньев, определив кинетическую энергию в 12 положениях всего механизма.

$\dot{Q}_k = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3$ – кинетическая энергия звеньев.

Звено совершает вращательное движение:

$$T_1 = \frac{I_o \cdot \omega_1^2}{2}, \text{ Дж.}$$

Звено завершает плоскопараллельное движение:

$$T_2 = \frac{I_{s2} \cdot \omega_2^2}{2} + \frac{m_2 \cdot V_{s2}^2}{2}, \text{ Дж.}$$

Звено движется поступательно:

$$T_3 = \frac{m_3 \cdot V_{s3}^2}{2}, \text{ Дж.}$$

4.1. Кинетическая энергия T_1 для всех 12 положений одинакова, т.к. $J_0 = \text{const}$, $\omega_1 = \text{const}$.

Таблица 1.4

Кинетическая энергия звена 2

№ п/п	J_{s2} , кг мс ²	ω_2 , с ⁻¹	m_2 , кг	V_{s2} , мс ⁻¹	T_2 , Дж
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

Таблица 1.5

Кинетическая энергия звена 3

№ п/п	m_3 , кг	V_{s3} , мс ⁻¹	T_3 , Дж
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

Таблица 1.6

Суммарная кинетическая энергия звеньев

№ п/п	T_1 , Дж	T_2 , Дж	T_3 , Дж	$T_{\text{зв}}$, Дж	$T_{\text{зв}} \text{ в } \mu\text{J}$, мм
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

5. Для определения кинетической энергии маховика вычитаем из ординат графика приращения кинетической энергии ($\Delta T = f(\phi)$) соответствующие ординаты графика кинетической энергии звеньев ($T_{\text{зв}} = f(\phi)$).

$T_M = \Delta T - T_{\text{зv}}$ и построим кривую изменения кинетической энергии маховика от угла поворота кривошипа $T_M = f(\phi)$ (метод Мерцалова).

6. По методу Виттенбауэра вычисляем и строим графики в следующей последовательности.

Построим график изменения приведенных моментов инерции звеньев. Значения приведенных моментов вычисляются по формуле

$$I_{ni}^n = \sum_{i=1}^{i=n} \left[m_i \left(\frac{V_{si}}{\omega_n} \right)^2 + I_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_n} \right)^2 \right], \quad \mu_{J_n} = \frac{J_{nj}^n}{|J_{n\max}^n|} \text{ (кгм}^2/\text{мм}), \quad \text{где } |J_{n\max}^n| - \text{приведенный момент инерции на чертеже.}$$

Построим совмещенный график $\Delta T = f(I_n)$ – диаграмму энергомасс.

$$\operatorname{tg} \phi_{\min} = \frac{\mu_{J_n}^n}{2\mu_{\Delta T}} \omega_{n\max}^2 (1 \pm \delta).$$

Таблица 1.7

Кинетическая энергия машины ∇T , звеньев $T_{\text{зв}}$
и маховика T_M в масштабе μ_T

№	∇T , мм	$T_{\text{зв}} \text{ в } \mu_T$, мм	T_M , мм
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

По построенной кривой определяем момент инерции маховика:

$$J_M = \frac{AB \cdot \mu_T}{\omega_1^2 \cdot \delta}, \text{ кГм}^2,$$

где A и B – экспериментальные значения графика; μ_T – масштабный коэффициент кинетической энергии (Дж/мм); δ – коэффициент неравномерности хода машины; ω_1 – угловая скорость кривошипа.

7. Определение основного размера маховика.

$$I_M = 0,00772 p D^5, \quad p_{\text{плот}} = 7800 \text{ кг/м}^3, \quad \delta = 8010 \text{ кг/м}^3,$$

$$D = \sqrt[5]{\frac{I_m}{0,00772 p}}.$$

Выбираем материал маховика по окружности:

$$V_M = \omega_{\text{ср}} \frac{D}{2} \left(1 + \frac{\delta}{2} \right).$$

Маховый момент:

$$G \cdot D^2 = 4 J_M \cdot g,$$

где G – вес маховика; D – средний диаметр обода маховика; g – ускорение силы тяжести; J_m – момент инерции маховика.

Задаваясь диаметром маховика D (м), определяем вес маховика:

$$G = \frac{4J_m \cdot g}{D^2}, \text{Н.}$$

Найдем основные размеры маховика:

$$d_1 = 0,15D, \text{ м,}$$

$$d_2 = 0,25D, \text{ м,}$$

$$d_3 = 0,6D, \text{ м,}$$

$$b = 0,125D, \text{ м,}$$

$$b_B = \frac{1}{3}b, \text{ м,}$$

$$b_{\text{НО}} = 1,05b, \text{ м.}$$

Выполним эскиз маховика в масштабе:

$$\mu_i = \frac{D}{|D|}, \frac{i}{i},$$

где D (мм) – диаметр маховика на чертеже.

ПРОФИЛИРОВАНИЕ КУЛАЧКА

При конструировании машин приходится подбирать тип механизма или серию механизмов, включаемых в состав машины исходя из тех процессов, которые должны быть воспроизведены в машине во время работы. В тех случаях, когда перемещение, а следовательно, скорость и ускорение ведомого звена должны измениться по заранее заданному закону, особенно в тех случаях, когда ведомое звено должно временно остановиться при непрерывном движении ведущего звена, наиболее просто вопрос решается применением кулачковых механизмов.

В задании курсового проекта задаются:

1. Закон движения ведомого звена _____.
2. Допускаемый угол давления _____.
3. Максимальный ход ведомого звена _____.
4. Фазовые углы в градусах _____.
_____.

Проектирование сводится к определению основных размеров кулачкового механизма и профилированию кулачка.

При рассмотрении законов движения вместо скорости и ускорения можно использовать пропорциональные им величины первой и второй производной перемещения толкателя по углу поворота кулачка.

Закон движения ведомого звена

Рассмотрим параболический закон движения. В параболическом законе скорость движения толкателя на первой части фазы удаления равномерно возрастает, а на второй части равномерно убывает до нуля. Ускорение на этих участках остаётся постоянным по величине. Силы инерции изменяют знак в середине подъёма, что приводит к недостаточно спокойной работе механизма из-за возникающей вибрации. Более рациональным будет такое движение толкателя, при котором ускорение постепенно меняет знак как при подъёме, так и при опускании.

Вычисление масштабов:

$$\mu_s = \frac{h_{\max}}{Y_{S_{\max}}} \text{ (м/мм)}, \text{ где } Y_{S_{\max}} - \text{ максимальное перемещение толкателя}$$

на чертеже.

$$\mu_\phi = \frac{\Phi_{\phi\alpha}}{X_{Y_{\max}}}, \text{ (рад/мм), где } X_{Y_{\max}} - \text{ расстояние на чертеже, соответствующее фазе удаления.}$$

Рассмотрим построение графика перемещения и графиков первой и второй производной перемещения по углу поворота кулачка. График перемещения строится как две сопряжённые ветви параболы, вершина одной находится в начале координат, вершина другой в точке с координатами $(\phi_y; h_{\max})$.

На оси S откладываем максимальный ход ведомого звена $Y_{S_{\max}}$ (мм), на оси ϕ откладываем фазовый угол удаления $X_{\phi_{\max}}$ (мм). Из середины отрезка $\Phi_{\phi\alpha}$ восстановим перпендикуляр, на нём отложим $h_{\max} = Y_{S_{\max}}$ (мм), затем разделим h_{\max} на 6 равных частей, отрезок $X_{\phi_{\max}}$ также делим на 6 равных частей. Затем из начала координат проводим лучи. Каждый луч, пересекаясь с одноимённой ординатой, проведённой через деление отрезка $\Phi_{\phi\alpha}$, даёт точку, принадлежащую параболе. Таким образом можно получить искомые точки и по ним построить обе сопряжённые ветви параболы.

Два других графика можно построить аналитическим методом.

Амплитудные значения $\frac{dS}{d\phi}$ и $\frac{d^2S}{d\phi^2}$ в масштабе равны

$$\left(\frac{dS}{d\phi_{\text{ок}}} \right)_{\max} = \frac{2h}{(\phi_{\text{ок}})_p}, \text{ ММ};$$

$$\left(\frac{d^2S}{d\phi_{\text{ок}}^2} \right) = \frac{4h}{(\phi_{\text{ок}}^2)_p}, \text{ ММ.}$$

Аналогично строятся и графики для фазы сближения, амплитудные значения $\frac{dS}{d\phi}$ и $\frac{d^2S}{d\phi^2}$ в масштабе первого графика равны

$$\left(\frac{dS}{d\phi_c} \right)_{\max} = \frac{2h}{(\phi_h)_p}, \text{ ММ};$$

$$\left(\frac{d^2S}{d\phi_c^2} \right) = \frac{4h}{(\phi_h^2)_p}, \text{ ММ.}$$

Определение минимальных размеров кулачкового механизма

Переходим к построению графика $S = f\left(\frac{dS}{d\phi}\right)$. Суть построения: исключение аргумента ϕ из функции $S = f(\phi)$ и $\frac{dS}{d\phi} = f'(\phi)$. Каждому углу поворота соответствует ордината S перемещения и ордината первой производной $\frac{dS}{d\phi}$. Эти ординаты и являются в дальнейшем координатами совмещённого графика, причём по оси абсцисс откладываем ординаты первой производной, а по оси ординат – перемещение.

Все точки совмещённого графика $S = f\left(\frac{dS}{d\phi}\right)$ соединяем плавной

кривой. К полученной кривой проводим справа и слева касательные под углом $\theta = 30^\circ$ к вертикальной оси и находим точку O_1 их пересечения. Касательные после пересечения ограничивают область, в которой любая точка может быть взята за центр вращения кулачка.

Для незначительного упрощения построения профиля кулачка выбираем центр для реверсивного вращения кулачка. Соединив центр вращения кулачка т. O_1 с началом т. O координат совмещённого графика, получим отрезок O_1O , изображающий минимальный радиус кулачка в масштабе $\mu_s = \mu \frac{ds}{d\phi}$

$$R_{\min} = O_1O \cdot \mu_s.$$

Замеряя на совмещённом графике $\frac{ds}{d\phi} = f(s)$ углы передачи движения и давления, которые должны быть $\gamma_i > \gamma_{\min}; \theta_i < \theta_{\max}$. Значение углов давления для каждой фазы движения занести в табл.

Таблица углов передачи движения и углов давления

Положение фаз движения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Угол передачи движения γ_i												
Угол давления θ_i												

Построение профиля кулачка

Построение профиля кулачка можно вести в любом масштабе. Из произвольной точки O_1 проводим окружность радиусом R_{\min} . Через точку O_1 проводим луч O_1T , который будет осью толкателя. Пересечение окружности с осью толкателя даёт низшее положение толкателя. На оси движения толкателя от точки нижнего положения O откладываем вверх перемещения толкателя, взятые из графика $S = f(\phi)$ для фазы удаления и приближения. Полученные точки отмечаем цифрами, соответствующими углу поворота кулачка. Наиболее удалённую точку перемещения толкателя обозначим C . Из точки O_1 радиусом O_1C проводим окружность, на которой откладываем фазовые углы, используя метод обращённого движения. Началом отсчёта фазовых углов служит луч O_1C , отсчёт ведётся в направлении против угловой скорости движения кулачка. Дуги окружности радиуса O_1C , соответствующие фазовым углам удаления и приближения, делим на 6 равных частей в соответствии с графиком перемещения. Через точки деления проводим лучи из центра O_1 . Затем из O_1 проводим дуги радиусом O_11, O_12, O_13 и так далее до пересечения с соответствующими лучами.

Совокупность последовательных положений толкателя даёт центральный профиль кулачка. Определяем радиус ролика и строим рабочий профиль кулачка.

Определение размеров ролика толкателя

Для уменьшения износа профиля кулачка и потерь на трение толкатель снабжают роликом. Размер ролика r_p выбирают из условия выполнения закона движения (чтобы не получить заострение практического профиля кулачка): $r_p \leq 0,8\rho_{min}$, и из условия конструктивности: $r_p \leq 0,4R_{min}$, где R_{min} минимальный радиус кулачка; ρ_{min} – минимальный радиус кривизны профиля кулачка на выпуклой его части.

Участки теоретического профиля кулачка с наименьшим ρ_{min} определяют визуально. Затем для этих участков находят центр среднего круга кривизны, проходящего через три ближайшие точки. Средний круг кривизны можно определить и с помощью хорд, соединяющих соседние точки со средней точкой. Через середины каждой из хорд проводят перпендикуляры и находят их пересечение. В точке их пересечения будет находиться центр кривизны. Окончательно берётся меньший радиус ролика из двух вычисленных по формулам:

$$r_p \leq 0,8\rho_{min}, \quad r_p \leq 0,4R_{min}.$$

Для вычерчивания практического профиля нужно провести ряд окружностей радиусом ролика с центрами на теоретическом профиле, и огибающая этих окружностей будет практическим (рабочим) профилем кулачка.

ПОСТРОЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Заданные величины: модуль зацепления m , число зубьев колёс $z_{ш}$ и z_k . Размеры цилиндрического зубчатого зацепления определяются в следующем порядке:

1. По данным $z_{ш}$ и z_k определяем передаточное число $U_{\text{в-о}} = \frac{z_k}{z_{ш}}$.
2. Определяем относительные коэффициенты смещения X_1, X_2 коэффициент уравнительного смещения Δy по таблицам Кудрявцева. Вычисляем коэффициент воспринимаемого смещения $y = x_\Sigma - \Delta y$.
3. Угол зацепления α_w определяем по номограмме: $\frac{1000x_\Sigma}{z_\Sigma} \Rightarrow \alpha_w$.

Таблица 1.8

Выбор параметров зацепления

Параметр	Неравносмешённое зацепление	В масштабе μ_l
Шаг зацепления	$P_a = \pi m$	
Радиус делительной окружности	$r_1 = \frac{mZ_1}{2}, \quad r_2 = \frac{mZ_2}{2}$	
Радиус основной окружности	$r_{b1} = r_1 \cos \alpha, \quad r_{b2} = r_2 \cos \alpha$	
Толщина зуба по делительной окружности	$S_1 = \frac{P_a}{2} + 2X_1 m \operatorname{tg} \alpha, \quad S_2 = \frac{P_a}{2} + 2X_2 m \operatorname{tg} \alpha$	
Радиус окружности впадин	$r_{f1} = r_1 - m(h_a^* + C^* - X_1),$ $r_{f2} = r_2 - m(h_a^* + C^* - X_2)$	
Межосевое расстояние	$a_w = m \left(\frac{Z_\Sigma}{2} + Y \right)$	
Радиус начальной окружности	$r_{w1} = r_1 \left(1 + \frac{2Y}{Z_\Sigma} \right), \quad r_{w2} = r_2 \left(1 + \frac{2Y}{Z_\Sigma} \right)$	
Глубина захода зубьев	$h_a = (2h_a^* - \Delta Y)m$	
Высота зуба	$h = h_a + c^* m$	
Радиус окружности вершин	$r_{a1} = r_{f1} + h, \quad r_{a2} = r_{f2} + h$	

Примечание: $h_a^* = 1$ – коэффициент высоты головки зуба; $c^* = 0,25$ – коэффициент радиального зазора стандартный, $\alpha = 20^\circ$ – угол профиля.

Коэффициент перекрытия:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha}.$$

Масштабный коэффициент картины зацепления: $\mu_l = \frac{h}{|h|}$ (м/мм), где $|h|$ – высота зуба на чертеже.

Построение картины зацепления

- Строим дуги начальных окружностей, касающихся в точке P – полюсе зацепления.
- Через точку P проводим прямую N_1N_2 , образующую угол α_w с общей касательной TT' к начальным окружностям в точке P .
- Из центров O_1 и O_2 зубчатых колёс опускаем на прямую N_1N_2 перпендикуляры, являющиеся радиусами основных окружностей r_{b1} и r_{b2} , и строим основные окружности.

4. Строим эвольвенты, которые описывает точка P прямой N_1N_2 при перекатывании её по основным окружностям как для первого, так и для второго колеса.

5. Проводим окружности впадин и вершин колёс.

6. Проводим делительную окружность первого колеса. От точки пересечения этой окружности с соответствующей эвольвентой откладываем по делительной окружности вправо и влево дуги, равные шагу зацепления p_a . Затем откладываем дуги, равные толщине зуба S . На втором колесе построения аналогичны.

7. Для точного построения дуг необходимо подсчитать хорды, стягивающие эти дуги, и отложить их. В общем случае хорда, стягивающая дугу, равную S на окружности радиуса r , для каждого колеса подсчитывается по формуле

$$a_r = 2r \cdot \sin \frac{S}{2r}.$$

Переходим к определению активной линии зацепления B_1B_2 . Фиксируем рабочий участок профиля зуба, определяем дугу зацепления; проводим нормали к рабочему профилю, то есть касательные к основной окружности колеса. Дуга a_1b_1 начальной окружности, заключенная между точками a_1 и b_1 пересечения этих нормалей с начальной окружностью, является дугой зацепления первого колеса. Дугу зацепления a_2b_2 для второго колеса находим аналогично. Дуги зацепления колёс равны между собой и могут быть подсчитаны:

$$\cup a_1b_1 = \cup a_2b_2 = \frac{B_1B_2}{\cos \alpha_w}.$$

8. После построения картины зацепления производим подсчёт коэффициента перекрытия по формуле

$$\varepsilon_{\dot{a}} = \frac{B_1B_2}{\pi m \cos \alpha},$$

где B_1B_2 – практическая линия зацепления на чертеже.

9. Подсчитываем значения коэффициентов удельных скольжений v_1 и v_2 по формулам

$$v_1 = 1 - \frac{g - x}{x} \cdot \frac{1}{U_{\text{ш-к}}},$$

$$v_2 = 1 - \frac{x}{g - x} \cdot U_{\text{ш-к}},$$

$g = N_1N_2$ – теоретическая линия зацепления; $U_{\text{ш-к}}$ – передаточное число; данные заносим в таблицу.

Отрезки, взятые с оси x	Коэффициенты удельного скольжения для первого колеса	Коэффициенты удельного скольжения для второго колеса
$x_1 = N_1$	$\nu_1 =$	$\nu_2 =$
$x_2 = N_1 B_1$	$\nu_1 =$	$\nu_2 =$
$x_3 = N_1 P$	$\nu_1 =$	$\nu_2 =$
$x_4 = N_1 B_2$	$\nu_1 =$	$\nu_2 =$
$x_5 = N_1 N_2$	$\nu_1 =$	$\nu_2 =$

УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЁТОВ ДЛЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО ТММ

1. Загрузить файл ТММ.exe.
2. Указать число, шифр задания, вариант задания, фамилию преподавателя, свою фамилию, группу. Для этого мышкой поставить курсор в соответствующую графу, стереть старые и затем ввести свои данные. Если не получается включить русский алфавит, фамилии можно написать латинскими буквами.
3. Когда вся страница заполнена, проверить и мышкой нажать кнопку «Продолжить».
4. Теперь нужно ввести исходные данные в соответствии с бланком задания.
5. Мышкой отметить все три расчёта (кинематический уже отмечен, напротив силового и динамического в скобках поставить «Х»).
6. Число положений и шаг расчёта не изменяются.
7. Тип механизма посмотреть в задании.
8. Направление вращения кривошипа указано стрелкой на схеме « ω ».
9. ВНИМАНИЕ! Разделительный знак – ТОЧКА, а не запятая.
10. Угловая скорость в задании называется частотой вращения. Если в распечатке угловая скорость окажется отрицательной, пугаться не нужно. Знак указывает на направление вращения кривошипа.
11. Все значения надо вводить в десятичной форме с учётом величин, указанных в бланке рядом с единицами измерения (10^{-2} , 10^{-5} и так далее).
12. Силы указаны в отдельной таблице (для 12 положений, а не вариантов). Тринадцатое положение соответствует первому, так как шаг расчёта 30° .
13. Если отдельной таблицы нет, нужно посмотреть схему распределения нагрузки и использовать значение «Усилие нагнетания F ». Обычно до шестого положения сила равна F , с седьмого – $0,1F$.
14. Когда все данные введены, мышкой нажать кнопку «Печать».

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОГРАММЫ ТММ.ЕХЕ

ВЦ каф. ТММ	Дата –
Исполнитель	–
Группа	–
Руководитель	–
Задание	–
Вариант	–

Исходные данные:

Число положений $N = 13$ Шаг расчета $H = 30$

Тип механизма – двигатель. Начальный угол $f_0 = 0$ [град].
Кривошип вращается по ходу часовой стрелки

Угловая скорость кривошипа, 1/с W1 = 50
Длина кривошипа, м L1 = 0,06
Длина шатуна, м L2 = 0,24
Координата центра масс кривошипа, м L3 = 0,03
Координата центра масс шатуна, м L4 = 0,12
Отношение L1/L2 C = 0,250
Масса кривошипа, кг M1 = 2,1
Масса шатуна, кг M2 = 0,9
Масса поршня, кг M3 = 1,6
Момент инерции кривошипа, кгм^2 J1 = 0,04
Момент инерции шатуна, $\text{кгм}^2]$ J2 = 0,004
Неравномерность хода D = 0,05

Таблица 1

Перемещение точек механизма

<i>I</i>	<i>X_{S1}, м</i>	<i>Y_{S1}, м</i>	<i>X_{S2}, м</i>	<i>Y_{S2}, м</i>	<i>S_c, м</i>
0	0,03000	0,00000	0,12000	0,00000	0,00000
1	0,02598	0,01500	0,12898	0,01500	0,00991
2	0,01500	0,02598	0,15281	0,02598	0,03563
3	0,00000	0,03000	0,18375	0,03000	0,06750
4	-0,01500	0,02598	0,21281	0,02598	0,09563
5	-0,02598	0,01500	0,23290	0,01500	0,11384
6	-0,03000	0,00000	0,24000	0,00000	0,12000
7	-0,02598	-0,01500	0,23290	-0,01500	0,11384
8	-0,01500	-0,02598	0,21281	-0,02598	0,09563
9	0,00000	-0,03000	0,18375	-0,03000	0,06750
10	0,01500	-0,02598	0,15281	-0,02598	0,03563
11	0,02598	-0,01500	0,12898	-0,01500	0,00991
12	0,03000	0,00000	0,12000	0,00000	0,00000

Таблица 2

Скорости точек механизма

<i>I</i>	<i>V_{xs2}, м/с</i>	<i>V_{ys2}, м/с</i>	<i>V_{s1}, м/с</i>	<i>V_{s2}, м/с</i>	<i>V_c, м/с</i>	$\omega_2, \text{1/c}$
0	0,00	-1,50	1,50	1,50	0,00	-12,50
1	-1,66	-1,30	1,50	2,11	-1,82	-10,91
2	-2,76	-0,75	1,50	2,86	-2,92	-6,40
3	-3,00	0,00	1,50	3,00	-3,00	0,00
4	-2,43	0,75	1,50	2,54	-2,27	6,40
5	-1,34	1,30	1,50	1,86	-1,18	10,91
6	0,00	1,50	1,50	1,50	0,00	12,50
7	1,34	1,30	1,50	1,86	1,18	10,91
8	2,43	0,75	1,50	2,54	2,27	6,40
9	3,00	-0,00	1,50	3,00	3,00	-0,00
10	2,76	-0,75	1,50	2,86	2,92	-6,40
11	1,66	-1,30	1,50	2,11	1,82	-10,91
12	0,00	-1,50	1,50	1,50	0,00	-12,50

Средняя скорость поршня, м/с, $V = -1,910$

Таблица 3

Ускорения точек механизма

<i>I</i>	α_{xs2} м/с ²	α_{ys2} м/с ²	α_{s1} м/с ²	α_{s2} м/с ²	α_c м/с ²	ε_2 1/с ²
0	168,750	0,000	75,000	168,750	187,500	0,000
1	149,026	-112,500	75,000	186,722	148,654	329,958
2	94,436	-194,856	75,000	216,534	56,250	563,337
3	19,355	-225,000	75,000	225,831	-37,500	645,161
4	-55,564	-194,856	75,000	202,623	-93,750	563,337
5	-110,781	-112,500	75,000	157,888	-111,154	329,958
6	-131,250	0,000	75,000	131,250	-112,500	0,000
7	-110,781	112,500	75,000	157,888	-111,154	-329,958
8	-55,564	194,856	75,000	202,623	-93,750	-563,337
9	19,355	225,000	75,000	225,831	-37,500	-645,161
10	94,436	194,856	75,000	216,534	56,250	-563,337
11	149,026	112,500	75,000	186,722	148,654	-329,958
12	168,750	0,000	75,000	168,750	187,500	0,000

Конец кинематического расчета.

Таблица 4

Внешняя нагрузка

<i>I</i>	ϕ , град	<i>F</i> , н
0	0	1000,0
1	30	650,0
2	60	100,0
3	90	100,0
4	120	100,0
5	150	100,0
6	180	100,0
7	210	150,0
8	240	300,0
9	270	550,0
10	300	950,0
11	330	1000,0
12	360	1000,0

Таблица 5

Инерционные нагрузки звеньев

<i>I</i>	<i>F_{s1}</i> , н	<i>F_{s2}</i> , н	<i>F_{s3}</i> , н	<i>M_{z2}</i> , нм
0	157,5	166,2	-300,0	0,00
1	157,5	146,3	-237,8	-1,32
2	157,5	91,4	-90,0	-2,25
3	157,5	17,4	60,0	-2,58
4	157,5	60,3	150,0	-2,25
5	157,5	115,6	177,8	-1,32
6	157,5	136,1	180,0	0,00
7	157,5	115,6	177,8	1,32
8	157,5	60,3	150,0	2,25
9	157,5	17,4	60,0	2,58
10	157,5	91,4	-90,0	2,25
11	157,5	146,3	-237,8	1,32
12	157,5	166,2	-300,0	0,00

Таблица 6

Реакции в кинематических парах
и уравновешивающая сила

<i>I</i>	<i>F_y</i> , нм	<i>F₀₁</i> , н	<i>F₂₁</i> , н	<i>F₃</i> , н	<i>F₀₃</i> , н
0	-3,2	292,2	155,5	325,8	80,4
1	-26,8	227,7	123,2	277,4	112,6
2	-11,0	111,3	51,3	134,8	83,7
3	15,1	171,0	71,7	46,1	12,8
4	16,6	242,3	93,7	141,5	-44,5
5	6,4	243,3	71,5	174,3	-64,0
6	3,2	233,5	56,5	173,2	-54,6
7	-0,8	253,5	78,0	164,4	-26,9
8	-13,3	259,1	100,2	134,3	3,3
9	-15,1	193,7	71,8	46,3	13,5
10	7,8	132,7	26,4	106,2	10,1
11	21,2	232,0	114,1	255,3	30,3
12	-3,2	292,2	155,5	325,8	80,4

Конец силового расчета

Таблица 7

Приведенный момент сил

<i>I</i>	φ, град.	<i>Mд</i> , нм	<i>S</i> , см ²
0	0	0,77	0,20
1	30	6,44	1,89
2	60	2,65	2,38
3	90	-3,62	-0,25
4	120	-3,98	-1,99
5	150	-1,54	-1,45
6	180	-0,77	-0,61
7	210	0,19	-0,15
8	240	3,19	0,88
9	270	3,62	1,78
10	300	-1,86	0,46
11	330	-5,09	-1,82
12	360	0,77	-1,13

Сумма площадей под *Mд*, см²: $U = 0,202$ Приведенный момент сил сопротивления, нм: $Mс = 0,032$

Таблица 8

Работа, энергия, угловая скорость

<i>I</i>	<i>Aд</i> , Дж	<i>Aс</i> , Дж	<i>Tмаш</i> , Дж	<i>Jп</i> , кгм ²	<i>Tmax</i> , Дж	ω , с ⁻¹
0	0,2	0,0	0,2	0,042950000	0,2	-53,1
1	2,1	0,0	2,1	0,045815396	2,0	-59,5
2	4,5	0,0	4,4	0,050376529	4,4	-63,3
3	4,2	0,1	4,2	0,050890000	4,1	-62,8
4	2,2	0,1	2,2	0,047594449	2,1	-59,5
5	0,8	0,1	0,7	0,044214817	0,7	-55,6
6	0,2	0,1	0,1	0,042950000	0,0	-51,9
7	0,0	0,1	-0,1	0,044214817	-0,1	-52,0
8	0,9	0,1	0,8	0,047594449	0,7	-55,7
9	2,7	0,2	2,5	0,050890000	2,5	-60,0
10	3,2	0,2	3,0	0,050376529	2,9	-60,9
11	1,3	0,2	1,1	0,045815396	1,1	-57,1
12	0,2	0,2	0,0	0,042950000	-0,0	-50,0

Положение механизма и наибольшая кинетическая энергия маховика:
 $i = 3$ $T_{\text{max}} = 4,4$ Дж.

Положение механизма и наименьшая кинетическая энергия маховика:

$$i = 8 \quad T_{\min} = -0,1 \text{ Дж.}$$

Расчетный момент инерции маховика: $J_M = 0,017014 \text{ кгм}^2$.

Неравномерность вращения кривошипа.

Положение и наибольшая угловая скорость:

$$i = 7 \quad \omega_{1\max} = -51,9 \text{ 1/c.}$$

Положение и наименьшая угловая скорость:

$$i = 3 \quad \omega_{1\min} = -63,3 \text{ 1/c.}$$

Реальный коэффициент неравномерности хода кривошипа:

$$D_1 = -0,227421.$$

Конец динамического расчета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения курсовой работы получены следующие результаты:

1. Определены закон движения, траектория и кинематические характеристики выходного звена.
2. Силовым расчётом определены реакции в кинематических парах и уравновешивающий момент.
3. Выполнен расчёт маховика путём определения его момента инерции и геометрических параметров, а также окружной скорости.
4. Выполнен синтез кулачкового механизма по его рабочему процессу и динамическим условиям работы.
5. Выполнен синтез зубчатой передачи и определены качественные характеристики зацепления двух колёс.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поезжаева Е.В. Лабораторный практикум по теории механизмов и робототехники: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 120 с.
2. Поезжаева Е.В. Проектирование эвольвентных зубчатых передач: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2006. – 80 с.
3. Поезжаева Е.В. Синтез кулачковых механизмов: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – 108 с.
4. Поезжаева Е.В. Теория механизмов и механика машин: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 122 с.
5. Поезжаева Е.В. Промышленные роботы: учеб. пособие: в 3 кн. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009.
6. Фролов В.К. Теория механизмов и механика машин. – М.: Изд-во МВТУ им. Э.А. Баумана, 2005. – 662 с.

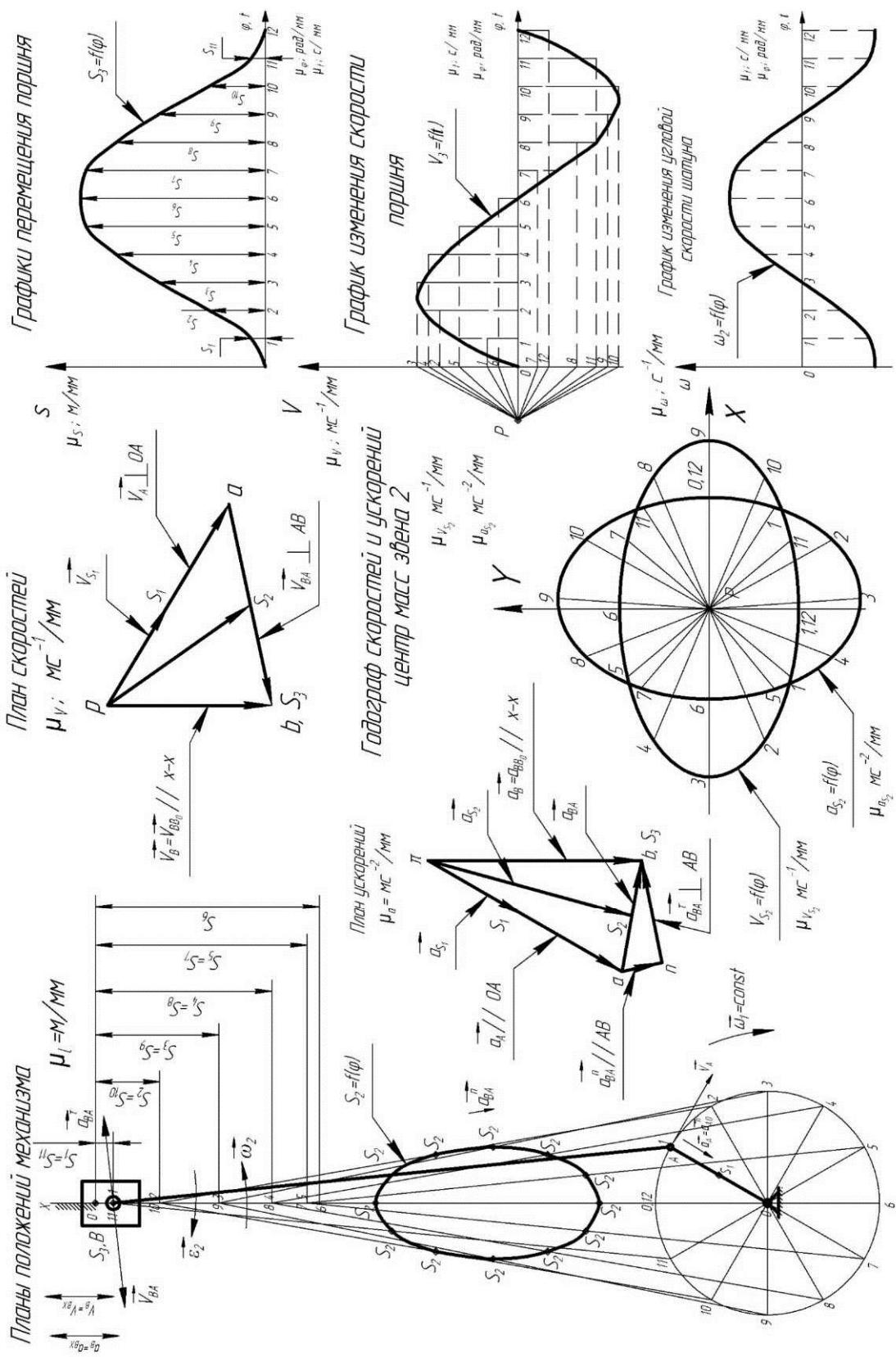


Рис. 1. Кинематическое исследование рычажного механизма

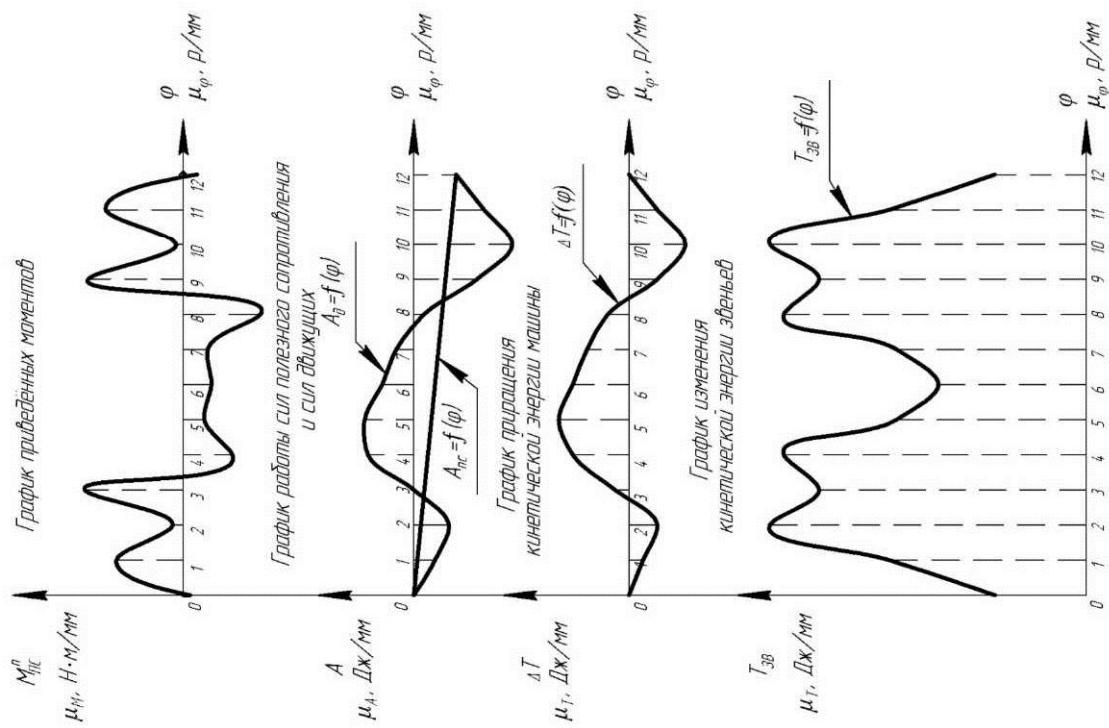


Рис. 2. Расчет маховика по методу Мерзалова

График изменения кинетической энергии маховика

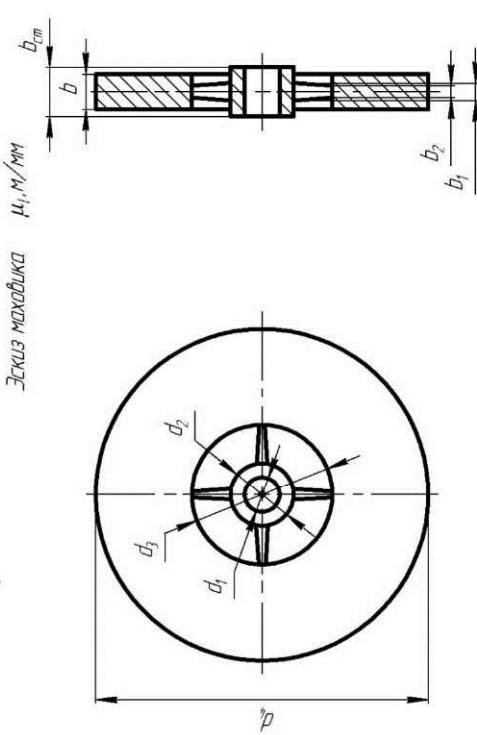
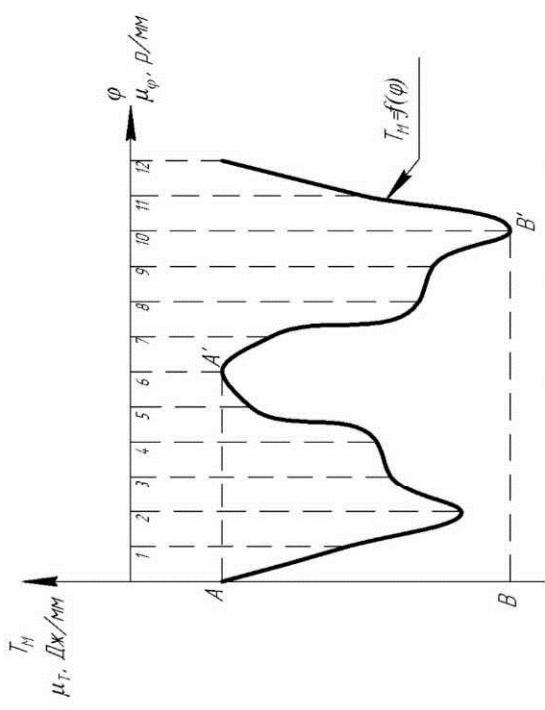


График приращениях моментов

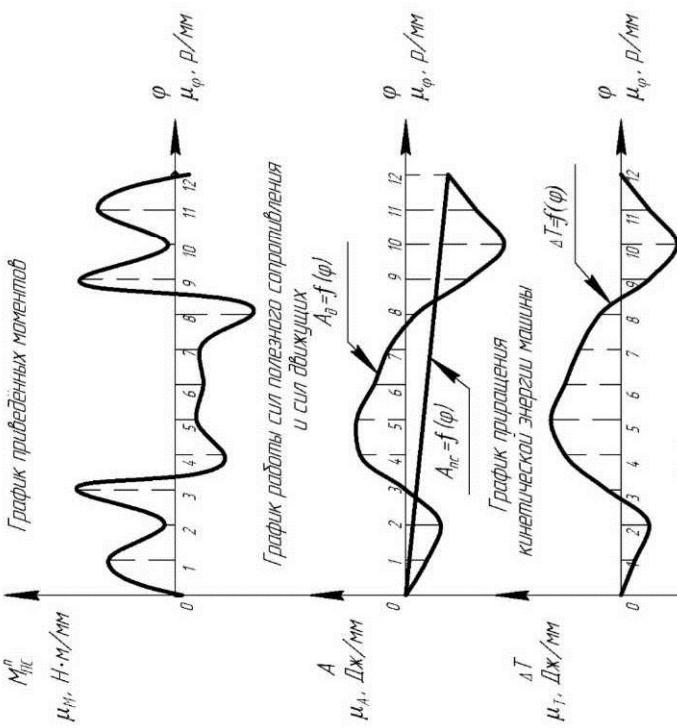
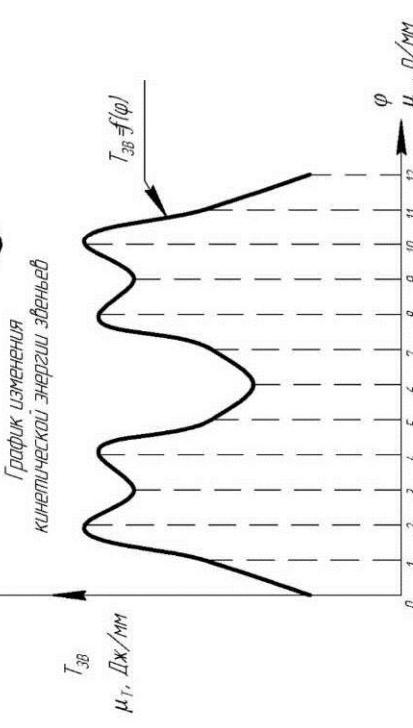


График изменения кинетической энергии машины



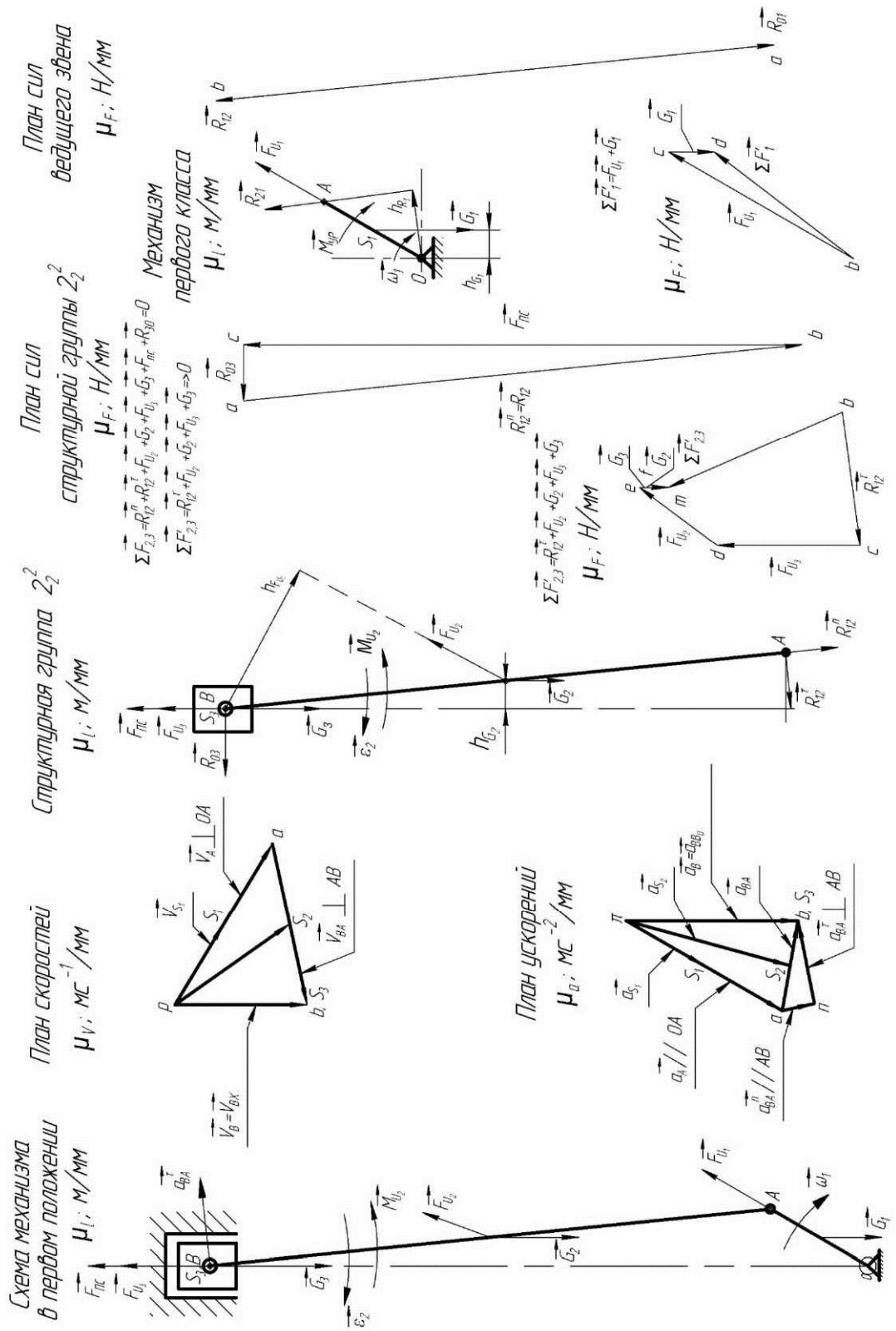


Рис. 3. Силовой расчет механизма

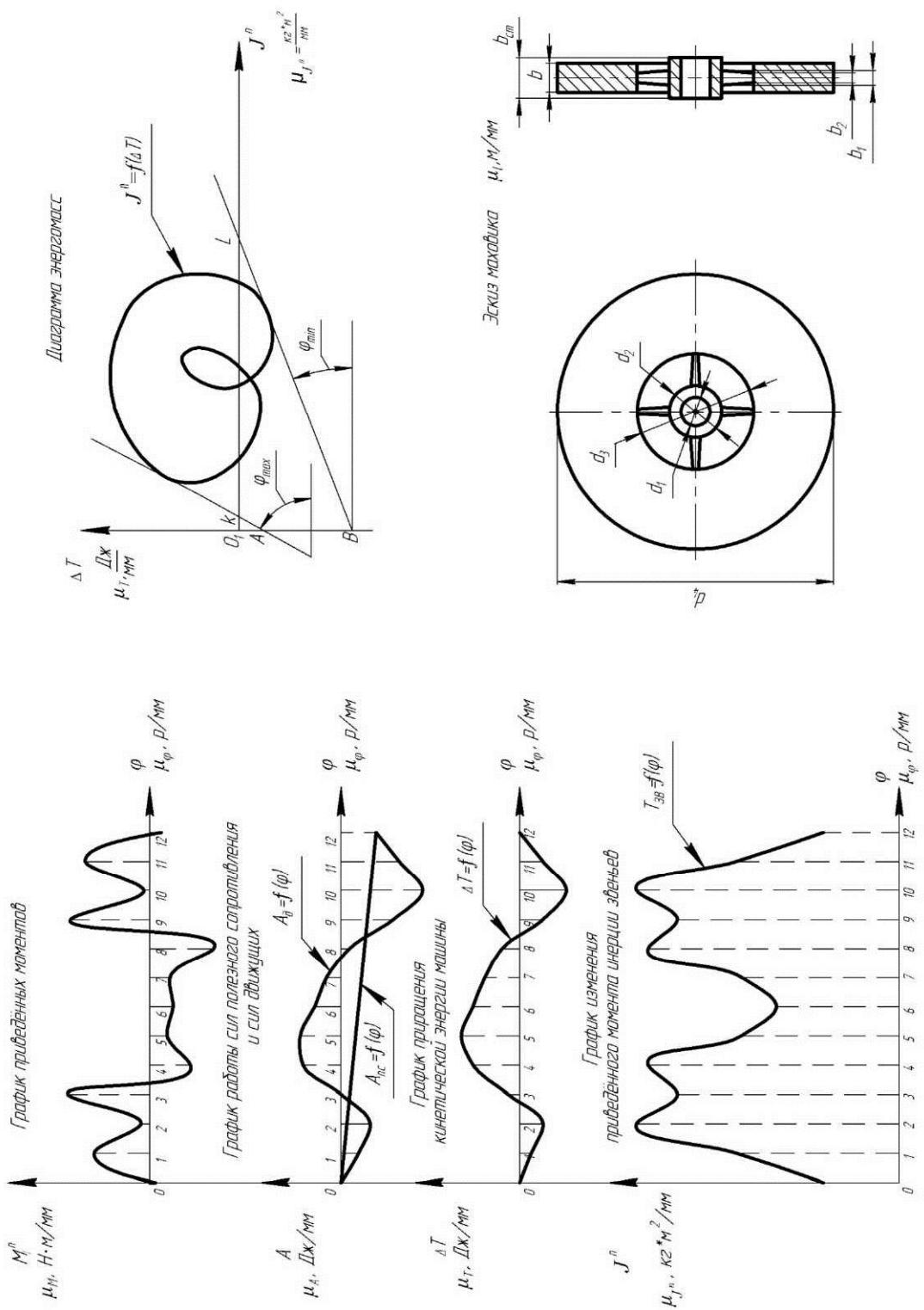


Рис. 4. Расчет механизма по методу Витгенбауэра

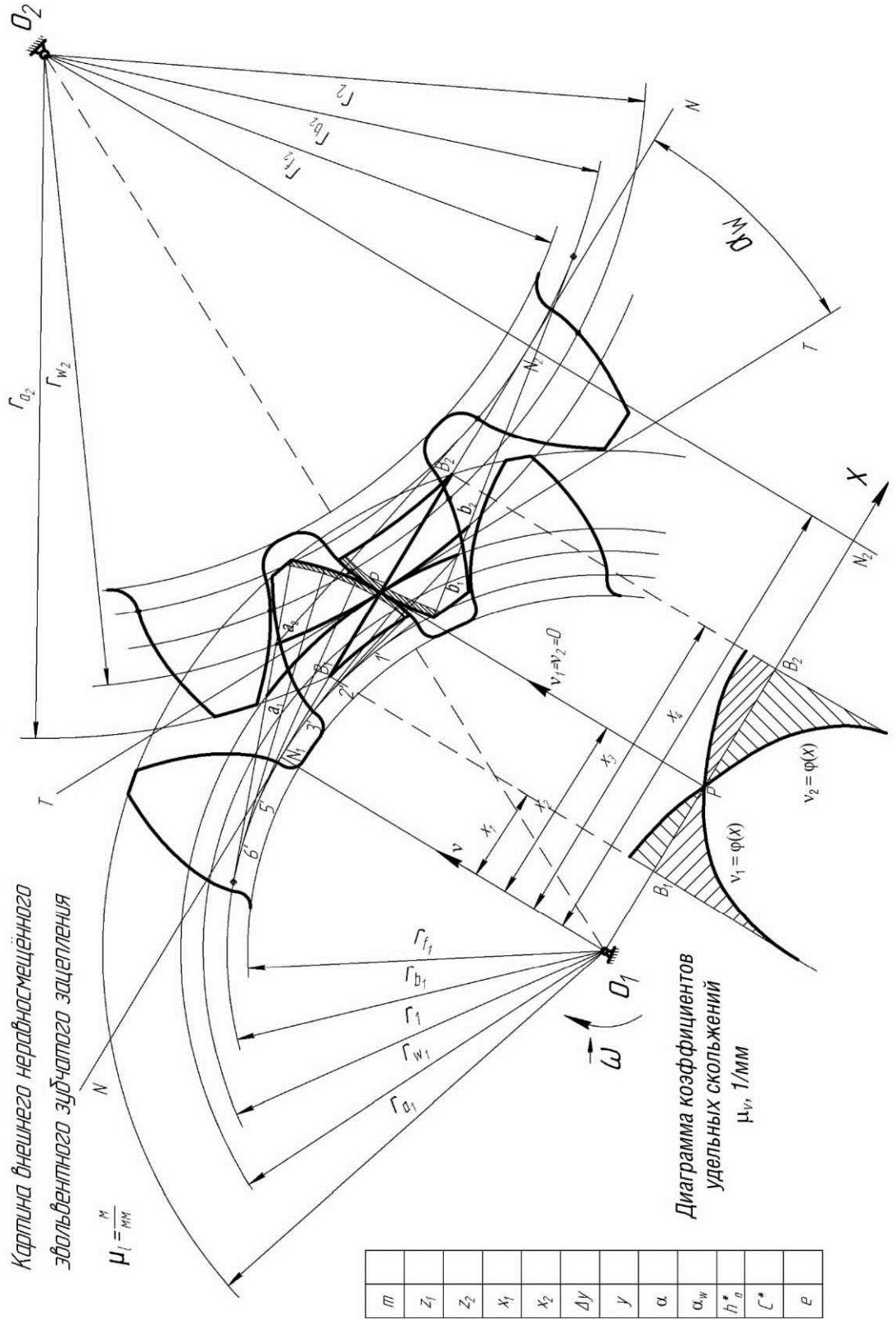


Рис. 5. Синтез зубчатой передачи

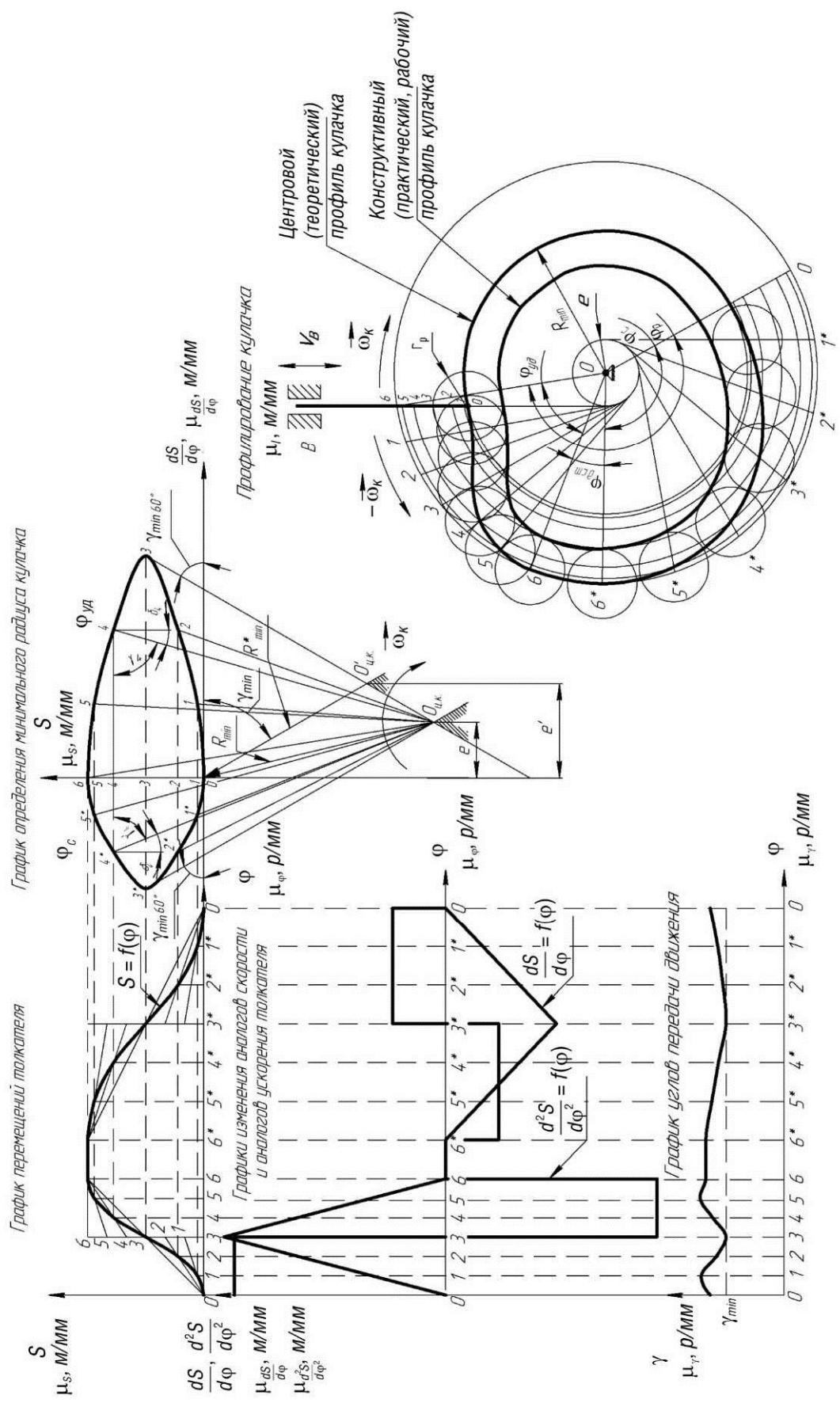


Рис. 6. Синтез кулачкового механизма

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА ПО ПРОЕКТИРОВАНИЮ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Исходные данные для расчета

Наименование параметра	Обозначение
Число зубьев: – шестерни; – колеса	z_1 z_2
Модуль	m
Угол наклона	β
Нормальный исходный контур: – угол профиля; – коэффициент высоты головки; – коэффициент граничной высоты; – коэффициент радиального зазора; – линия модификации головки; – коэффициент высоты модификации головки; – коэффициент глубины модификации головки	α h_a^* h_1^* c^* — h_g^* Δ
Межосевое расстояние	a_w
Коэффициент смещения: – шестерни; – колеса	X_1 X_2

Примечание:

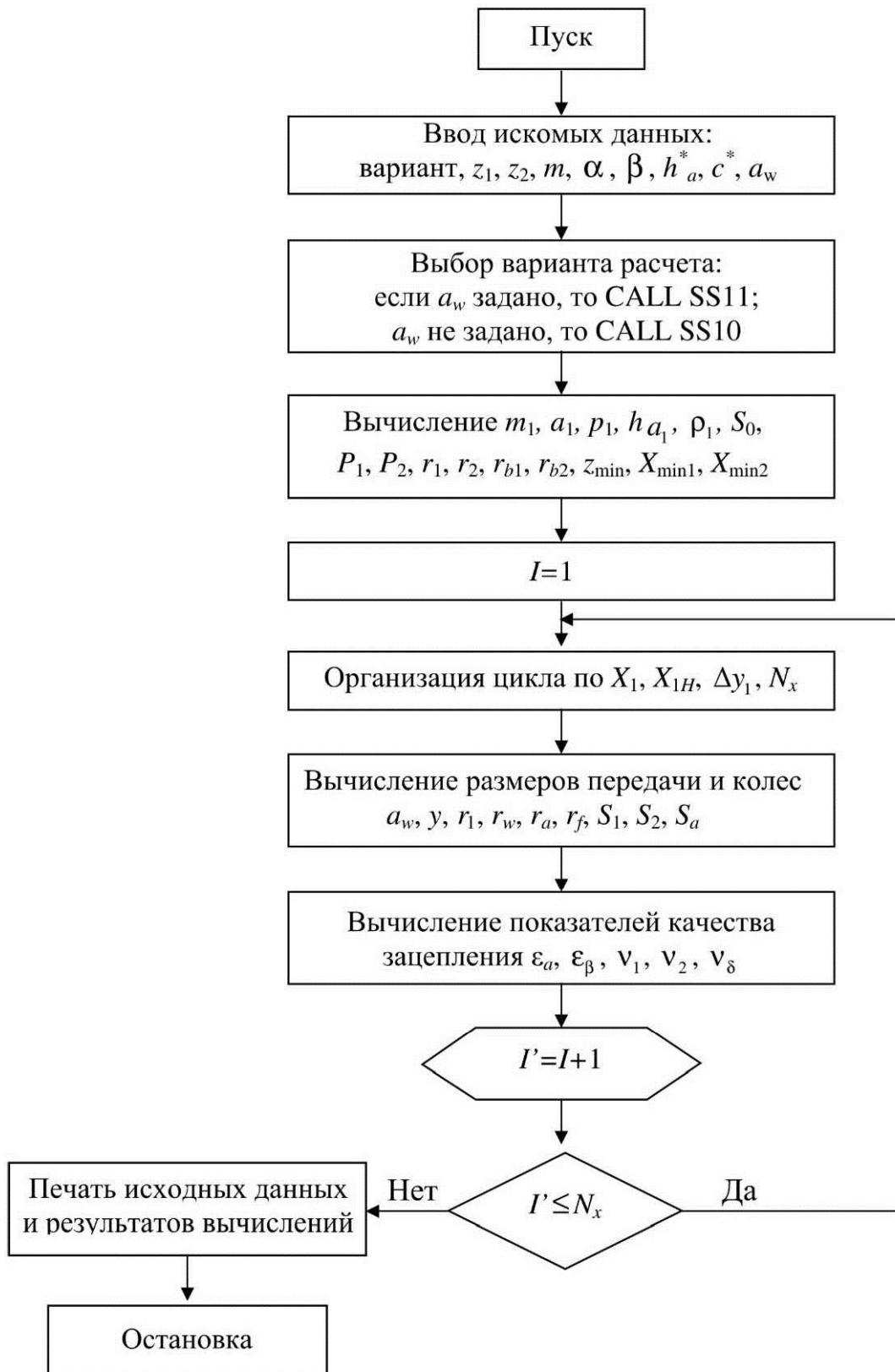
1. Межосевое расстояние * входит в состав исходных данных, если его значение задано.

2. Коэффициенты смещения * и * входят в состав исходных данных, если значение межосевого расстояния * не задано.

**ГОСТ 16532-70. Принципиальная схема расчета
геометрии зубчатой передачи**



Алгоритм расчета эвольвентного зубчатого соединения



Расчет эвольвентного зубчатого зацепления на ЭВМ

```
(SM 10024,0,65360)
Program zubya;
uses graph, crt, dos;
{Sl tabl2.dll}
{Sl tabl3.dll}
{Sl tabl7.dll}
type zap=record
x1:double;
x2:double;
end;
tab=array [11..48,11..24] of zap;
var
tab4; tab;
zmint,I,z1,z2:integer;
m,beta,alf,ha,c,alf,mt,hat,ct,rl,r2,rbl,rb2,xminl,
xtnln2:double;
aa,N,h,x1,x2,Y,dy,rw1,rw2,aw,ra1,ra2,alftw,p,rf1,rf2,s1,s2,
alfa1,alfa2,ea,eb,eg:double;
rab1,rab2,rab3,rab4:double;
ch:char;
sr1,sr2:integer;
str(x:20:3,s);
while pos(' ',s)<>0 do
delete(s,pos(' ',s),1);
while(s[length(s)]='O')do
delete(s,length(s),1);
if s[length(s)]='. Then delete(s,length(s),1);
str2:=s;
end;
begin
zast;
zagr(tab4);
textattr:=14+16;
clrscr;
(Sl-)
textcolor(14);
writeln;
writeln(' Расчет зубчатой передачи');
writeln;
textcolor(15);
writeln(' Ввод исходных данных:');
```

```

writeln;
textcolor(7);
write(' Введите число зубьев первого колеса Z1='); textcolor(12);
textcolor(12); window(44,6,50,6);
repeat
readln(z1);
if(ioreresult<>0)or(z1<10)or(z1>25)then begin write(#7); z1:=0; end;
until(z1<>0);
write(z1);
textcolor(7); window(1,7,80,24);
write(' Введите число зубьев второго колеса Z2=');
textcolor(12); window(44,7,50,7);
repeat
readl(z2);
if(ioreresult<>0)or(z2>160)then begin write(#7); z2:=0; end;
until z2<>0;
write(z2);
if z2<z1 then
begin
z1:=z1+z2;
z2:=z1-z2;
z1:=z1-z2;
end;
textcolor(7); window(1,8,80,24);
write(' Введите модуль m= ');
textcolor(12); window(44,8,50,8);
repeat
readln(m);
if(ioreresult<>0)or(m<=0)or(m>100)then begin write(#7); m:=0; end;
until m<>0;
write(str2(m));
textcolor(7); window(1,9,80,24);
beta:=-1;
write(' Введите угол наклона зубьев beta= ');
textcolor(12); windiw(44,9,50,9);
repeat
readln(beta);
if(ioreresult<>0)or(beta>90)or(beta>90)then begin write(#7); beta:=-1; end;
until beta<>-1;
write(str2(beta));
textcolor(7),window(1,9,80,24);
(S1+)(---константы---)

```

```

alf:=20;
ha:=1;
c:=0.25;
beta:=beta*3.14/180;
alf:=alf*3.14/180;
alft:=arctan((sin(alf)/cos(alf))/cos(beta));
mt:=m/cos(beta);
hat:=ha*cos(beta);
ct:=c*cos(beta);
zmint:=round(2*hat/sqr(sin(alft)));
if z2/z1>2 then
begin
x2:=tab7[z2 div 5,z1];
x1:=tab2[z1];
end else
begin
x1:=tab4[z2,z1].x1;
x2:=tab4[z2,z1].x2;
end;
r1:=(mt*z2)/2;
r2:=(mt*z2)/2;
rb1:=r1*cos(alft);
rb2:=r2*cos(alft);
rabl:=(x1+x2)*1000/(z1+z2);
rab2:=int(rabl);
rab3:=frac(rabl);
if(rab3<=0.25)then begin rab3:=0; rab4:=0; end
else if(rab3<0.75)then begin rab3:=0.5; rab4:=0; end
else begin rab3:=0; rab4:=1; end;
p:=mt*3.14;
alftw:=tab3[round(2*(rab2+rab3+rab4))]*3.14/180;
Y:=(z1+z2)*((cos(alft)/cos(alftw))-1)/2; {Коэффи. Воспринимаемого
смещения}
dY:=(x1+x2)-Y; {Коэффи. Уравнительного смещения}
rw1:=m*z1/2*cos(alft)/cos(alftw); {Радиусы начальных окружностей}
rw2:=m*z2/2*cos(alft)/cos(alftw);
aw:=rw1+rw2; {Межосевое расстояние}
ra1:=mt*(z1/2+hat+x1-dY); {Радиусы окружностей вершин}
ra2:=mt*(z2/2+hat+x2-dY);
rf1:=r1-mt*(hat+ct-x1); {Радиусы окружностей впадин}
rf2:=r2-mt*(hat+ct-x2);
h:=mt*(2*hat+ct-dY); {Высота зуба}
s1:=mt*(3.14/2+2*x1*(sin(alft)/cos(alft))); {Толщина зубьев по делит. окр.}

```

```

s2:=mt*(3.14/2+2*x2*(sin(alft)/cos(alft)));
alfa1:=arctan(sqrt(1-sqr(rb1/ra1))/(rb1/ra1));
alfa2:= arctan(sqrt(1-sqr(rb2/ra2))/(rb2/ra2));
{Коэффициенты перекрытия зубчатой передачи}
ea:=(z1*(sin(alfa1)/cos(alfa1)-
sin(alftw)/cos(alftw))+z2*(sin(alfa2)/cos(alfa2)-
sin(alfaw)/cos(alftw)))/2*3.14;
eb:=0.25*aw*(sin(bea)/cos(beta))/(3.14*mt);
eg:=ea+eb;
alftw:=alftw*180/3.14;
beta:=round(beta*180/3.14);
sr2:=registerbgifont(addr(littdrv));
ingraph;
settextjustify(1,1);
exec('pcxshow.exe','zubya.dat /g /k /q');
SetTextStyle(sr2,0,4); {2}
setcolor(1);
settextjustify(0,1);
outtextxy(450,70,'Число зубьев первого');
outtextxy(517,80,'колеса Z1='+str1(z1));
outtextxy(450,100,'Число зубьев второго');
outtextxy(517,110,'колеса Z2='+str1(z2));
outtextxy(450,130,'Модуль m='+str1(m));
outtextxy(450,150,'Угол наклона зубьев beta='+str1(beta));
outtextxy(350,040,'Z2');
outtextxy(350,440,'Z1');
settextjustify(1,1);
outtextxy(255,340,'R1='+str1(r1));
settextjustify(0,1);
outtextxy(140,150,'R2='+str1(r2));
outtextxy(325,380,'Rw1='+str1(rw1));
outtextxy(295,130,'Rw2='+str1(rw2));
settextjustify(3,1);
outtextxy(275,357,'Ra1='+str1(ra1));
outtextxy(245,150,'Ra2='+str1(ra2));
settextjustify(1,1);
outtextxy(040,240,'Aw='+str1(aw));
outtextxy(155,350,'Rf1='+str1(rf1));
settextjustify(0,1);
outtextxy(090,100,'Rf2='+str1(rf2));
settextjustify(3,1);
outtextxy(190,285,'S1='+str1(s1));
outtextxy(220,175,'S2='+str1(s2));

```

```

settextjustify(0,1);
outtextxy(127,305,'Alftw='+str1(Alftw));
outtextxy(385,240,'H='+str1(h));
SetTextStyle(sr2,0,4); {2}
setcolor(1);
settextjustify(0,1);
outtextxy(450,220,'Торцевой модуль mt='+str1(mt));
outtextxy(450,240,'Шаг зацепления P='+str1(p));
outtextxy(450,300,'Минимальное количество');
outtextxy(450,310,'зубьев Zmin='+str1(zmint));
outtextxy(450,330,'Коэффициент воспринимаемого');
outtextxy(450,340,'смещения dY='+str1(dY));
outtextxy(450,390,'Коэффициенты перекрытия');
outtextxy(517,400,'зубчатой передачи:');
outtextxy(520,420,'Ealf='+str1(Ea));
outtextxy(520,435,'Ebata='+str1(Eb));
outtextxy(520,450,'Egamma='+str1(Eg));
outtextxy(450,260,'Коэффициент смещения X1='+str2(X1));
outtextxy {450,280,'Коэффициент смещения X2='+str2(X2)};
SetTextStyle(6,0,1);
setcolor(5);
outtextxy(430,195,'Результаты вычислений:');
outtextxy(430,40,'Исходные данные:');
outtextxy(200,470,'Для выхода нажмите любую клавишу');
while keypressed do ch:=readkey;
i:=3;
repeat
setcolor(i);
line(458,474,465,474);
delay(2000);
if i=3 then i:=0
else i:=3;
until keypressed;
ch:=readkey;
closegraph;
end.

```

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА

ПО ПРОЕКТИРОВАНИЮ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Цели и задачи расчета эвольвентного зацепления:

1. Расчет геометрии эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи на ЭВМ при заданном значении коэффициента смещения * в диапазоне изменения от $X_1 = 0$ до $X_2 = 1,4$ с шагом 0,1. Построение диаграмм качественных показателей $\varepsilon_\alpha = f(X_1)$, $S_{\alpha 1,2} / m = f(X_1)$, $\vartheta = f(X_1)$, $\lambda_{1,2} = f(X_1)$. Определение по диаграммам области допустимых решений (ОДР) для коэффициента смещения X_1 (минимально и максимально допустимых значений коэффициента смещения X_1). Выбор в ОДР коэффициента смещения X_1 с учетом сочетания качественных показателей и рекомендаций ГОСТ.
2. Построение схемы станочного зацепления для шестерни (зубчатого колеса) при выбранном значении X_1 . Построение профиля зуба методом огибания (включая переходную кривую).
3. Построение схемы эвольвентного зацепления для спроектированной зубчатой передачи с указанием основных параметров зубчатых колес и передачи по ГОСТ.
4. Проектирование планетарного редуктора (подбор чисел зубьев) заданной схемы по передаточному отношению. Построение кинематической схемы спроектированного редуктора в произвольном масштабе (модуль зацепления считать равным единице), кинематическое исследование редуктора методом треугольников скоростей, проверка передаточного отношения графическим методом.

Геометрический расчет эвольвентной зубчатой передачи внешнего зацепления

Геометрия проектируемой зубчатой передачи определяется параметрами исходного производящего контура инструмента и значениями его смещения при нарезании колес передачи. При нарезании прямозубой передачи исходный производящий контур по ГОСТ 3755-81 имеет следующие стандартные параметры:

- | | |
|---|------------------------|
| – угол главного профиля α | $\alpha := 20 \deg$ |
| – модуль зубьев нормальный m_n | $m_n := 12 \text{ мм}$ |
| – коэффициент высоты головки зуба h_a^* | $h_a^* := 1$ |
| – коэффициент радиального зазора c^* | $c^* := 0,25$ |

Параметры проектируемой зубчатой передачи:

- число зубьев шестерни z_1 $z_1 := 15$
- число зубьев колеса z_2 $z_2 := 25$
- угол наклона линии зуба β $\beta := 0\text{deg.}$

Далее проводится многовариантный расчет геометрии зацепления. При этом коэффициент смещения x_2 задается, а коэффициент x_1 варьируется от 0 до 1,5 с шагом 0,1.

При нарезании косозубых колес применяется тот же стандартный инструмент, что и для прямозубых, но устанавливается он наклонно к плоскости и заготовке. Реечный исходный производящий контур в этом случае имеет параметры, которые зависят от угла наклона линии зубьев.

Расчетные параметры исходного контура в торцевом сечении определяются следующим образом:

$$\tan \alpha_t := \frac{\tan(\alpha)}{\cos(\beta)};$$

$$\alpha_t := a \tan(\tan \alpha_t) \quad \alpha_t = 0,349$$

$$m_t := \frac{m_n}{\cos(\beta)} \quad m_t = 12 \text{ мм}$$

$$h_{ta} := h_a \cdot \cos(\beta) \quad h_{ta} = 1$$

$$c_t := c \cdot \cos(\beta) \quad c_t = 0,25$$

$$p_t := \pi \cdot \frac{m_n}{\cos(\beta)} \quad p_t = 37,7 \text{ мм}$$

Радиусы делительных окружностей шестерни и колеса:

$$r_1 := \frac{m_t \cdot z_1}{2} \quad (2.1) \quad r_1 = 90 \text{ мм}$$

$$r_2 := \frac{m_t \cdot z_2}{2} \quad (2.2) \quad r_2 = 150 \text{ мм}$$

Радиусы основных окружностей шестерни и колеса:

$$r_{b1} := \frac{m_t \cdot z_1}{2} \cdot \cos(\alpha_t) \quad (2.3) \quad r_{b1} = 84,6 \text{ мм}$$

$$r_{b2} := \frac{m_t \cdot z_2}{2} \cdot \cos(\alpha_t) \quad (2.4) \quad r_{b2} = 141 \text{ мм}$$

Минимальное число зубьев нулевого колеса, нарезаемое без подрезания:

$$z_{t\min} := \frac{2 \cdot h_{ta}}{\sin(\alpha_t)^2} \quad (2.5) \quad z_{t\min} = 17$$

Коэффициенты наименьшего смещения исходного контура (по условию подрезания):

$$x_{t \min 1} := h_{ta} \cdot \frac{(z_{t \min} - z_1)}{z_{t \min}} \quad (2.6) \quad x_{t \min 1} = 0,123$$

$$x_{t \min 2} := h_{ta} \cdot \frac{(z_{t \min} - z_2)}{z_{t \min}} \quad (2.7) \quad x_{t \min 2} = -0,462$$

$$i := 0,1 \dots 15$$

$$x_1(i) := i \cdot 0,1$$

$$x_2 := 0,5$$

$$x_z(i) := x_1(i) + x_2 \quad (2.8)$$

$$z_z := z_1 + z_2 \quad (2.9)$$

Угол зацепления α_w рассчитывается по инволютной функции при решении основного уравнения зацепления:

$$i := 0,1 \dots 15$$

$$\text{inv}\alpha_t := \tan(\alpha_t) - \alpha_t \quad (2.10) \quad \alpha_t = 0,349$$

$$\text{inv}\alpha_{tw} := \text{inv}\alpha_t + 2 \cdot \tan(\alpha_t) \cdot \frac{x \sum(i)}{z \sum} \quad (2.11) \quad \tan(\alpha_t) = 0,364$$

Принимается начальное приближение угла зацепления $\varphi := 0,35$

$$(\text{inv}\alpha_{tw}(i) - \tan(\varphi)) + \varphi = 0, \quad (2.12)$$

$$F(i) := \text{Find}(\varphi),$$

$$a_{tw}(i) := F(i),$$

$$a_{twg}(i) := a_{tw}(i) \frac{180}{\pi}.$$

Коэффициент воспринимаемого смещения (y):

$$y(i) := \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \left[\left(\frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{tw}(i))} \right) - 1 \right]. \quad (2.13)$$

Коэффициент уравнительного смещения Δy :

$$\Delta y(i) := x \sum(i) - y(i). \quad (2.14)$$

Радиусы начальных окружностей r_{w1} и r_{w2} :

$$r_{w1}(i) := \frac{(m_t \cdot z_1)}{2} \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{nw}(i))} \right), \quad (2.15)$$

$$r_{w2}(i) := \frac{(m_t \cdot z_2)}{2} \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{nw}(i))} \right). \quad (2.16)$$

Межосевое расстояние a_w :

$$a_w(i) := r_{w1}(i) - r_{w2}(i). \quad (2.17)$$

Исполнительные размеры зубчатого колеса

Радиусы окружностей вершин r_{a1} и r_{a2} :

$$r_{a1}(i) := m_t \cdot \left(\frac{z_1}{2} + h_{ta} + x_1(i) - \Delta y(i) \right), \quad (2.18)$$

$$r_{a2}(i) := m_t \cdot \left(\frac{z_2}{2} + h_{ta} + x_2(i) - \Delta y(i) \right). \quad (2.19)$$

Радиусы окружностей впадин r_{f1} и r_{f2} :

$$r_{f1}(i) := m_t \cdot \left(\frac{z_1}{2} + x_1(i) - h_{ta} - c_t \right), \quad (2.20)$$

$$r_{f2}(i) := m_t \cdot \left(\frac{z_2}{2} + x_2(i) - h_{ta} - c_t \right). \quad (2.21)$$

Высота зубьев колес $h_1 = h_2 = h$:

$$h(i) := m_t \cdot (2 \cdot h_{ta} + c_t - \Delta y(i)). \quad (2.22)$$

Толщина зубьев по дугам делительных окружностей S_1 и S_2 :

$$S_1(i) := m_t \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_1(i) \cdot \tan(\alpha_t) \right), \quad (2.23)$$

$$S_2(i) := m_t \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_2(i) \cdot \tan(\alpha_t) \right). \quad (2.24)$$

Угол профиля на окружностях вершин зубьев колес a_{a1} и a_{a2} :

$$\alpha_{a1}(i) := a \cos \left(\frac{r_{bl}}{r_{a1}(i)} \right); \quad (2.25)$$

$$\alpha_{a2}(i) := \alpha \cos\left(\frac{r_{b2}}{r_{a2}(i)}\right); \quad (2.26)$$

$$\text{inv}\alpha_{a1}(i) := \tan(\alpha_{a1}(i)) - \alpha_{a1}(i); \quad (2.27)$$

$$\text{inv}\alpha_{a2}(i) := \tan(\alpha_{a2}(i)) - \alpha_{a2}(i). \quad (2.28)$$

Толщина зубьев по дугам окружностей вершин S_{a1} и S_{a2} :

$$S_{a1}(i) := m_z \cdot \frac{\left[\frac{S_1(i)}{m_i} - z_1 \cdot (\text{inv}\alpha_{a1}(i) - \text{inv}\alpha_i) \right]}{\cos(\alpha_{a1}(i))}, \quad (2.29)$$

$$S_{a2}(i) := m_z \cdot \frac{\left[\frac{S_2(i)}{m_i} - z_2 \cdot (\text{inv}\alpha_{a2}(i) - \text{inv}\alpha_i) \right]}{\cos(\alpha_{a2}(i))}. \quad (2.30)$$

Для построения станочного зацепления необходимо определить следующие размеры:

– толщину зуба s_0 исходного производящего контура по делительной прямой, которая равна ширине впадины e_0 :

$$e_0 := \frac{(\pi \cdot m_i)}{2} \quad e_0 = 18,85 \text{ мм}$$

$$s_0 := e_0 \quad s_0 = 18,85 \text{ мм}$$

– шаг:

$$p_i := \pi \cdot m_i \quad p_i = 37,7 \text{ мм}$$

– радиус скругления:

$$p_f := \frac{c}{1 - \sin(\alpha_i)} \quad (2.31) \quad p_f = 0,38 \text{ мм}$$

– шаг по хорде делительной окружности шестерни и колеса p_{1x} :

$$p_{1x} := m_i \cdot z_1 \cdot \sin\left(\frac{180 \text{ deg}}{z_1}\right) \quad (2.32) \quad p_{1x} = 37,4 \text{ мм}$$

$$p_{2x} := m_i \cdot z_2 \cdot \sin\left(\frac{180 \text{ deg}}{z_2}\right) \quad (2.33) \quad p_{2x} = 37,5 \text{ мм}$$

Качественные показатели зубчатой передачи

Качественные показатели дают возможность произвести оценку зубчатой передачи при ее проектировании. По ним можно оценить плавность и бесшумность зацепления, контактную и изгибную прочность зубьев и интенсивность износа рабочих профилей зубьев колес.

Коэффициент скольжения зубьев учитывает влияние геометрических и кинематических факторов на величину проскальзывания профилей в процессе зацепления. Наличие скольжения и давления одного профиля на другой при передаче усилий приводит к износу профилей. Для объективной оценки скольжения, а следовательно, и износа эвольвентных профилей зубьев пользуемся отношением

$$\lambda_1 = \frac{V_{\text{ск}}}{V_1^{\tau}}; \quad \lambda_2 = \frac{V_{\text{ск}}}{V_2^{\tau}} \quad (2.34)$$

т.е. отношением скорости скольжения и тангенциальной составляющей скорости точки контакта по профилю соответственно шестерни и колеса.

$$c(i) := z_2 \cdot \left(\tan(\alpha_{a2}(i)) - \tan(\alpha_{aw}(i)) \right) \cdot \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right);$$

$$d(i) := (z_1 + z_2) \cdot \tan(\alpha_{aw}(i)) - z_2 \cdot \tan(\alpha_{a2}(i));$$

$$\lambda_1(i) := \frac{c(i)}{d(i)};$$

$$a(i) := z_1 \cdot \left(\tan(\alpha_{al}(i)) - \tan(\alpha_{aw}(i)) \right) \cdot \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right);$$

$$b(i) := (z_1 + z_2) \cdot \tan(\alpha_{aw}(i)) - z_1 \cdot \tan(\alpha_{al}(i));$$

$$\lambda_2(i) := \frac{a(i)}{b(i)}.$$

Коэффициент удельного давления ν учитывает влияние радиусов кривизны профилей зубьев на величину контактных напряжений.

За расчетный коэффициент удельного давления принимается такой, который соответствует контакту зубьев в полюсе зацепления.

$$\nu_p(i) := \frac{[2 \cdot (z_1 + z_2)]}{z_1 \cdot z_2 \cdot \tan(\alpha_{aw}(i)) \cdot \cos(\alpha_i)}. \quad (2.35)$$

Коэффициент перекрытия позволяет оценивать непрерывность и плавность зацепления в передаче. Эти качества передачи обеспечиваются перекрытием по времени работы одной пары зубьев работой другой пары, т.е. каждая последующая пара зубьев должна войти в зацепление до того, как предыдущая пара выйдет из него.

О величине перекрытия в прямозубой передаче судят по коэффициенту торцевого перекрытия, выражающему отношение угла торцевого перекрытия зубчатого колеса к его угловому шагу:

$$\varepsilon_a = \varphi_{a1} / \tau_1 = g_a / p_b.$$

Для обеспечения плавного пересопряжения зубьев необходимо, чтобы прямозубая передача имела коэффициент торцевого перекрытия больше 1. Из схемы эвольвентного зацепления величина отрезка, определяющего активный участок линии зацепления, такова:

$$g_a = 1_{B1B2} = (1_{N2B1} - 1_{PN2}) + (1_{N1B2} - 1_{PN1}),$$

$$g_a = (z_1(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha_w) + z_2(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha_w)) / 2\pi, \quad (2.36)$$

где α_{a1} и α_{a2} – углы профиля на окружностях вершин зубьев колес.

Длина дополюсной части активной линии зацепления:

$$g_{aa}(i) := \frac{z_1}{2 \cdot \pi} \cdot (\tan(\alpha_{a1}(i)) - \tan(\alpha_w(i))). \quad (2.37)$$

Длина заполюсной части активной линии зацепления:

$$g_{af}(i) := \frac{z_2}{2 \cdot \pi} \cdot (\tan(\alpha_{a2}(i)) - \tan(\alpha_w(i))). \quad (2.38)$$

Коэффициент торцевого перекрытия:

$$\varepsilon_a(i) := g_{aa}(i) + g_{af}(i), \quad (2.39)$$

$$\psi_b := 4,$$

$$\varepsilon_\beta(i) := \psi_b \cdot \frac{\sin(\beta)}{\pi}.$$

Коэффициент полного перекрытия:

$$\varepsilon_\gamma(i) := \varepsilon_a(i) + \varepsilon_\beta(i).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА ПО ПРОЕКТИРОВАНИЮ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

Пример проектирования плоского кулачкового механизма с толкателем

Программное обеспечение – Mathcad 2001 Pro.

Исходные данные:

$h := 0.02$ - максимальный ход толкателя, м

$\theta := 30$ - допускаемый угол давления, град

Фаза удаления:

$\phi_{уд} := 80$ - угол удаления, град

ЗаконДвижения_{уд} := 3

Фаза дальнего выстоя:

$\phi_{дв} := 20$ - угол дальнего выстоя, град

Фаза сближения:

$\phi_{сб} := 120$ - угол сближения, град

ЗаконДвижения_{сб} := 3

Примечание:

ЗаконДвижения = 1 - парабола

ЗаконДвижения = 2 - косинус

ЗаконДвижения = 3 - синус

$$\phi_{уд} := \phi_{уд} \cdot \text{deg} \quad \phi_{дв} := \phi_{дв} \cdot \text{deg} \quad \phi_{сб} := \phi_{сб} \cdot \text{deg} \quad - \text{фазовые углы, рад}$$

$$\theta := \theta \cdot \text{deg} \quad - \text{допускаемый угол давления, рад}$$

Законы движения ведомого звена:

$$S(\phi) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq \phi \leq \phi_{уд} \\ \text{if ЗаконДвижения}_{уд} = 1 \\ \frac{2 \cdot h}{\phi_{уд}} \cdot \phi^2 \text{ if } 0 \leq \phi \leq \frac{\phi_{уд}}{2} \\ h \left[1 - 2 \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{уд}} \right)^2 \right] \text{ if } \frac{\phi_{уд}}{2} < \phi \leq \phi_{уд} \\ \frac{h}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{\pi \cdot \phi}{\phi_{уд}} \right) \right) \text{ if ЗаконДвижения}_{уд} = 2 \\ \frac{h}{\phi_{уд}} \cdot \phi - \frac{h}{2 \cdot \pi} \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \phi}{\phi_{уд}} \right) \text{ if ЗаконДвижения}_{уд} = 3 \\ h \text{ if } \phi_{уд} < \phi < \phi_{уд} + \phi_{дв} \\ \text{if } \phi_{уд} + \phi_{дв} \leq \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \phi_{сб} \\ \text{if ЗаконДвижения}_{сб} = 1 \\ h - \frac{2 \cdot h}{\phi_{сб}} \cdot \left[\phi - (\phi_{уд} + \phi_{дв}) \right]^2 \text{ if } \phi_{уд} + \phi_{дв} \leq \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \frac{\phi_{сб}}{2} \\ h - h \left[1 - 2 \left(1 - \frac{\phi - (\phi_{уд} + \phi_{дв})}{\phi_{сб}} \right)^2 \right] \text{ if } \phi_{уд} + \phi_{дв} + \frac{\phi_{сб}}{2} < \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \phi_{сб} \\ h - \frac{h}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi [\phi - (\phi_{уд} + \phi_{дв})]}{\phi_{сб}} \right) \right] \text{ if ЗаконДвижения}_{сб} = 2 \\ h - \left[\frac{h}{\phi_{сб}} \left[\phi - (\phi_{уд} + \phi_{дв}) \right] - \frac{h}{2 \cdot \pi} \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi [\phi - (\phi_{уд} + \phi_{дв})]}{\phi_{сб}} \right) \right] \text{ if ЗаконДвижения}_{сб} = 3 \end{cases}$$

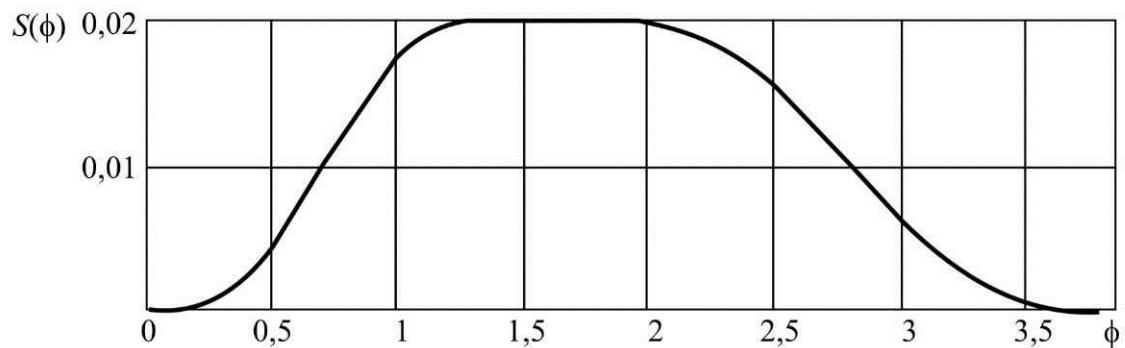
Законы скорости ведомого звена:

$$v(\phi) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq \phi \leq \phi_{уд} \\ \text{if ЗаконДвижения}_{уд} = 1 \\ \begin{cases} \frac{4 \cdot h}{\phi_{уд}} \cdot \phi & \text{if } 0 \leq \phi \leq \frac{\phi_{уд}}{2} \\ \frac{4 \cdot h}{\phi_{уд}} \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{уд}} \right) & \text{if } \frac{\phi_{уд}}{2} < \phi \leq \phi_{уд} \end{cases} \\ \frac{h}{2} \cdot \sin \left(\pi \cdot \frac{\phi}{\phi_{уд}} \right) \cdot \frac{\pi}{\phi_{уд}} & \text{if ЗаконДвижения}_{уд} = 2 \\ \frac{h}{\phi_{уд}} - \frac{h}{\phi_{уд}} \cdot \cos \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{\phi}{\phi_{уд}} \right) & \text{if ЗаконДвижения}_{уд} = 3 \\ 0 & \text{if } \phi_{уд} < \phi < \phi_{уд} + \phi_{дв} \\ \text{if } \phi_{уд} + \phi_{дв} \leq \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \phi_{сб} \\ \text{if ЗаконДвижения}_{сб} = 1 \\ \begin{cases} -4 \cdot \frac{h}{\phi_{сб}} \cdot \left(\phi - \phi_{уд} - \phi_{дв} \right) & \text{if } \phi_{уд} + \phi_{дв} \leq \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \frac{\phi_{сб}}{2} \\ -4 \cdot \frac{h}{\phi_{сб}} \left[1 - \frac{\left(\phi - \phi_{уд} - \phi_{дв} \right)}{\phi_{сб}} \right] & \text{if } \phi_{уд} + \phi_{дв} + \frac{\phi_{сб}}{2} < \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \phi_{сб} \end{cases} \\ \frac{-h \cdot \pi}{2 \cdot \phi_{сб}} \cdot \sin \left[\pi \cdot \frac{\left(\phi - \phi_{уд} - \phi_{дв} \right)}{\phi_{сб}} \right] & \text{if ЗаконДвижения}_{сб} = 2 \\ \frac{-h}{\phi_{сб}} + \frac{h}{\phi_{сб}} \cdot \cos \left[2 \cdot \pi \cdot \frac{\left(\phi - \phi_{уд} - \phi_{дв} \right)}{\phi_{сб}} \right] & \text{if ЗаконДвижения}_{сб} = 3 \end{cases}$$

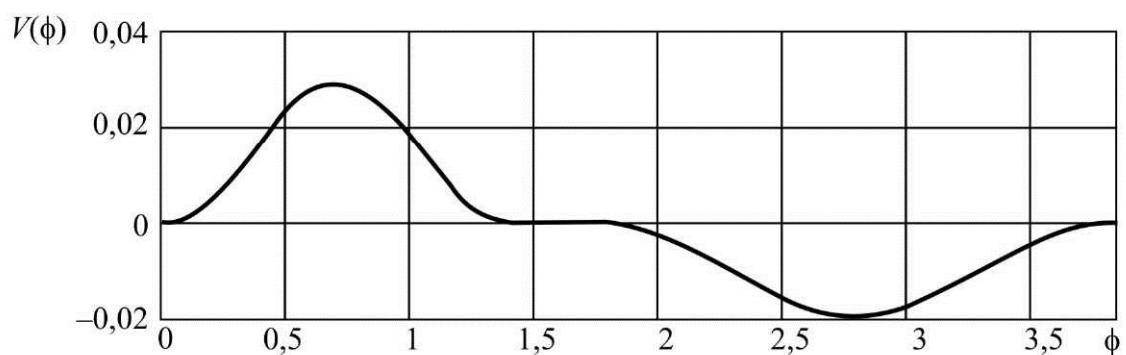
Законы ускорения ведомого звена:

$$A(\phi) := \begin{cases} \text{if } 0 \leq \phi \leq \phi_{уд} \\ \quad \text{if } \text{ЗаконДвижения}_{уд} = 1 \\ \quad \begin{cases} \frac{4 \cdot h}{\phi_{уд}^2} \text{ if } 0 \leq \phi \leq \frac{\phi_{уд}}{2} \\ -4 \cdot \frac{h}{\phi_{уд}^2} \text{ if } \frac{\phi_{уд}}{2} < \phi \leq \phi_{уд} \end{cases} \\ \quad \frac{1}{2} \cdot h \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{\phi}{\phi_{уд}}\right) \cdot \frac{\pi^2}{\phi_{уд}^2} \text{ if } \text{ЗаконДвижения}_{уд} = 2 \\ \quad 2 \cdot \frac{h}{\phi_{уд}^2} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{\phi}{\phi_{уд}}\right) \pi \text{ if } \text{ЗаконДвижения}_{уд} = 3 \\ 0 \text{ if } \phi_{уд} < \phi < \phi_{уд} + \phi_{дв} \\ \text{if } \phi_{уд} + \phi_{дв} \leq \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \phi_{с6} \\ \quad \text{if } \text{ЗаконДвижения}_{с6} = 1 \\ \quad \begin{cases} -4 \cdot \frac{h}{\phi_{с6}^2} \text{ if } \phi_{уд} + \phi_{дв} \leq \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \frac{\phi_{с6}}{2} \\ 4 \cdot \frac{h}{\phi_{с6}^2} \text{ if } \phi_{уд} + \phi_{дв} + \frac{\phi_{с6}}{2} < \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \phi_{с6} \end{cases} \\ \quad \frac{-h \cdot \pi^2}{2 \cdot \phi_{с6}^2} \cdot \cos\left[\pi \cdot \frac{(\phi - \phi_{уд} - \phi_{дв})}{\phi_{с6}}\right] \text{ if } \text{ЗаконДвижения}_{с6} = 2 \\ \quad \frac{-2 \cdot h \cdot \pi}{\phi_{с6}^2} \cdot \sin\left[2 \cdot \pi \cdot \frac{(\phi - \phi_{уд} - \phi_{дв})}{\phi_{с6}}\right] \text{ if } \text{ЗаконДвижения}_{с6} = 3 \end{cases}$$

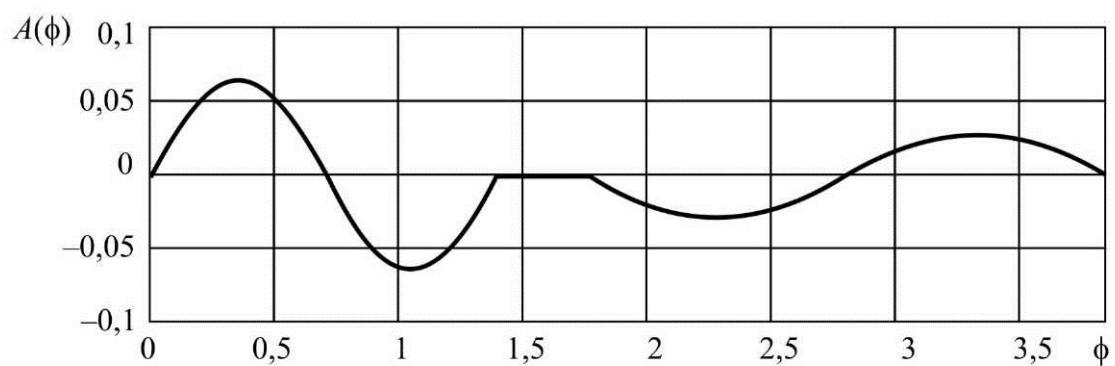
Положение толкателя



Аналог скорости толкателя



Аналог ускорения толкателя



Определение минимальных размеров кулачкового механизма.

$$n := \frac{(\phi_{уд} + \phi_{дв} + \phi_{сб})}{\frac{\pi \cdot 5}{180}} - \text{количество точек разбиения по } \phi.$$

$$i := 0..n \quad j := 0..3$$

$$\psi_i := \frac{\pi \cdot 5 \cdot i}{180}$$

$$F_{i,0} := \psi_i \quad F_{i,1} := S(\psi_i) \quad F_{i,2} := V(\psi_i) \quad F_{i,3} := A(\psi_i) \quad F =$$

	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0.087	$3.188 \cdot 10^{-6}$	$1.09 \cdot 10^{-3}$	0.025
2	0.175	$2.492 \cdot 10^{-4}$	$4.195 \cdot 10^{-3}$	0.046
3	0.262	$8.092 \cdot 10^{-4}$	$8.842 \cdot 10^{-3}$	0.06
4	0.349	$1.817 \cdot 10^{-3}$	0.014	0.064
5	0.436	$3.309 \cdot 10^{-3}$	0.02	0.06
6	0.524	$5.249 \cdot 10^{-3}$	0.024	0.046
7	0.611	$7.532 \cdot 10^{-3}$	0.028	0.025
8	0.698	0.01	0.029	0
9	0.785	0.012	0.028	-0.025
10	0.873	0.015	0.024	-0.046
11	0.96	0.017	0.02	-0.06
12	1.047	0.018	0.014	-0.064
13	1.134	0.019	$8.042 \cdot 10^{-3}$	-0.06
14	1.222	0.02	$4.195 \cdot 10^{-3}$	-0.046
15	1.309	0.02	$1.09 \cdot 10^{-3}$	-0.025

$$V1 := \max(F^{(2)}) \quad V1 = 0.029 \quad \text{- максимальная скорость толкателя на фазе удаления м;}$$

$$V2 := \min(F^{(2)}) \quad V2 = -0.019 \quad \text{- максимальная скорость толкателя на фазе приближения м;}$$

Определение номеров элементов массива соответствующих максимальной скорости толкателя на фазах удаления, приближения:

$$k := \begin{cases} k \leftarrow 0 \\ \text{while } F_{k,2} \neq V1 \\ \quad k \leftarrow k + 1 \\ k \end{cases} \quad l := \begin{cases} l \leftarrow 0 \\ \text{while } F_{l,2} \neq V2 \\ \quad l \leftarrow l + 1 \\ l \end{cases}$$

$$k = 8 \quad l = 32$$

$$S1 := F_{k,1} \quad S1 = 0.01 \quad \text{- перемещение толкателя соответствующее его максимальной скорости на фазе удаления, м;}$$

$$S2 := F_{l,1} \quad S2 = 0.01 \quad \text{- перемещение толкателя соответствующее его максимальной скорости на фазе приближения, м;}$$

Определение эксцентриситета и координаты начальной точки толкателя, м:

$$e := 0 \quad S_H := 0 \quad \text{- начальное приближение, м:}$$

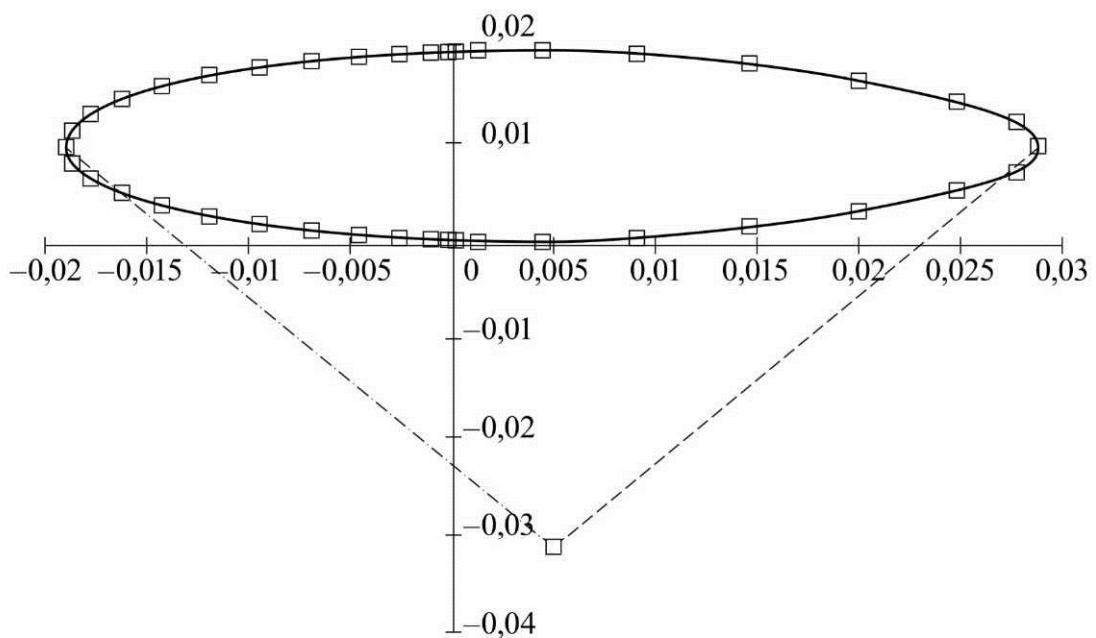
Given

$$\begin{aligned} \frac{S1 - S_H}{V1 - e} &= \tan\left(\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right) && \text{система уравнений для} \\ \frac{S2 - S_H}{V2 - e} &= -\tan\left(\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right) && \text{нахождения точки пересечения} \\ &&& \text{двух прямых по известным двум} \\ &&& \text{точкам } (V1, S1), (V2, S2) \text{ и тангенса} \\ &&& \text{угла наклона обеих прямых} \end{aligned}$$

Решение системы уравнений:

$$\begin{pmatrix} e \\ S_H \end{pmatrix} := \text{Find}(e, S_H) \quad e = 4.7746528 \times 10^{-3} \\ S_H = -0.031$$

Совмещенный график перемещения и аналога скорости толкателя



Эксцентриситет толкателя, м:

$$e = 4.775 \times 10^{-3}$$

Координата начальной точки толкателя, м:

$$S_H = -0.031$$

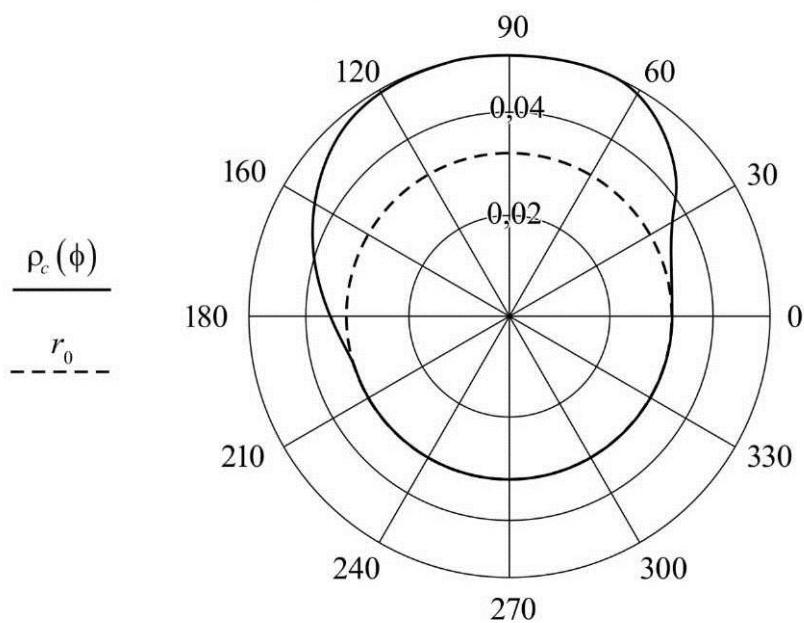
Радиус начальной шайбы кулочка, м: $r_0 := \sqrt{S_H^2 + e^2}$

$$r_0 = 0.032$$

Построение центрового (теоретического) профиля кулачка

$$\rho_c(\phi) := \text{if} \left[\phi < \phi_{\text{уд}} + \phi_{\text{дв}} + \phi_{c6}, \sqrt{\left(|S_H| + S(\phi) \right)^2 + e^2}, r_0 \right] \quad \phi := 0, 0.01..2\pi$$

Центровой (теоретический) профиль кулачка



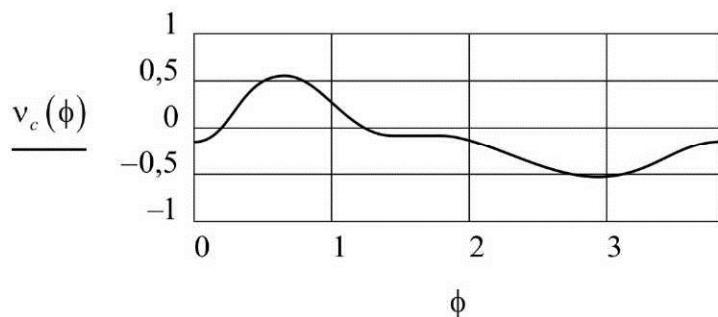
Построение практического (конструктивного) профиля кулачка

Радиус ролика, рад:

$$R_p := 0.4 \cdot r_0 \quad R_p = 0.013$$

Угол давления, рад:

$$\nu(\phi) := \operatorname{atan}\left(\frac{v(\phi) - e}{|S_H| + S(\phi)}\right)$$



Угол наклона нормали относительно радиус-вектора, проведенного к точке на центральном профиле, рад:

$$\chi(\phi) := \operatorname{asin}\left(\frac{v(\phi) \cdot \cos(\nu(\phi))}{\rho_c(\phi)}\right)$$

Полярный радиус точки на конструктивном профиле:

$$\rho_k(\phi) := \text{if}\left(\phi < \phi_{уд} + \phi_{дв} + \phi_{cб}, \sqrt{R_p^2 + \rho_c(\phi)^2 - 2 \cdot R_p \cdot \rho_c(\phi) \cdot \cos(\chi(\phi))}, r_0 - R_p\right)$$

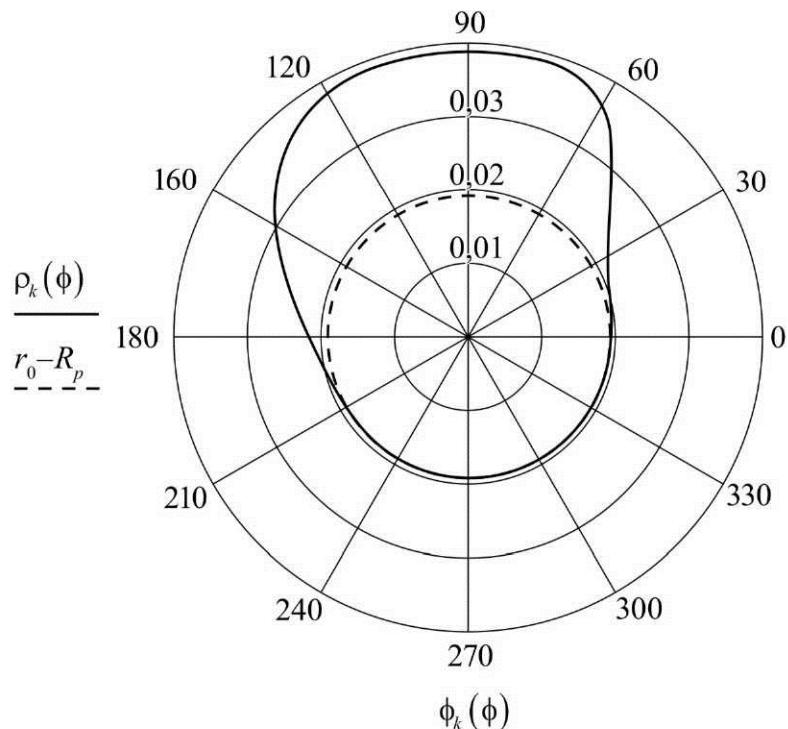
Отличие угловой координаты точки на центральном профиле и соответствующей ей точке на конструктивном профиле, рад:

$$\sigma(\phi) := \operatorname{acos}\left[\frac{(\rho_c(\phi)^2 + \rho_k(\phi)^2 - R_p^2)}{2 \cdot \rho_c(\phi) \cdot \rho_k(\phi)}\right]$$

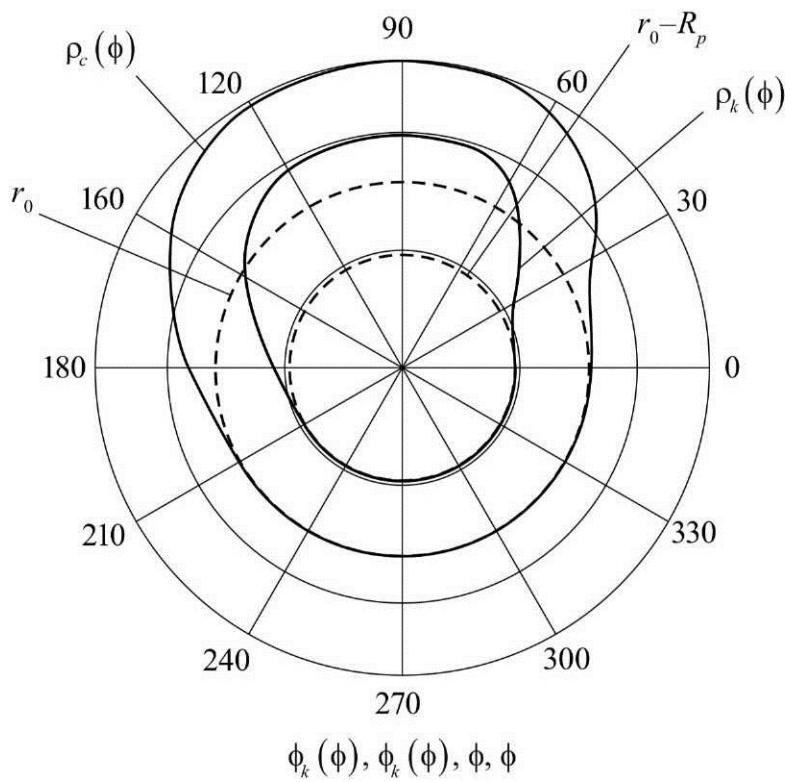
Угловая координата точки на конструктивном профиле, рад:

$$\phi_k(\phi) := \begin{cases} \phi + \sigma(\phi) & \text{if } 0 \leq \phi < \phi_{уд} \\ \phi - \sigma(\phi) & \text{if } \phi_{уд} + \phi_{дв} \leq \phi \leq \phi_{уд} + \phi_{дв} + \phi_{cб} \\ \phi & \text{otherwise} \end{cases}$$

Практический (конструктивный) профиль кулачка



Центровой (теоретический) и практический (конструктивный) профиль кулачка



АЛГОРИТМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕХАНИКИ МАНИПУЛЯТОРА ДЛЯ УКЛАДКИ ИЗДЕЛИЙ

1.1. ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Манипулятор предназначен для укладки на стеллажи или в бункер готовых изделий (поковок). Механизм поворота хобота манипулятора состоит из гидроцилиндра 1, поршня со штоком 2, коромысла 3, шатуна 4, коромысла (хобота) 5 и стойки 8 (рис. 1, а). Движение коромыслу 3 и далее шатуну 4 и хоботу 5 передается от звена 2, которое перемещается относительно цилиндра 1 под действием силы F_2 . Закон изменения силы дан на рис. 1, б.

Требуемое давление в гидроцилиндре 1 устанавливается и регулируется регулятором давления, золотник которого кинематически связан с толкателем 10 кулачкового механизма (см. рис. 1, а). Кулачок 9 установлен на оси С и жестко связан с коромыслом 3. Удаление толкатаеля соответствует перемещению $S_{21} = 0,9H_{21}$ звена 2 относительно цилиндра 1, при котором сила F_2 изменяется от начального F_{2H} до конечного F_{2K} значения (см. рис. 1, б). Допустимый угол давления в кулачковом механизме $v = 30^\circ$.

Вращение (поворот) схвата 6 с заготовкой 7 относительно хобота 5 осуществляется от электродвигателя 11 через двухрядный планетарный редуктор 12 со смешанным зацеплением (число блоков сателлитов $k = 3$) и зубчатую передачу с колесами z_1 и z_2 (см. рис. 1, а). Модуль колес $m = 12$ мм.

Примечания:

1. При проектировании рычажного механизма обеспечивают равенство углов давления в шарнире B в его крайних положениях; принимают $l_{ab0} = 1,3H_{21}$, $l_2 = 1,2H_{21}$ (l_2 – длина звена 2); $l_{oe} = l_{es7}$.

2. Силу F_{2H} рассчитывают из условия возможности начала движения $(M_{F2}^{np})_H = 1,5 (M_{G5}^{np} + M_{G7}^{np})_H$; силу F_{2K} – из равенства $(M_{F2}^{np})_K = 1,5 (M_{G5}^{np} + M_{G7}^{np})_K$; силу F_2 – из условия безударного останова: $\omega_{3k} = 0$ при равенстве работ $A_{F2} = |A_{G5}^{np} + A_{G7}^{np}|$ за время поворота (цикл).

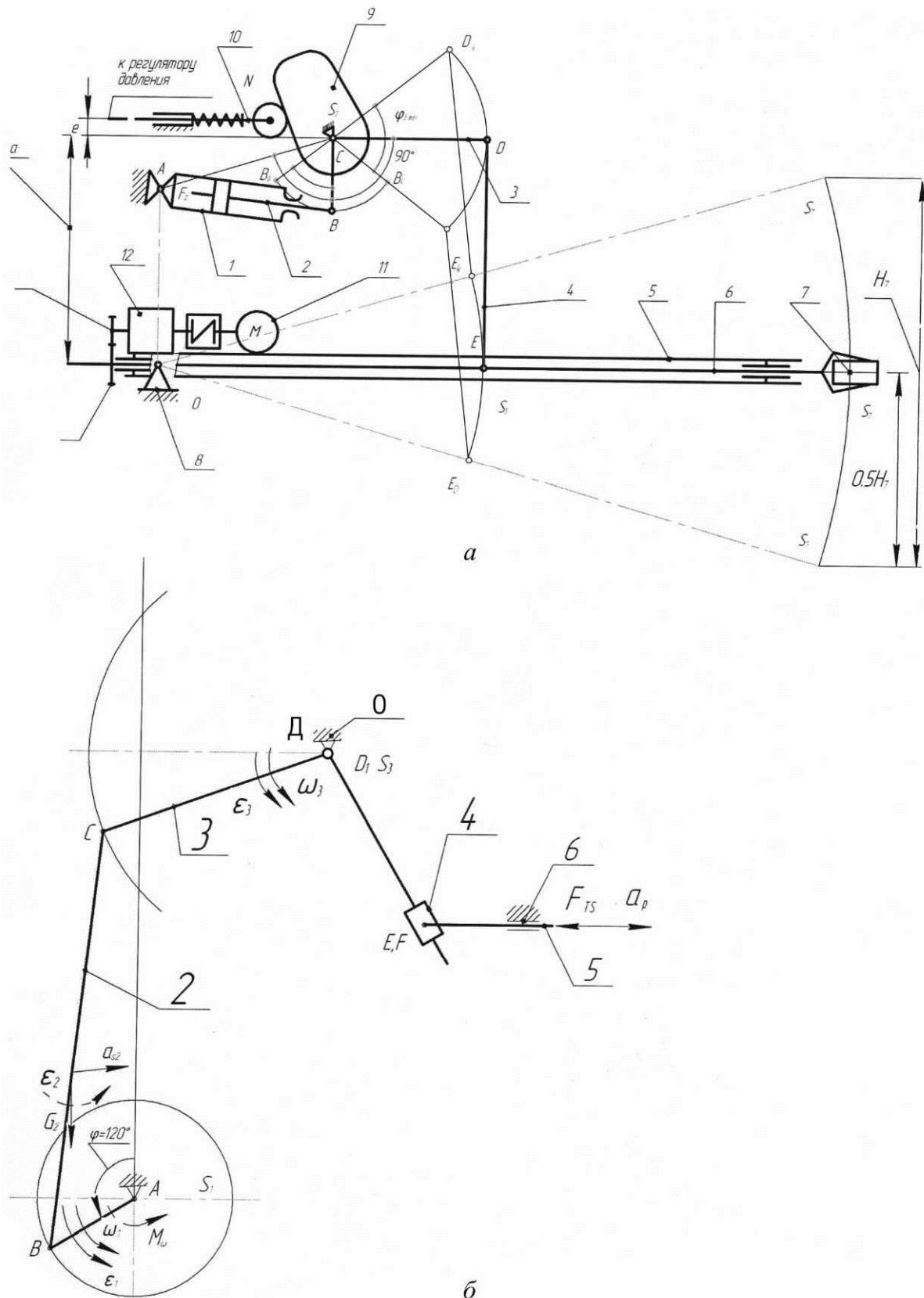


Рис. 4.1. Кинематические схемы манипулятора

Таблица 4.1

Исходные данные

№ п/п	Наименование параметра	Обозна- чение	Единица СИ	Численное значение для варианта Д
1	Высота подъема заготовки 7	H_7	м	2,4
2	Расстояние от оси 0 поворота хобота 5 до центра масс S_7 заготовки	l_{os7}	м	4,5
3	Координата оси С коромысла 3	a	м	1,4
4	Ход поршня 2 в цилиндре 1	H_{21}	м	0,71
5	Максимальный угол поворота коромысла 3	$\varphi_{3\max}^*$	град	90
6	Масса коромысла 3	m_3	кг	240
7	Масса хобота 5 и схвата 6 (с приводом)	$m_{5\Sigma}$	кг	2600
8	Масса заготовки 7	m_7	кг	1600
9	Моменты инерции звеньев 3 и 5 относительно их центров масс	J_{3s} J_{5s}	кгм^2 кгм	18 4500
10	Угол поворота коромысла 3 (для силового расчета механизма)	φ^*	град	60
11	Число зубьев колес	$z_1; z_2$	—	15; 25
12	Передаточное отношение редуктора	u_{1h}	—	26
13	Ход толкателя кулачкового механизма	h_N	м	0,034
14	Внеосность толкателя	e	м	0,016

1.1.1. Синтез кулисного механизма

Аналитический способ определения размеров механизма

Максимальный угол поворота хобота 5 определяется из треугольника $OS_{7O}S_{K7}$:

$$\varphi_{\max} = 2 \cdot a \sin \left(\frac{H_7}{2 \cdot l_{os7}} \right); \quad \varphi_{\max} = 0,54 \text{ д}\ddot{\text{a}}\text{а}.$$

Расстояние между шарнирами A и B в крайнем положении механизма:

$$l_{ab0} = 1,3 \cdot H_{21}; \quad l_{ab0} = 1,04 \text{ м}.$$

Длина звена 2:

$$l_2 = 1,2 \cdot H_{21}; \quad l_2 = 0,96 \text{ м}.$$

Расстояние от оси O до шарнира E:

$$l_{OE} = \frac{l_{os7}}{2}; \quad l_{OE} = 2,25 \text{ м}.$$

Определение длины BC звена 3 из треугольника CB_oB_k :

$$l_{OE} = \frac{H_{21}}{2 \sin\left(\frac{\Phi_{\max}}{2}\right)}; \quad l_{BC} = 0,57 \text{ i}.$$

Определение длины стойки из треугольника ABC по теореме косинусов:

$$l_{AC} = \sqrt{l_{ABO}^2 + l_{BC}^2 + 2l_{ABO} \cdot l_{BC} \cdot \sin\left(\frac{\Phi_{\max}}{2}\right)}; \quad l_{AC} = 1,49 \text{ i}.$$

Координаты шарнира A определяются из треугольника ABC :

$$y_A = a - l_{BC} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right); \quad y_A = 1,00 \text{ i}.$$

$$x_A = 0.$$

Координаты шарнира C определяются из треугольника ABC :

$$x_c = l_{ABO} + l_{BC} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right); \quad x_c = 1,44 \text{ i}.$$

$$y_c = a.$$

1.1.2. Синтез 4-шарнирного механизма

Синтез проводится по двум положениям выходного звена.

Составляется система уравнений из проекций векторного контура $l_{OC} = l_{OE} + l_{ED} + l_{DC}$ на оси координат:

$$l_{ED} = 1; \quad l_{DC} = 1; \quad \Phi_{EDC} = 0; \quad \Phi_{EDk} = 0; \quad \Phi_{DCO} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}; \quad \Phi_{DCK} = \pi + \frac{\pi}{4};$$

$$\begin{aligned} y_C &= l_{OE} \cdot \sin(-0,5\Phi_{\max}) + l_{ED} \cdot \sin(\Phi_{EDO}) + l_{DC} \sin(\Phi_{DCO}); \\ x_C &= l_{OE} \cdot \cos(-0,5\Phi_{\max}) + l_{ED} \cdot \cos(\Phi_{EDO}) + l_{DC} \cos(\Phi_{DCO}); \\ y_C &= l_{OE} \cdot \sin(0,5\Phi_{\max}) + l_{ED} \cdot \sin(\Phi_{EDK}) + l_{DC} \sin(\Phi_{DCK}); \\ x_C &= l_{OE} \cdot \cos(0,5\Phi_{\max}) + l_{ED} \cdot \cos(\Phi_{EDK}) + l_{DC} \cos(\Phi_{DCK}); \\ F &= \text{Find}(l_{DC}, l_{ED}, \Phi_{EDO}, \Phi_{EDK}). \end{aligned} \tag{4.1}$$

Из решения системы (4.1) находится длина DC звена 3:

$$l_{DC} = F_0; \quad l_{DC} = 0,85 \text{ m},$$

и длина ED звена:

$$l_{ED} = F_1; \quad l_{ED} = 1,41 \text{ m}.$$

1.2. ВЫБОР ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Объект динамического исследования представляет собой механизм, состоящий из 6 звеньев. Для того чтобы упростить определение закона движения такого механизма, реальный механизм заменяется динамической моделью. Модель представляет собой стойку и врашающееся звено 3, называемое звеном приведения, инерционность которого определяется суммарным приведенным моментом $J_{\Sigma} = J_{\Sigma}(\phi_M)$. На звено приведения действует суммарный приведенный момент сил $M_{\Sigma} = M_{\Sigma}(\phi_M)$. Параметры динамической модели J_{Σ}, M_{Σ} определены так, чтобы законы движения динамической модели и движения начального звена механизма совпадали.

1.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Угол поворота звена 3:

$$\phi_3 = 0,01 \dots 1,6 \text{ рад.}$$

Координаты точки B находятся из проекций векторного контура $l_{OB} = l_{CB} + l_{OC}$:

$$x_B(\phi_3) = l_{BC} \cos(\phi_3 - 0,75\pi) + x_C; \quad (4.2) \quad x_B(\phi_F) = 1,68 \text{ m}.$$

$$y_B(\phi_3) = l_{BC} \sin(\phi_3 - 0,75\pi) + y_C; \quad y_B(\phi_F) = 0,89 \text{ m}.$$

Координаты точки D находятся из проекций векторного контура $l_{OD} = l_{CD} + l_{OC}$:

$$x_D(\phi_3) = l_{DC} \cos(\phi_3 - 0,25\pi) + x_C; \quad (4.3) \quad x_D(\phi_F) = 2,21 \text{ m}.$$

$$y_D(\phi_3) = l_{DC} \sin(\phi_3 - 0,25\pi) + y_C; \quad y_D(\phi_F) = 1,76 \text{ m}.$$

Составляется система из проекций векторного контура $l_{OD} = l_{OE} + l_{ED}$ на оси координат:

$$\begin{aligned}\varphi_{ED} &= 0,5\pi; \quad \varphi_5 = 0; \\ l_{DC} \cos(\varphi_3 - 0,25\pi) + x_C &= l_{OE} \cos(\varphi_5) + l_{ED} \cos(\varphi_{ED}); \\ l_{DC} \cos(\varphi_3 - 0,25\pi) + x_C &= l_{OE} \cos(\varphi_5) + l_{ED} \cos(\varphi_{ED}); \\ F(\varphi_3) &= \text{Find}(\varphi_5, \varphi_{ED}).\end{aligned}\quad (4.4)$$

Из решения системы (4.4) находится угол поворота звена 5:

$$\varphi_5(\varphi_3) = F(\varphi_3)0; \quad (4.5) \quad \varphi_5(\varphi_F) = 0,157 \text{ рад},$$

и угол поворота звена 4:

$$\varphi_{ED}(\varphi_3) = F(\varphi_3)1; \quad (4.6) \quad \varphi_{ED}(\varphi_F) = 1,58 \text{ рад}.$$

Координаты точки E находятся из проекций вектора l_{OE} :

$$\begin{aligned}x_E(\varphi_3) &= l_{OE} \cos(\varphi_5(\varphi_3)); \quad (4.7) \quad x_E(\varphi_F) = 2,22 \text{ i}; \\ y_E(\varphi_3) &= l_{OE} \sin(\varphi_5(\varphi_3)); \quad y_E(\varphi_F) = 0,35 \text{ i}.\end{aligned}$$

Координаты точки S_7 находятся пропорциональным делением отрезка OE :

$$\begin{aligned}x_{S7}(\varphi_3) &= 2x_E(\varphi_3); \quad (4.8) \quad x_{S7}(\varphi_F) = 4,44 \text{ i}; \\ y_{S7}(\varphi_3) &= 2y_E(\varphi_3); \quad y_{S7}(\varphi_F) = 0,71 \text{ i}.\end{aligned}$$

Передаточная угловая скорость определяется дифференцированием уравнения (4.5) по обобщенной координате φ_3 :

$$\omega_{q5}(\varphi_3) = \frac{d}{d\varphi_3} \varphi_5(\varphi_3). \quad (4.9)$$

Передаточное отношение:

$$u_{53}(\varphi_3) = \omega_{q5}(\varphi_3). \quad (4.10)$$

Передаточная скорость точки E находится дифференцированием по обобщенной координате φ_3 уравнения (4.7), которое определяет положение точки E :

$$\begin{aligned}
V_{qEx}(\varphi_3) &= -l_{OE} u_{53}(\varphi_3) \sin(\varphi_5(\varphi_3)); \\
V_{qEy}(\varphi_3) &= l_{OE} u_{53}(\varphi_3) \cos(\varphi_5(\varphi_3)); \\
V_{qE}(\varphi_3) &= \sqrt{V_{qEx}(\varphi_3)^2 + V_{qEy}(\varphi_3)^2}.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Передаточная скорость точки S_7 находится пропорциональным делением:

$$\begin{aligned}
V_{qS7x}(\varphi_3) &= 2V_{qEx}(\varphi_3), \\
V_{qS7y}(\varphi_3) &= 2V_{qEy}(\varphi_3), \\
V_{qS7}(\varphi_3) &= \sqrt{V_{qS7x}(\varphi_3)^2 + V_{qS7y}(\varphi_3)^2}.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Угол поворота звена 2 находится из векторного контура $l_{AB} = l_{ABO} + l_{BOB}$:

$$\varphi_2(\varphi_3) = \alpha \tan \left(\frac{y_B(\varphi_3) - y_A}{x_B(\varphi_3)} \right); \quad (4.13) \quad \varphi_2(\varphi_F) = -0,067 \text{ дàä}.$$

Расстояние между шарнирами A и B определяется из векторного контура $\bar{l}_{AB} = \bar{l}_{ABO} + \bar{l}_{BOB}$:

$$l_{AB}(\varphi_3) = \frac{x_B(\varphi_3)}{\cos(\varphi_2(\varphi_3))}. \tag{4.14}$$

Передаточная скорость движения поршня относительно цилиндра находится дифференцированием по обобщенной координате φ_3 уравнения (4.14):

$$V_{q21}(\varphi_3) = \frac{d}{d\varphi_3}(l_{AB}(\varphi_3)). \tag{4.15}$$

Перемещение поршня:

$$H(\varphi_3) = l_{AB}(\varphi_3) - l_{ABO}. \tag{4.16}$$

Графики передаточных функций

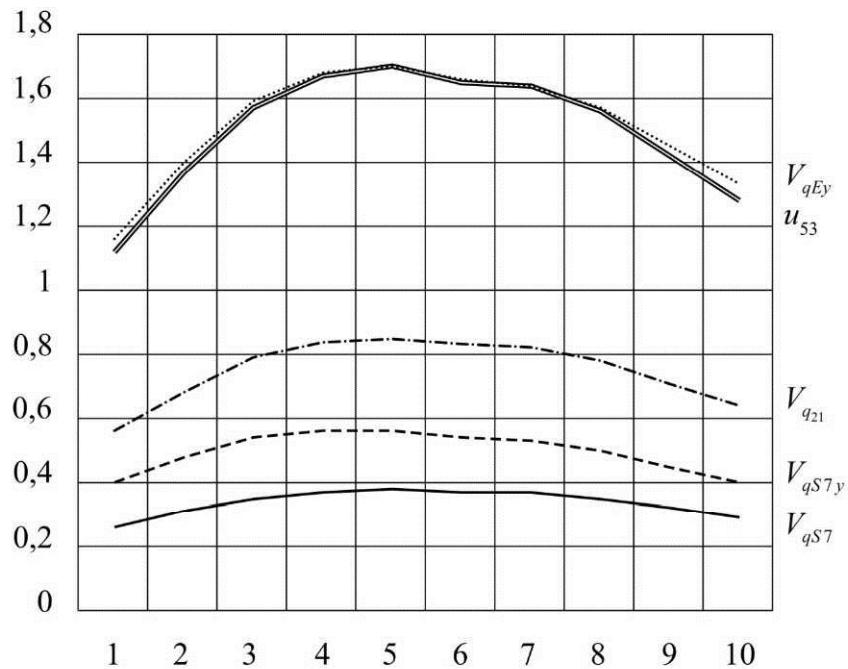


Таблица 4.2

Таблица значений передаточных функций

f_1	$u_{53}(f_1)$	$V_{q21}(f_1)$	$V_{qs7}(f_1)$	$V_{qEy}(f_1)$	$V_{qs7y}(f_1)$
0	0,26	0,4	1,16	0,56	1,12
0,18	0,31	0,48	1,4	0,68	1,37
0,4	0,35	0,54	1,59	0,79	1,57
0,6	0,37	0,56	1,68	0,84	1,67
0,77	0,38	0,56	1,7	0,85	1,7
1	0,37	0,54	1,66	0,83	1,65
1,05	0,37	0,53	1,64	0,82	1,64
1,2	0,35	0,5	1,57	0,78	1,56
1,4	0,32	0,45	1,45	0,71	1,42
1,57	0,29	0,4	1,33	0,64	1,28

1.4. ВЫБОР ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

Сила $F_{\hat{A}\hat{A}}$ находится из условия начала движения.

Для получения безударной остановки определяются такие $F_{\hat{A}\hat{A}^*}$, $F_{\hat{A}\hat{A}\hat{E}}$, при которых $\varepsilon_{3K} = 0$ и $\omega_{3K} = 0$.

Ускорение свободного падения: $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Сила тяжести, действующая на звено 7:

$$G_7 = m_7 \cdot g;$$

$$G_7 = 15,68 \cdot 10^3 \text{Н}.$$

Сила тяжести, действующая на звено 5:

$$G_5 = m_5 \cdot g;$$

$$G_5 = 25,48 \cdot 10^3 \text{Н}.$$

Сила тяжести, действующая на звено 3:

$$G_3 = m_3 \cdot g;$$

$$G_3 = 2,35 \cdot 10^3 \text{Н}.$$

Приведенный момент сил тяжести в начальный момент времени:

$$\dot{I}_{G7O}^{ID} + \dot{I}_{G5O}^{ID} = G_7 V_{qS7y}(0) + G_5 V_{qEy}(0).$$

Приведенный момент движущей силы в начальный момент времени:

$$\dot{I}_{AAI}^{ID} = F_{AAI} V_{q21}(0).$$

Сила F_{DAO} определяется из условия начала движения механизма:

$$1,5(\dot{I}_{G5O}^{ID} + \dot{I}_{G7O}^{ID}) = \dot{I}_{AAI}^{ID}, \text{ т.е. } \varepsilon_{30} > 0;$$

$$F_{AAI} = 1,5 \frac{|G_7 V_{qS7y}(0) + G_5 V_{qEy}(0)|}{V_{q21}(0)},$$

$$F_{AAI} = 119 \cdot 10^3 \text{Н}.$$

Приведенный момент сил тяжести в конечный момент времени:

$$\dot{I}_{G7k}^{ID} + \dot{I}_{G5k}^{ID} = G_7 V_{qS7y}(0,5\pi) + G_5 V_{qEy}(0,5\pi).$$

Приведенный момент движущей силы в конечный момент времени:

$$\dot{I}_{AAE}^{ID} = F_{AAE} V_{q21}(0,5\pi).$$

Определение F_{DVK} из условия конца движения

$$M_{G5k}^{PP} + M_{G7k}^{PP} = M_{DVK}^{PP} \text{ т.е. } \varepsilon_{3k} = 0.$$

$$F_{AAE} = \frac{|G_7 V_{qS7y}(0,5\pi) + G_5 V_{qEy}(0,5\pi)|}{V_{q21}(0,5\pi)},$$

$$F_{AAE} = 91 \cdot 10^3 \text{Н}.$$

Работа сил тяжести за время движения механизма:

$$A_{G5} + A_{G7} = G_5 \cdot 0,5H_7 + G_7H_7.$$

Работа движущей силы за время движения механизма:

$$A_{\ddot{A}\dot{E}} = F_{\ddot{A}\dot{A}\dot{I}} \cdot 0,1H_{21} + 0,5 \cdot (F_{\ddot{A}\dot{A}\dot{I}} + F_{\ddot{A}\dot{A}}) \cdot 0,4H_{21} + 0,5 \cdot (F_{\ddot{A}\dot{A}} + F_{\ddot{A}\dot{A}\dot{E}}) \cdot 0,5H_{21}.$$

Определение F_{DB} из условия конца движения:

$$A_{G5} + A_{G7} = A_{\ddot{A}\dot{A}\dot{E}}, \text{ т.е. } \omega_{3k} = 0.$$

$$F_{\ddot{A}\dot{A}} = \frac{G_5 \cdot 0,5 \cdot H_7 + G_7H_7 - (0,1F_{\ddot{A}\dot{A}\dot{I}} + 0,5F_{\ddot{A}\dot{A}\dot{I}} \cdot 0,4 + 0,5F_{\ddot{A}\dot{A}\dot{E}} \cdot 0,5)H_{21}}{0,5(0,4 + 0,5)H_{21}},$$

$$F_{\ddot{A}\dot{A}} = 60 \cdot 10^3 H.$$

Закон изменения движущей силы определяется методом линейной интерполяции.

Значения движущей силы в точках разрыва:

$$F_2 = (F_{\ddot{A}\dot{A}\dot{I}} F_{\ddot{A}\dot{A}\dot{I}} F_{\ddot{A}\dot{A}} F_{\ddot{A}\dot{A}*} F_{\ddot{A}\dot{A}\dot{E}})^{\phi}.$$

Значения перемещения поршня в точках разрыва:

$$S_{21} = (0,01 \cdot H_{21}, 0,5H_{21}, H_{21})^{\phi};$$

$$F_{\ddot{A}\dot{A}}(h) = \text{interp}(S_{21}, F_2, h).$$

Ход поршня: $h = 0,001 \dots 0,8$.

График движущей силы

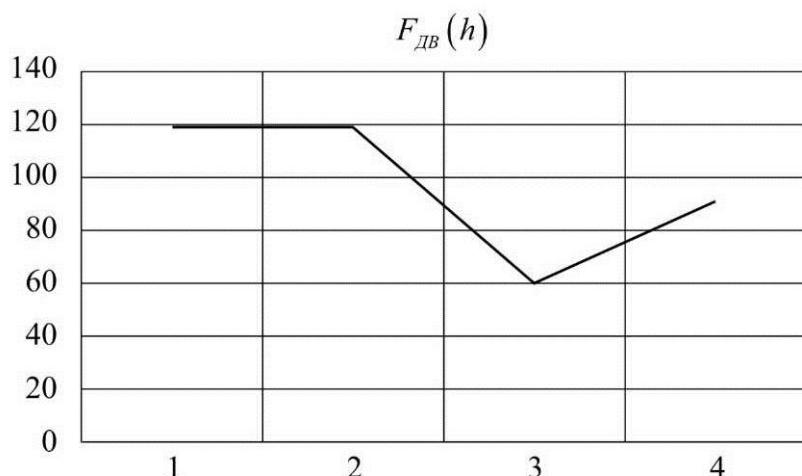


Таблица 4.3

Зависимость силы от перемещения

S_{21}	$F_2 \cdot 10^3$
0	119,2
0,08	119,2
0,4	59,6
0,8	90,8

Зависимость движущей силы от обобщенной координаты ϕ_3 :

$$F_d(\phi_3) = F_{\text{AA}}(H(\phi_3)). \quad (4.17)$$

1.5. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА СУММАРНОГО ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА

В основу метода приведения сил и моментов положено равенство элементарных работ реальных сил на реальном перемещении и работы приведенных сил на перемещении $\phi_M = \phi_3$.

$$M_{i\delta Mi} = M_i \frac{d\phi_i}{d\phi_i} = M_i \frac{\omega_i}{\omega_M} = M U_{i1}; \quad M_{i\delta Fi} = F_i \frac{dS_i}{d\phi_i} = F_i \frac{V_{Si}}{\omega_M} = F_i V_{qSi}.$$

Используя исходные данные и полученные значения передаточных функций и передаточных отношений, вычисляем значения приведенных моментов каждого звена в зависимости от угла поворота начального звена.

Приведенный момент движущей силы:

$$M_d(\phi_3) = F_d(\phi_3) V_{q21}(\phi_3).$$

Приведенный момент силы тяжести, приложенной к звену 7:

$$M_{G7}(\phi_3) = -G_7 V_{qS7y}(\phi_3).$$

Приведенный момент силы тяжести, приложенной к звену 5:

$$M_{G5}(\phi_3) = -G_5 V_{qEy}(\phi_3).$$

Суммарный приведенный момент:

$$M(\phi_3) = M_d(\phi_3) + M_{G7}(\phi_3) + M_{G5}(\phi_3). \quad (4.18)$$

Графики приведенных моментов

$$\varphi_3 = 0,00785 \dots 1,57.$$

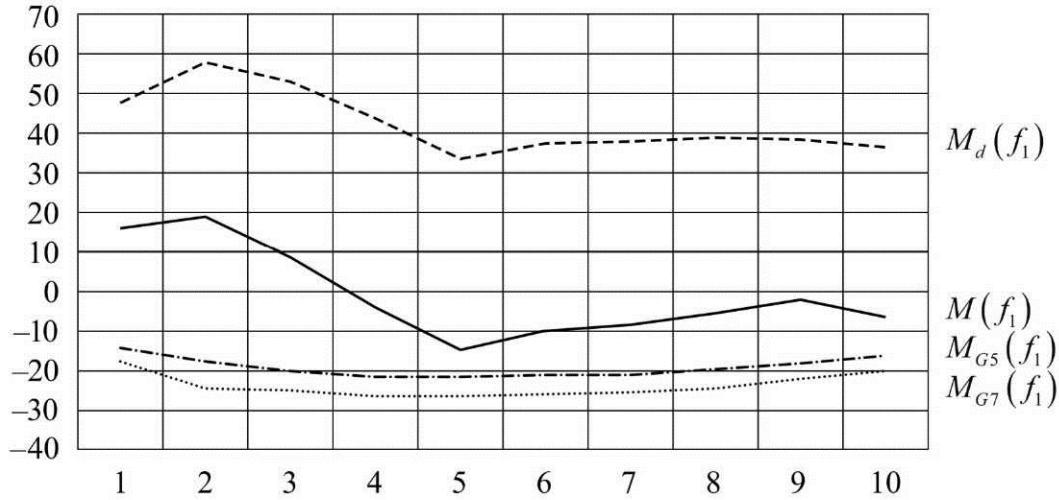


Таблица 4.4

Таблица моментов, действующих на звенья

$f_1, 10^3$	$M(f_1), 10^3$	$M_d(f_1), 10^3$	$M_{G7}(f_1), 10^3$	$M_{G5}(f_1), 10^3$
0	15,9	47,7	-17,5	-14,2
0,18	18,7	57,6	-24,4	-17,4
0,4	8,5	53,2	-24,7	-20
0,6	-3,9	43,6	-26,2	-21,3
0,77	-14,7	33,6	-26,6	-21,6
1	-9,6	37,4	-25,9	-21,1
1,05	-8,5	38	-25,6	-20,8
1,2	-5,3	38,9	-24,4	-19,8
1,4	-1,9	38,3	-22,2	-18
1,57	-6,5	36,3	-20	-16,3

1.6. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА СУММАРНОЙ РАБОТЫ

Суммарная работа всех сил $A_\Sigma(\varphi_1)$ определяется интегрированием суммарного приведенного момента M_{Σ}^{sum} .

$$\varphi_3 = 0,0025 \dots 1,6;$$

$$A_{\text{sum}}(\varphi_3) = \int_0^{\varphi_3} M_{\text{sum}}(\varphi_3) d\varphi_3; \quad (4.19)$$

$$\varphi_3 = 0,0039 \dots 1,57.$$

График суммарной работы

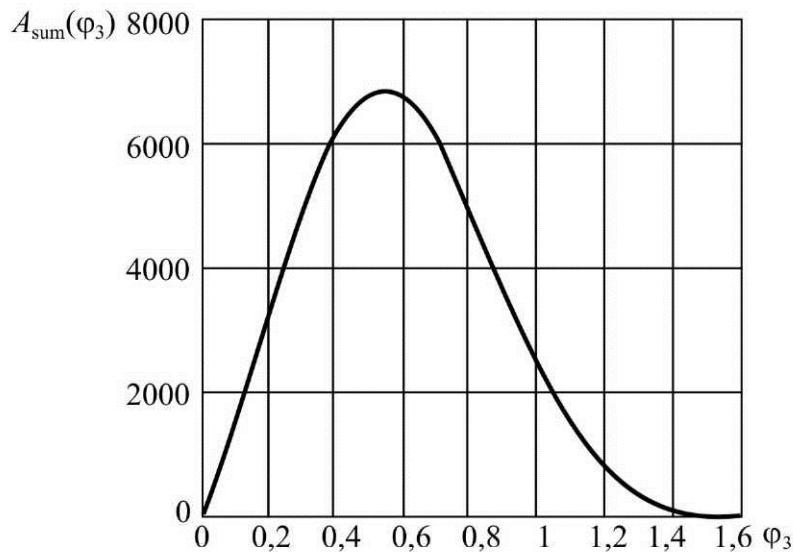


Таблица 4.5

Таблица зависимости суммарной работы
от угла поворота входного звена

f	$A_{\text{sum}}(f), 10^3$
0	0
0,18	3,139
0,4	6,237
0,6	6,723
0,77	5,129
1	2,342
1,05	1,917
1,2	1,860
1,4	1,497
1,57	0,07

1.7. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА ИНЕРЦИИ

В основу метода приведения масс положено условие равенства кинетической энергии всех звеньев механизма и звена динамической модели.

Для определения приведенного момента инерции $I_{-i}^{\text{тд}}$ каждого звена механизма необходимо составить равенство кинетических энергий рассматриваемого звена и звена модели.

Суммарный приведенный момент инерции всего механизма равен сумме приведенных моментов инерции всех его звеньев и зависит от положения механизма:

$$I^{\text{т}\delta}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n I^{\text{т}\delta}_i = \sum_{i=1}^{p+k} m_i \left(\frac{V_{si}}{\omega_3} \right)^2 + \sum_{i=1}^{p+r} I_{si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_3} \right)^2 = \sum_{i=1}^{p+k} m_i V_{qsi}^2 + \sum_{i=1}^{p+r} I_{si} U_{i3}^2.$$

Используя исходные данные и полученные значения передаточных функций и передаточных отношений, вычисляем значения приведенных моментов инерций каждого вена в зависимости от угла поворота начального звена.

Звено 5 совершают вращательное движение: $I^{\text{т}\delta}_5 = m_5 \cdot V_{q55}^2 + I_{55} \cdot U_{55}^2$.

Делается допущение, что заготовка 7 совершает поступательное движение: $I^{\text{т}\delta}_7 = m_7 \cdot V_{q57}^2$.

Суммарный момент инерции: $I^{\text{т}\delta}_{\Sigma} = I^{\text{т}\delta}_7 + I^{\text{т}\delta}_5 + I_{3S}$;

$\phi_3 = 0,01 \dots 1,6$.

Приведенный момент инерции звена 7:

$$J_{q7}(\phi_3) = m_7 V_{q57}(\phi_3)^2.$$

Приведенный момент инерции звена 5:

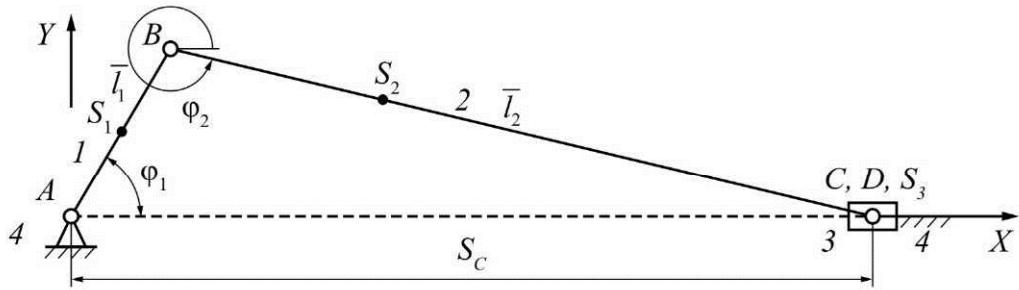
$$J_{q5}(\phi_3) = m_5 V_{q55}(\phi_3)^2 + J_{55} u_{55}(\phi_3)^2.$$

Суммарный приведенный момент инерции:

$$J_q(\phi_3) = J_{q7}(\phi_3) + J_{q5}(\phi_3) + J_{3S}. \quad (4.20)$$

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСЧЕТА КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ КОМПРЕССОРА

1. Кинематический расчет



Метод замкнутого векторного контура.

Уравнение замкнутости контура:

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_2 = S_C \bar{u}_C,$$

где \bar{u}_C – единичный вектор.

Проекция уравнения замкнутости на ось X :

$$l_1 \cos(\varphi_1) + l_2 \cos(\varphi_2) = S_c,$$

Проекция уравнения замкнутости на ось Y :

$$l_1 \sin(\varphi_1) + l_2 \sin(\varphi_2) = 0.$$

1.1. Задача о положениях.

Из проекции уравнения замкнутости на ось Y находим:

$$\sin \varphi_2 = -\lambda, \sin \varphi_1.$$

Угол φ_1 характеризует положение кривошипа относительно оси x .

Угол φ_2 характеризует положение шатуна относительно оси x :

$$\cos \varphi_2 = \pm \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi_1}.$$

Так как угол φ_2 относительно оси x всегда находится в первой или четвертой четвертях окружности, то $\cos \varphi_2$ всегда положителен.

1.2. Задача о скорости.

$$-l_1 \sin(\varphi_1) - l_2 \sin(\varphi_2) \varphi'_2 = S_c.$$

$$l_1 \cos(\varphi_1) + l_2 \cos(\varphi_2) \varphi'_2 = 0.$$

1.3. Задача об ускорении.

$$-l_1 \cos(\varphi_1) - l_2 \cos(\varphi_2) (\varphi'_2)^2 - l_2 \sin(\varphi_2) \varphi''_2 = S_c;$$

$$l_1 \sin(\varphi_1) - l_2 \sin(\varphi_2) (\varphi_2)^2 + l_2 \cos(\varphi_2) \varphi''_2 = 0.$$

1.4. Определение координат центров масс звеньев, проекции аналога скоростей и аналога ускорений центров масс звеньев.

1.4.1. Кривошип. Координаты точки S_1 :

$$x_{S_1} = a_1 \cos(\varphi_1); y_{S_1} = a_1 \sin(\varphi_1).$$

Проекции аналога скорости точки S_1 :

$$x'_{S_1} = -a_1 \sin(\varphi_1); y'_{S_1} = a_1 \cos(\varphi_1).$$

Проекция аналога ускорения точки S_1 :

$$x''_{S_1} = -a_1 \sin(\varphi_1); y''_{S_1} = -a_1 \cos(\varphi_1).$$

Аналог угловой скорости кривошипа:

$\varphi'_1 = 1$ – из задачи о скорости.

Аналог углового ускорения кривошипа:

$\varphi''_1 = 0$ – из задачи об ускорении.

1.4.2. Шатун.

Координаты точки B :

$$x_B = l_1 \cos(\varphi_1); y_B = l_1 \sin(\varphi_1).$$

Проекции аналога скорости точки B :

$$x'_B = -l_1 \sin(\varphi_1); y'_B = l_1 \cos(\varphi_1).$$

Проекция аналога ускорения точки B :

$$x''_B = -l_1 \sin(\varphi_1); y''_B = -l_1 \cos(\varphi_1).$$

Проекция отрезка a_{S2} :

$$a_{2X} = a_2 \cos(\varphi_2); a_{2Y} = a_2 \sin(\varphi_2).$$

Координаты точки S_2 :

$$X_{S_2} = X_B + a_{2X}; Y_{S_2} = Y_B + a_{2Y}.$$

Аналог угловой скорости шатуна: $\dot{\varphi}_2' = -\lambda \frac{\cos(\varphi_1)}{\cos(\varphi_2)}$ из задачи о скорости.

Аналог углового ускорения шатуна: $\ddot{\varphi}_2'' = \frac{l_1 \sin(\varphi_1) + l_2 \sin(\varphi_2)(\dot{\varphi}_2')^2}{l_2 \cos(\varphi_2)}$

из задачи об ускорении.

Проекции аналога скорости точки S_2 относительно точки B :

$$a'_{2X} = -a_2 \sin(\varphi_2) \dot{\varphi}_2'; \quad a'_{2Y} = a_2 \cos(\varphi_2) \dot{\varphi}_2'.$$

Проекция аналога скорости точки S_2 :

$$X'_{S_2} = X'_B + a'_{2X}; \quad Y'_{S_2} = Y'_B + a'_{2Y}.$$

Проекция аналога ускорения точки S_2 относительно точки B :

$$a''_{2X} = -a_2 \cos(\varphi_2) (\dot{\varphi}_2')^2 - a_2 \sin(\varphi_2) \ddot{\varphi}_2'; \quad a''_{2Y} = -a_2 \sin(\varphi_2) (\dot{\varphi}_2')^2 - a_2 \cos(\varphi_2) \ddot{\varphi}_2'.$$

Проекция аналога ускорения точки S_2 :

$$X''_{S_2} = X''_B + a''_{2X}; \quad Y''_{S_2} = Y''_B + a''_{2Y}.$$

1.4.3. Ползун.

Координаты точки S_3 :

$$X_{S_3} = l_1 \cos(\varphi_1) + l_2 \cos(\varphi_2); \quad Y_{S_3} = 0.$$

Проекции аналога скорости точки S_3 :

$$X'_{S_3} = -l_1 \sin(\varphi_1) - l_2 \sin(\varphi_2) \dot{\varphi}_2'; \quad Y'_{S_3} = 0.$$

Проекции аналога ускорения точки S_3 :

$$X''_{S_3} = -l_1 \cos(\varphi_1) - l_2 \cos(\varphi_2) (\dot{\varphi}_2')^2 - l_2 \sin(\varphi_2) \ddot{\varphi}_2'; \quad Y''_{S_3} = 0.$$

Функция положения точки C :

$$X_C = X_{S_3}; \quad Y_C = Y_{S_3}.$$

Аналог скорости точки C :

$$X'_C = X'_{S_3}; \quad Y'_C = Y'_{S_3}.$$

Аналог ускорения точки C :

$$X''_C = X''_{S_3}; \quad Y''_C = Y''_{S_3}.$$

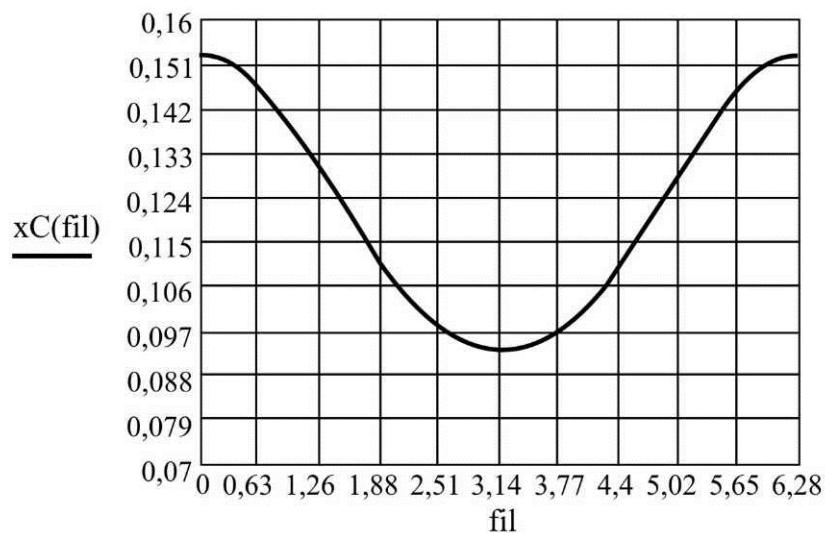


Рис. 5.1. Перемещение ползуна

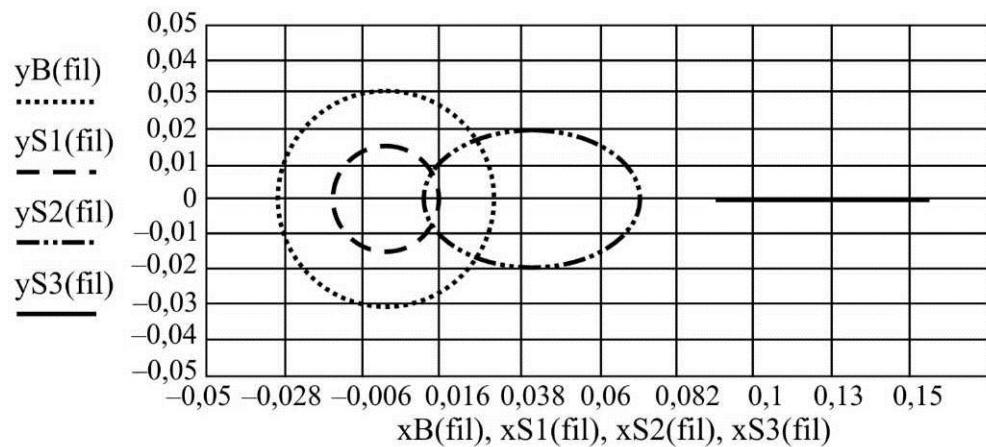


Рис. 5.2. Кривошипная, шатунная кривые и ползунная прямая

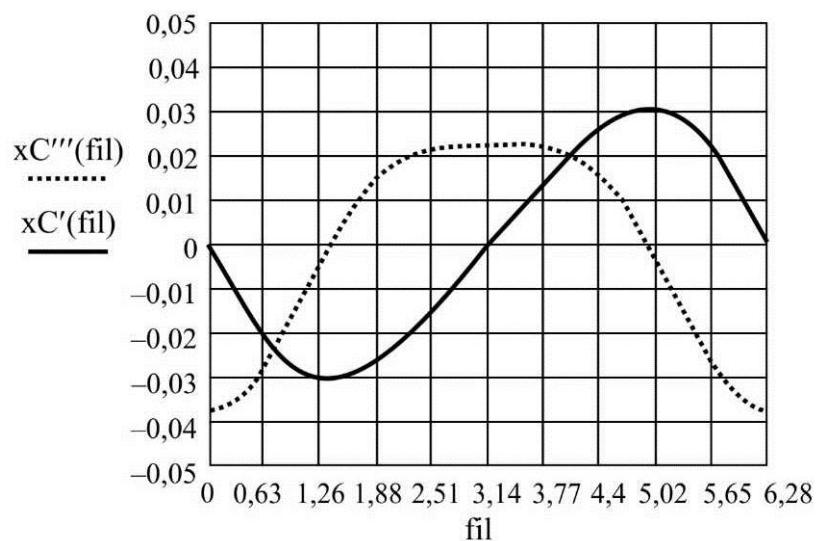


Рис. 5.3. Ускорение и скорость ползуна

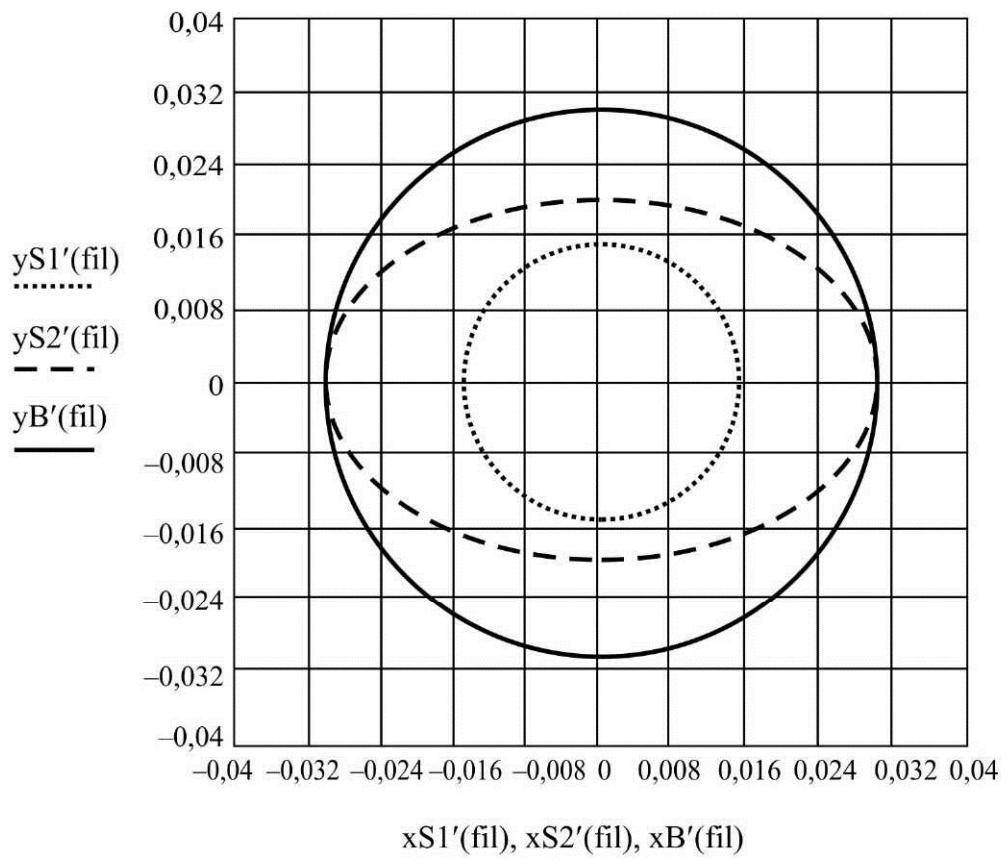


Рис. 5.4. Годографы аналоговых скоростей

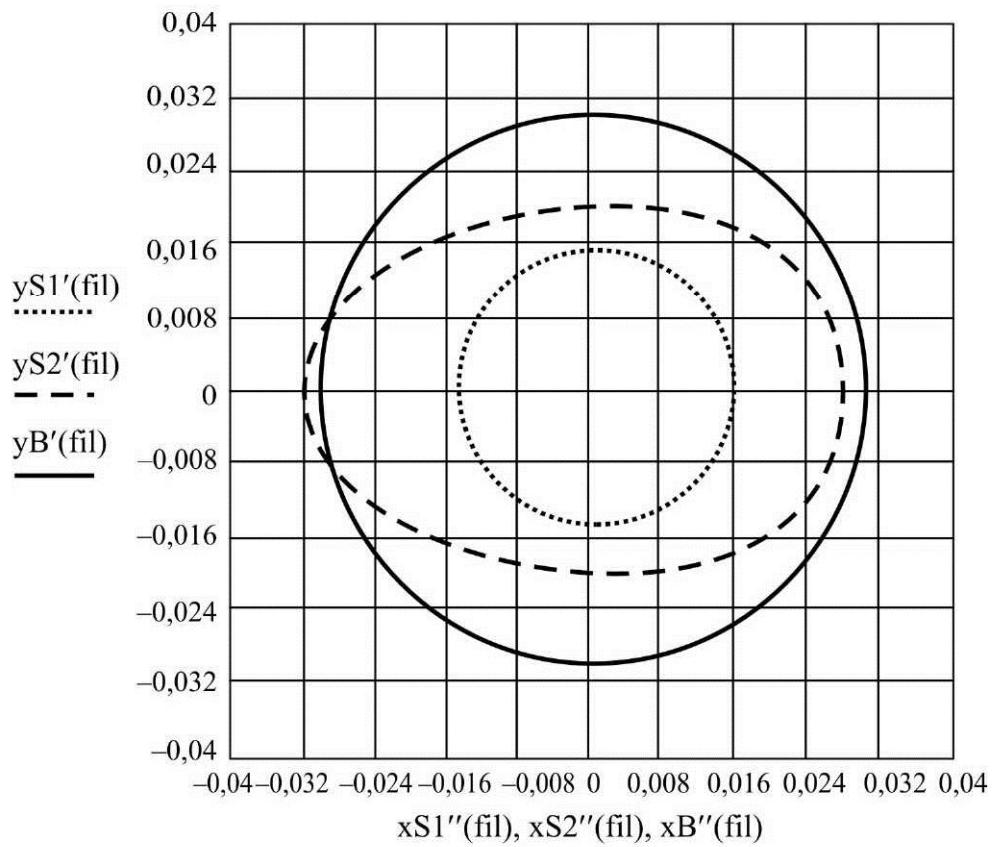


Рис. 5.5. Годографы аналоговых ускорений

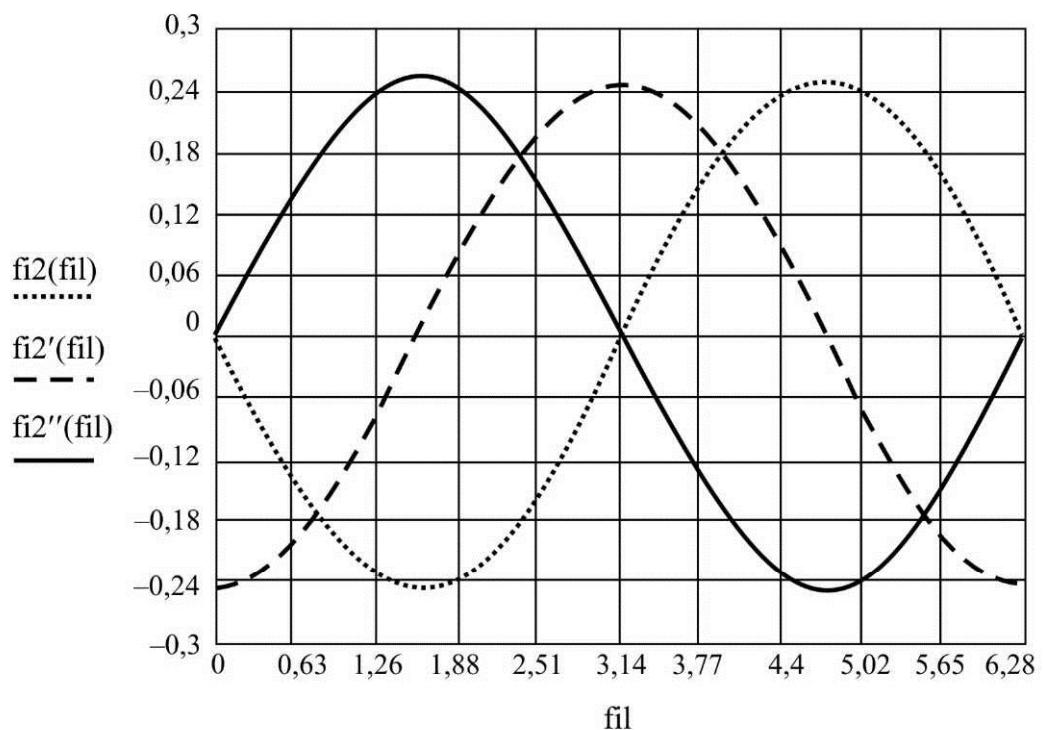


Рис. 5.6. Изменение аналога скорости и аналога ускорения шатуна

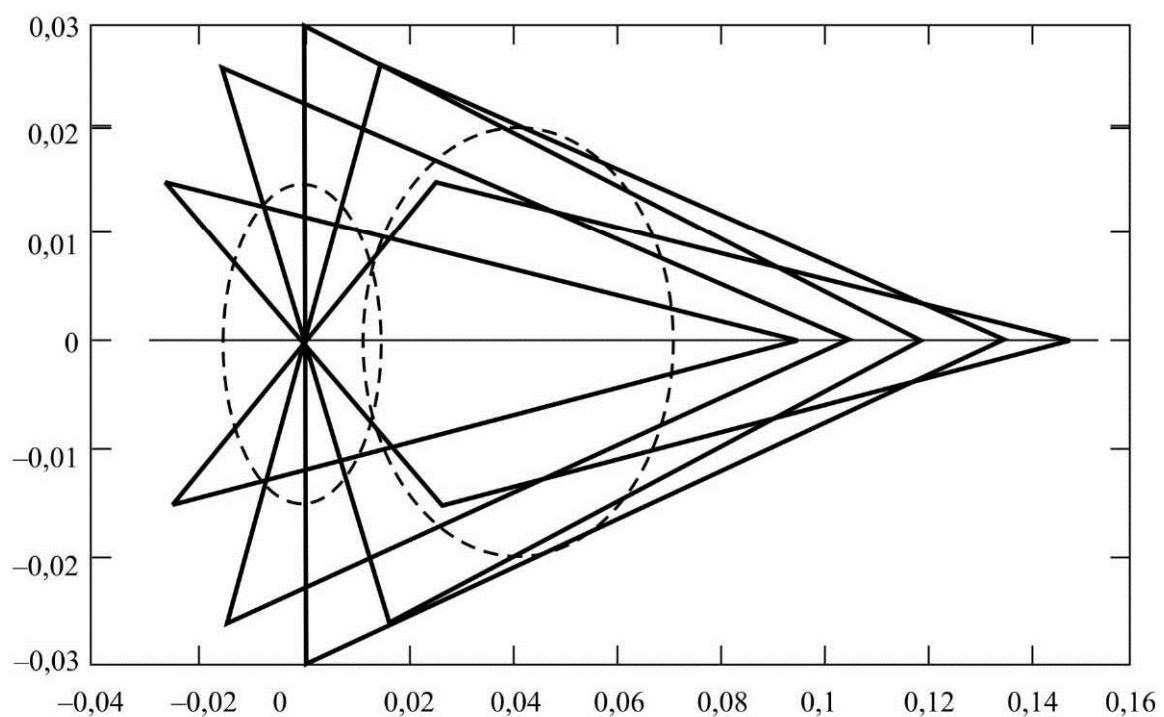


Рис. 5.7. Положение кривошипно-ползунного механизма

Таблица 5.1

Положение характерных точек кривошипно-ползунного механизма

Φ_1	Φ_2	x_{S1}	y_{S1}	x_{S2}	y_{S2}	x_{S3}	y_{S3}	x_B	y_B
0	0	0,015	0	0,71	0	0,153	0	0	0,03
0,262	-4,257·10 ⁻³	0,015	2,618·10 ⁻⁴	0,71	3,49·10 ⁻⁴	0,153	0	5,236·10 ⁻³	0,03
0,524	-8,512·10 ⁻³	0,015	5,235·10 ⁻⁴	0,71	6,98·10 ⁻⁴	0,153	0	1,047·10 ⁻³	0,03
0,785	-0,013	0,015	7,85·10 ⁻⁴	0,71	1,047·10 ⁻³	0,153	0	1,57·10 ⁻³	0,03
1,047	-0,017	0,015	1,046	0,71	1,395·10 ⁻³	0,153	0	2,093·10 ⁻³	0,03
1,309	-0,021	0,015	1,307	0,71	1,743·10 ⁻³	0,153	0	2,615·10 ⁻³	0,03
1,571	-0,025	0,015	1,568	0,71	2,091·10 ⁻³	0,153	0	3,136·10 ⁻³	0,03
1,833	-0,03	0,015	1,828	0,71	2,437·10 ⁻³	0,153	0	3,656·10 ⁻³	0,03
2,094	-0,034	0,015	2,088	0,71	2,783·10 ⁻³	0,153	0	4,175·10 ⁻³	0,03
2,356	-0,038	0,015	2,347	0,71	3,129·10 ⁻³	0,153	0	4,693·10 ⁻³	0,03
2,168	-0,042	0,015	2,605	0,71	3,473·10 ⁻³	0,152	0	5,209·10 ⁻³	0,03
2,88	-0,047	0,015	2,862	0,7	3,816·10 ⁻³	0,152	0	5,724·10 ⁻³	0,029
3,142	-0,051	0,015	3,119	0,7	4,158·10 ⁻³	0,152	0	6,237·10 ⁻³	0,029
3,403	-0,055	0,015	3,374	0,7	4,499·10 ⁻³	0,152	0	6,749·10 ⁻³	0,029
3,665	-0,059	0,015	3,629	0,7	4,838·10 ⁻³	0,152	0	7,258·10 ⁻³	0,029
3,927	-0,063	0,014	3,882	0,7	5,176·10 ⁻³	0,152	0	7,765·10 ⁻³	0,029
4,189	-0,067	0,014	4,135	0,7	5,513·10 ⁻³	0,152	0	8,269·10 ⁻³	0,029
4,451	-0,071	0,014	4,386	0,7	5,847·10 ⁻³	0,151	0	8,771·10 ⁻³	0,029
4,712	-0,075	0,014	4,635	0,69	6,18·10 ⁻³	0,151	0	9,271·10 ⁻³	0,029
4,974	-0,079	0,014	4,884	0,69	5,511·10 ⁻³	0,151	0	9,767·10 ⁻³	0,028
5,236	-0,084	0,014	5,13	0,69	6,84·10 ⁻³	0,151	0	0,01	0,028
5,498	-0,088	0,014	5,376	0,69	7,167·10 ⁻³	0,151	0	0,011	0,028
5,76	-0,091	0,014	5,619	0,69	7,492·10 ⁻³	0,15	0	0,011	0,028
6,021	-0,095	0,014	5,861	0,68	7,815·10 ⁻³	0,15	0	0,012	0,028
6,283	-0,099	0,014	6,101	0,68	8,138·10 ⁻³	0,15	0	0,012	0,027

Таблица 5.2

Аналоги скоростей характерных точек
кривошипно-ползунного механизма

$\dot{\Phi}_1$	$\dot{\Phi}_2$	\dot{x}_{S1}	\dot{y}_{S1}	\dot{x}_{S2}	\dot{y}_{S2}	\dot{x}_{S3}	\dot{y}_{S3}	\dot{x}_B	\dot{y}_B
0	-0,244	0	0,015	0	0,02	0	0	0	0,013
0,262	-0,244	-2,618·10 ⁻⁴	0,015	-5,661·10 ⁻⁴	0,02	-6,513·10 ⁻⁴	0	-5,236·10 ⁻⁴	0,013
0,524	-0,244	-5,235·10 ⁻⁴	0,015	-1,132·10 ⁻³	0,02	-1,302·10 ⁻³	0	-1,047·10 ⁻³	0,013
0,785	-0,244	-7,85·10 ⁻⁴	0,015	-1,698·10 ⁻³	0,02	-1,953·10 ⁻³	0	-1,57·10 ⁻³	0,013
1,047	-0,243	-1,046·10 ⁻³	0,015	-2,262·10 ⁻³	0,02	-2,602·10 ⁻³	0	-2,093·10 ⁻³	0,013
1,309	-0,243	-1,307·10 ⁻³	0,015	-2,826·10 ⁻³	0,02	-3,25·10 ⁻³	0	-2,615·10 ⁻³	0,013
1,571	-0,243	-1,568·10 ⁻³	0,015	-3,389·10 ⁻³	0,02	-3,897·10 ⁻³	0	-3,136·10 ⁻³	0,013
1,833	-0,242	-1,828·10 ⁻³	0,015	-3,951·10 ⁻³	0,02	-4,542·10 ⁻³	0	-3,656·10 ⁻³	0,013
2,094	-0,242	-2,088·10 ⁻³	0,015	-4,512·10 ⁻³	0,02	-5,184·10 ⁻³	0	-4,175·10 ⁻³	0,013
2,356	-0,241	-2,347·10 ⁻³	0,015	-5,07·10 ⁻³	0,02	-5,824·10 ⁻³	0	-4,693·10 ⁻³	0,013
2,168	-0,24	-2,65·10 ⁻³	0,015	-5,627·10 ⁻³	0,02	-6,462·10 ⁻³	0	-5,209·10 ⁻³	0,013
2,88	-0,24	-2,862·10 ⁻³	0,015	-6,182·10 ⁻³	0,02	-7,096·10 ⁻³	0	-5,724·10 ⁻³	0,029
3,142	-0,239	-3,119·10 ⁻³	0,015	-6,734·10 ⁻³	0,02	-7,727·10 ⁻³	0	-6,237·10 ⁻³	0,029
3,403	-0,238	-3,374·10 ⁻³	0,015	-7,284·10 ⁻³	0,019	-8,355·10 ⁻³	0	-6,749·10 ⁻³	0,029
3,665	-0,237	-3,629·10 ⁻³	0,015	-7,831·10 ⁻³	0,019	-8,978·10 ⁻³	0	-7,258·10 ⁻³	0,029
3,927	-0,236	-3,882·10 ⁻³	0,014	-8,376·10 ⁻³	0,019	-9,597·10 ⁻³	0	-7,755·10 ⁻³	0,029
4,189	-0,235	-4,135·10 ⁻³	0,014	-8,917·10 ⁻³	0,019	-0,01	0	-8,269·10 ⁻³	0,029

Таблица 5.3

**Аналоги ускорений характерных точек
кривошипно-ползунного механизма**

$\ddot{\varphi}_1$	$\ddot{\varphi}_2$	\ddot{x}_{S1}	\ddot{y}_{S1}	\ddot{x}_{S2}	\ddot{y}_{S2}	\ddot{x}_{S3}	\ddot{y}_{S3}	\ddot{x}_B	\ddot{y}_B
0	0	-0,015	0	-0,032	0	-0,037	0	-0,03	0
0,262	$4,004 \cdot 10^{-3}$	-0,015	$-2,618 \cdot 10^{-4}$	-0,032	$-3,49 \cdot 10^{-4}$	-0,037	0	-0,03	$-5,236 \cdot 10^{-4}$
0,524	$8,007 \cdot 10^{-3}$	-0,015	$-5,239 \cdot 10^{-4}$	-0,032	$-6,98 \cdot 10^{-4}$	-0,037	0	-0,03	$-1,047 \cdot 10^{-3}$
0,785	0,012	-0,015	$-7,85 \cdot 10^{-4}$	-0,032	$-1,047 \cdot 10^{-3}$	-0,037	0	-0,03	$-1,571 \cdot 10^{-3}$
1,047	0,016	-0,015	$-1,046 \cdot 10^{-3}$	-0,032	$-1,395 \cdot 10^{-3}$	-0,037	0	-0,03	$-2,093 \cdot 10^{-3}$
1,309	0,02	-0,015	$-1,307 \cdot 10^{-3}$	-0,032	$-1,743 \cdot 10^{-3}$	-0,037	0	-0,03	$-2,615 \cdot 10^{-3}$
1,571	0,024	-0,015	$-1,568 \cdot 10^{-3}$	-0,032	$-2,091 \cdot 10^{-3}$	-0,037	0	-0,03	$-3,136 \cdot 10^{-3}$
1,833	0,028	-0,015	$-1,828 \cdot 10^{-3}$	-0,032	$-2,437 \cdot 10^{-3}$	-0,037	0	-0,03	$-3,656 \cdot 10^{-3}$
2,094	0,032	-0,015	$-2,088 \cdot 10^{-3}$	-0,032	$-2,783 \cdot 10^{-3}$	-0,037	0	-0,03	$-4,175 \cdot 10^{-3}$
2,356	0,036	-0,015	$-2,347 \cdot 10^{-3}$	-0,032	$-3,129 \cdot 10^{-3}$	-0,037	0	-0,03	$-4,693 \cdot 10^{-3}$
2,168	0,04	-0,015	$-2,605 \cdot 10^{-3}$	-0,032	$-3,473 \cdot 10^{-3}$	-0,036	0	-0,03	$-5,203 \cdot 10^{-3}$
2,88	0,044	-0,015	$-2,862 \cdot 10^{-3}$	-0,032	$-3,816 \cdot 10^{-3}$	-0,036	0	-0,029	$-5,724 \cdot 10^{-3}$
3,142	0,048	-0,015	$-3,119 \cdot 10^{-3}$	-0,032	$-4,158 \cdot 10^{-3}$	-0,036	0	-0,029	$-6,237 \cdot 10^{-3}$
3,403	0,052	-0,015	$-3,374 \cdot 10^{-3}$	-0,031	$-4,499 \cdot 10^{-3}$	-0,036	0	-0,029	$-6,749 \cdot 10^{-3}$
3,665	0,056	-0,015	$-3,629 \cdot 10^{-3}$	-0,031	$-4,838 \cdot 10^{-3}$	-0,036	0	-0,029	$-7,258 \cdot 10^{-3}$
3,927	0,06	-0,014	$-3,882 \cdot 10^{-3}$	-0,031	$-5,176 \cdot 10^{-3}$	-0,035	0	-0,029	$-7,765 \cdot 10^{-3}$
4,189	0,064	-0,014	$-4,135 \cdot 10^{-3}$	-0,031	$-5,513 \cdot 10^{-3}$	-0,035	0	-0,029	$-8,269 \cdot 10^{-3}$
4,451	0,068	-0,014	$-4,386 \cdot 10^{-3}$	-0,031	$-5,847 \cdot 10^{-3}$	-0,035	0	-0,029	$-8,771 \cdot 10^{-3}$
4,712	0,071	-0,014	$-4,635 \cdot 10^{-3}$	-0,031	$-6,018 \cdot 10^{-3}$	-0,035	0	-0,029	$-9,271 \cdot 10^{-3}$
4,974	0,075	-0,014	$-4,884 \cdot 10^{-3}$	-0,03	$-6,511 \cdot 10^{-3}$	-0,034	0	-0,028	$-9,767 \cdot 10^{-3}$
5,236	0,079	-0,014	$-5,013 \cdot 10^{-3}$	-0,03	$-6,84 \cdot 10^{-3}$	-0,034	0	-0,028	-0,01

2. Силовой расчетПроекция отрезка a_{S1} :

$$a_{1x} = a_1 \cos(\varphi_1); \quad a_{1y} = a_1 \sin(\varphi_1).$$

Проекция отрезка b_{S2} :

$$a_{2x} = a_2 \cos(\varphi_2); \quad a_{2y} = a_2 \sin(\varphi_2).$$

Проекция отрезка AB :

$$1_{1x} = l_1 \cos(\varphi_1); \quad 1_{1y} = l_1 \sin(\varphi_1).$$

Проекция отрезка BC :

$$1_{2x} = l_2 \cos(\varphi_2); \quad 1_{2y} = l_2 \sin(\varphi_2).$$

Основываясь на принципе возможных перемещений, запишем уравновешивающий момент:

$$M_{\delta\delta} = - \left(I_{1x} x'_{S1} + I_{1y} y'_{S1} + M_{1z} \varphi'_1 + I_{2x} x'_{S2} + I_{2y} y'_{S2} + M_{2z} \varphi'_2 + I_{3x} x'_{S3} \right).$$

Теперь механизм можно рассматривать как твердое тело (рис. 5.8).

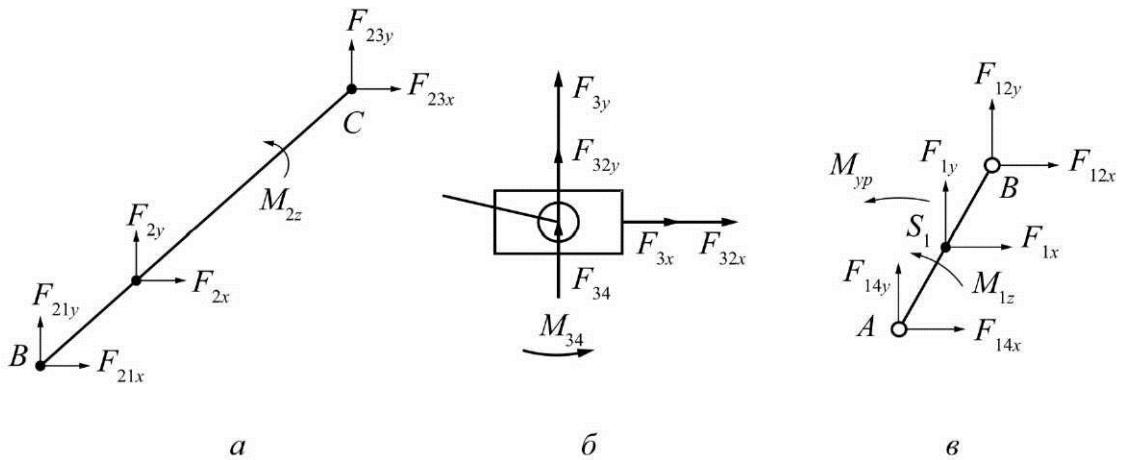


Рис. 5.8. Силы и моменты, действующие на:
a – шатун; *b* – ползун; *c* – кривошип

Реакции в шатуне:

$$F_{21x} + F_{2x} + F_{23x} = 0 \Rightarrow F_{21x} = -F_{2x} - F_{23x}.$$

$$F_{21y} + F_{2y} + F_{23y} = 0 \Rightarrow F_{21y} = -F_{2y} - F_{23y}.$$

$$a_{2x}F_{2y} - a_{2y}F_{2x} + M_{2z} + 1_{2x}F_{23y} - 1_{2y}F_{23x} = 0 \Rightarrow F_{23y} = \frac{1_{2y}F_{23x} - M_{2z} + a_{2y}F_{2y} - a_{2x}F_{2y}}{1_{2x}}.$$

$$F_{23x} = F_{3x}.$$

Реакции в ползуне:

$$F_{3x} - F_{23x} = 0 \Rightarrow F_{23x} = F_{3x}.$$

$$F_{3y} - F_{23y} + F_{34y} = 0 \Rightarrow F_{34y} = F_{23y} - F_{3y}.$$

$$F_{32x} = -F_{23x}.$$

$$F_{32y} = -F_{23y}.$$

$$M_{34} = 0.$$

Реакции в кривошипе:

$$a_{1x}F_{3y} - a_{1y}F_{1x} + M_{1z} + M_{68} + 1_{1x}F_{12y} - 1_{1y}F_{12x} = 0.$$

$$F_{14x} + F_{1x} + F_{12x} = 0 \Rightarrow F_{14x} = -F_{1x} - F_{12x}.$$

$$F_{14y} + F_{1y} + F_{12y} = 0 \Rightarrow F_{14y} = -F_{1y} - F_{12y}.$$

$$F_{12x} = -F_{21x}.$$

$$F_{12y} = -F_{21y}.$$

2.1. Сила тяжести

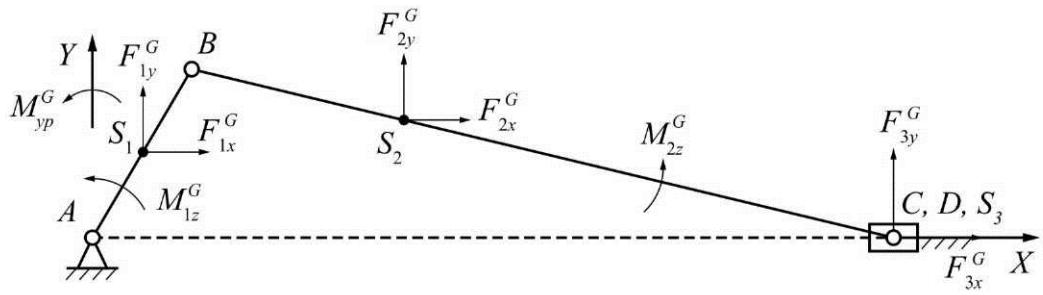


Рис. 5.9. Кривошипно-ползунный механизм

$$F_{1x}^G = 0; \quad F_{1y}^G = -m_1 g; \quad F_{2x}^G = 0; \quad F_{2y}^G = -m_2 g;$$

$$F_{3x}^G = 0; \quad F_{3y}^G = -m_3 g; \quad M_{1z}^G = 0; \quad M_{2z}^G = 0.$$

$$F_{14x}^G = F_{21x}^G - F_{1x}^G; \quad F_{14y}^G = F_{21y}^G - F_{1y}^G.$$

$$F_{21x}^G = -F_{2x}^G - F_{23x}^G; \quad F_{21y}^G = -F_{2y}^G - F_{23y}^G.$$

$$F_{23x}^G = F_{3x}^G$$

$$F_{23y}^G = \frac{1_{2y}^G F_{23x}^G - M_{2z}^G + a_{2y}^G F_{2y}^G - a_{2x}^G F_{2y}^G}{1_{2x}^G}.$$

$$F_{34}^G = F_{23}^G - F_{3y}^G.$$

Уравновешивающий момент от силы тяжести:

$$M_{\text{од}}^G = -\left(F_{1x}^G x'_{S_1} + F_{1y}^G y'_{S_1} + M_{1z}^G \phi'_1 + F_{2x}^G x'_{S_2} + F_{2y}^G y'_{S_2} + M_{2z}^G \phi'_2 + F_{3x}^G x'_{S_3} \right).$$

$$M_{\text{од}}^G = -\left(F_{1y}^G y'_{S_1} + F_{2y}^G y'_{S_2} \right).$$

2.2. Внешние активные силы

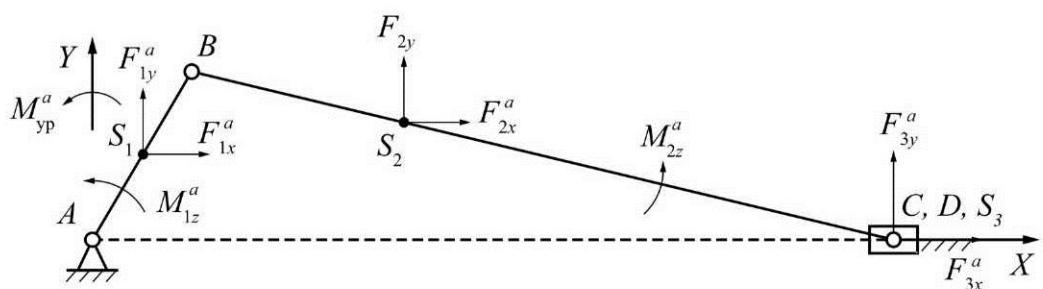


Рис. 5.10. Активные силы, действующие на кривошипно-ползунный механизм

$$F_{1x}^a = 0; \quad F_{1y}^a = 0; \quad F_{2x}^a = 0; \quad F_{2y}^a = 0.$$

$$F_{3y}^a = 0; \quad M_{1z}^a = 0; \quad M_{2z}^a = 0.$$

$$F_{14x}^a = F_{21x}^a - F_{1x}^a; \quad F_{14y}^a = F_{21y}^a - F_{1y}^a.$$

$$F_{21x}^a = -F_{2x}^a - F_{23x}^a; \quad F_{21y}^a = -F_{2y}^a - F_{23y}^a.$$

$$F_{23x}^a = F_{3x}^a.$$

$$F_{23y}^a = \frac{1_{2y} F_{23x}^a - M_{2z}^a + a_{2y} F_{2y}^a - a_{2x} F_{2y}^a}{1_{2x}}.$$

$$F_{34}^a = F_{23}^a - F_{3y}^a.$$

$F_{3x}^a = -8000$ (F_r , действует на промежутке от нижней мертвоточки до верхней мертвоточки).

Уравновешивающий момент от внешних активных сил:

$$M_{\delta\delta}^a = -\left(F_{1x}^a x_{S1} + F_{1y}^a y_{S1} + M_{1x}^a \Phi_1 + F_{2x}^a x_{S2} + F_{2y}^a y_{S2} + M_{2x}^a \Phi_2 + F_{3x}^a x_{S3} \right).$$

$$M_{\delta\delta}^a = -F_{3x}^a x_{S1}.$$

2.3. Силы инерции

Аналоги сил инерции I порядка:

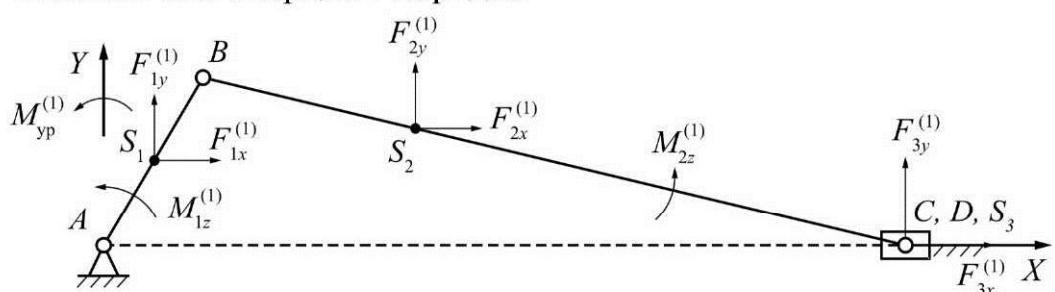


Рис. 5.11. Инерционные нагрузки в кривошипно-ползунном механизме

$$F_{1x}^{(1)} = -m_1 x'_{S1}; \quad F_{1y}^{(1)} = -m_1 y'_{S1}; \quad M_{1z}^{(1)} = -I_{S1} \Phi'_1.$$

$$F_{2x}^{(1)} = -m_2 x'_{S2}; \quad F_{2y}^{(1)} = -m_2 y'_{S2}; \quad M_{2z}^{(1)} = -I_{S2} \Phi'_2.$$

$$F_{3x}^{(1)} = -m_3 x'_{S3}.$$

$$F_{14x}^{(1)} = F_{21x}^{(1)} - F_{1x}^{(1)}; \quad F_{14y}^{(1)} = F_{21y}^{(1)} - F_{1y}^{(1)}.$$

$$F_{21x}^{(1)} = -F_{2x}^{(1)} - F_{23x}^{(1)}; \quad F_{21y}^{(1)} = -F_{2y}^{(1)} - F_{23y}^{(1)}.$$

$$F_{23x}^{(1)} = F_{3x}^{(1)}.$$

$$F_{23y}^{(1)} = \frac{1_{2y} F_{23x}^{(1)} - M_{2z}^{(1)} + a_{2y} F_{2y}^{(1)} - a_{2x} F_{2y}^{(1)}}{1_{2x}}.$$

$$F_{34}^{(1)} = F_{23}^{(1)} - F_{3y}^{(1)}.$$

Аналоги сил инерции II порядка:

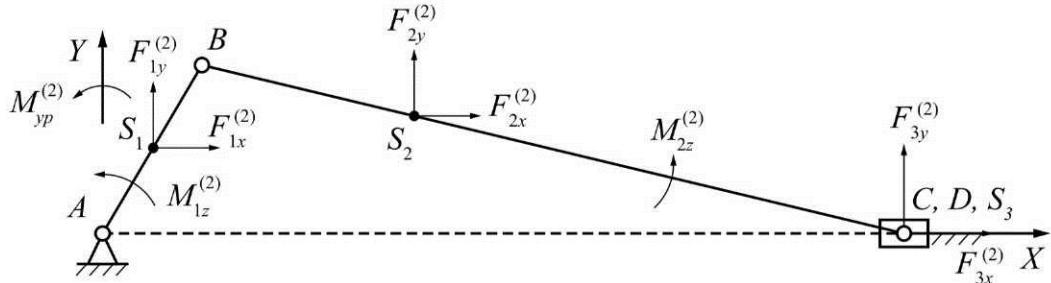


Рис. 5.12. Аналоги сил инерции в кривошипно-ползунном механизме

$$F_{1x}^{(2)} = -m_1 x'_{S_1}; \quad F_{1y}^{(2)} = -m_1 y'_{S_1}; \quad M_{1z}^{(2)} = -I_{S_1} \Phi'_1.$$

$$F_{2x}^{(2)} = -m_2 x'_{S_2}; \quad F_{2y}^{(2)} = -m_2 y'_{S_2}; \quad M_{2z}^{(2)} = -I_{S_2} \Phi'_2.$$

$$F_{3x}^{(2)} = -m_3 x'_{S_3}.$$

$$F_{14x}^{(2)} = F_{21x}^{(2)} - F_{1x}^{(2)}; \quad F_{14y}^{(2)} = F_{21y}^{(2)} - F_{1y}^{(2)}.$$

$$F_{21x}^{(2)} = -F_{2x}^{(2)} - F_{23x}^{(2)}; \quad F_{21y}^{(2)} = -F_{2y}^{(2)} - F_{23y}^{(2)}.$$

$$F_{23x}^{(2)} = F_{3x}^{(2)}.$$

$$F_{23y}^{(2)} = \frac{1_{2y} F_{23x}^{(2)} - M_{2z}^{(2)} + a_{2y} F_{2y}^{(2)} - a_{2x} F_{2y}^{(2)}}{1_{2x}}.$$

$$F_{34}^{(2)} = F_{23}^{(2)} - F_{3y}^{(2)}.$$

3. Расчет маховика

При исследовании движения механизма, находящегося под действием заданных сил, удобно все силы, действующие на звенья, заменять силами, приложенными к звену приведения. Выбирают то звено, по обобщенной координате которого проводится исследование механизма, то есть кривошип.

Приведенный момент – момент, которым наделяется звено приведения, он развивает такую же кинетическую энергию, как и кинетическая энергия всего механизма.

$$I_i = m_1 \left((x'_{S_1})^2 + (y'_{S_1})^2 \right) + m_2 \left((x'_{S_2})^2 + (y'_{S_2})^2 \right) + m_3 \left((x'_{S_3})^2 + (y'_{S_3})^2 \right) + I_{S_1} (\varphi'_1)^2 + I_{S_2} (\varphi'_2)^2.$$

Производная от приведенного момента инерции по φ_1 :

$$I'_i = 2 \left(m_1 \left(x'_{S_1} x''_{S_1} + y'_{S_1} y''_{S_1} \right) + m_2 \left(x'_{S_2} x''_{S_2} + y'_{S_2} y''_{S_2} \right) + m_3 \left(x'_{S_3} x''_{S_3} + y'_{S_3} y''_{S_3} \right) + I_{S_1} \varphi'_1 \varphi''_1 + I_{S_2} \varphi'_2 \varphi''_2 \right).$$

Уравновешивающие моменты от аналогов сил инерции I и II порядка.

$$M_{\text{од}}^{(1)} = I_i; \quad M_{\text{од}}^{(2)} = 0,5 I'_i.$$

Коэффициент неравномерности хода:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{од}}}.$$

Средняя угловая скорость:

$$\omega_{\text{од}} = \frac{\pi \cdot n}{30} = 471,239 \text{ (с}^{-1}\text{)}.$$

Максимальная угловая скорость:

$$\omega_{\max} = \omega_{\text{од}} \left(1 + \frac{\delta}{2} \right) = 483,02 \text{ (с}^{-1}\text{)}.$$

Минимальная угловая скорость:

$$\omega_{\min} = \omega_{\text{од}} \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) = 592,19 \text{ (с}^{-1}\text{)}.$$

$$\omega_{\text{од}} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}.$$

Момент движущих сил:

$$M_{\text{дд}} = -M_{\text{од}}.$$

Работа движущих сил:

$$A_{\text{дд}} = \int_0^{\varphi_1} M_{\text{дд}} d\varphi_1; \quad A_{\text{дд}}^{2\pi} = 480 \text{ (Дж)}.$$

Момент сил сопротивления:

$$M_c = \frac{A_{\text{дв}}^{2\pi}}{2\pi} = 76,394 (\text{H} \cdot \text{м}).$$

Работа сил сопротивления:

$$A_n = \int_0^{\Phi_i} M_n d\varphi; \quad A_n^{2\pi} = 480.$$

Приращение кинетической энергии:

$$\Delta T = A_{\text{дл}} - A_n.$$

Определение вспомогательных функций F_1 и F_2 :

$$F_1 = \Delta T - 0,5I_i \omega_{\min}^2 \Rightarrow F_{1m} = -304,614.$$

$$F_2 = \Delta T - 0,5I_i \omega_{\max}^2 \Rightarrow F_{2m} = 124,327.$$

Докажем, что F_1 достигает F_{1m} при $\omega = \omega_{\min}$. Предположим, что на главном валу машины установлен маховик с требуемым моментом инерции I_m и приведенный момент инерции.

$$\begin{aligned} \Delta T &= 0,5(I_i + I_i^0)\omega^2 - 0,5(I_i + I_i^0)\omega_0^2. \\ F_1 &= 0,5(I_i + I_i^0)\omega^2 - 0,5I_i\omega_{\min}^2 - 0,5(I_i + I_i^0)\omega_0^2 = \\ &= 0,5I_i\omega^2 - 0,5I_i(\omega^2 - \omega_{\min}^2) - 0,5(I_i + I_i^0)\omega_0^2. \\ F_{1i} &= 0,5I_i\omega_{\min}^2 - 0,5(I_i + I_i^0)\omega_0^2. \\ F_{2i} &= 0,5I_i\omega_{\max}^2 - 0,5(I_i + I_i^0)\omega_0^2. \end{aligned}$$

Момент инерции маховика:

$$I_i = \frac{F_{2i} - F_{1i}}{\omega_{\min}^2 \delta} \Rightarrow I_i = 0,039 (\text{кг} \cdot \text{м}^2).$$

Определение значения I_i в начале цикла:

$$I_i^0 = I_i \Big|_{\dot{\varphi}=0} = 1,039 \cdot 10^{-3}.$$

Определение начальных условий интегрирования.

$$\omega_0^2 = \frac{0,5I_i\omega_{\min}^2 - F_{1i}}{0,5(I_i + I_i^0)}; \quad \omega_0^2 = \frac{0,5I_i\omega_{\max}^2 - F_{2i}}{0,5(I_i + I_i^0)}.$$

Кинетическая энергия, накопленная в период разгона:

$$T_0 = 0,5(I_i + I_r^0)\omega_0^2 \Rightarrow T_0 = 2,209 \cdot 10^5.$$

Кинетическая энергия внутри цикла:

$$T = T_0 + \Delta T.$$

Угловая скорость кривошипа:

$$\omega = \sqrt{\frac{2T}{I_i + I_r}}.$$

Угловое ускорение кривошипа:

$$\varepsilon = \frac{\ddot{I}_{\text{aa}} - \ddot{I}_{\text{rr}} - 0,5I_r'\omega^2}{I_i + I_r}.$$

4. Определение полных реакций

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_{1x}^G + F_{1x}^a + F_{1x}^{(1)}\varepsilon + F_{1x}^{(2)}\omega^2; & F_{1y} &= F_{1y}^G + F_{1y}^a + F_{1y}^{(1)}\varepsilon + F_{1y}^{(2)}\omega^2. \\ M_{1z} &= M_{1z}^G + M_{1z}^a + M_{1z}^{(1)}\varepsilon + M_{1z}^{(2)}\omega^2; & M_{2z} &= M_{2z}^G + M_{2z}^a + M_{2z}^{(1)}\varepsilon + M_{2z}^{(2)}\omega^2. \\ F_{2x} &= F_{2x}^G + F_{2x}^a + F_{2x}^{(1)}\varepsilon + F_{2x}^{(2)}\omega^2; & F_{2y} &= F_{2y}^G + F_{2y}^a + F_{2y}^{(1)}\varepsilon + F_{2y}^{(2)}\omega^2. \\ F_{3x} &= F_{3x}^G + F_{3x}^a + F_{3x}^{(1)}\varepsilon + F_{3x}^{(2)}\omega^2; & F_{3y} &= F_{3y}^G + F_{3y}^a + F_{3y}^{(1)}\varepsilon + F_{3y}^{(2)}\omega^2. \\ F_{14x} &= F_{14x}^G + F_{14x}^a + F_{14x}^{(1)}\varepsilon + F_{14x}^{(2)}\omega^2; & F_{14y} &= F_{14y}^G + F_{14y}^a + F_{14y}^{(1)}\varepsilon + F_{14y}^{(2)}\omega^2. \\ F_{21x} &= F_{21x}^G + F_{21x}^a + F_{21x}^{(1)}\varepsilon + F_{21x}^{(2)}\omega^2; & F_{21y} &= F_{21y}^G + F_{21y}^a + F_{21y}^{(1)}\varepsilon + F_{21y}^{(2)}\omega^2. \\ F_{23x} &= F_{23x}^G + F_{23x}^a + F_{23x}^{(1)}\varepsilon + F_{23x}^{(2)}\omega^2; & F_{23y} &= F_{23y}^G + F_{23y}^a + F_{23y}^{(1)}\varepsilon + F_{23y}^{(2)}\omega^2. \\ F_{34} &= F_{34}^G + F_{34}^a + F_{34}^{(1)}\varepsilon + F_{34}^{(2)}\omega^2. \end{aligned}$$

5. Проверка

$$\sum F(x)_A = 0,$$

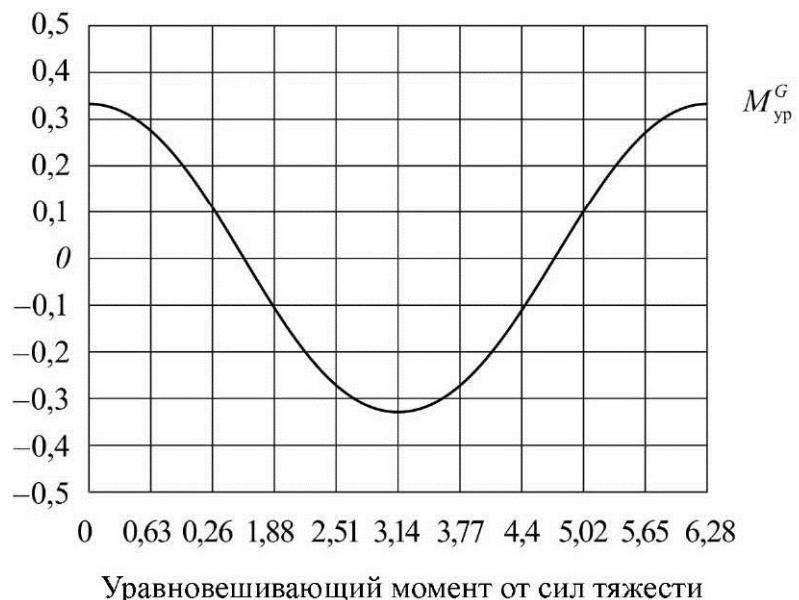
$$F_{14x} + F_{1x} + F_{12x} + F_{21x} + F_{2x} + F_{3x} = 0.$$

$$\sum F(y)_A = 0,$$

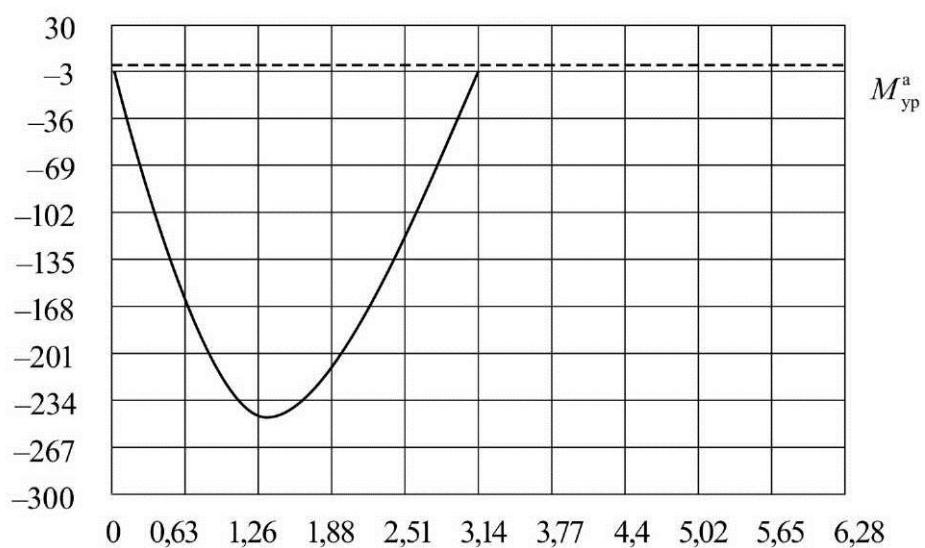
$$F_{14y} + F_{1y} + F_{12y} + F_{21y} + F_{2y} + F_{34} + F_{3y} + F_{23y} + F_{32y} = 0.$$

$$\sum M_A = 0.$$

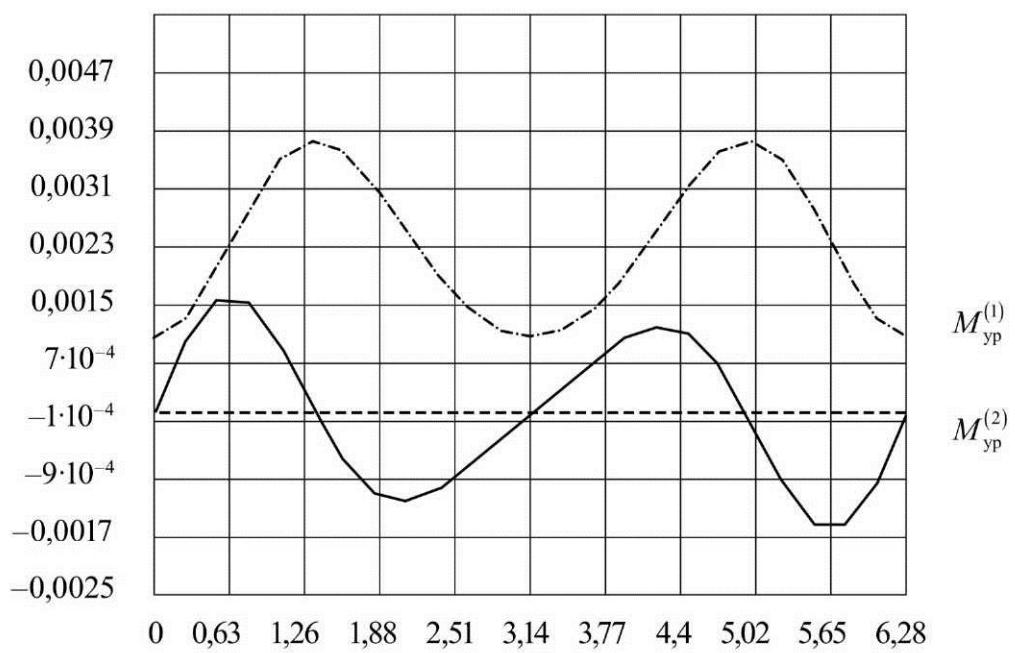
$$M_{1z} + M_{\delta\delta} + M_{z2} + F_{1y}a_{1x} - F_{1x}a_{1y} + F_{12y}1_{1x} - F_{21y}1_{1x} + F_{21x}1_{1y} - F_{12x}1_{1y} + \\ + F_{2y}(1_{2x} + a_{2x}) - F_{2x}\left(\frac{2}{3}1_2 \sin(\varphi_2)\right) + F_{3y}(1_{1x} + 1_{2x}) + F_{34}(1_{1x} + 1_{2x}) - \\ - F_{23y}(1_{1x} + 1_{2x}) = 0.$$



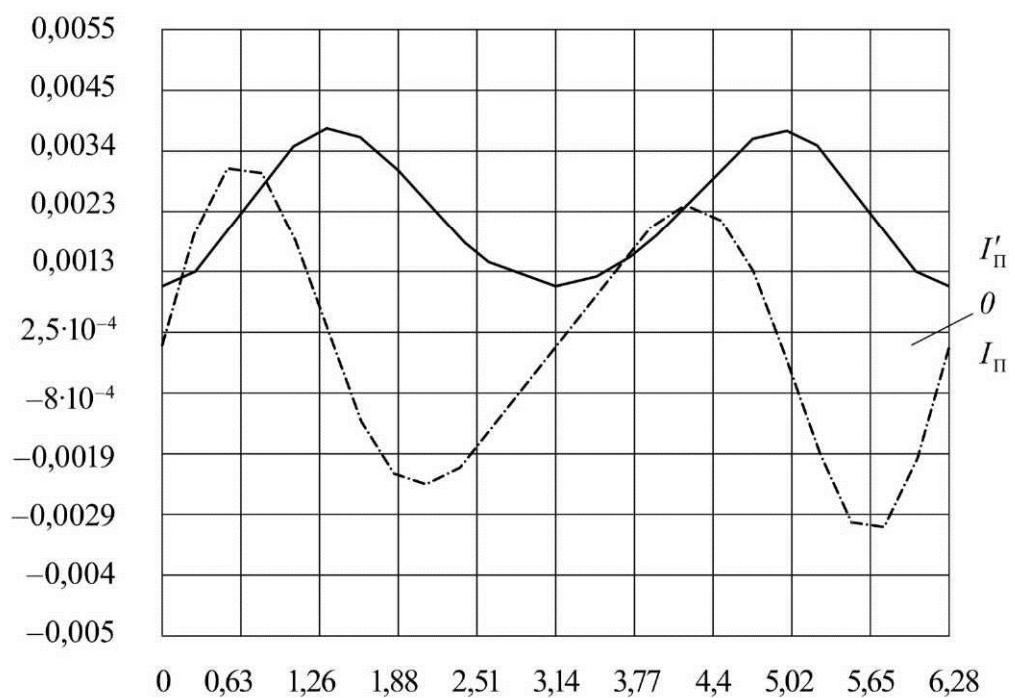
Уравновешивающий момент от сил тяжести



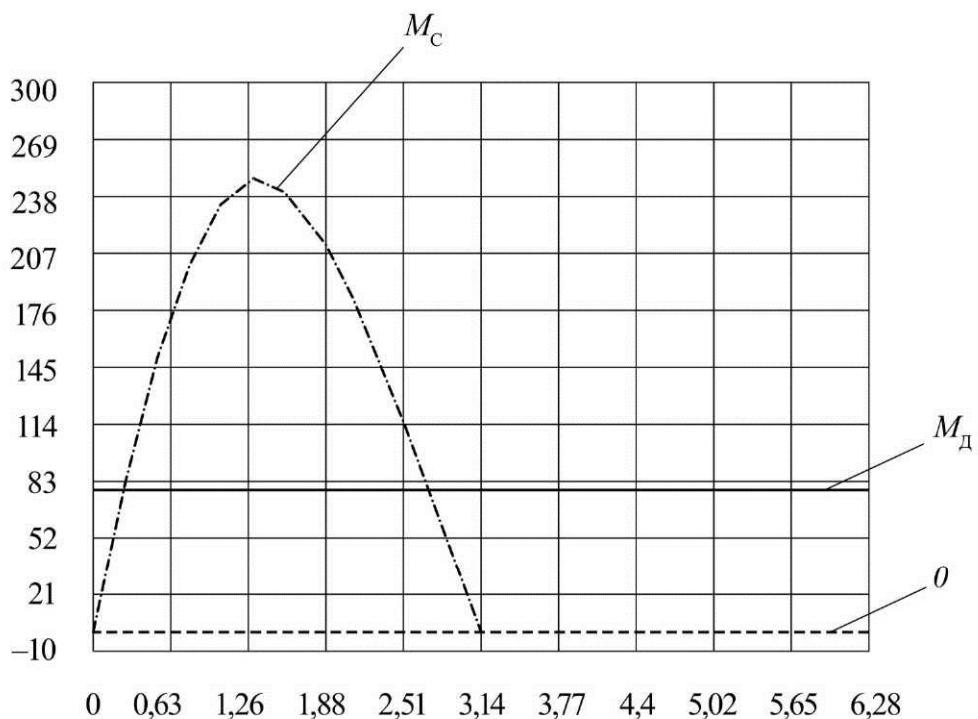
Уравновешивающий момент от внешних активных сил



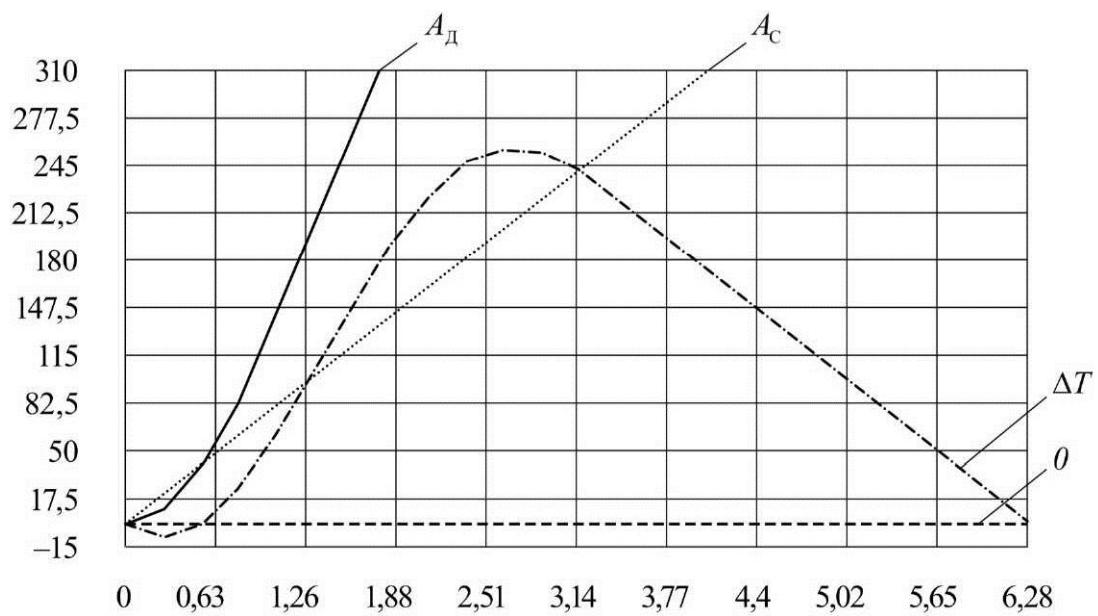
Уравновешивающие моменты от аналогов
сил инерции 1-го и 2-го порядка



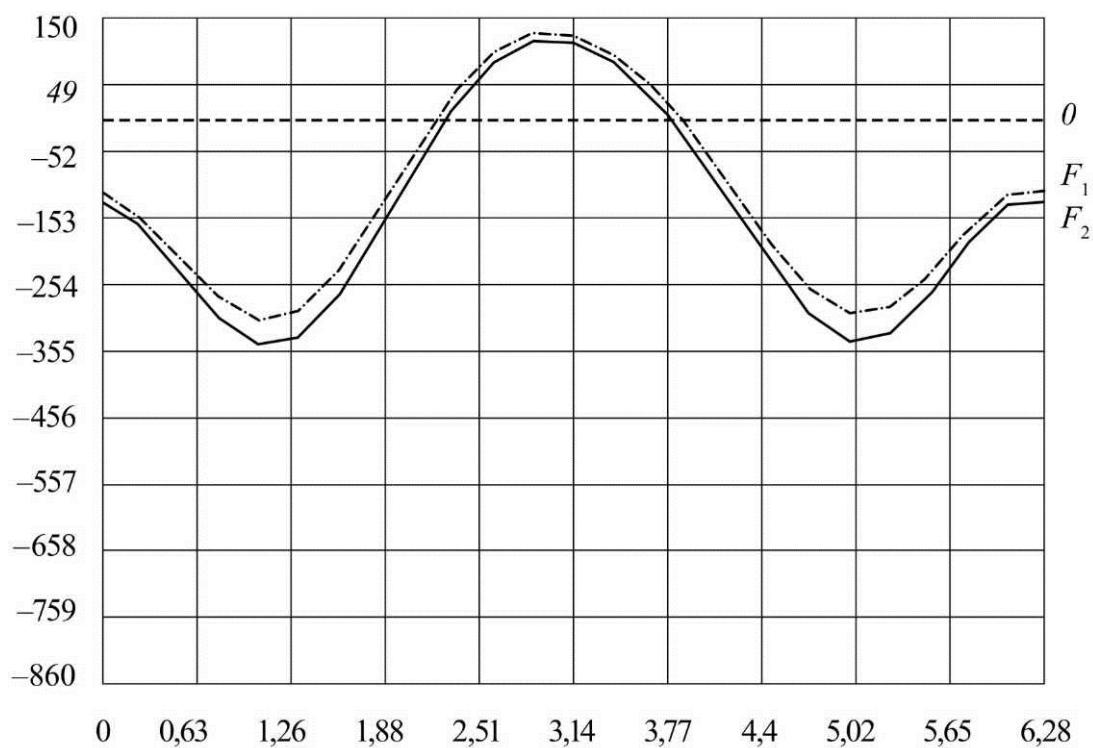
Приведенный момент инерции и его производная



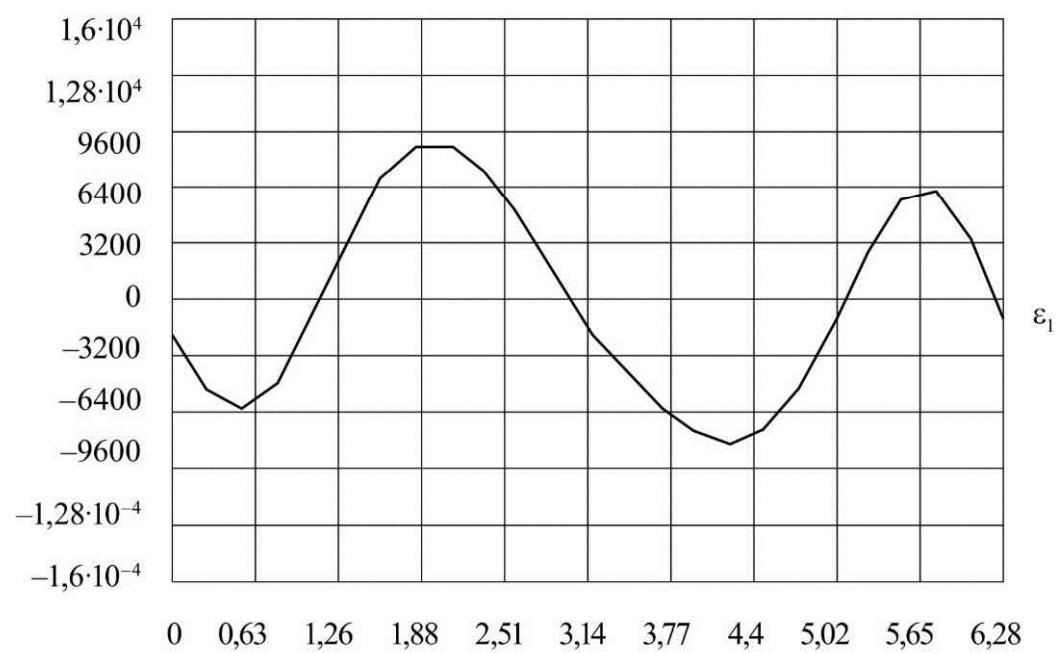
Момент движущих сил и сил сопротивления



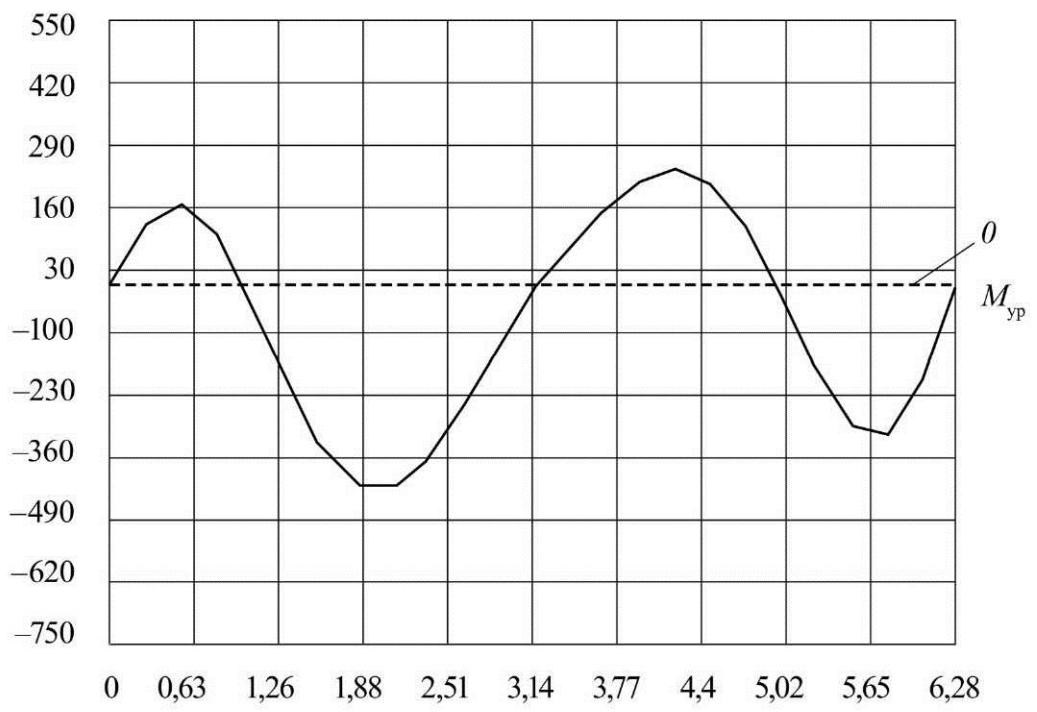
Работа движущих сил и сил сопротивления,
приращение кинетической энергии



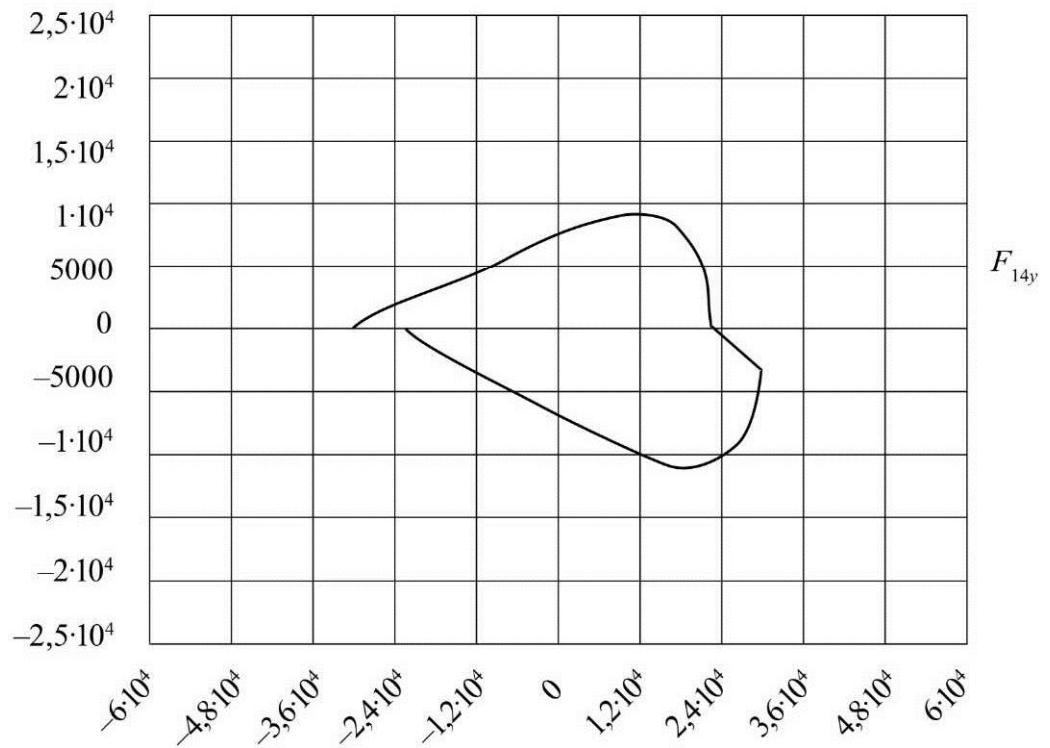
Угловая скорость кривошипа



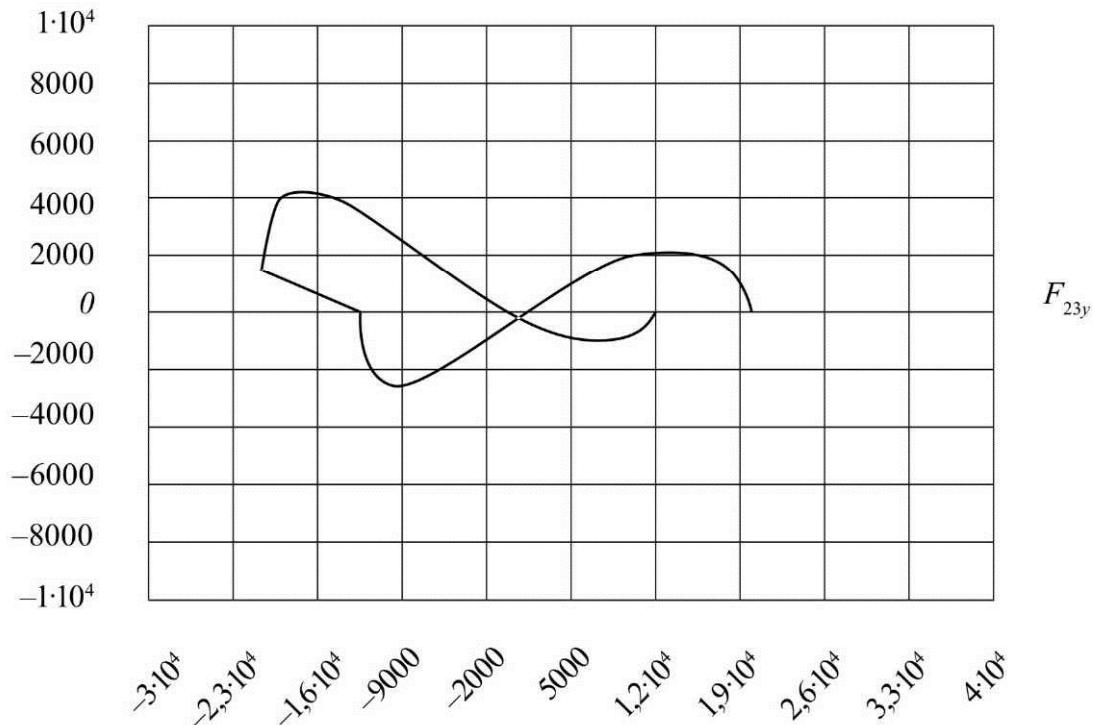
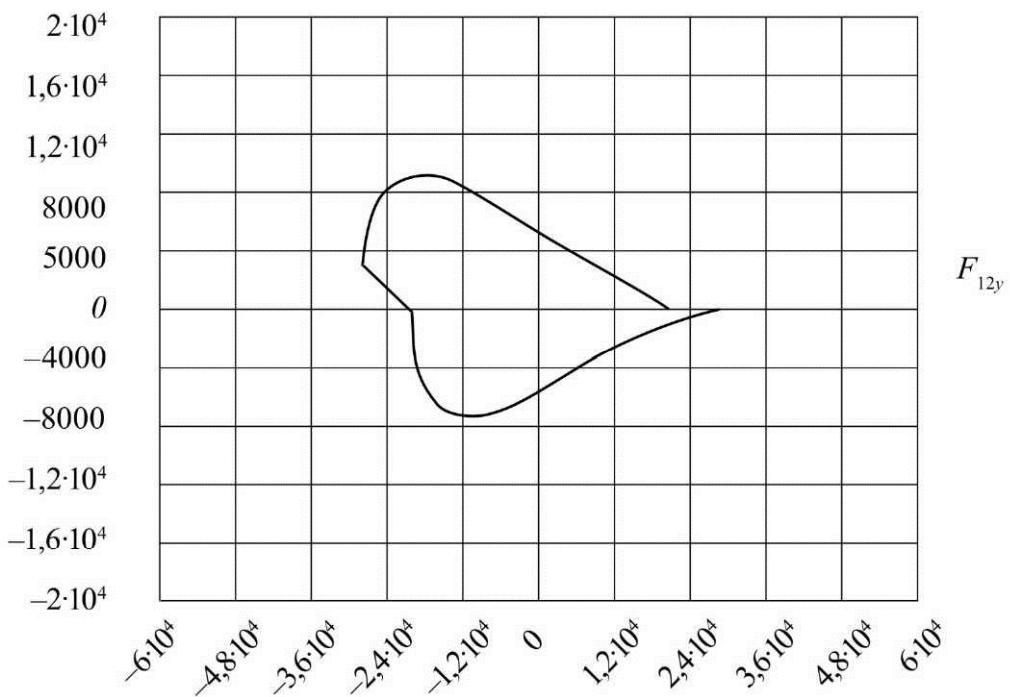
Угловое ускорение кривошипа



Уравновешивающий момент



Годограф сил кинематической пары 14



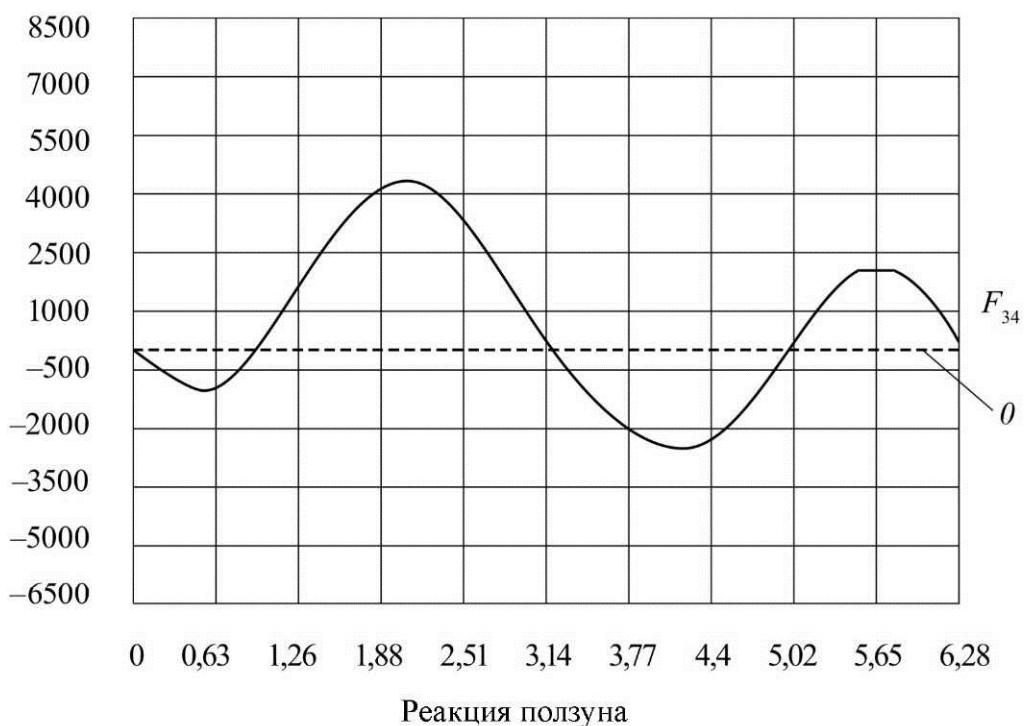


Таблица 5.4

Численные значения динамического анализа механизма

φ_1	M_{yp}^G	M_{yp}^a	$M_{\text{yp}}^{(1)}$	$M_{\text{yp}}^{(2)}$	M_{yp}	$A_{\text{дв}}$	A_C	$M_{\text{дв}}$
0	0,33	0	$1,039 \cdot 10^{-3}$	0	-1,671	0	0	0
0,262	0,318	-76,78	$1,301 \cdot 10^{-3}$	$9,665 \cdot 10^{-4}$	128,314	10,14	20	76,78
0,524	0,285	-145,538	$1,981 \cdot 10^{-3}$	$1,54 \cdot 10^{-3}$	174,294	39,498	40	145,538
0,785	0,233	-199,419	$2,807 \cdot 10^{-3}$	$1,51 \cdot 10^{-3}$	108,665	85,039	60	199,419
1,047	0,165	-233,778	$3,467 \cdot 10^{-3}$	$9,377 \cdot 10^{-4}$	-38,966	142,202	80	233,778
1,309	0,085	-246,88	$3,743 \cdot 10^{-3}$	$1,047 \cdot 10^{-4}$	-211,512	205,581	100	246,88
1,571	0	-240	$3,591 \cdot 10^{-3}$	$-6,496 \cdot 10^{-4}$	-353,678	269,717	120	240
1,833	-0,085	-216,764	$3,117 \cdot 10^{-3}$	$-1,1 \cdot 10^{-3}$	-429,397	329,814	140	216,764
2,094	-0,165	-181,914	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$-1,204 \cdot 10^{-3}$	28,793	382,202	160	181,914
2,356	-0,233	-139,992	$1,903 \cdot 10^{-3}$	$-1,044 \cdot 10^{-3}$	-364,445	424,45	180	139,992
2,168	-0,285	-94,462	$1,432 \cdot 10^{-3}$	$-7,398 \cdot 10^{-4}$	-259,249	455,191	200	94,462
2,88	-0,318	47,453	$1,138 \cdot 10^{-3}$	$-3,775 \cdot 10^{-4}$	-134,086	473,785	220	47,453
3,142	-0,33	0	$1,039 \cdot 10^{-3}$	0	-2,33	480	240	0
3,403	-0,318	0	$1,138 \cdot 10^{-3}$	$3,775 \cdot 10^{-4}$	82,359	480,007	260	0
3,665	-0,285	0	$1,432 \cdot 10^{-3}$	$7,398 \cdot 10^{-4}$	160,166	479,999	280	0
3,927	-0,233	0	$1,903 \cdot 10^{-3}$	$1,044 \cdot 10^{-3}$	220,221	480	300	0
4,189	-0,165	0	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$1,204 \cdot 10^{-3}$	244,9	480	320	0
4,451	-0,085	0	$3,117 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	214,808	470,992	340	0
4,712	0	0	$3,591 \cdot 10^{-3}$	$6,496 \cdot 10^{-4}$	120,258	480	360	0
4,974	0,085	0	$3,743 \cdot 10^{-3}$	$-1,047 \cdot 10^{-4}$	-26,86	480,003	380	0
5,236	0,165	0	$3,467 \cdot 10^{-3}$	$-9,377 \cdot 10^{-4}$	-188,541	480	400	0
5,498	0,233	0	$2,807 \cdot 10^{-3}$	$-1,51 \cdot 10^{-3}$	-366,835	480,001	420	0
5,76	0,285	0	$1,981 \cdot 10^{-3}$	$-1,54 \cdot 10^{-3}$	-322,537	480,001	440	0
6,021	0,318	0	$1,301 \cdot 10^{-3}$	$-9,665 \cdot 10^{-4}$	-208,332	480,001	460	0
6,283	0,33	0	$1,039 \cdot 10^{-3}$	0	-1,671	480	480	0

Таблица 5.5

Численные значения динамического анализа механизма

φ_1	ΔT	F_1	F_2	ω	ε	I_{Π}	F_{Π}
0	0	-109,641	-121,174	470,003	$-1,926 \cdot 10^3$	$1,039 \cdot 10^{-3}$	0
0,262	-9,86	-147,199	-161,646	467,959	$-5,291 \cdot 10^3$	$1,301 \cdot 10^{-3}$	1,933
0,524	-0,502	-209,625	-231,623	464,521	$-6,482 \cdot 10^3$	$1,981 \cdot 10^{-3}$	3,081
0,785	25,039	-271,262	-302,432	461,206	-4,784	$2,807 \cdot 10^{-3}$	3,021
1,047	62,202	-303,728	-342,222	459,504	-964,394	$3,467 \cdot 10^{-3}$	1,875
1,309	105,581	-289,538	-331,102	460,232	$3,5 \cdot 10^3$	$3,743 \cdot 10^{-3}$	$2,094 \cdot 10^4$
1,571	149,717	-229,316	-264,188	463,323	$7,178 \cdot 10^3$	$3,591 \cdot 10^{-3}$	-1,299
1,833	189,814	-139,213	-173,825	468,001	$9,135 \cdot 10^3$	$3,117 \cdot 10^{-3}$	-2,201
2,094	222,202	-41,68	-69,439	473,166	$9,118 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	-2,408
2,356	244,45	43,62	22,494	477,79	$7,45 \cdot 10^3$	$1,903 \cdot 10^{-3}$	-2,089
2,168	255,191	104,089	88,194	481,149	$4,726 \cdot 10^3$	$1,432 \cdot 10^{-3}$	-1,48
2,88	253,785	133,691	121,058	482,85	$1,485 \cdot 10^3$	$1,138 \cdot 10^{-3}$	$-7,549 \cdot 10^{-4}$
3,142	240	130,539	118,826	482,773	$-1,926 \cdot 10^3$	$1,039 \cdot 10^{-3}$	0
3,403	202,007	99,913	87,28	481,087	$1,118 \cdot 10^3$	$1,138 \cdot 10^{-3}$	$7,549 \cdot 10^{-4}$
3,665	199,999	48,897	33,002	478,277	$-6,131 \cdot 10^3$	$1,432 \cdot 10^{-3}$	1,48
3,927	180	-20,829	-41,956	474,451	$-7,684 \cdot 10^3$	$1,903 \cdot 10^{-3}$	2,089
4,189	160	-103,882	-131,641	469,96	$-8,321 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	2,408
4,451	139,992	-189,035	-223,647	465,444	$-7,54 \cdot 10^3$	$3,117 \cdot 10^{-3}$	2,201
4,712	120	-259,033	-298,903	461,802	$-5,09 \cdot 10^3$	$3,591 \cdot 10^{-3}$	1,299
4,974	100,003	-259,116	-336,68	459,946	$-1,28 \cdot 10^3$	$3,743 \cdot 10^{-3}$	$-2,094 \cdot 10^4$
5,236	80	-283,929	-324,432	460,423	$2,907 \cdot 10^3$	$3,467 \cdot 10^{-3}$	-1,875
5,498	60,001	-236,3	-267,469	463,032	$5,971 \cdot 10^3$	$2,807 \cdot 10^{-3}$	-3,021
5,76	40,001	-169,122	-191,12	466,663	$6,379 \cdot 10^3$	$1,981 \cdot 10^{-3}$	-3,081
6,021	20,001	-117,338	-131,786	469,554	$3,424 \cdot 10^3$	$1,301 \cdot 10^{-3}$	-1,933
6,283	0	-109,641	-121,174	470,003	$-1,926 \cdot 10^3$	$1,039 \cdot 10^{-3}$	0

Таблица 5.6

Численные значения силового анализа механизма

φ_1	F_{14x}	F_{14y}	F_{21x}	F_{21y}	F_{23x}	F_{23y}	F_{34}
0	$-2,309 \cdot 10^4$	-52,748	$-2,11 \cdot 10^4$	-11,302	$1,228 \cdot 10^4$	5,996	30,129
0,262	$-2,114 \cdot 10^4$	$-1,232 \cdot 10^4$	$-1,924 \cdot 10^4$	-682,045	$1,092 \cdot 10^4$	-825,875	-801,742
0,524	$-1,626 \cdot 10^4$	$-2,674 \cdot 10^3$	$-1,46 \cdot 10^4$	$-1,658 \cdot 10^3$	$7,502 \cdot 10^3$	$-1,122 \cdot 10^3$	$-1,098 \cdot 10^3$
0,785	$-9,618 \cdot 10^3$	$-4,492 \cdot 10^3$	$-8,294 \cdot 10^3$	$-3,114 \cdot 10^3$	$2,866 \cdot 10^3$	-657,356	-633,223
1,047	$-2,313 \cdot 10^3$	$-6,601 \cdot 10^3$	$-1,37 \cdot 10^3$	$-4,956 \cdot 10^3$	$-2,177 \cdot 10^3$	458,368	$482,5 \cdot 10^3$
1,309	$4,96 \cdot 10^3$	$-8,727 \cdot 10^3$	$5,484 \cdot 10^3$	$-6,899 \cdot 10^3$	$-7,071 \cdot 10^3$	$1,901 \cdot 10^3$	$1,925 \cdot 10^3$
1,571	$1,176 \cdot 10^4$	$-1,046 \cdot 10^4$	$1,185 \cdot 10^4$	$-8,532 \cdot 10^3$	$-1,145 \cdot 10^4$	$3,264 \cdot 10^3$	$3,288 \cdot 10^3$
1,833	$1,186 \cdot 10^4$	$-1,134 \cdot 10^4$	$1,743 \cdot 10^4$	$-9,425 \cdot 10^3$	$-1,507 \cdot 10^4$	$4,175 \cdot 10^3$	$4,199 \cdot 10^3$
2,094	$2,289 \cdot 10^4$	$-1,105 \cdot 10^4$	$2,195 \cdot 10^4$	$-9,274 \cdot 10^3$	$-1,776 \cdot 10^4$	$4,404 \cdot 10^3$	$4,429 \cdot 10^3$

Окончание табл. 5.6

φ_1	F_{14x}	F_{14y}	F_{21x}	F_{21y}	F_{23x}	F_{23y}	F_{34}
2,356	$2,67 \cdot 10^4$	$-9,513 \cdot 10^3$	$2,529 \cdot 10^4$	$-8,019 \cdot 10^3$	$-1,953 \cdot 10^4$	$3,93 \cdot 10^3$	$3,955 \cdot 10^3$
2,168	$2,925 \cdot 10^4$	$-6,909 \cdot 10^3$	$2,747 \cdot 10^4$	$-5,836 \cdot 10^3$	$-2,051 \cdot 10^4$	$2,9 \cdot 10^3$	$2,924 \cdot 10^3$
2,88	$3,065 \cdot 10^4$	$-3,583 \cdot 10^3$	$2,863 \cdot 10^4$	$-3,033 \cdot 10^3$	$-2,094 \cdot 10^4$	$1,525 \cdot 10^3$	$1,549 \cdot 10^3$
3,142	$2,3 \cdot 10^4$	80,608	$2,09 \cdot 10^4$	57,991	$-1,3 \cdot 10^4$	2,048	26,181
3,403	$2,242 \cdot 10^4$	$3,168 \cdot 10^3$	$2,042 \cdot 10^4$	$2,587 \cdot 10^3$	$-1,281 \cdot 10^4$	$-1,003 \cdot 10^3$	$-979,305$
3,665	$2,093 \cdot 10^4$	$5,921 \cdot 10^3$	$1,917 \cdot 10^4$	$4,838 \cdot 10^3$	$-1,232 \cdot 10^4$	$-1,881 \cdot 10^3$	$-1,857 \cdot 10^3$
3,927	$1,841 \cdot 10^4$	$8,033 \cdot 10^3$	$1,703 \cdot 10^4$	$6,545 \cdot 10^3$	$-1,135 \cdot 10^4$	$-2,484 \cdot 10^3$	$-2,46 \cdot 10^3$
4,189	$1,475 \cdot 10^4$	$9,225 \cdot 10^3$	$1,382 \cdot 10^4$	$7,46 \cdot 10^3$	$-9,67 \cdot 10^3$	$-2,641 \cdot 10^3$	$-2,616 \cdot 10^3$
4,451	$9,916 \cdot 10^3$	$9,345 \cdot 10^3$	$9,477 \cdot 10^3$	$7,438 \cdot 10^3$	$-7,094 \cdot 10^3$	$-2,231 \cdot 10^3$	$-2,207 \cdot 10^3$
4,712	$4,009 \cdot 10^3$	$8,463 \cdot 10^3$	$4,054 \cdot 10^3$	$6,538 \cdot 10^3$	$-3,583 \cdot 10^3$	$-1,28 \cdot 10^3$	$-1,255 \cdot 10^3$
4,974	$-2,768 \cdot 10^4$	$6,874 \cdot 10^3$	$-2,264 \cdot 10^3$	$5,032 \cdot 10^3$	760,129	-1,463	22,669
5,236	$-1,014 \cdot 10^4$	$4,988 \cdot 10^3$	$-9,204 \cdot 10^3$	$3,317 \cdot 10^3$	$5,707 \cdot 10^3$	$1,247 \cdot 10^3$	$1,272 \cdot 10^3$
5,498	$-1,765 \cdot 10^4$	$3,186 \cdot 10^3$	$-1,632 \cdot 10^4$	$1,778 \cdot 10^3$	$1,088 \cdot 10^4$	$2,067 \cdot 10^3$	$2,091 \cdot 10^3$
5,76	$-2,449 \cdot 10^4$	$1,728 \cdot 10^3$	$-2,282 \cdot 10^4$	692,748	$1,565 \cdot 10^4$	$2,134 \cdot 10^3$	$2,158 \cdot 10^3$
6,021	$-2,94 \cdot 10^4$	692,164	$-2,749 \cdot 10^4$	142,934	$1,909 \cdot 10^4$	$1,354 \cdot 10^3$	$1,378 \cdot 10^3$
6,283	$-3,109 \cdot 10^4$	-52,748	$-2,91 \cdot 10^4$	-41,302	$2,028 \cdot 10^4$	$5,9 \cdot 10^3$	30,129

ЗАДАНИЕ ДЛЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Задание 1

Проектирование и исследование механизмов гидравлического подъёмника автомобиля-самосвала

Гидравлический двухцилиндровый механизм подъёмника платформы 3 (рис. 6.1, а) автомобиля-самосвала шарнирно установлен на раме шасси автомобиля (являющейся стойкой 5 механизма) и состоит из блока качающихся гидроцилиндров 1 и двух поршней со штоками 2, шарнирно соединёнными с основанием платформы 3. Полости обоих цилиндров сообщаются между собой.

Масло в полости гидроцилиндров 1 нагнетается роторным зубчатым насосом 8, зубчатые колёса z_5 и z_6 которого получают планетарный редуктор 9 с колёсами z_1 , z_2 , z_3 и z_4 .

Давление в гидроцилиндрах устанавливается регулятором давления, золотник которого кинематически связан с толкателем 7 кулачкового механизма. Дисковый кулачок 6, установленный на оси СС', жестко связанный со звеном 3, перемещает толкатель по закону (V_D/ϕ_6 , ϕ_6), показанному на рис. 6.1, б.

Удаление толкателя соответствует углу поворота ($\phi_{уд}$) звена 6, при котором суммарная сила $F_{2Д}$, действующая на поршни 2, изменяется от начального F_{11} до конечного F_K значения, согласно графику ($F_{2Д}$, S_{2-1}) на рис. 6.1, в.

В процессе поворота платформ 40 % массы m_4 груза 4сыпается; при этом масса m_4 изменяется от $m_{4н}$ по закону (m_4 , ϕ_3), показанному на рис. 6.1, г.

Примечания:

1. При проектировании рычажного механизма необходимо обеспечить равенство углов давления в начале и в конце подъема платформы ($V_{\text{нач}} = V_{\text{кон}}$). Звено 2 при проектировании условно считать невесомым.
2. Принять $l_2 \sim (1,2-1,3) H$, где H – ход поршня (штока); $l_{BS2} \approx 0,6l_2$.
3. Силу F_H определить из условия возможности начала движения: момент силы F_{11} относительно оси СС' в начальном положении механизма

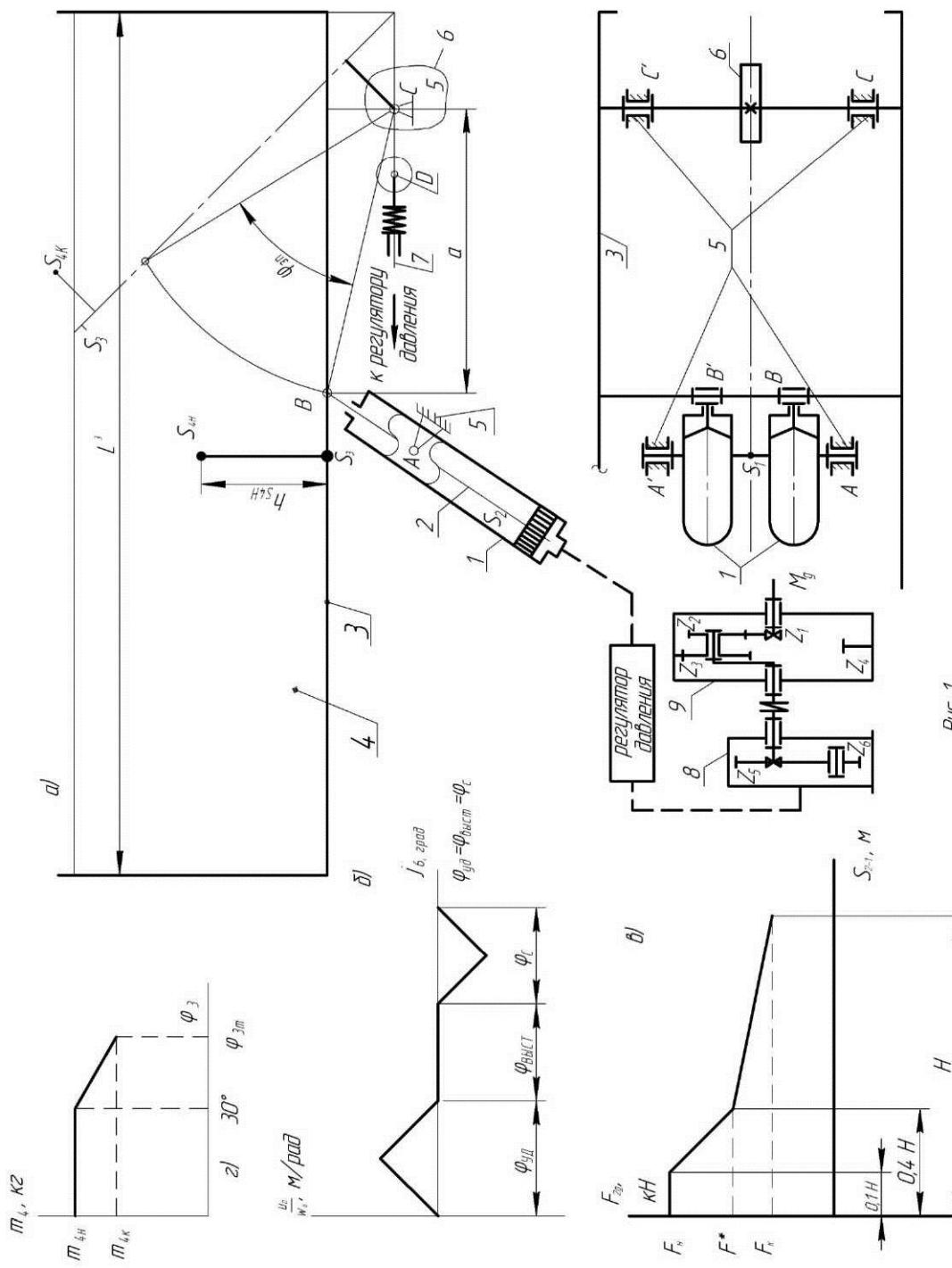


Рис. 6.1. Механизм подъемника автомобиля. а – схема механизма; б – массы звеньев, в – передаточные функции работы кулачкового механизма; г – силы, соответствующие движению поршня

должен превышать в 1,1–1,2 раза суммарный момент сил тяжести $G_3 = gm_4$ платформы 3 и $G_{3H} = gm_{4H}$ груза 4 относительно той же оси; силу F_K – из условия равенства момента силы F_K и суммарного момента сил тяжести G_3 платформы и $G_{3K} = gm_{4K}$ оставшегося груза в верхнем конечном положении платформы.

4. Силу F^* , соответствующую перемещению 0,4Н штока 2 относительно цилиндра 1, рассчитать из условия безударного останова (в конце поворота угловая скорость платформы $\omega_{3K} = 0$).

5. Принять условно, что поверхность груза остается в процессе его ссыпания параллельной дну платформы (т.е. центр масс S_4 груза перемещается относительно платформы 3 по прямой $S_3 S_{4H}$).

6. Рассчитать значения момента инерции I_{4C2} груза 4 относительно оси CC' по формуле $I_{4C} = I_{4S} - m_4 l_{CS4}$, где $I_{4C} = m_4(l_3^2 + (2 \cdot h_{S4})^2)/12$ – момент инерции груза относительно его центра масс S_4 ($2 \cdot h_{S4}$ – высота груза).

Таблица 6.1

Исходные данные

№ п/п	Параметр	Обозна- чение	Единица измерения	Числовые значения для вариантов				
				А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Максимальный угол поворота платформы 3	Φ_{3n}	град	50	50	45	45	50
2	Координата шарнира В	a b	м	0,6 0,15	0,75 0,2	0,7 0,18	0,8 0,2	0,85 0,22
3	Расстояние от шарнира В до центра масс S_3 платформы 3	l_{BS2}	м	0,1	0,18	0,16	0,15	0,18
4	Начальное значение расстояния от S_3 центра масс S_4 груза 4	h_{S4H}	м	0,25	0,32	0,3	0,35	0,38
5	Начальная масса поднимаемого груза 4	m_{4H}	кг	4000	3500	3000	3500	4000
6	Длина платформы 3	l_3	м	3,3	3	2,9	3,1	3,2
7	Масса платформы 3	m_3	кг	700	600	550	620	680
8	Момент инерции звена 3 относительно его центра масс S_3	I_{3S}	кгм^2	650	480	420	540	620
9	Масса одного штока с поршнем	m_2	кг	24	22	20	21	22
10	Момент инерции звена 2 относительно его центра масс S_2	I_{2S}	кгм^2	1,4	1,3	1,1	1,2	1,3
11	Момент инерции звена 1 относительно его центра масс S_1	I_{1S}	кгм^2	1,8	1,6	1,4	1>5	1,6

Окончание табл. 6.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	Угловая координата платформы 3 для силового расчета механизма	φ_3	град	5	10	15	20	25
13	Число зубьев колес 5 и 6	$z_5 = z_6$	—	10	11	12	15	16
14	Модуль зубчатых колес 5 и 6	$m_{5,6}$	мм	6	6	6	6	6
15	Передаточное отношение планетарного редуктора	U_{1b}	—	11	12	13	14	15
16	Число сателлитов планетарного редуктора	k	—	3	4	3	3	3
17	Ход толкателя кулачкового механизма	h	м	0,02	0,022	0,024	0,026	0,03
18	Допустимый угол давления в кулачковом механизме	θ	град	25	30	35	30	35

Задание 2

**Проектирование и исследование механизмов
дозировочного силового насоса**

Горизонтальный одноцилиндровый поршневой дозировочный насос предназначен для дозирования водных растворов органических и неорганических веществ в процессе производства биологических препаратов.

Коленчатый вал 1 насоса приводится во вращение электродвигателем 14 через соединительную муфту 13, зубчатую передачу (z_9, z_{10}), планетарный редуктор 8 и соединительную муфту 7. Насос выполнен герметичным. Его рабочая полость изолирована от картера сильфонами 5 и 6, жестко соединенными между собой. Конец сильфона 6 припаян к поршню 3, а конец сильфона 5 – к корпусу насоса (рис. 6.2, *a*). Изменение давления жидкости в цилиндре характеризуется индикаторной диаграммой (рис. 6.2, *b*). Изменение усилия F , приложенного к поршню от сильфона при перемещении поршня насоса, представлено графиком (рис. 6.2, *c*).

Основной механизм насоса – кривошипно-ползунный (рис. 6.2, *b*), состоящий из коленчатого вала 1, шатуна 2 и поршня 3 со штоком 4. Для обеспечения движения основного механизма с заданной неравномерностью на коленчатом валу насоса закреплен маховик 20.

Смазка механизмов насоса осуществляется от плунжерного масляного насоса 15, плунжер 17 которого (рис. 6.2, *d*) приводится в движение от кулачка 16, закрепленного на валу зубчатого колеса z_{12} (рис. 6.2, *b*). Изменение ускорения толкателя 17 (a_b^t, φ_{16}) показано на рис. 6.2, *e*.

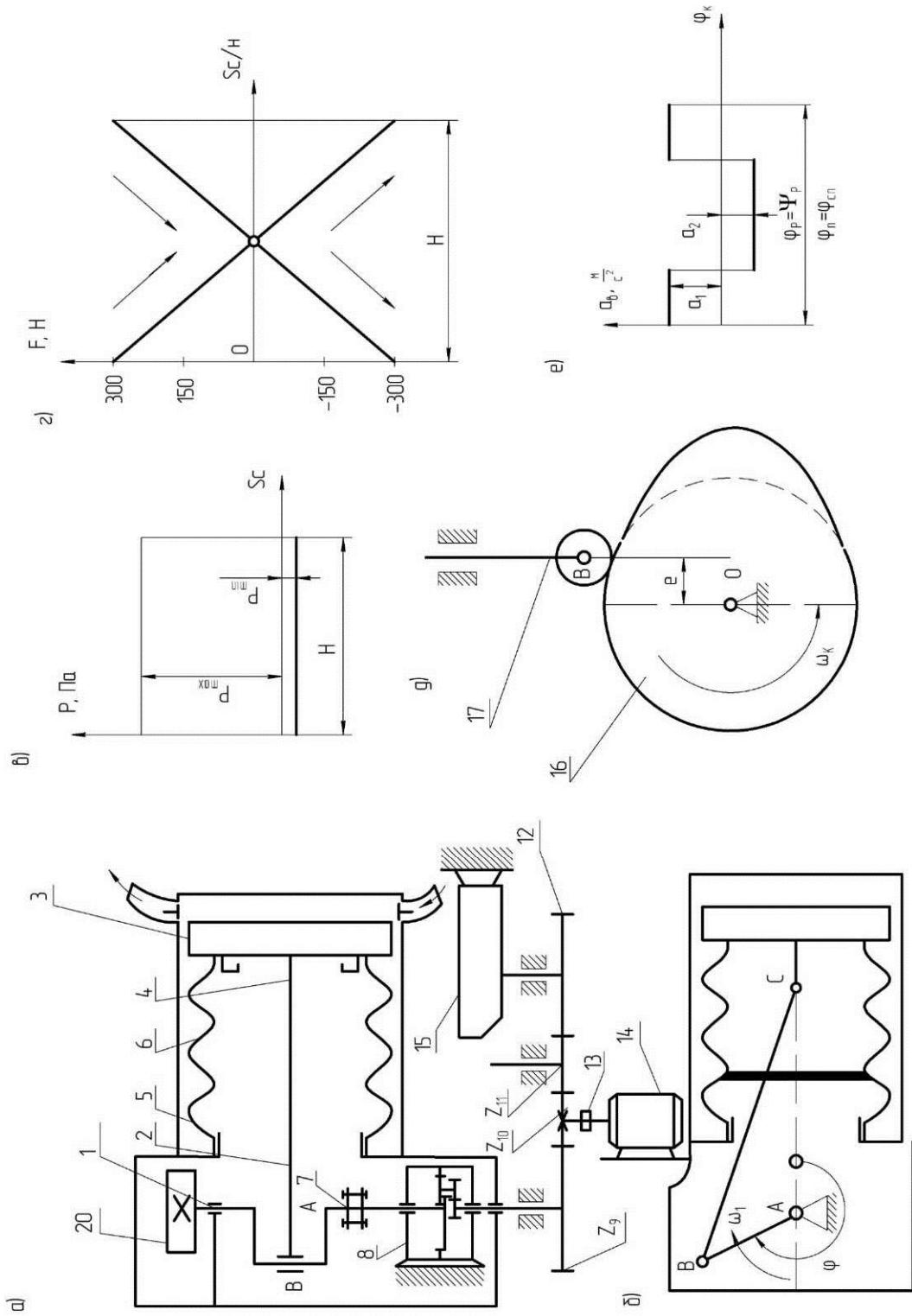


Рис. 6.2. Механизм силового насоса: а – привод; б – схема механизма; в – рабочая характеристика; г – индикаторная диаграмма; д – кулачковый механизм; е – диаграмма ускорений

Таблица 6.2

Исходные данные

№ п/п	Параметр	Обозна- чение	Единица измерения	Числовые значения для вариантов				
				А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Частота вращения коленчатого вала насоса	n_1	с^{-1}	2,33	2,42	2,25	2,00	2,08
2	Средняя скорость поршня	V_{cp}	$\text{м}/\text{с}$	0,19	0,22	0,21	0,19	0,21
3	Отношение длины шатуна к длине кривошипа	$\lambda_z = \frac{l_{BC}}{l_{AB}}$	—	5,0	5,1	4,9	5,2	4,8
4	Относительное положение центра масс шатуна	$\lambda_{S2} = \frac{l_{BS_2}}{l_{BC}}$	—	0,30	0,35	0,25	0,24	0,20
5	Диаметр поршня	d	м	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
6	Диаметр штока	d_m	м	0,01	0,009	0,01	0,009	0,008
7	Частота вращения вала электродвигателя	$n_{эд}$	с^{-1}	36,6	37,0	33,3	35,0	37,5
8	Максимальное давление нагнетания	P_{max}	МПа	2,45	2,94	1,96	2,70	3,43
9	Минимальное давление в цилиндре	P_{min}	Па	0,25	0,29	0,20	0,27	0,34
10	Отношение длины штока к длине шатуна	$\frac{l_{DC}}{l_{BC}}$	—	0,20	0,20	0,19	0,19	0,19
11	Масса шатуна	m_2	кг	5	6	7	8	6
12	Масса штока	m_4	кг	2	3	2	3	4
13	Масса поршня	m_3	кг	10	12	14	9	8
14	Момент инерции шатуна относительно оси, проходящей через центр масс	I_{2S}	кгм^2	0,01	0,009	0,01	0,010	0,011
15	Максимальное усилие растяжения-сжатия от сильфона	$P_{сф}$	Н	300	250	280	320	350
16	Момент инерции коленвала	I_{10}	кгм^2	0,005	0,006	0,003	0,004	0,005
17	Момент инерции ротора электродвигателя	$I_{р.д}$	кгм^2	0,0020	0,0022	0,0025	0,0024	0,0030
18	Момент инерции планетарного редуктора соединительной муфты и зубчатых колес, приведенный к валу электродвигателя	I_{3K}	кгм^2	0,022	0,023	0,020	0,021	0,024
19	Начальная угловая скорость коленчатого вала	$\omega_{нач}$		0	0	0	0	0

Окончание табл. 6.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	Момент электродвигателя, приведенный к валу кривошипа	$M_g^{\text{пр}}$	Нм	9,8	10,0	10,2	10,0	10,5
21	Угловая координата кривошипа для силового расчета	Φ_1	град	210	240	300	330	210
22	Числа зубьев зубчатых колес	z_9 z_{10} z_{11} z_{12}	—	15 12 12 15	16 13 13 16	15 12 12 15	14 11 11 14	17 14 14 17
23	Модуль зубчатых колес	m	мм	2,0	2,5	2,0	2,5	2,0
24	Угол наклона зубьев	β	град	25	25	30	20	25
25	Угол рабочего профиля кулачка	ψ_p	град	180	220	240	120	150
26	Ход толкателя 17 кулачкового механизма	h_T	м	0,016	0,018	0,020	0,016	0,020
27	Допустимый угол давления в кулачковом механизме	θ	град	20	25	25	22	24
28	Внеосность толкателя 17 в кулачковом механизме	e	м	0,005	0,005	0,005	0,005	
29	Изменения ускорения толкателя	$\frac{\omega_1}{\omega_2}$	—	1,80	1,85	1,90	1,75	2,0
30	Начальный угол поворота кривошипа	$\Phi_{\text{ нач}}$	град	0	0	0	0	0

Задание 3

Проектирование и исследование механизмов двигателя передвижной установки «мотор – генератор»

Передвижная установка (рис. 6.3, *в*) состоит из двигателя с внешним подводом теплоты 11, с двух коленчатых валов которого движение через зубчатые передачи 12–13 и планетарные механизмы 14–15–16 передается к электрогенераторам 17.

Одноцилиндровый двигатель (рис. 6.3, *а*) передвижной установки «мотор – генератор» – с внешним подводом теплоты (двигатель Стирлинга). Он состоит из вертикального герметичного цилиндра 7, разделенного рабочим 3 и вытеснительным 5 поршнями на свободно сообщающиеся между собой горячую «Г» и холодную «Х» полости. В обеих полостях под большим давлением (до 12 МПа) находится рабочее тело (водород, гелий или воздух). Температура горячей полости порядка 600°, холодной – в пределах 20–25°C.

Двигатель с внешним подводом теплоты, как и двигатель внутреннего сгорания, производит полезную работу путем сжатия рабочего тела при низкой температуре и расширения его при высокой. При движении вытеснительного поршня вверх рабочее тело по каналам нагревателя 6, регенератора 9 и холодильника 10 перемещается из горячей полости в холодную, а при движении вниз оно возвращается тем же путем в горячую полость. Тепло рабочему телу передается через стенку нагревателя, выполненного из большого количества металлических трубок, кольцеобразно размещенных вокруг нагретого объема цилиндра.

Запуск двигателя начинается в верхней мертвоточке при $\Phi_1 = \Phi_{\text{ нач}}$. Цикл работы двигателя Стирлинга осуществляется за один оборот коленчатых валов 1,1', кинематически связанных при помощи шатунов 2,2' и 4,4' с траверсами 3 рабочего и вытеснительного 5 поршней. Шатуны 2,2 и 4,4 образуют форму подвижного деформируемого ромба, а кривошипы выполнены в виде жестких треугольников, поэтому используемый в двигателе рычажный механизм получил название ромбического механизма с развитыми кривошипами.

Изменение давления в цилиндре двигателя в зависимости от положения рабочего поршня, отражённого на индикаторной диаграмме, представлены на рис. 6.3, б, данные для построения которой приведены в табл. 6.3. Участок *abc* индикаторной диаграммы соответствует движению рабочего поршня вверх, т.е. фазе сжатия рабочего тела, участок *cda* – движению рабочего поршня вниз, т.е. фазе расширения рабочего тела. Перемещение рабочего тела в холодную полость при подготовке такта сжатия и в горячую полость – при подготовке такта расширения обеспечивается вытеснительным поршнем, движение которого смещено по фазе, и согласованно с движением рабочего поршня благодаря ромбическому механизму. С целью исключения переносов поршней в цилиндре, т.е. обеспечения синхронного движения звеньев левой и правой половины «ромба», используются зубчатые (синхронизирующие) колёса 6,6', введенные в зацепление друг с другом и жестко закрепленные на коленчатых валах двигателя.

При проектировании и исследовании механизмов двигателя считать известными параметры, приведённые в табл. 6.3.

В установке отсутствует кулачковый механизм.

Примечания:

1. Синтез ромбического механизма по заданным условиям является приближенным.

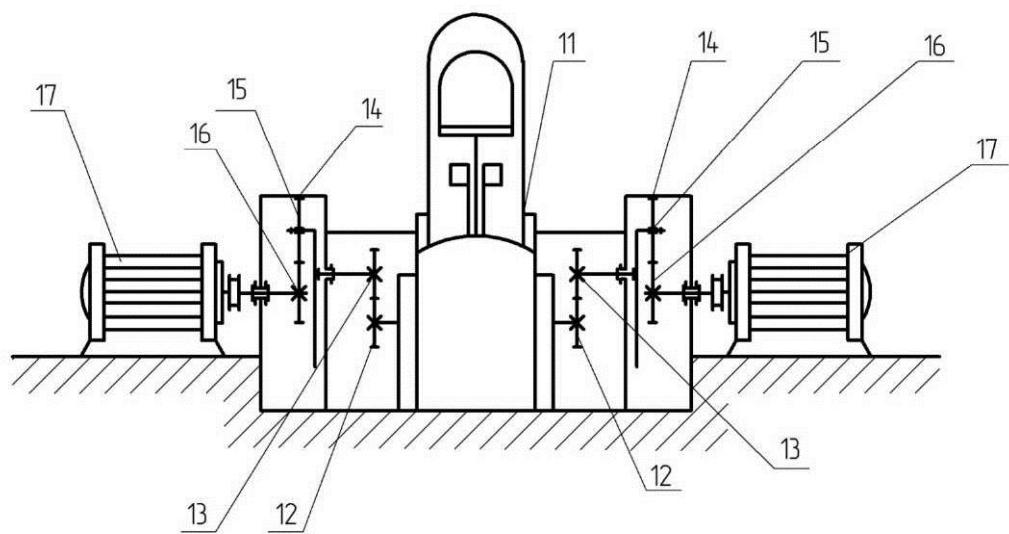
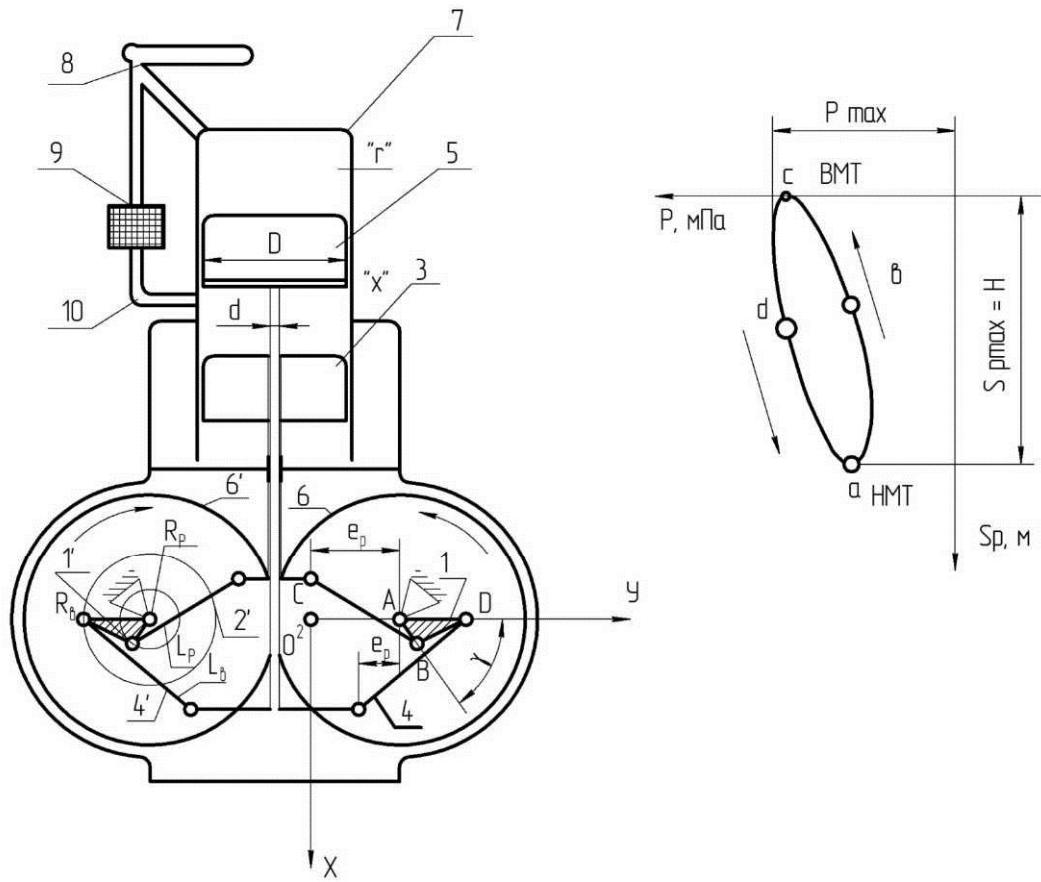


Рис. 6.3. Механизм установки мотора-генератора: а – схема механизма; б – рабочая характеристика технологической силы; в – привод передвижной установки

2. Давление рабочего тела в горячей и холодной полостях цилиндра считать одинаковым.

3. На первом листе проекта необходимо построить диаграммы изменения объемов рабочей, холодной и горячей полостей двигателя Стирлинга.

4. Угол ϕ_{1cp} для силового расчета отсчитывается от положения $\phi_1 = \phi_{1\text{ нач}}$.

Таблица 6.3

Исходные данные

№ п/п	Параметр	Обозна- чение	Единица измере- ния	Числовые значения для вариантов				
				A	B	V	Г	Д
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Частота вращения колен- чатого вала насоса	n_1	с^{-1}	20	19	18	17	16
2	Средняя скорость поршня	V_{cp}	м/с	1,60	1,52	1,44	1,36	1,28
3	Отношение длин шатунов	$a_L = L_P/L_B$	—	1,0	1,2	0,8	1,0	0,8
4	Отношение длины криво- шипа l к длине шатуна 4	$\lambda = \frac{R_B}{L_B}$	—	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
5	Отношение смещений на- правляющих поршней	$a_e = e_e/e_p$	—	1,0	1,2	0,8	1,0	1,2
6	Отношение длин криво- шипов	$a_R = R_B/R_p$	—	1,2	1,0	1,0	0,8	1,0
7	Относительное смещение направляющей вытесни- тельного поршня	$K_B = \frac{e_B}{R_B}$	—	2,0	2,0	1,8	2,0	2,0
8	Угол разворота элементов кривошипа	γ	град	0	0	15	15	15
9	Расстояние до центра масс шатуна рабочего поршня	l_{CS2}	м	$2p/3$	$2p/3$	$2p/3$	$2p/3$	$2p/3$
10	Расстояние до центра масс шатуна вытеснительного поршня	L_{FS4}	м	$2p/3$	$2p/3$	$2p/3$	$2p/3$	$2p/3$
11	Максимальное давление в цилиндре двигателя	p_{max}	мПа	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0
12	Коэффициент неравно- мерности вращения валов I и I'	δ	—	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
13	Диаметр цилиндра	D	м	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088
14	Диаметр штока вытесни- тельного поршня	d	м	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014

Окончание табл. 6.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	Массы звеньев двигателя Стерлинга: – вытеснительного поршня со штоком и траверсом – рабочего поршня со штоком и траверсом – шатуна рабочей группы	m_5 m_3 m_2	кг кг кг	19 14 2,1	21 16 2,12	18 13 2,08	20 15 2,1	17 12 2,08
16	Момент инерции шатуна 2 относительно центра масс	I_{2S}	кгм^2	0,025	0,026	0,024	0,025	0,026
17	Момент инерции шатуна 4 относительно центра масс	I_{4S}	кгм^2	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
18	Момент инерции коленчатых валов и синхронизирующих шестерён	$I_{\text{кв}}$	кгм^2	0,08	0,085	0,075	0,08	0,075
19	Момент инерции ротора генератора, приведённый к коленчатому валу	$I_{\text{пр}}$	кгм^2	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
20	Частота вращения вала генератора	n_T	с^{-1}	100	100	100	100	100
21	Угловая координата для силового расчёта	$\Phi_{\text{ср}}$	град	0	60	180	270	360
22	Числа зубьев колес	z_{13} z_{12}	–	10 15	12 18	11 17	13 20	10 15
23	Модуль зубчатых колес передачи и планерного редуктора	m	мм	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
24	Число сателлитов планерного редуктора	k	–	3	3	3	3	3

Таблица 6.4

Исходные данные

Перемещение поршня волях его хода	$\frac{S_p}{H}$	0	0,025	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,975	1,0
Сжатие	$\frac{P}{P_{\max}}$	0,885	0,79	0,755	0,685	0,6	0,54	0,5	0,46	0,44	0,41	0,4	0,85	0,98	0,4	0,43
Расширение	$\frac{P}{P_{\max}}$	0,885	0,97	0,987	1,0	0,98	0,95	0,9	0,85	0,79	0,73	0,66	0,595	0,53	0,505	0,43

Задание 4

Проектирование и исследование механизмов криогенного поршневого детандера

Детандер предназначен для расширения газа с целью генерации холода в циклах низкотемпературных установок, для чего в этих машинах энергия сжатого газа преобразуется в работу, снимаемую с вала детандера.

Криогенный двухцилиндровый оппозитный детандер высокого давления – горизонтальная машина простого действия. Детандер состоит из двух кривошипно-ползунных механизмов. С кривошипами AB и AF' коленчатого вала I , расположенными под углом 180° (рис. 6.4, a , b), соединены шатуны 2 и 4 . При таком устройстве поршни 3 и 5 всегда двигаются в противоположные стороны.

Рабочее тело – воздух, сжатый до давления P_{\max} , поступает в цилиндры I и II детандера через впускные клапаны (7 и $7'$). При движении поршней 3 и 5 навстречу друг другу сжатый воздух расширяется, производя работу. При удалении поршней друг от друга в цилиндрах детандера происходит выталкивание газа через выпускные клапаны (8 и $8'$) и обратное сжатие газа, оставшегося в рабочей полости после закрытия выпускных клапанов. Рабочий цикл детандера совершается за один оборот коленчатого вала. Для обеспечения необходимой равномерности движения на валу I закреплен маховик 9 . Изменение давления в цилиндрах детандера в зависимости от положения поршня представлено на индикаторной диаграмме (рис. 6.4, c), данные для построения которой приведены в табл. 6.?

В данной установке энергия сжатого воздуха, преобразованная в работу, используется электрогенератором 16 , который связан с валом I детандера через зубчатую передачу (z_{10} и z_u) планетарный повышающий редуктор (мультипликатор) и муфту $16'$.

Механизм газораспределения (рис. 6.4, a) состоит из двух кулачков впуска (17 и $17'$) и двух – выпуска (18 и $18'$), закрепленных на распределительных валах O^1O^2 , и толкателей, действующих на клапаны (для цилиндра I , механизм газораспределения на схеме не показан). Частота вращения распределительных валов и вала I одинаковая ($\pi_k = n_1, \text{с}^{-1}$). Схема кулачкового механизма и закон движения толкателя представлены на рис. 6.4, z , d .

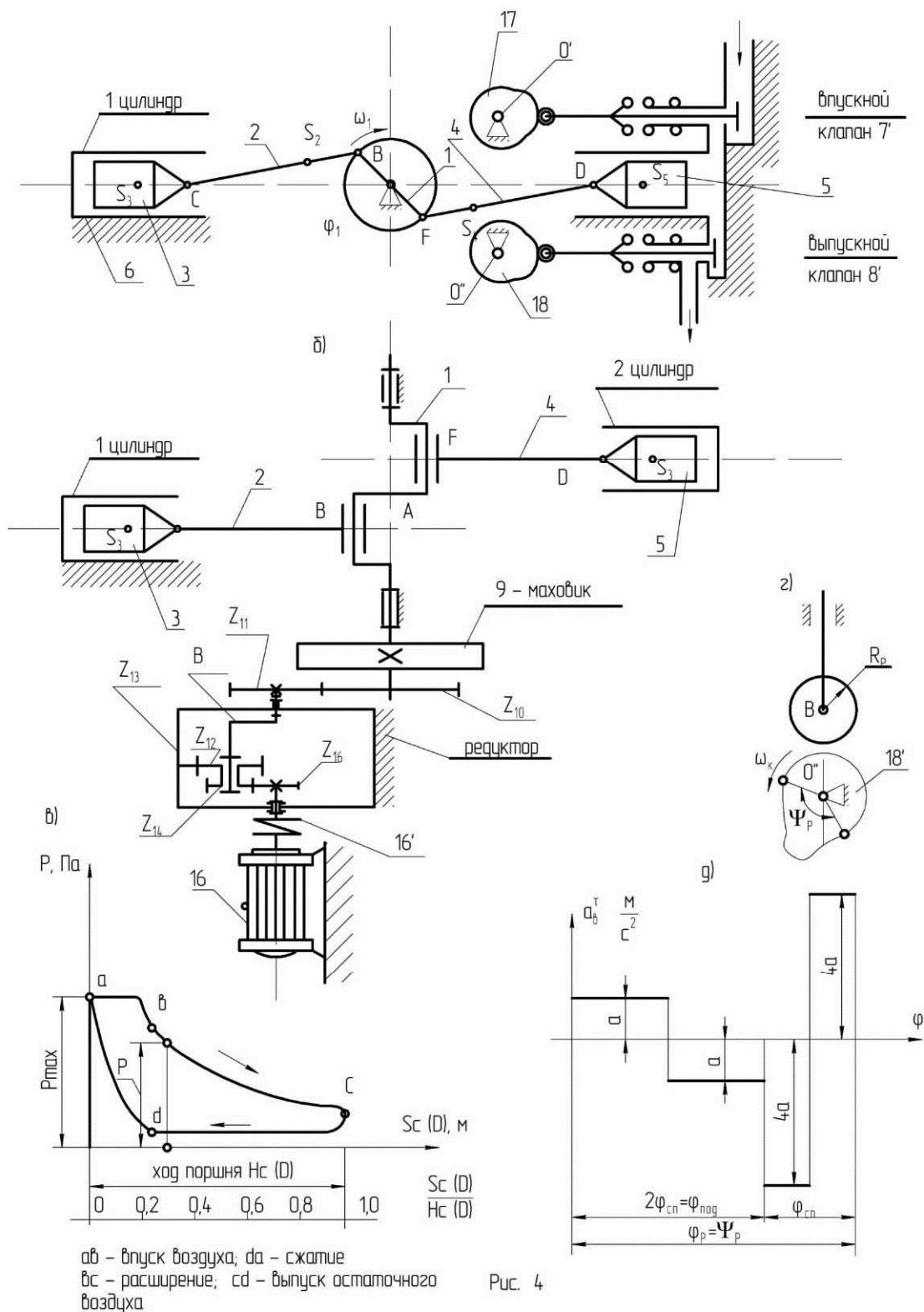


Рис. 6.4. Механизм поршневого детандера: а – схема механизма; б – привод механизма; в – индикаторная диаграмма; г – кулачковый механизм; д – диаграмма ускорения толкателя

Таблица 6.5

Исходные данные

№ п/п	Параметр	Обозначение	Единица измерения	Числовые значения для вариантов				
				А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Средняя скорость поршня	V_{cp}	м/с	2,47	2,50	2,27	2,44	2,36
2	Отношение длины шатуна к длине кливошипа	$\lambda_2 = \frac{l_{BC}}{l_{AB}} = \frac{l_{FS_4}}{l_{FD}}$		4,6	4,5	4,6	4,4	4,5
3	Отношение расстояния от точки $B(F)$ до центра масс шатуна к длине шатуна	$\lambda_{S2} = \frac{l_{BS_2}}{l_{BC}} = \frac{l_{FS_4}}{l_{FD}}$	—	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
4	Расстояние от точки $C(D)$ до центра масс зв. 3 (зв. 5)	$l_{CS_3} = l_{DS_5}$	м	0,12	0,1	0,12	0,10	0,12
5	Частота вращения коленчатого вала	n_1	с ⁻¹	6,5	6,8	6,3	7,0	6,4
6	Максимальное давление воздуха в цилиндре	P_{max}	мПа	18,0	17,8	17,6	17,5	17,4
7	Масса шатуна Масса поршня	$m_2; m_4$ $m_3; m_5$	кг	24 48	25 50	26 52	24 48	23 46
8	Момент инерции шатуна относительно оси, проходящей через его центр масс	J_{2S}, J_{45}	кгм ²	0,68	0,71	0,72	0,68	0,66
9	Момент инерции коленчатого вала и вращающихся звеньев, приведенный к валу звена I	J_C^{mp}	кгм ²	100	102	100	96	98
10	Коэффициент неравномерности вращения коленчатого вала	δ	—	1/80	1/75	1/82	1/84	1/80
11	Угловая координата для силового расчета (рис. 6.4, а)	Φ_1	град	60	60	60	60	60
12	Число зубьев колес	z_{11} z_{10}	—	12 18	12 16	11 15	12 18	11 16
13	Модуль зубчатых передач	m	мм	5	4	5	4	5
14	Передаточное отношение планетарного редуктора	$U_{15} 8$	—	9	10	11	10	9
15	Число сателлитов в планетарном редукторе	k	—	3	3	3	3	3
16	Величина подъема толкателя кулачкового механизма	h_B	м	0,008	0,010	0,009	0,008	0,010
17	Рабочий угол профиля кулачка	$\Phi_p = \Phi_{1p}$	град	108	126	144	126	108

Окончание табл. 6.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9
18	Допустимый угол давления в кулачковом механизме	θ	град	30	32	35	30	32
19	Диаметр цилиндра	d	м	0,08 5	0,08 2	0,08 0	0,08 4	0,07 8

Таблица 6.6

Значения давления в первом цилиндре двигателя волях максимального давления P_{\max} в зависимости от положения поршня

Путь поршня (волях хода H)	S_e/H	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	
Давление воздуха (волях P_{\max})	P/P_{\max}	Для движения поршня 3 вправо												
		1,00	1,00	1,00	1,00	0,97	0,72	0,52	0,40	0,30	0,24	0,19	0,08	
Для движения поршня 3 влево														
1,00		0,48	0,37	0,21	0,10	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,08		

Задание 5

**Проектирование и исследование механизмов
двухцилиндрового поршневого детандера среднего давления**

Детандеры предназначены для расширения газа с целью получения холода в циклах низкотемпературных установок.

Преобразование энергии сжатого газа в работу, снимаемую с вала детандера, осуществляется путем действия сил давления газа на поршень и передачи их через механизм движения на тормозную установку.

Схема установки вертикального двухцилиндрового поршневого детандера среднего давления показана на рис. 6.5, а.

Воздух высокого давления попаременно поступает в цилиндры детандера и приводит в движение поршни 3, 5 кривошипно-ползунных механизмов 5–4–1 и 3–2–1. Далее движение от коленчатого вала 1 передается через простую зубчатую передачу z_4-z_5 и мультиплликатор II на тормозное устройство, которым в данной установке является генератор тока Г.

Изменение давления воздуха в цилиндрах детандера в зависимости от положения поршня изображено на индикаторной диаграмме на рис. 6.5, б, на котором

1–2 – наполнение цилиндра воздухом,

2–3 – внутреннее расширение,

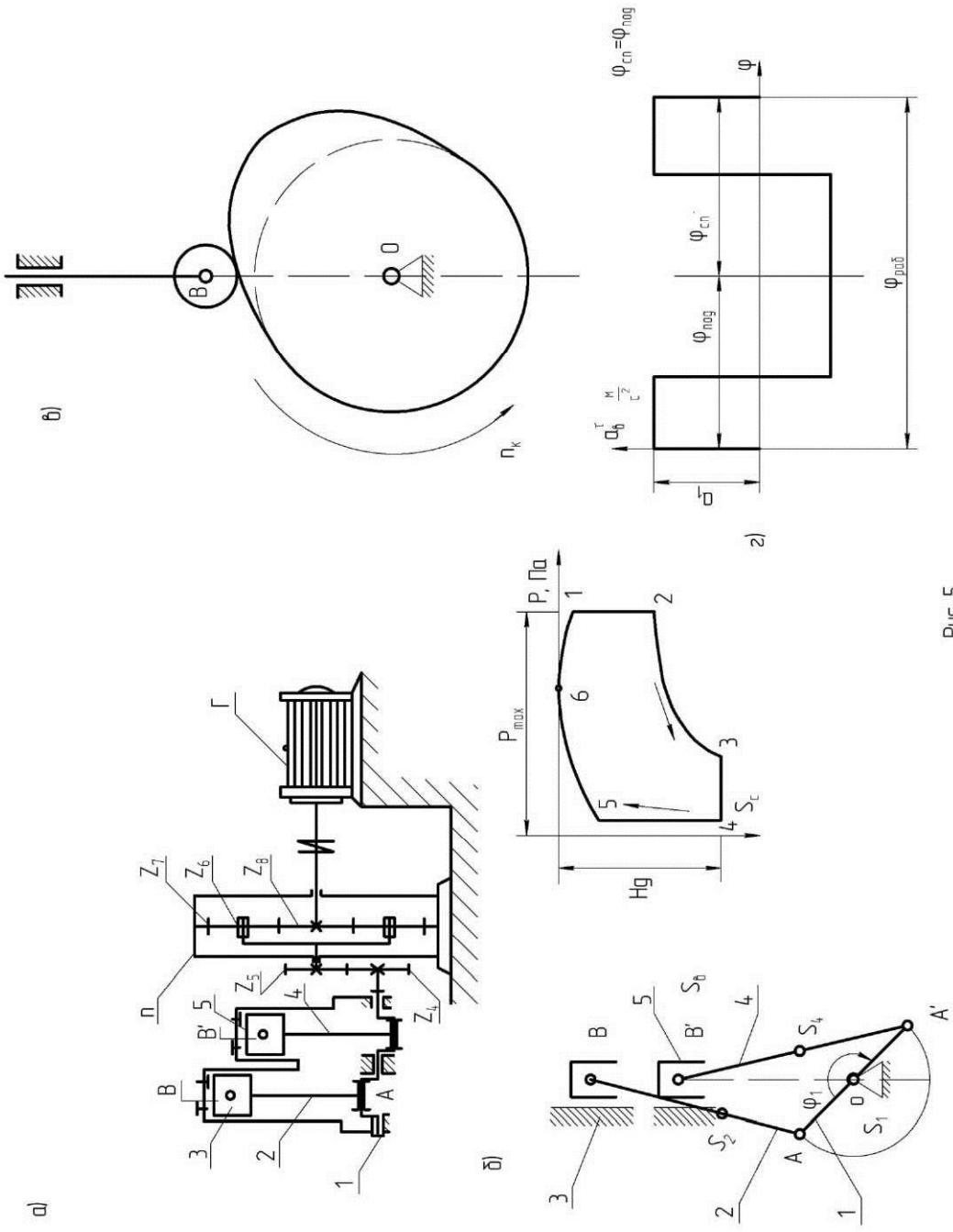


Рис. 6.5. Механизм двухпоршневого детандера среднего давления: а – привод механизма; б – схема механизма; в – кулачковый механизм; г – индикационная диаграмма; д – диаграмма ускорения толкателя механизма; е – индикаторная диаграмма

- 3–4 – выхлоп или свободный выпуск,
 4–5 – выталкивание воздуха,
 5–6 – сжатие оставшегося воздуха или обратное сжатие,
 6–1 – впуск воздуха.

Кулачковой механизм с поступательно движущимся центральным толкателем показан на рис. 6.5, в, а график изменения ускорения толкаталя – на рис. 6.5, г.

Кулачковый механизм применяется в системе газораспределения детандера, обеспечивает работу впускных и выпускных клапанов и имеет принудительный внешний привод (на рисунке не показан).

Исходные данные для проектирования и исследования механизмов детандера приведены в табл. 6.7.

Таблица 6.7

Исходные данные

№ п/п	Параметр	Обозна- чение	Единица измере- ния	Числовые значения для вариантов				
				А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Частота вращения кривошипа 1	n_1	с^{-1}	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
2	Средняя скорость поршня 3 и 4	V_B^x	м/с^1	2,4	2,5	2,5	2,3	2,3
3	Отношение длины шатуна 2 к длине кривошипа 1	$\lambda_2 = \frac{l_{AB}}{l_{AC}}$	–	4,5	4,5	4,5	4,5	4,8
4	Относительное положение центра масс шатуна 2	$\lambda_2 = \frac{l_{AS2}}{l_{AB}}$	–	0,5	0,4	0,3	0,3	0,3
5	Диаметр цилиндра детандера	d	м	0,085	0,080	0,080	0,075	0,080
6	Максимальное давление воздуха в цилиндре	P_{\max}	мПа	10	10	10	10	10
7	Масса поршня 3	m_3	кг	30	30	30	30	30
8	Масса шатуна 2	m_2	кг	20	20	20	20	20
9	Момент инерции шатуна относительно центра масс	J_{2S}	кгм^2	0,2	0,3	0,2	0,3	0,2
10	Момент инерции вала кривошипа 1 (без маховика)	J_{10}	кгм^2	1,8	2,0	2,0	2,5	2,0
11	Момент инерции планетарного редуктора II и зубчатых колес z_4 и z_5 , приведенный к кривошильному валу 1	$J_p^{\text{пр}}$	кгм^2	0,30	0,30	0,31	0,32	0,35
12	Момент инерции якоря генератора Г	J_G	кгм^2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
13	Коэффициент неравномерности вращения кривошипного вала 1	δ	–	1/25	1/28	1/25	1/28	1/25

Окончание табл. 6.7

1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	Угловая координата для силового расчета	Φ_1	град	60	60	60	60	60
15	Передаточное отношение планетарного редуктора II	i_{B5}	—	3,75	2,5	3,75	3	3
16	Число сателлитов в планетарном редукторе	k	—	3	3	3	3	3
17	Угол рабочего профиля кулачка	Φ_P	град	120	ПО	120	130	120
18	Частота вращения кулачка	n_k	с^{-1}	1,7	2,5	2,5	1,7	1,7
19	Ход толкателя	n	м	30	36	38	28	30
20	Допустимый угол давления в кулачковом механизме	θ	град	30	25	30	25	25
21	Отношение ускорений толкателя	a_1/a_2	—	2,5	1,5	1,5	2	2
22	Число зубьев колес	z_4 z_5	—	18 9	21 7	19 9	22 8	22 8
23	Модуль зубчатых колес	m	мм	5	5	5	5	5

Задание 6

Проектирование и исследование механизмов ДВС компрессорной установки

ДВС – компрессорная установка, предназначенная для перекачки газов, – представляет Y-образную поршневую машину, у которой слева расположен цилиндр двигателя внутреннего сгорания, а справа – цилиндр компрессора. Кривошипно-ползунный механизм (рис. 6.6, а) 1–2–3 и 1–4–5 обоих цилиндров одинаков, а диаметры поршней – разные. Угол развала осей цилиндров равен 90° .

Рабочие процессы в цилиндрах, протекавшие при различных значениях максимального давления $p_A^{\max} > p_K^{\max}$ соответствуют одному обороту коленчатого вала. Для поддержания требующейся равномерности движения с заданным δ на коленчатом валу 1 установлен маховик 10 (рис. 6.6, а).

При движении поршня 3 двигателя вниз происходит расширение продуктов сгорания и давление в цилиндре снижается от p_A^{\max} до p_D ; при движении вверх – всасывание и сжатие. При этом поршень 5 компрессора идет вначале вниз, всасывая газ (участок 12–3 траектории т. А), а затем, сжимая его до p_E^{\max} и нагнетая в резервуар (участок 3–6–9). Для поддержания установившегося режима движения должно выдерживаться

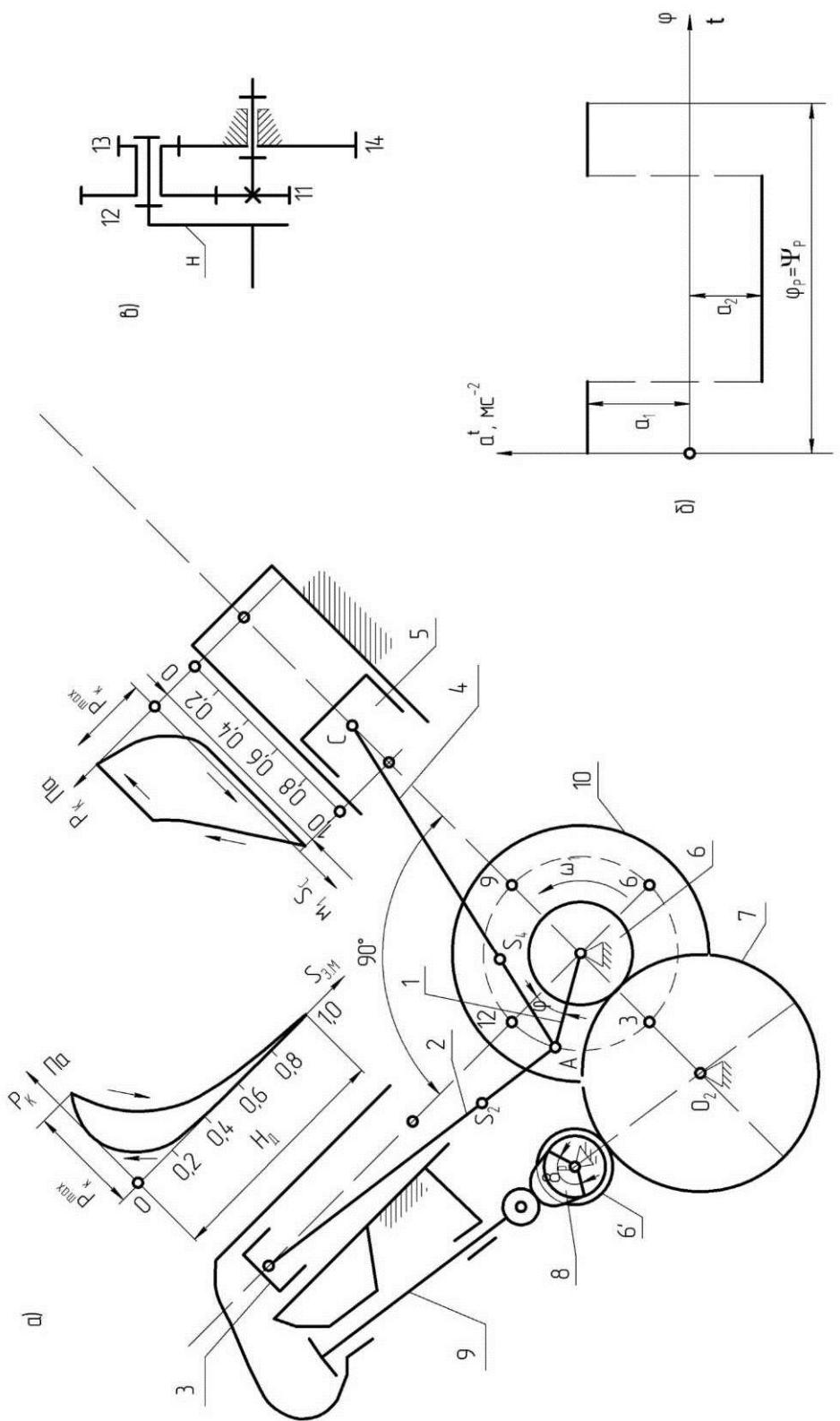


Рис. 6.6. Механизм компрессорной установки: а – схема механизма; б – диаграмма ускорения толкателя
б – планетарный механизм; б – диаграмма ускорения толкателя

равенство работ в левом и правом цилиндре ($A_{\text{л}} = A_{\text{к}}$), которое обеспечи-

вается за счет выбора соответствующей величины $P_{\text{Л}}^{\max} \approx P_{\text{К}}^{\max} \frac{\left(\frac{d_k}{d_{\bar{\Lambda}}}\right)^2}{\eta_{\bar{\Lambda}} \cdot \eta_e}$.

Характер изменения давления в цилиндрах по ходу поршней 3 и 5 представлен индикаторными диаграммами ДВС и компрессора (рис. 6.6, а), данные для построения которых приведены в табл. 6.8.

Перемещение клапанов ДВС осуществляется кулачковым механизмом 8–9, расположенным на корпусе цилиндра и приводимым в движение зубчатой передачей 6–7–6 от коленчатого вала 1. Закон изменения ускорения толкателя показан на рис. 6.6, б.

Для привода счетчика расхода используется планетарный механизм 11–12–14–14–Н (рис. 6.6, в), центральное колесо которого соединено с валом 1, а водило Н со счетчиком расхода.

Таблица 6.8
Исходные данные

№ п/п	Параметр	Обозна- чение	Единица измерения	Числовые значения для вариантов				
				А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Средняя скорость поршня компрессора	$V_{\text{ср}}$	м/с	6,0	5,2	5,95	6,4	6,0
2	Частота вращения коленчатого вала	n_1	с ⁻¹	12,5	13,0	13,5	16,0	15,0
3	Относительное положение центра масс шатуна 2 (ДВС)	$\lambda_2 = \frac{l_{AS2}}{l_{AB}}$	—	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38
4	Относительное положение центра масс шатуна 4 (компрессор)	$\lambda_2 = \frac{l_{AS4}}{l_{AC}}$	—	0,40	0,42	0,43	0,44	0,45
5	Отношение длины шатуна 2 и 4 к длине кривошипа 1	$\lambda_{4B} = \frac{l_{AC}}{l_{CB}}$	—	4,08	4,5	4,4	4,5	4,6
6	Диаметр цилиндра ДВС	d_3	м	0,125	0,115	0,12	0,12	0,125
7	Диаметр цилиндра компрессора	d_5	м	0,23	0,22	0,24	0,26	0,25
8	Максимальное давление в цилиндре компрессора	P_5^{\max}	МПа	1,18	1,22	1,2	0,98	1,10
9	Масса шатуна 2 и 4	$m_2 = m_4$	Кг	12	11	13	14	13
10	Масса поршня 3 Масса поршня 5	m_3 m_5	Кг кг	10,0 15,0	11,0 14,0	11,5 16,0	12,0 17,0	11,8 18,0
11	Момент инерции шатуна относительно оси, проходящей через центр масс	$J_{S2} - J_{S4}$	Кг·м ²	0,32	0,33	0,34	0,35	0,36
12	Момент инерции коленчатого вала	J_{S1}	Кг·м ²	0,10	0,11	0,09	0,08	0,10

Окончание табл. 6.8

1	2	3	4	5	6	7	8	9
13	Механический КПД двигателя компрессора	$\eta_{\text{д}}$ $\eta_{\text{к}}$	—	0,770 0,84	0,785 0,83	0,795 0,87	0,78 0,85	0,800 0,92
14	Коэффициент неравномерности вращения вала 1	δ	—	1/100	1/95	1/110	1/90	1/80
15	Момент инерции вращающихся звеньев, приведенный к звену 1 (без маховика)	$J_1^{\text{пр}}$	$\text{КГ}\cdot\text{м}^2$	1,25	1,26	1,28	1,3	1,2
16	Угловая координата для силового расчета	φ_1	град	30	60	90	120	150
17	Угол рабочего профиля кулачка	φ_p	град	188	158	126	158	188
18	Ход толкателя клапана	$h_{\text{д}}$	м	0,010	0,008	0,006	0,009	0,010
19	Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме	θ	град	30	36	38	28	30
20	Внеосность толкателя кулачкового механизма	e	м	0	0,005	0,006	0,004	0,006
21	Отношение ускорений толкателя	a_1/a_2		2,0	1,5	1,8	1,6	1,7
22	Число зубьев колес 6 и 7	z_6 z_7		10 20	11 22	12 24	13 26	9 18
23	Угол наклона линии зуба для колес 6 и 7	β	град	16	20	18	22	25
24	Модуль зубчатых колес 6 и 7	m	м	0,004	0,006	0,004	0,005	0,005
25	Число сателлитов планетарного редуктора	k	—	3	3	3	3	4
26	Передаточное отношение планетарного редуктора	$U_{11-\text{н}}$	—	28	32	24	27	35

Таблица 6.9

Давление в цилиндрах двигателя и компрессора в долях максимального давления в зависимости от положения поршней

Относительное перемещение поршня (в долях хода H)		S_c/H_c , S_B/H_B	0	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Давление газа в цилиндре ДВС (в долях $P_{\text{A}}^{\text{max}}$) при движении поршня	Вниз	$\frac{P_i}{P_{\text{д}}^{\text{max}}}$	1,0 — —	1,0 0,5 0,318	0,863 1,0 0,863	0,863 1,0 0,863	0,045 0,025 0,025	0,114 0,204 0,340	0,602 0,602 0,340	0,1 0,1 0,1	0,130 0,130 0,170	0,4 0,4 0,4	0,10 0,082 0,082	0,6 0,7 0,7	
	Вверх		1,0 0,55 0,38 0,27 0,18 0,12 0,08 0,04 —0,1	0,30 —0,1 —0,1 —0,1 —0,1 —0,1 —0,1 —0,1 —0,1	0,204 0,073 0,073 0,045 0,025 0,025 0,014 0,005 0,014	0,602 0,238 0,238 0,170 0,130 0,130 0,10 0,082 0,10	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,114 0,238 0,238 0,170 0,130 0,130 0,10 0,082 0,10	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1			
Давление в цилиндре компрессора (в долях P_k) при движении поршня	Вниз	$\frac{P_i}{P_k^{\text{max}}}$	1,0 0,55 0,38 0,27 0,18 0,12 0,08 0,04 —0,1	1,0 0,5 0,3 0,2 0,1 0,1 0,1 0,1 —0,1	0,204 0,073 0,045 0,025 0,014 0,005 0,001 0,034 0,014	0,602 0,238 0,170 0,130 0,10 0,082 0,068 0,034 0,014	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,204 0,238 0,170 0,130 0,10 0,082 0,068 0,034 0,014	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1			
	Вверх														

Задание 7

Проектирование и исследование механизмов движения автомобиля-рефрижератора

Механизм движения автомобиля (рис. 6.7, *a*) состоит из двигателя 16, раздаточной коробки 17, компрессора 22 холодильной установки, коробки скоростей 23, карданного вала 24 и ведущего моста 25, объединяющего в одном агрегате главную передачу, дифференциал и полуоси колес.

От раздаточной коробки через зубчатую передачу 16, 19, муфту 20 и планетарный редуктор 21 (рис. 6.7, *д*) движение передается компрессору холодильной установки.

Двигатель внутреннего сгорания – четырехтактный, трехцилиндровый с вертикальным рядным расположением цилиндров (рис. 6.7, *б*).

Основной механизм двигателя состоит из трех одинаковых кривошипно-ползунных механизмов, кривошипы которых размещены на общем коленчатом валу со сдвигом в 120° (рис. 6.7, *г*), а шатуны 2, 4, 6 и поршни 3, 5, 7 перемещаются в параллельных плоскостях. Рабочий цикл четырехтактного двигателя совершается за два оборота коленчатого вала, а рабочие процессы в каждом цилиндре повторяются со сдвигом в 240° .

Характер изменения давления в цилиндрах в зависимости от хода поршня показан на индикаторной диаграмме (рис. 6.7, *в*); данные для ее построения приведены в табл. 6.10.

Через зубчатую передачу 15, 14 движение от коленчатого вала передается кулачковому валу 9 механизма газораспределения и подачи топлива.

На рис. 6.7, *б* показан кулачковый механизм с поступательно-движущимся толкателем привода выпускного клапана 10, 11, 12, 13.

На рис. 7, *е* дан закон изменения ускорения толкателя 11 по углу поворота кулачка.

Примечания:

1. Закон движения в переходном режиме определяется на второй передаче при изменении скорости автомобиля от $V_{\text{ нач }}$ до $V = 20 \text{ км/ч}$.
2. Считать, что на компрессор холодильной установки расходуется 0,1 средней мощности двигателя.

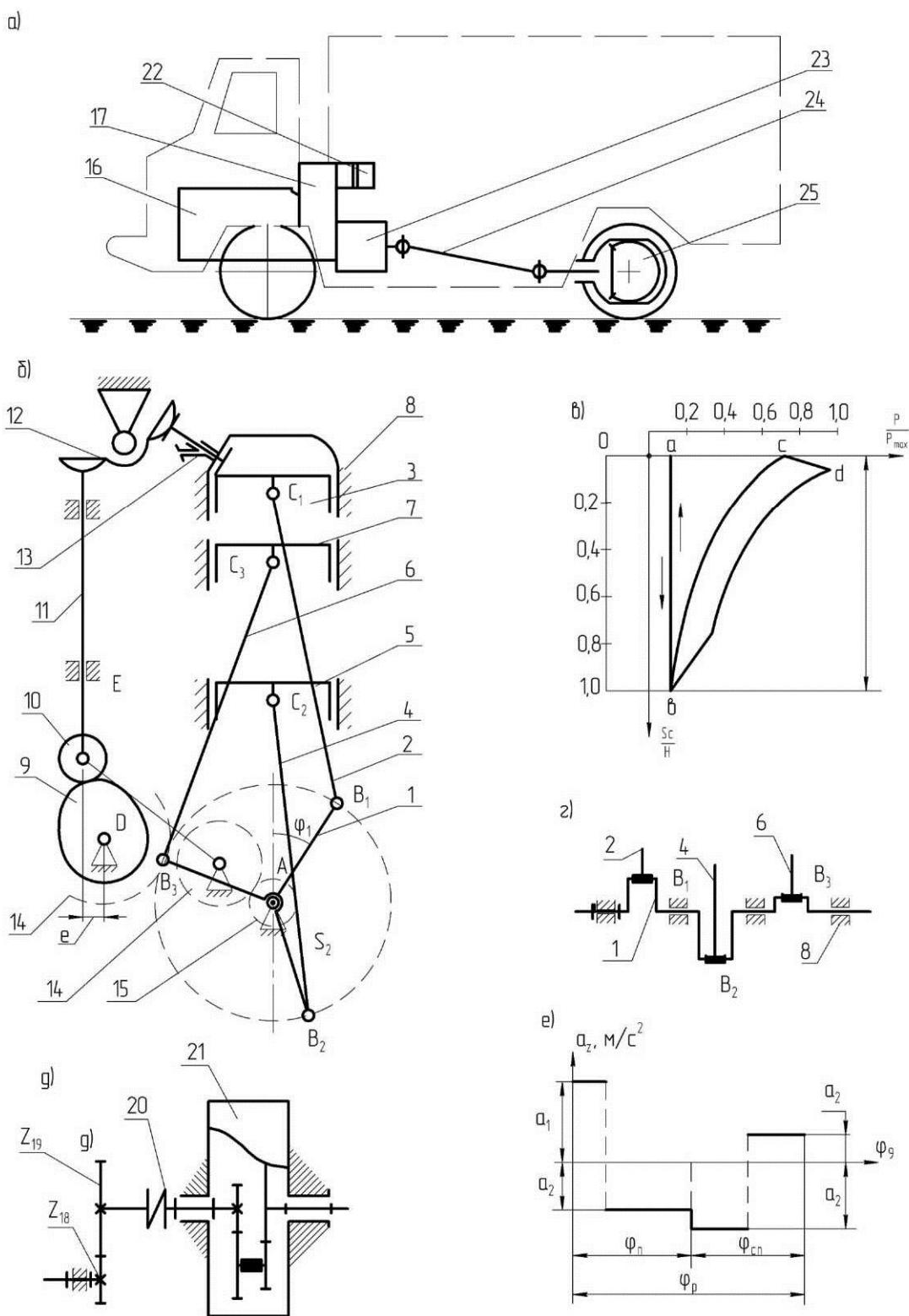


Рис. 6.7. Механизм движения автомобиля: а – схема автомобиля; б – схема механизма движения; в – индикаторная диаграмма; г – схема коленчатого вала; д – закон изменения ускорения толкателя

Таблица 6.10

Исходные данные

№ п/п	Параметр	Обозна- чение	Единица измере- ния	Числовые значения для вариантов				
				А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Средняя скорость поршня	V_{cp}	м/с	11,73	12	13	12,6	12,8
2	Диаметр цилиндров	d	м	0,102	0,1	0,106	0,108	0,104
3	Отношение длины шатуна к длине кри- вошипа	$\lambda_2 = \frac{l_{BC}}{l_{AB}}$	—	4,5	4	3,8	4,2	4,3
4	Отношение расстояния от центра ниж- ней головки шатуна до его центра масс к длине шатуна	$\lambda_2 = \frac{l_{BS2}}{l_{BC}}$	—	0,25	0,26	0,27	0,28	0,24
5	Момент инерции шатуна относитель- но оси, проходящей через его центр масс	$J_{2S} - J_{4S} - J_{6S}$	кгм ²	0,0095	0,0094	0,0096	0,0095	0,0095
6	Масса шатуна	$m_2 - m_4 - m_6$	кг	0,87	0,86	0,85	0,87	0,85
7	Масса поршня 3	$m_3 - m_5 - m_6$	кг	0,9	0,91	0,9	0,91	0,9
8	Максимальное дав- ление в цилиндрах при полной подаче топлива	P_{max}	Па	$72 \cdot 10^5$	$71 \cdot 10^5$	$73 \cdot 10^5$	$71,5 \cdot 10^5$	$72,5 \cdot 10^5$
9	Частота вращения коленчатого вала двигателя	n_{max}	с ⁻¹	53,3	53,3	55	53,3	55
10	Приведенный к валу двигателя момент инерции врачаю- щихся деталей дви- гателя	J_1^{up}	кгм ²	3,2	3,1	3,0	3,3	3,25
11	Полная масса авто- мобиля	$m_{авт}$	кг	1500	1450	1550	1475	1525
12	Передаточное отно- шение главной пере- дачи ведущего моста	u_m	—	4,7	4,6	4,65	4,75	4,7
13	Передаточное отно- шение коробки ско- ростей на П передаче	u_n	—	4,9	5,85	4,88	4,84	4,86
14	Максимальная ско- рость автомобиля	V_{max}	км/ч	100	100	120	100	ПО

Окончание табл. 6.10

1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	Начальная скорость автомобиля при разгоне на 2-й передаче	$V_{\text{нач}}$	км/ч	11,0	10,0	11,0	12,0	13,0
16	Угловая координата кривошипа 1 цилиндра в начале разгона	$\Phi_{\text{ нач}}$	град	0	0	0	0	0
17	Момент сопротивления на коленчатом валу двигателя от движения автомобиля	M_c	Нм	85	84	86	87	85
18	Угловая координата кривошипа 1 цилиндра для силового расчета	φ_1	град	30	60	90	120	150
19	Модуль зубчатых колес z_{18} и z_{19} коробки отбора мощности	m	мм	3,0	4,0	3,0	4,0	3,0
20	Числа зубьев	z_{18}, z_{19}	—	16/16	14/18	16/18	16/20	14/16
21	Передаточное отношение планетарного редуктора	u_{18}	—	4	4	3,5	3,5	3
22	Число сателлитов планетарного редуктора	K	—	3	3	3	3	3
23	Ход толкателя в приводе выпускного клапана	h	м	0,01	0,012	0,014	0,01	0,015
24	Допустимый угол давления в кулачковом механизме	θ	град	28	30	32	28	35
25	Угол рабочего профиля кулачка	Φ_p	град	120	120	115	130	120
26	Отношение ускорений толкателя	a_1 / a_2 a_3/a_4	—	3 1	3 3	2 2	1,5 1	3 1
27	Отношение углов поворота кулачка при подъеме и опускании клапана	$\Phi_{\text{n}} / \Phi_{\text{сп}}$	—	2	2,2	2	2,5	1
28	Эксцентризитет толкателя	e	м	0,003	0,004	0	0,003	0,004
29	Диаметр колеса автомобиля	D_k	м	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75

Таблица 6.11

Доли максимального давления в цилиндре двигателя
в зависимости от положения поршня

Путь поршня (в долях хода Н)	s_c/H	0	0,03	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,90	0,95	1,0
Всасыва- ние	P/P_{\max}	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
Сжатие	P/P_{\max}	0,6	0,45	0,39	0,3	0,19	0,13	0,08	0,06	0,02	0,015	0,01	0,015	0,02	0,02
Сгорание и расши- рение	P/P_{\max}	0,6	1,0	0,9	0,7	0,49	0,38	0,29	0,23	0,19	0,16	0,14	0,07	0,04	0,02
Выхлоп и продувка	P/P_{\max}	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02

Задание 8

Проектирование и исследование механизмов кривошипного горячештамповочного пресса

Кривошипный горячештамповочный пресс (КГШП), схема которого изображена на рис. 6.8, *a*, предназначен для изготовления деталей горячей объемной штамповкой.

От вала электродвигателя *1* через клиноременную передачу, состоящую из шкива *2* и маховика *3*, установленного на одном валу с шестерней *4*, движение передается на зубчатое колесо *5*. Кинематическое замыкание цепи *1–5* с основным кривошипно-ползунным механизмом, состоящим из эксцентрика *7*, шатуна *8* и ползуна *9*, осуществляется с помощью пневматической муфты *6*.

Пресс работает в режиме единичных ходов. При выключенной муфте основной механизм пресса неподвижен, причем ползун *9* находится в крайнем верхнем положении. При включении муфты *6* (предполагается ее мгновенное включение) движение передается на эксцентрик *7*, шатун *8* и ползун *9*. Ползун движется вниз, деформирует поковку и поднимается в исходное положение, после чего муфта выключается, электродвигатель разгоняет маховик *3* и совершается следующий ход основного механизма. Зависимость технологического усилия от хода ползуна представлена на рис. 6.8, *b*. Характеристика электродвигателя имеет вид, приведенный на рис. 6.8, *c*, аналитическая зависимость ее описывается системой

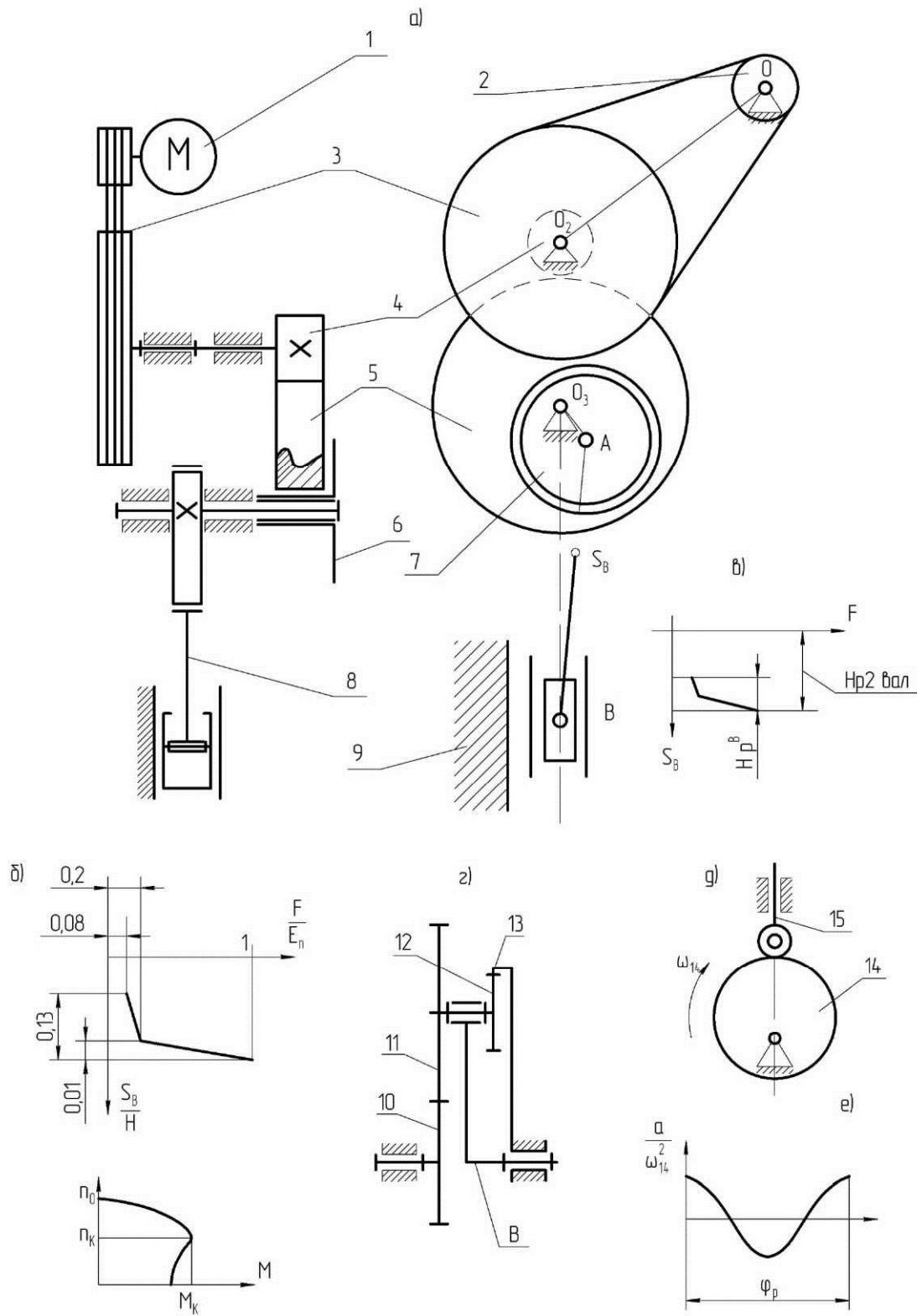


Рис. 6.8. Механизм штамповочного пресса: *α* – схема механизма; *б* – характеристика электродвигателя; *в* – рабочая характеристика движения ползуна; *г* – кулачковый механизм; *д* – закон движения толкателя

$$M_d = 2M_k (S/S_k + S_k/S),$$

$$S = 1 - n/n_0, \quad S_k = 1 - n_k/n_0, \quad n \geq n_k,$$

где n_0 – синхронная частота вращения ротора электродвигателя, n_k , M_k – критическая частота и момент ротора электродвигателя.

В состав средств автоматизации входят планетарный редуктор (рис. 6.8, *г*) и кулачковый механизм с дисковым кулаком и поступательным толкателем (рис. 6.8, *д*). Закон движения толкателя определяется второй передаточной функцией $S''_{\phi\varphi} = A \cos k\varphi$.

Примечание: Коэффициент трения в шарнирах основного механизма $f = 0,03$, в поступательной паре $fn = 0,1$.

Таблица 6.12

Исходные данные

№ п/п	Параметр	Обозна- чение	Единица измере- ния	Числовые значения для вариантов				
				A	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Наибольшее усилие деформирования	F_H	мН	63	40	25	16	10
2	Ход ползуна	H	м	0,46	0,4	0,35	0,3	0,25
3	Отношение длины шатуна 8 к длине кривошипа 7	λ_8	–	7,2	6,7	6,3	6,3	6,3
4	Отношение расстояния центра масс шатуна 8 до оси шарнира <i>B</i> к длине шатуна 8	λ_{s8}	–	2/3	2/3	2/3	2/3	2/3
5	Масса ползуна 9	m_9	т	80	50	20	12	8
6	Масса шатуна 8	m_8	т	50	30	15	8	6
7	Диаметр эксцентрика	d_A	м	1,29	1,09	0,9	0,755	0,61
8	Диаметр оси шарнира O_3	d_0	м	0,82	0,68	0,56	0,45	0,36
9	Диаметр оси шарнира <i>B</i>	d_B	м	0,40	0,335	0,25	0,21	0,185
10	Передаточное отношение всего механизма	U_{IS}	–	22,5	18,6	15,1	12,6	17,6
11	Момент инерции всех вращающихся масс, приведенный к валу кривошипа	J_1	кгм^2	240	140	40	14	8
12	Момент инерции эксцентрика 7 и связанной с ним полу-муфты 6	J_7	кгм^2	4	2	0,5	0,3	0,15
13	Синхронная частота вращения ротора электродвигателя	n_0	с^{-1}	16,7	16,7	16,7	16,7	25
14	Критическая частота вращения ротора электродвигателя	n_k	с^{-1}	9,7	12,3	11,5	11,5	19,8

Окончание табл. 6.12

1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	Критический момент на валу электродвигателя	m_k	кгм^2	7,63	5,24	3,09	2,17	0,723
16	Число зубьев колес 4 и 5	z_4/z_5	—	12/66	12/59	11/73	10/47	10/52
17	Модуль зубчатых колес 4, 5	m	мм	40	32	25	20	16
18	Передаточное отношение планетарного редуктора	$U_{1a\sigma}$	—	22	19	15	13	17
19	Число сателлитов планетарного редуктора	K	—	3	3	3	3	3
20	Ход толкателя 15 кулачкового механизма	h	м	0,2	0,18	0,16	0,14	0,12
21	Частота вращения кулачка	n_{14}	с^{-1}	0,67	0,85	1	1,5	1,33
22	Угол рабочего профиля кулачка	Φ_p	град	360	270	180	90	180
23	Допустимый угол давления	θ	град	20	25	30	35	30

Силовой расчет производить в положении механизма, соответствующем началу деформирования заготовки.

Задание 9

Проектирование и исследование механизма привода качающегося конвейера с постоянным давлением груза на дно желоба

С помощью качающегося конвейера могут транспортироваться в горизонтальном направлении различные материалы: уголь, торф, руда, песок, зерно и т.д.

Конвейер (рис. 6.9, а) состоит из желоба 1, опорных колес 2 и механизма привода, состоящего из кулисно-ползунного механизма со звеньями 3, 4, 5, 6, соединенного с желобом 1, планетарного редуктора и зубчатой передачи.

Движение звену 3 кулисно-ползунного механизма (рис. 6.9, б) передается от электродвигателя М через муфту, планетарный редуктор с зубчатыми колесами z_1, z_2, z_3, z_4 и зубчатую передачу z_5, z_6 .

Механизм привода сообщает желобу прямолинейное переменно-возвратное движение в горизонтальной плоскости. Характер изменения кинематических параметров желоба и груза при прямом и обратном ходах показан на рис. 6.9, в.

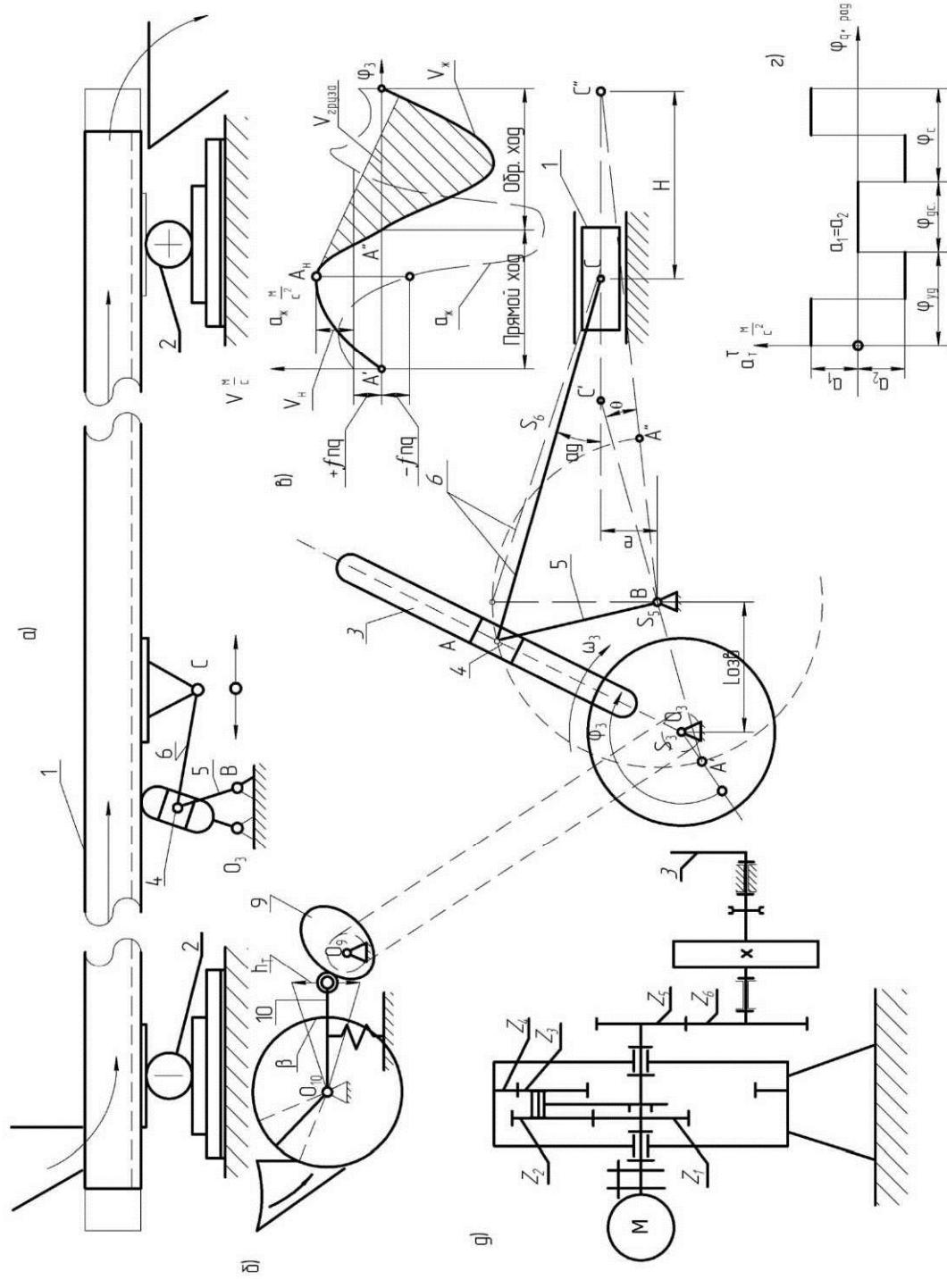


Рис. 6.9. Механизм конвейера: α – схема движения желоба; β – схема привода конвейера; γ – кинематическая характеристика работы конвейера; δ – график изменения ускорения толкателя; δ – редуктор конвейера

Подача груза на желоб осуществляется специальным питателем (не показанным на схеме), заслонка которого закрывается и открывается с помощью кулачкового механизма (рис. 6.9, *д*) с дисковым кулачком 9 качающимся толкателем 10. График изменения ускорения толкателя 10 (a_r^t , φ_{λ}) показан на рис. 6.10, *г*.

Груз движется вместе с желобом тогда, когда сила трения между днищем желоба и грузом будет равна его силе инерции или больше ее, т.е. при условии $f_n m_r g \geq m_r a_{jk}$ или $a_{jk} \leq f_n g$, где f_n – коэффициент трения скольжения между грузом и желобом в покое, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение силы тяжести.

Когда скорость желоба убывает, а ускорение желоба a_{jk} будет отрицательным и больше $a_{kp} - f_n g$, т.е. $|a_{jk}| \geq a_{kp} - f_n g$ под воздействием накопленной кинетической энергии груз будет двигаться вперед, а сила трения между грузом и желобом $F_d - f_d m_r g$ будет препятствовать этому движению. Здесь f_d – коэффициент трения-скольжения между грузом и желобом при движении.

В момент начала скольжения груза по желобу (точка A_H на рис. 6.9, *в*) груз имеет начальную скорость, равную скорости желоба в этой точке, т.е. V_H .

Поскольку на груз действует сила трения груза о дно желоба, груз будет двигаться равномерно-замедленно со скоростью $V_r = V_H - a't$, где $a' = f_d g$.

График сил трения, приложенных к желобу, строится с учетом графиков перемещения, скорости и ускорения желоба и груза в зависимости от угла поворота кулисы 3.

График перемещения и скорости строится для 12 положений механизма на основе планов положений и планов скоростей.

График ускорения строится методом графического дифференцирования графика скорости.

Примечания:

1. Центры масс S_3 и S_5 расположены на осях вращения O_3 и B соответственно.
2. Центр массы S_6 шатуна 6 расположен посередине звена AC' .
3. Центр массы S_{jk} желоба с грузом совпадает с осью, проходящей через точку C .
4. Моменты инерции звеньев 3 и 5 определять по формуле $J_{is} = 0,12 m_i l_i$.
5. Звено 4 считать невесомым.
6. При определении приведенного к ведущему звену 3 момента инерции от сил трения следует учитывать постоянную силу трения между

ду желобом и направляющими $F_{II} = \{m_e + m_{жс}\}gf_1$ и силу трения между грузом и желобом $F_r = mgf_d$ в период их относительного движения.

7. Кулачок 9 получает движение от кулисы (звено 3) через цепную передачу 8 с передаточным отношением $i_{38} = 1$.

8. Ограничение колебаний угловой скорости звена 3 в пределах коэффициента неравномерности δ обеспечивается маховиком 7.

Таблица 9–1

Исходные данные

№ п/п	Параметр	Обозначение	Единица измере- ния	Числовые значения для вариантов				
				A	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Частота вращения кри- вошипа-кулисы 3	n_3	с^{-1}	0,90	0,85	0,9	1,0	1,10
2	Частота вращения элек- тродвигателя	n_3	с^{-1}	24	24	24	24	24
3	Ход желоба	h	м	0,25	0,28	0,3	0,32	0,4
4	Допустимый угол дав- ления в кулисно- рычажном механизме	α_d	град	10	12	14	15	16
5	Расстояние между опорами O_3 и В	l_{O_3B}	м	0,050	0,055	0,060	0,065	0,070
6	Отношение длины кли- вошипа 5 к длине шату- на 6	$\lambda_2 = \frac{l_{AB}}{l_{AC}}$	—	0,25	0,28	0,30	0,32	0,35
7	Масса погонного метра звеньев 3, 5, 6	q	$\text{кг}/\text{м}$	50	60	60	50	50
8	Масса: желоба груза в желобе	m_1 m_T	кг	300 5000	250 4000	300 4500	250 5000	400 5500
9	Коэффициент трения скольжения между гру- зом и желобом: в покое в движении	f_n f_d	—	0,58 0,3	0,60 0,32	0,62 0,35	0,65 0,36	0,70 0,38
10	Приведенный коэффи- циент трения в опорных колесах и их направле- ниях	f_1	—	0,08	0,09	0,10	0,10	0,11
11	Суммарный приведен- ный к звену 3 момент инерции всех зубчатых колес и ротора электро- двигателя	J_3^{up}	кгм^2	5,0	6,0	5,5	6,3	7,0

Окончание табл. 9–1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	Коэффициент неравномерности вращения звена 3	δ_3	–	0,10	0,12	0,11	0,10	0,12
13	Угловая координата звена 3 для силового расчета	φ_3	град	120	150	150	120	150
14	Число зубьев колес 5 и 6	z_5/z_6	–	12/14	10/18	14/8	15/27	10/18
15	Модуль всех зубчатых колес	m	мм	4	4	4	4	4
16	Число сателлитов планетарного редуктора	k	–	3	3	3	3	3
17	Величина подъема толкателя 10 кулачкового механизма	$h_{\text{так}}$	м	0,045	0,050	0,035	0,040	0,050
18	Угол поворота толкателя 10	$\beta_{\text{так}}$	град	25	20	30	25	20
19	Допустимый угол давления в кулачковом механизме	θ	град	30	35	40	30	40
20	Фазовый угол удаления толкателя	$\varphi_{\text{уд}}$	град	120	100	120	100	120
21	Фазовый угол дальнего стояния толкателя	$\varphi_{\text{д.с.}}$	град	120	100	100	120	100
22	Фазовый угол сближения толкателя	$\varphi_{\text{с}}$	град	120	120	120	100	120

**БУКВЕННЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ. ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ
АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ РАСЧЁТОВ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ
КУРСОВЫХ РАБОТ**

Буквенные обозначения

Угловая скорость i -го звена относительно звена j	$\omega_{ij}(\omega_{32}, \omega_{43})$
Обобщенная координата	q, φ_1
Передаточная функция скорости точки C	$\dot{\psi}_{qC} = \bar{v}_C / \omega_1$
Аналог скорости точки C_i	r'_{ci}, s'_{ci}
Передаточное отношение угловых скоростей выходного и входного звеньев	$u_{nl} = \omega_n / \omega_1$
Передаточное число зубчатой передачи	$u = z_2 / z_1$
Ускорение точки (например, B или C)	a, a_B, a_C
Ускорение точки абсолютное, касательное, нормальное, относительное, переносное, кориолисово	$\bar{a}_a, \bar{a}_t, \bar{a}_n, \bar{a}_r, \bar{a}_e, \bar{a}_k$
Касательное ускорение точки C i -го звена	$\bar{a}'_C, \bar{a}'_{Ci}, \bar{a}'_{CiCj}$
Нормальное ускорение точки C i -го звена	$(\bar{a}^n_{C2,C3}, \bar{a}^n_{C2,C3}, \bar{a}^n_{ci}\bar{a}^n_{c2})$
Нормальное и тангенциальное ускорение точки C относительно полюса B в плоском движении звена	$\bar{a}^n_{CB}, \bar{a}^t_{CB}$
Кориолисово ускорение точки C_i i -го звена относительно системы отсчета j , точка C_i которой в данный момент совпадает с точкой C_i	$\bar{a}^k_{ci,Cj} (\bar{a}^k_{C2,C3})$
Угловое ускорение i -го звена	ε_i
Полюс зацепления, мгновенный центр скоростей звена i относительно звена j	p, p_{ij}
Масштабы длин, скоростей и ускорений	μ, μ_v, μ_a
Масштабные коэффициенты длин, скоростей и ускорений	K_l, K_v, K_a
Полюсы планов скоростей и ускорений	p, p'
Время	t

Матрица координат точки C_i столбцовая	\bar{r}_{C_i}
Матрица преобразования координат точки в системе i к системе j	T_{ij}
Отрезок графического дифференцирования, интегрирования	K
Базовый отрезок по оси абсцисс	b
Ординаты на графиках физических величин	y_s, y_v, y_a, y_F, y_A
Абсцисса на графиках физических величин	x_t, x_ϕ
Координаты точки K в системе координат, жестко X_K, Y_K, Z_K связанной i -м звеном	x_K, y_K, z_K

Кинематические характеристики механизмов

Сила	\bar{F}, \bar{R}
Сила, действующая на звено i	$\bar{F}_{\varphi i}$
Сила, действующая на звено i со стороны звена j	\bar{F}_{ij}
Сила тяжести звена i , вес тела j	\bar{G}_i
Составляющие реакции R_{ij} относительно продольной оси звена	R_{ij}^n, R_{ij}'
Сила инерции, главный вектор сил инерции i -го звена	\bar{F}_i, F_{si}
Сила трения	\bar{F}_T
Сила трения на звено i -го со стороны j -го звена	\bar{F}_{Tij}
Момент силы относительно точки E	\bar{M}_E
Момент пары сил, действующих на i -е звено (движущий момент, момент сил сопротивления)	\bar{M}_i
Момент силы относительно осей x, y, z	$M_x(\bar{F}), M_y(\bar{F}), M_z(\bar{F})$
Момент трения на звено i со стороны звена j	\bar{M}_{Tij}
Работы силы, действующей на звено i , на конечном перемещении	A_i, A_Σ
Работы силы F_i , момента M_i силы тяжести, сил трения на конечном перемещении	$A_{Fi}, A_{Mi}, A_{Gi}, A_T$
Масса материальной точки i -го звена	$m, m_i(m_1, m_2, m_3)$

Момент инерции i -го звена относительно центральной оси	$J_{si}(J_{s2})$
Момент инерции i -го звена относительно оси z (или оси O)	$J_{iz}(J_{20})$
Главный момент сил инерции i -го звена	$\dot{M}_{Fi}(\dot{M}_{F1}, \dot{M}_{F2})$
Коэффициент трения скольжения	f, f_T, f_{Tij}
Центр масс i -го звена	S_i
Кинетическая энергия i -го звена	T_i
Мощность силы	P, N
Радиус круга трения	P_T
Коэффициент полезного действия механический	η
Угол трения	Φ_T
Коэффициент неравномерности движения механизма	δ
Приведенная сила (движущая, сопротивления, тяжести, трения)	$F^{ip}(F_{\text{д}}^{ip}, F_{SC}^{ip}, F_5^{ip}, F_{T5}^{ip})$
Приведенный момент, эквивалентный силе F_i , моменту M_i	$M_{Fi}^{ip}(M_{F3C}^{ip}, M_{G2}^{ip}), M_{Mi}^{ip}(M_{M\delta}^{ip}, M_{M3}^{ip})$
Суммарный приведенный момент сил	M_{Σ}^{ip}
Приведенный момент инерции i -го звена	$J_i^{ip}(J_3^{ip}, J_5^{ip})$
Приведенный момент инерции механизма	J_{Σ}^{ip}
Приведенный момент инерции I и II групп звеньев	J_I^{ip}, J_{II}^{ip}

Проектирование механизмов

Коэффициент изменения средней скорости выходного звена	K_v, K_{ω}
Допускаемый угол давления	$v_{\text{доп}}$
Смещение осей	e
Угол смещения	χ
Фазовые углы в кулачковом механизме (рабочий, удаления, дальнего выстоя, сближения)	$\Phi_{lp}, \Phi_y, \Phi_A, \Phi_C$

Расчетный модуль зубчатого колеса, модуль эвольвентного зацепления	m, m_a
Угол профиля зуба рейки	α
Угол зацепления	α_w
Угол наклона линии зуба	β
Диаметр зубчатого колеса	d
Диаметр вершин зубьев зубчатого колеса	d_a
– впадин	d_f
– граничных точек	d_e
– нижних точек активных профилей зубьев	d_p
Начальный диаметр зубчатого колеса	d_w
Коэффициент смещения исходного контура	$x(x_1, x_2)$
Коэффициент наименьшего смещения исходного контура	x_{\min}
Коэффициенты торцового и осевого перекрытия цилиндрической зубчатой передачи	$\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$
Удельное скольжение в контактной точке поверхности зуба	v
Угловой шаг зубьев	τ
Число сателлитов	k
Угловой ход выходного звена	$\beta_i, (\beta_3)$
Относительная длина звена	$\lambda_i (\lambda_2, \lambda_3)$
Радиальный зазор зубчатой передачи	c
Толщина зуба нормальная, окружная, осевая	s_n, s_t, s_x
Толщина зуба и ширина впадины по хорде	\bar{s}, \bar{e}
Высота делительной головки зуба	h_a
Высота делительной ножки зуба	h_f
Границная высота зуба	h_e
Эвольвентный угол профиля зуба	inva
Угол торцового перекрытия зубчатого колеса цилиндрической передачи	Φ_α
Угол осевого перекрытия у зубчатого колеса козубой цилиндрической передачи	Φ_β
Коэффициент суммы смещений	x_Σ

Коэффициент воспринимаемого смещения	y
Коэффициент уравнительного смещения	Δy

Применение системы автоматизированных расчётов при выполнении курсовых работ

Система автоматизированных расчётов курсового проекта (САРКП) по теории механизмов разработана как система, обладающая достаточно развитым аппаратом диалога и обеспечивающая: удобный, понятный и простой диалог; простой ввод исходных данных с возможностью исправления ошибок ввода; быструю и удобную корректировку исходных данных; контроль знаний студента по разделам курса, связанным с использованием программ вычислений.

Под *проектом* понимают совокупность проектных документов, выполненных в заданной форме в соответствии с установленным перечнем, необходимых для создания в заданных условиях объекта проектирования с заданными характеристиками, свойствами, взаимодействием между его частями.

Задания по проектированию – это описание объекта проектирования в заданной форме, содержащее необходимую для проектирования информацию о назначении объекта, его действиях и основных его параметрах.

Проектные процедуры при выполнении процесса проектирования содержат совокупность алгоритмов и проектных операций, в том числе и типовых проектных решений. Эти проектные процедуры могут выполняться либо как не автоматизированные, либо с использованием систем автоматизированного проектирования (САПР). Совокупность предписаний, необходимых для выполнения проектирования, называют *алгоритмом функционирования САПР*. Автоматизированное проектирование (АП) имеет техническое, математическое, программное, информационное, методическое и организационное обеспечение. В рамках проекта ОПМ1 наибольшее внимание уделяется математическому обеспечению АП – совокупности математических моделей и алгоритмов проектирования, представленных в заданной форме, и программному обеспечению АП – совокупности машинных программ, представленных в заданной форме. Информационное обеспечение АП содержит совокупность сведений, необходимых пользователю САПР.

Такой подход позволяет создать программу, готовую к выполнению, и хранить её на магнитном диске. Пользователь при расчёте конкретных параметров машинного агрегата использует конкретные рабочие подпрограммы для соответствующего механизма.

Обращение к подпрограммам осуществляется с помощью соответствующих операторов. Каждая подпрограмма имеет имя (идентификатор) и список формальных параметров. Идентификаторы подпрограмм отображают этап проектирования, вид проектируемого механизма и его структурные особенности, параметры синтеза и целевые функции.

В САРКП предусмотрены следующие этапы проектирования машины: синтез механизма по заданным условиям и ограничениям (присваивается имя S); определение передаточных функций (имя A); расчёт параметров динамической модели (имя D); определение закона движения механизма (имя W); определение сил в кинематических парах механизма при плоском движении звеньев (имя P); определение износа элементов кинематических пар (имя Q); исследование влияния внешних воздействий и синтез виброзащитной системы машины (имя U); оптимизация параметров механизма машины или конструкции (имя V).

Подпрограммы для отдельных этапов проектирования конкретизируются по видам механизмов: рычажные (R), кулачковые (K), зубчатые передачи (S), планетарные механизмы (P), манипуляторы (M). Наиболее распространенные схемы механизмов имеют цифровые символы. Например, для рычажных механизмов приняты следующие обозначения: четырёхзвенник шарнирный (10), кривошипно-ползунный (20), кулисный (30), тангенсный (40), синусный (50). Шестизвездные рычажные механизмы имеют обозначения, соответствующие порядку присоединения двухпроводковых групп. Вторая цифра (0) в шифрах таких механизмов заменяется на номер группы. Например: $R12$ – первой присоединена двухпроводковая группа с тремя вращательными парами, а второй – группа, у которой две пары вращательные и одна внешняя пара – поступательная. Механизм $R21$ имеет обратный порядок присоединения двухпроводковых групп.

Шестизвездные кулисно-ползунные механизмы имеют имя или $R34$, или $R32$. Идентификатор подпрограммы представляет собой последовательность букв и цифр в пределах до шести символов.

Позиции 5 и 6 в имени подпрограммы отводятся для обозначения параметров синтеза, режима работы, методов оптимизации целевых функций при проектировании или исследовании механизмов.

Рассмотрим несколько примеров идентификации подпрограмм:

AR2010 – подпрограмма определения передаточных функций (*A*) кривошипно-ползунного (*R20*) механизма, размеры которого определены по заданным положениям входного и выходного звеньев (10).

SS11 – подпрограмма расчётов проектируемой (*S*) зубчатой передачи (*S*) при вписывании в заданное межосевое расстояние (11).

AR3400 – подпрограмма определения передаточных функций (*A*) шестизвездного кулисно-ползунного механизма (*R34*) при заданных размерах звеньев (00).

Идентификаторы первым символом имеют букву, соответствующую этапу проектирования, а вторым символом – букву, относящуюся к виду механизма. При разработке иных подпрограмм разработчик может выбирать идентификатор по своему усмотрению, но он не должен совпадать со служебными словами; первым символом в последовательности должна быть буква.