

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ, КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И СИЛОВОЙ
РАСЧЕТ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА ДВС
Методическое пособие с заданиями

Методическая разработка содержит рекомендации по кинематическому и силовому расчету кривошипно-ползунного механизма двигателя внутреннего сгорания с V-образным расположением цилиндров. В ней содержатся требования к объему раздела курсового проекта, приводится пример проектирования, кинематического и силового расчета кривошипно-ползунного механизма.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Курсовой проект содержит три раздела по проектированию и расчету механизмов четырехтактного двигателя внутреннего сгорания с V-образным расположением цилиндров.

Раздел 1. Структурный анализ, проектирование, кинематический и силовой расчет кривошипно-ползунного механизма (лист № 1).

Раздел 2. Расчет и проектирование зацепления эвольвентных цилиндрических зубчатых колес (лист № 2).

Раздел 3. Кинематический и силовой расчет многозвенного зубчатого механизма (лист № 3).

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

Кривошипно-ползунный механизм

Кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма V-образного двигателя внутреннего сгорания показана на рис. 1, а в таблице 1 приведены исходные данные для расчета 60-ти вариантов. На схеме обозначено: 1 – кривошип, 2, 4 – шатуны, 3, 5 – поршни (ползуны), 6 – неподвижная часть механизма – стойка.

Стрелкой показано направление угловой скорости ω_1 .

Точки S_2, S_4 – центры масс шатунов.

Длины шатунов одинаковы, т.е. $l_{AB} = l_{AC}$.

В цилиндре B рабочий ход, в цилиндре C – выпуск, $P_5 = 0$.

При силовом расчете вес звеньев $G_2 = G_4 = G_3 = G_5 = 0$ (не учитывать)

Обозначения на рис.1 и в таблице 1

H – полный ход поршня [мм],

D_n - диаметр поршня [мм],

φ_1 - угол поворота кривошипа, отсчитываемый от линии OB_0 , соответствующей «мертвому» положению первого поршня (рис. 1),

$\lambda = \frac{r}{l}$, где r - длина кривошипа [мм], l - длина шатунов [мм], s – перемещение поршня от верхней «мертвой» точки [мм], n – частота вращения кривошипа $\left[\frac{\text{об}}{\text{мин}} \right]$.

$\frac{l_{AS_2}}{l_{AB}} = \frac{l_{AS_4}}{l_{AC}}$ - отношения, определяющие положения центров масс шатунов,

β - угол развала цилиндров, p - давление в цилиндре B $\left[\frac{\text{Н}}{\text{см}^2} \right]$.

Таблица 1

Вари- ант	H [мм]	λ [1]	D_n [мм]	φ_1 [град]	β [град]	n [$\frac{об}{мин}$]	$\frac{l_{AS_2}}{l_{AB}}$	P [$\frac{H}{см^2}$]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	50	0,28	75	30	60	3800	0,30	50
2.	60	0,28	78	45	70	3500	0,28	45
3.	70	0,28	82	60	80	3000	0,35	50
4.	80	0,28	85	75	90	2800	0,30	47
5.	90	0,28	98	120	100	3200	0,28	50
6.	54	0,25	72	15	110	3400	0,33	42
7.	66	0,25	76	60	120	3600	0,35	50
8.	74	0,25	80	45	60	2600	0,30	50
9.	92	0,25	92	30	70	2500	0,33	45
10.	88	0,25	82	45	80	2400	0,33	45
11.	60	0,27	65	60	90	2700	0,35	45
12.	70	0,27	75	30	100	2900	0,28	50
13.	80	0,27	75	120	110	3800	0,32	45
14.	84	0,27	95	150	120	3500	0,28	40
15.	94	0,27	90	120	60	3000	0,30	50
16.	50	0,29	78	45	70	2800	0,28	45
17.	60	0,29	80	60	80	3200	0,30	45
18.	70	0,29	82	45	90	3400	0,33	50
19.	90	0,29	95	30	100	3500	0,30	45
20.	100	0,29	85	60	110	2600	0,32	40
21.	52	0,30	78	30	60	2500	0,30	40
22.	64	0,30	76	45	70	2400	0,25	45
23.	72	0,30	80	60	80	2700	0,28	50
24.	84	0,30	95	75	90	2900	0,28	40
25.	92	0,30	90	30	100	3800	0,30	50
26.	50	0,25	72	15	110	3500	0,35	45
27.	60	0,25	82	60	120	3000	0,32	50
28.	70	0,24	85	45	60	2800	0,30	47
29.	80	0,25	63	30	70	3200	0,28	50
30.	90	0,25	65	75	80	3400	0,25	50

Таблица 1 (продолжение)

Вари- ант	H [мм]	λ [1]	D_n [мм]	φ_1 [град]	β [град]	n [$\frac{об}{мин}$]	$\frac{l_{AS_2}}{l_{AB}}$	P [$\frac{H}{см^2}$]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
31.	54	0,28	76	45	90	3600	0,28	45
32.	64	0,28	80	60	100	2600	0,30	45
33.	74	0,28	75	75	110	2500	0,32	45
34.	85	0,28	85	60	120	2400	0,35	45
35.	90	0,28	85	30	60	2700	0,32	50
36.	50	0,26	65	45	70	2900	0,30	45
37.	60	0,26	75	60	80	3800	0,26	40
38.	75	0,26	78	75	90	3500	0,25	50
39.	85	0,26	80	105	100	3000	0,30	42
40.	95	0,26	90	120	110	2800	0,30	43
41.	54	0,22	70	135	60	3200	0,25	42
42.	65	0,22	78	120	75	3400	0,30	48
43.	70	0,22	80	150	90	3600	0,25	48
44.	80	0,22	70	75	105	2600	0,30	40
45.	90	0,22	60	45	120	2500	0,25	40
46.	52	0,28	65	150	60	2400	0,28	45
47.	60	0,24	75	135	75	2700	0,32	50
48.	75	0,25	90	30	90	2900	0,30	50
49.	82	0,26	92	45	105	3800	0,28	45
50.	100	0,27	85	60	120	3500	0,25	40
51.	60	0,28	85	75	60	3000	0,25	45
52.	65	0,29	70	45	75	2800	0,28	60
53.	72	0,30	75	75	90	3200	0,30	48
54.	75	0,30	85	60	105	3400	0,32	45
55.	80	0,29	95	80	120	3600	0,25	50
56.	56	0,28	80	120	60	2600	0,38	40
57.	68	0,27	69	150	75	2500	0,30	45
58.	76	0,26	70	75	90	2400	0,28	50
59.	85	0,25	75	60	105	2700	0,25	45
60.	95	0,24	80	80	120	2900	0,30	50

РАЗДЕЛ 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ, КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И СИЛОВОЙ РАСЧЕТ КРИВОШИПНО- ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ С V-ОБРАЗНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ ЦИЛИНДРОВ.

ЭТАПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ

В данном разделе курсового проекта необходимо выполнить следующие этапы работы:

I. По структурному анализу

- Описать механизм,
- Определить степень подвижности,
- Выяснить структурные группы.

II. По проектированию

- По заданному ходу поршня H и параметру λ определить размеры кривошипа и шатунов.
- По рекомендациям, применяемым в автотракторной промышленности, определить вес поршней, шатунов, моменты инерции шатунов относительно центров масс.
- Вычертить в масштабе кинематическую схему механизма для положения кривошипа, заданного углом поворота φ_1 , отсчитываемого от осевой линии первого (левого) цилиндра в сторону вращения кривошипа. Вычертить в масштабе кинематическую схему механизма для двух «мертвых» положений одного из поршней. Показать «мертвые» положения второго поршня.

III. По кинематическому расчету

- Построить планы скоростей для положений механизма, заданного углом φ_1 , а также для одного из «мертвых» положений.
- Определить скорости центров масс поршней и шатунов.
- Определить величины и направления угловых скоростей шатунов.
- Построить планы ускорений для положения механизма, заданного углом φ_1 , а также для «мертвого» положения, рассмотренного в предыдущем пункте.
- Определить ускорения центров масс поршней и шатунов.

- Определить величины и направления угловых ускорений шатунов.

IV. По силовому расчету

- Определить силы, действующие со стороны газов на поршни.
- Для положения кривошипа, заданного углом φ_1 , определить силы инерции и моменты от сил инерции.
- Определить кинетостатическим способом реакции в кинематических парах.
- Определить уравновешивающую силу для заданного положения механизма при φ_1 .
- Определить уравновешивающую силу с помощью теоремы Н.Е. Жуковского о «жестком рычаге» для рассмотренного положения механизма.
- Сравнить величины уравновешивающей силы, найденные обоими способами, выразив разницу в процентах от значения, вычисленного с помощью теоремы о «жестком рычаге». Порядок выполнения отдельных этапов работы рассмотрим на конкретном примере.

ПРИМЕР

Спроектировать кривошипно-ползунный механизм двигателя внутреннего сгорания с V-образным расположением цилиндров, произвести его кинематический и силовой расчет.

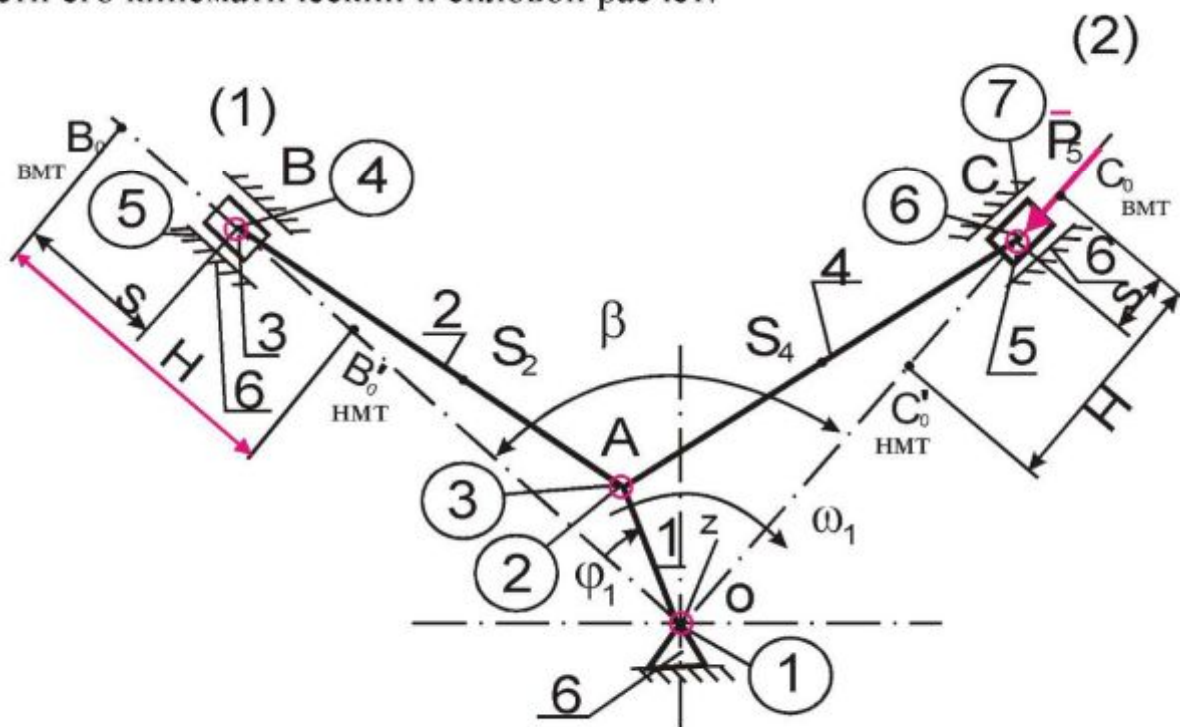


Рис.1. Кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

1. ОПИСАНИЕ двигателя, назначения и принципа работы кривошипно-ползунного механизма приводится в задании на курсовой проект.

2. КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СХЕМА кривошипно-ползунного механизма, представлена на рис.1. Двигатель двухцилиндровый. Номера цилиндров на рис.1 даны в скобках.

3. ПАРАМЕТРЫ МЕХАНИЗМА (вариант ...)

№ п/п	ПАРАМЕТР	Обозначения	Числовое значение	Размерность
1	Углы поворота кривошипа, отсчитываемые от линии OB в сторону вращения кривошипа (рис.1)	φ_1	55	град.
		φ_2	–	град.
2	Частота вращения коленчатого вала (кривошипа)	n	3000	$\frac{об}{мин}$
3	Угол развала цилиндров (рис.1)	β	90	град.
4	Диаметр поршня	D_n	95	мм
5	Полный ход поршня	H	90	мм
6	Параметр $\lambda = \frac{r}{l}$	λ	0,25	–
7	Отношения, определяющие положения центров масс S_2, S_4	$\frac{l_{AS_2}}{l_{AB}}$	0,333	–
		$\frac{l_{AS_4}}{l_{AB}}$	0,333	–
8	Максимальное давление в цилиндре	P_{max}	45	$\frac{H}{см^2}$
9	Текущее давление в 1 ^{ом} цилиндре	P_1	13,05	$\frac{H}{см^2}$
10	Текущее давление в 2 ^{ом} цилиндре	P_2	0,575	$\frac{H}{см^2}$
В виду малости P_5 можно принять $P_5 \approx 0$.				

І. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

1.1. Описание механизма

МЕХАНИЗМ представляет собой 6-тизвенный рычажный механизм.

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СХЕМА механизма показана на рис. 1:

звено 1 – ведущее – кривошип OA равномерно вращается вокруг неподвижной оси Oz (рис. 1.);

звено 2 – шатун AB совершает плоскопараллельное движение;

звено 3 – ползун (поршень) B движется поступательно вдоль наклонной прямой OB ;

звено 4 – шатун AC совершает плоскопараллельное движение;

звено 5 – ползун (поршень) C движется поступательно вдоль наклонной прямой OC ;

звено 6 – стойка неподвижна (неподвижный шарнир O ; неподвижные направляющие ползуна B ; неподвижные направляющие ползуна C).

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРЫ – подвижные соединения двух звеньев, отмечены на исходной схеме (рис. 1) цифрами в кружочке и сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1.

№ п/п	соединяемые звенья	Вид пары	Подвижность	Класс	
①	1 – 6	вращательная В	1	V	крайняя (внешняя)
②	1 – 2	вращательная В	1	V	средняя (внутренняя)
③	1 – 4	вращательная В	1	V	средняя (внутренняя)
④	2 – 3	вращательная В	1	V	средняя (внутренняя)
⑤	3 – 6	поступательная П	1	V	крайняя (внешняя)
⑥	4 – 5	вращательная В	1	V	средняя (внутренняя)
⑦	5 – 6	поступательная П	1	V	крайняя (внешняя)

Все семь пар обеспечивают контакт по площади и поэтому относятся к низшим парам – парам V класса.

Высших кинематических пар – пар IV класса, обеспечивающих контакт в точке или вдоль линии, в данном механизме нет.

В результате

- число кинематических пар V класса $p_5 = 7$
- число кинематических пар IV класса $p_4 = 0$

1.2. Степень подвижности механизма

Степень подвижности механизма W определяется по формуле Чебышева

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4, \quad (1)$$

где n – число подвижных звеньев,

p_5 - число кинематических пар V класса,

p_4 - число кинематических пар IV класса.

В данном механизме в результате проведенного выше исследования получено $n = 5$; $p_5 = 7$; $p_4 = 0$.

Степень подвижности данного механизма по формуле (1)

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1,$$

т.е. механизм имеет одно ведущее звено.

Таким звеном в кривошипно-ползунном механизме двигателя внутреннего сгорания является кривошип OA .

1.3. Структурные группы механизма

Рычажный механизм состоит из механизма 1-го класса и двухповодковых групп (диад).

Структурный анализ начинают с дальней диады.

1. ДИАДА 4 – 5 (рис.2) – шатун AC с ползуном C – представляет собой двухповодковую группу второго вида, т.е. диаду с двумя вращательными ③ и ⑥ и одной ⑦ поступательной (конечной) парами.

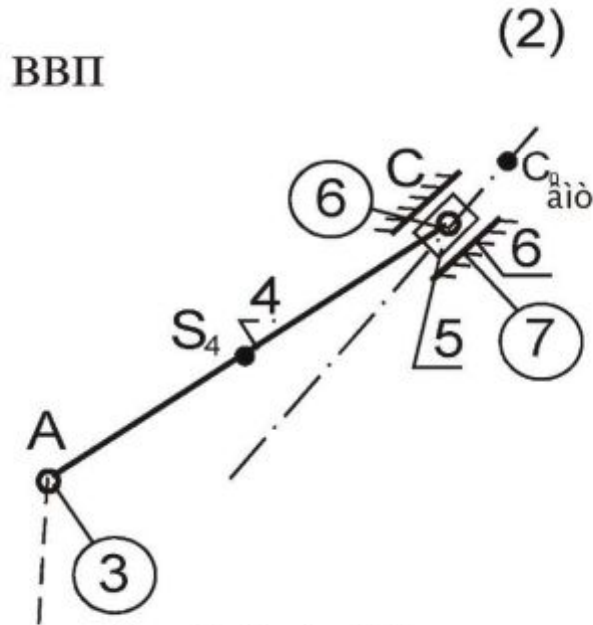


Рис. 2. Диада 4-5

Число подвижных звеньев $n = 2$.

Число кинематических пар с учетом незадействованной ③, но учитываемой при определении степени подвижности диады

$$p_5 = 3; \cdot p_4 = 0.$$

Степень подвижности диады

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 \Rightarrow W_{45} = 0$$

2. ДИАДА 2 – 3 (рис.3) – шатун AB м ползуном B представляет собой двухповодковую группу второго вида, т.е. диаду с двумя ②, ④ вращательными и одной ⑤ поступательной (конечной) парами.

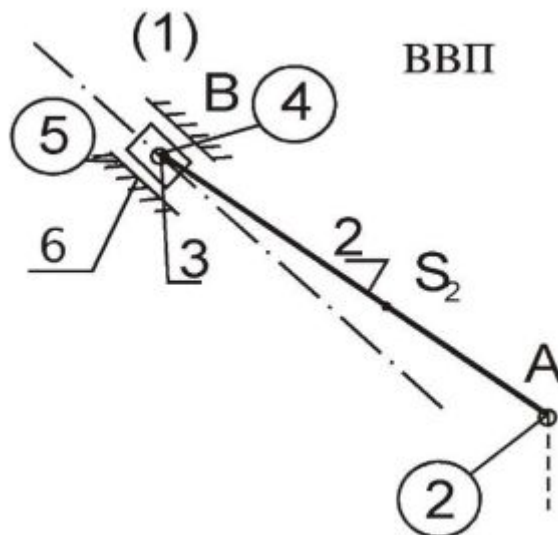


Рис. 3. Диада 2-3

Число подвижных звеньев $n = 2$

Число кинематических пар с учетом незадействованной ②, но учитываемой при определении степени подвижности диады

$$p_5 = 3; p_4 = 0.$$

Степень подвижности диады 2-3

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 \Rightarrow W_{23} = 0.$$

3. МЕХАНИЗМ 1 КЛАССА (рис.4) – ведущее звено 1 (кривошип OA), соединенное шарниром O с неподвижной стойкой 6.

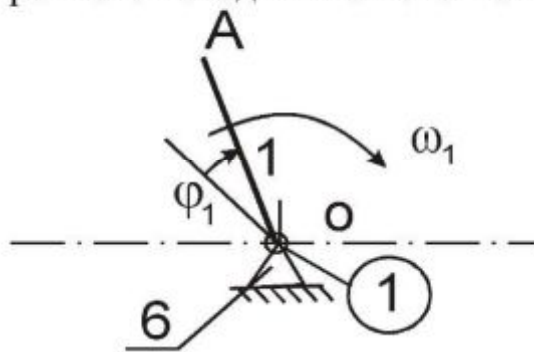


Рис. 4

Число подвижных звеньев $n = 1$

Кинематические пары в точке A учтены в диадах 4-5 и 2-3.

Число кинематических пар $p_5 = 1, p_4 = 0.$

Степень подвижности механизма 1^{го} класса

$$W_1 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 \Rightarrow W_1 = 1.$$

II. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА

2.1. Определение размеров кривошипа и шатунов

Радиус кривошипа $l_{OA} = r$ определяется через ход поршня H по формуле

$$r = \frac{H}{2} \quad (2)$$

Длины шатунов $l_{AB} = l_{AC} = l$ определяются через радиус кривошипа и параметр λ :

$$\lambda = \frac{r}{l} \quad (3)$$

В рассматриваемом примере из формул (2), (3) получим

$$r = \frac{90}{2} = 45 \text{ мм} = 0,045 \text{ м}$$
$$l_{AB} = l_{AC} = l = \frac{45}{0,25} = 180 \text{ мм} = 0,18 \text{ м}$$

2.2. Построение кинематической схемы механизма

А. Кинематическая схема при заданном положении ведущего звена ($\varphi_1 = 55^\circ$) (рис.5)

Выбираем масштаб длин μ_l

Пусть радиус кривошипа $l_{OA} = 0,045 \text{ м}$ соответствует на чертеже отрезок $OA = 30 \text{ мм}$. Тогда масштаб построения будет равен*

$$\mu_l = \frac{OA}{l_{OA}} = \frac{30}{0,045} = 667 \frac{\text{мм}}{\text{м}}$$

При выполнении курсового проекта масштаб μ_l следует выбирать таким, чтобы длинам шатунов соответствовали на чертеже отрезки длиной 100 – 200 мм.

Вычисляем чертежные размеры

Чертежные размеры шатунов равны

$$AB = AC = l_{AB} \cdot \mu_l = 0,18 \cdot 667 = 120 \text{ мм}$$

Чертежные размеры отрезков, определяющих положения центров масс, равны

$$AS_2 = AS_4 = \frac{l_{AS_2}}{l_{AB}} AB = 0,333 \cdot 120 = 40 \text{ мм}$$

* Примечание: При размножении разработки все рисунки уменьшены примерно, в 2 раза, поэтому масштабы в тексте не совпадают с масштабами на рисунках разработки.

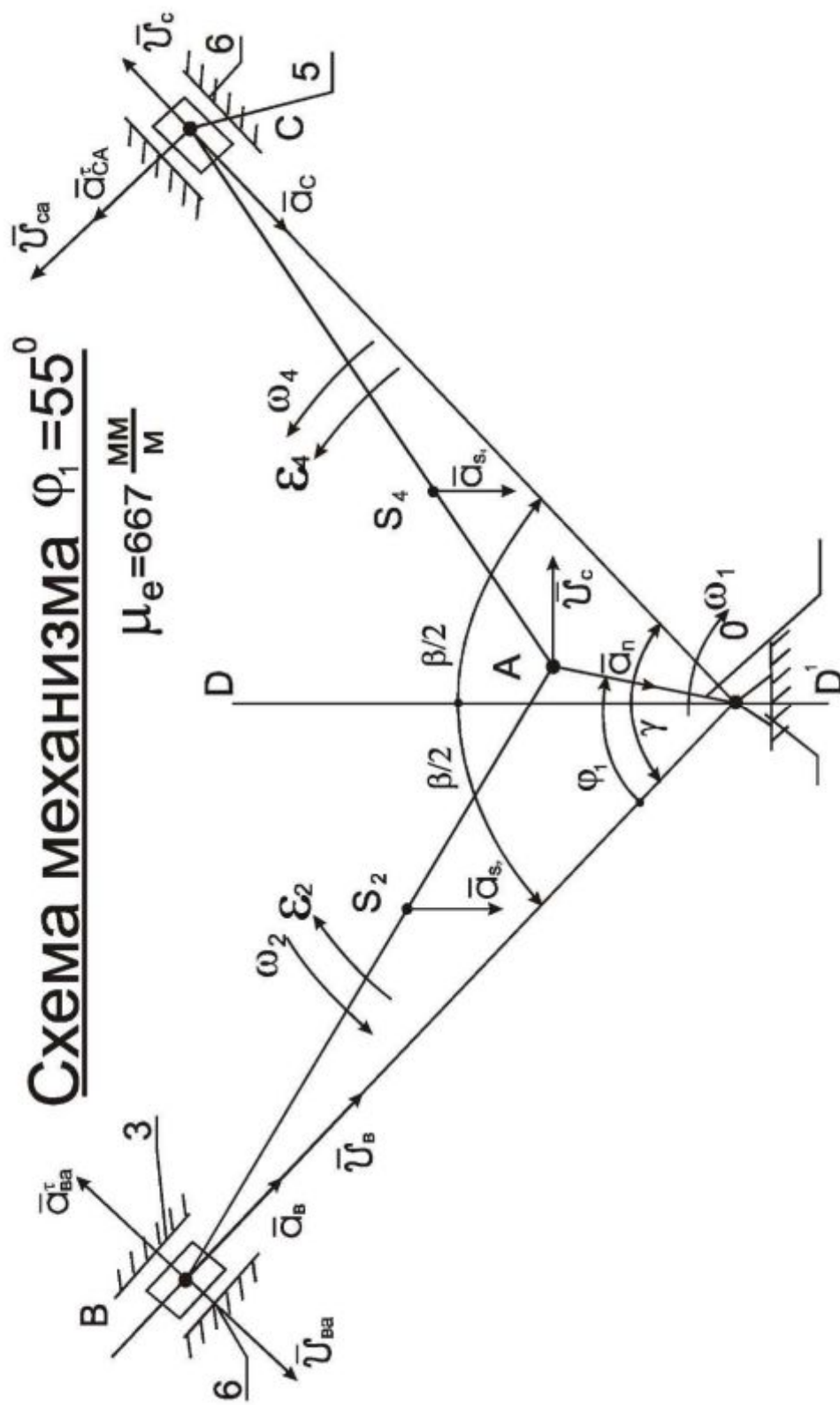


Рис.5 Построение кинематической схемы механизма для заданного положения кривошипа.

Вычерчиваем механизм (рис.5)

- Проведем вертикальную линию DD' - ось симметрии механизма.
- Из произвольной точки O , лежащей на этой линии, принимаемой за центр вращения кривошипа, проведем две прямые линии под углом $\frac{\beta}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$ к вертикальной линии. Получим оси цилиндров OB и OC .
- От оси OB левого цилиндра отложим угол $\varphi_1 = 55^\circ$.
- На стороне этого угла отложим отрезок $OA = 30$ мм, изображающий положение кривошипа при $\varphi_1 = 55^\circ$.
- Из точки A радиусом $AB=AC=120$ мм делаем засечки на осях цилиндров. Получим точки B и C , определяющие положения поршней при φ_1 .
- Изобразим поршни в виде ползунов в произвольном масштабе.
- Соединим точки B и C с точкой A , получим схему механизма в заданном положении при $\varphi_1 = 55^\circ$.
- Отложим от точки A отрезки $AS_2 = AS_4 = 40$ мм на линиях AB и AC . Получим положения центров масс S_2, S_4 .

Б. Кинематические схемы двух «мертвых» положений поршня B

Механизм находится в «мертвых» положениях, когда кривошип и шатун вытянуты в одну линию.

Вычертим в принятом масштабе кинематическую схему механизма для случаев, когда поршень B находится в верхней и нижней «мертвых» точках (рис.6).

- Проведем через точку O окружность радиусом OA .

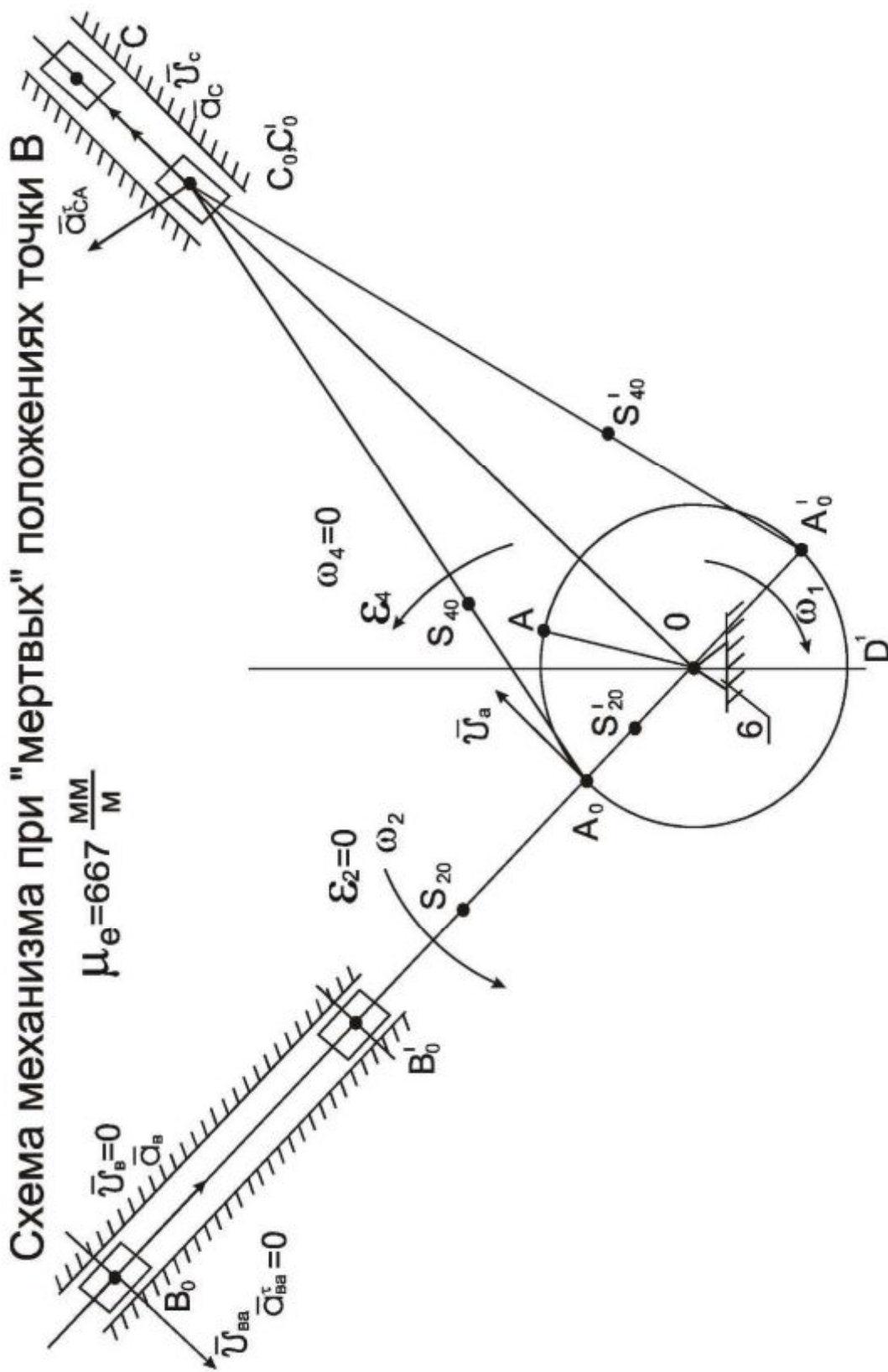


Рис.6. Построение кинематической схемы механизма при 2х «мертвых» положениях.

- Точки пересечения этой окружности с линией OB (точки A_0 и A'_0 на рис.6) определяют положения кривошипа OA в «мертвых» положениях точки B .
- Из точек A_0 и A'_0 делаем засечки радиусом $AB = 120$ мм на продолжении линии OB . Получим верхнюю B_0 и нижнюю B'_0 «мертвые» точки поршня B .
- Из точек A_0 и A'_0 радиусом $AB = AC = 120$ мм мы делаем засечки на продолжении прямой OC . Будем иметь точки C_0 и C'_0 в данном примере совпадающие друг с другом.
- Соединим точки B_0, C_0 с точкой A_0 , получим схему механизма в верхнем «мертвом» положении точки B .
- Соединим точки B'_0, C'_0 с точкой A'_0 , получим схему механизма в нижнем «мертвом» положении точки B .
- Отложим от точки A_0 отрезки $A_0S_{20} = A_0S_{40} = 40$ мм, получим положения центров масс S_{20} и S_{40} при верхнем «мертвом» положении точки B .
- Отложим от точки A'_0 отрезки $A'_0S'_{20} = A'_0S'_{40} = 40$ мм, получим положения центров масс S'_{20} и S'_{40} при нижнем «мертвом» положении точки B .

«Мертвые» положения точек поршней можно найти другим способом.

Найдем этим способом «мертвые» точки C_0 и C'_0 .

- На линии OC из точки O делаем две засечки радиусами:
 $OC_0^* = AC + AO$; получим верхнюю «мертвую» точку C_0 ;
 $OC_0^{**} = AC - AO$; получим нижнюю «мертвую» точку C'_0 .
- В нашем примере
 $OC_0^* = 120 + 30 = 150$ мм;
 $OC_0^{**} = 120 - 30 = 90$ мм;
- Положения этих точек показаны на рис.6.

Дальнейшее построение кинематических схем ничем не отличается от описанных в пункте А.

III. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМА

ЦЕЛЬ. Найти скорости и ускорения центров масс и угловые скорости и угловые ускорения звеньев механизма.

3.1. Определение скоростей методом построения планов скоростей.

1. МЕХАНИЗМ I КЛАССА – кривошип OA связан со стойкой вращательной парой и совершает равномерное вращение вокруг центра O (рис.4).

– **угловая скорость кривошипа OA** определяется через частоту вращения n $\left[\frac{\text{об}}{\text{мин}} \right]$ по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi n}{30}$$

В нашем примере $n = 3000 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$, тогда

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot 3000}{30} = 314 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

– **скорость точки A** определяем, рассмотрев вращение кривошипа вокруг центра O .

Модуль по формуле

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} \quad (6)$$

В примере

$$v_A = 314 \cdot 0,045 = 14,15 \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$$

Направлен вектор $\vec{v}_A \perp OA$ в сторону угловой скорости ω_1 (рис.5).

2. ШАТУНЫ AB и AC совершают плоскопараллельное движение. У каждого шатуна известна скорость точки A . Примем её за полюс и напишем векторные уравнения для определения скоростей \bar{v}_B и \bar{v}_C точек B и C шатунов

$$\bar{v}_B = \underline{\underline{\bar{v}_A}} + \bar{v}_{BA} \quad (7)$$

$$\bar{v}_C = \underline{\underline{\bar{v}_A}} + \bar{v}_{CA} \quad (8)$$

где направления

\bar{v}_{BA} - вектор скорости точки B относительно точки A , перпендикулярен шатуну AB .

\bar{v}_{CA} - вектор скорости точки C относительно точки A , перпендикулярен шатуну AC .

\bar{v}_B - вектор абсолютной скорости точки B , направлен по линии OB ;

\bar{v}_C - вектор абсолютной скорости точки C , направлен по линии OC ;

В уравнениях (7) и (8) вектор $\underline{\underline{\bar{v}_A}}$ подчеркнут двумя чертами, так как известен по величине и по направлению. Остальные векторы подчеркнуты одной чертой, так как известны только по направлению.

3. Выбираем μ_v - масштаб построения плана скоростей.

Пусть вектору скорости \bar{v}_A соответствует отрезок $pa = 100 \text{ мм}$, где точка p – начало построения плана скоростей – полюс плана скоростей.

Тогда масштаб построения плана скоростей (масштаб скоростей)

$$\mu_v = \frac{pa}{v_A} = \frac{1000}{14,15} = 7,07 \left[\frac{\text{мм}}{\text{м/с}} \right] \quad (9)$$

При выполнении курсового проекта отрезок pa на плане скоростей следует выбирать в пределах 80 – 120 мм.

Планы скоростей

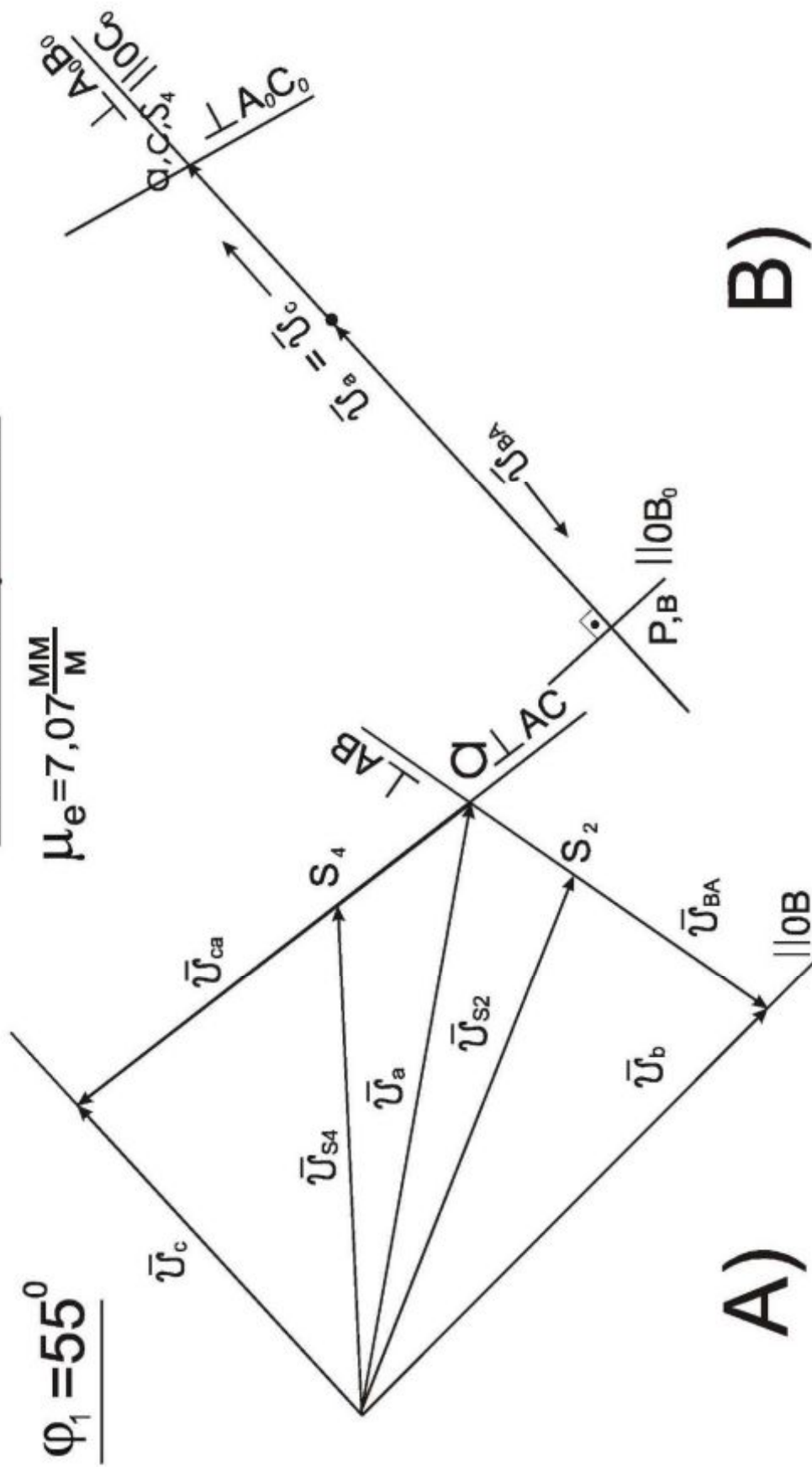


Рис. 7 Построение планов скоростей

План скоростей при $\varphi_1 = 55^\circ$

4. Строим план скоростей для $\varphi_1 = 55^\circ$ (рис. 7а) по векторным уравнениям (7) и (8)

- выбираем полюс p ;
- отложим от полюса p отрезок pa в направлении скорости \bar{v}_A ;
- из точки a плана скоростей проводим прямую, перпендикулярно AB в обе стороны от точки a ;
- из полюса p плана скоростей проводим прямую, параллельную OB до пересечения с прямой, проведенной из точки a ;
- обозначим точку пересечения через b ;
- расставим стрелки векторов в соответствии с векторным уравнением (7):

отрезок ab определяет скорость \bar{v}_{BA} ;

отрезок pb определяет скорость \bar{v}_B .

- из точки a плана скоростей проводим прямую, перпендикулярную AC в обе стороны от точки a ;
- из полюса p плана скоростей проводим прямую, параллельную OC до пересечения с прямой, проведенной из точки a ;
- обозначим точку пересечения через c ;
- расставим стрелки векторов в соответствии с векторным уравнением (8):

отрезок ac определяет скорость \bar{v}_{CA} ;

отрезок pc определяет скорость \bar{v}_C

5. Замеряем отрезки на плане скоростей и вычисляем модули неизвестных скоростей

$$pb = 94 \text{ мм}; ab = 60 \text{ мм}; pc = 70 \text{ мм}; ac = 81 \text{ мм};$$

$$v_B = \frac{pb}{\mu_v} = \frac{94}{7,07} = 13,30 \text{ м/с};$$

$$v_A = \frac{ab}{\mu_v} = \frac{60}{7,07} = 8,50 \text{ м/с};$$

$$v_C = \frac{pc}{\mu_v} = \frac{70}{7,07} = 9,9 \text{ м/с};$$

$$v_{CA} = \frac{ac}{\mu_v} = \frac{81}{7,07} = 11,45 \text{ м/с}.$$

6. Определим скорости центров масс поршней и шатунов

а) Скорости центров масс поршней равны скоростям точек B и C ,

$$\bar{v}_{S_3} = \bar{v}_B; \bar{v}_{S_5} = \bar{v}_C.$$

б) Для определения скоростей центров масс шатунов на плане скоростей необходимо показать точки S_2, S_4 , соответствующие центрам масс S_2, S_4 шатунов на схеме механизма.

– С этой целью воспользуемся **теоремой подобия**, согласно которой всякая жесткая фигура на схеме механизма имеет себе подобную на плане скоростей и плане ускорений при том же направлении обхода контура. Следовательно, положения точек на плане скоростей или ускорений можно определять из пропорции соответствующих отрезков.

В исходных данных заданы отношения, определяющие положения центров масс. Исходя из данных, по теореме подобия можно записать следующие пропорции

$$\frac{aS_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB} = \frac{l_{AS_2}}{l_{AB}} \quad (9)$$
$$\frac{aS_4}{ac} = \frac{AS_4}{AC} = \frac{l_{AS_4}}{l_{AC}}$$

отсюда получаем отрезки

$$aS_2 = ab \cdot \frac{l_{AS_2}}{l_{AB}};$$
$$aS_4 = ac \cdot \frac{l_{AS_4}}{l_{AC}}.$$

В нашем примере при $\varphi_1 = 55^\circ$

$$aS_2 = 60 \cdot 0,333 = 20 \text{ мм}; \quad aS_4 = 81 \cdot 0,333 = 27 \text{ мм},$$

– **Откладываем отрезки aS_2 и aS_4** на плане скоростей (рис.7а). Получим точки S_2 и S_4 .

– **Соединим с полюсом p точки S_2, S_4** на плане скоростей, получим отрезки ps_2 и ps_4 , изображающие соответственно скорости центров масс шатунов $\bar{v}_{S_2}, \bar{v}_{S_4}$ в масштабе μ_v .

– Для определения численных значений скоростей центров масс необходимо измерить соответствующие отрезки на плане скоростей и разделить на масштаб μ_v . Получим для $\varphi_1 = 55^\circ$.

$$v_{S_2} = \frac{pS_2}{\mu_v} = \frac{94}{7,07} = 13,3 \text{ м/с};$$

$$v_{S_4} = \frac{pS_4}{\mu_v} = \frac{83}{7,07} = 11,7 \text{ м/с}.$$

7. Перенесем с плана скоростей (рис.7а) на схему механизма (рис.5) векторы, изображающие скорости \bar{v}_B и \bar{v}_{BA} ; \bar{v}_C и \bar{v}_{CA} .

$$\bar{v}_B // OB; \quad \bar{v}_{BA} \perp BA; \quad \bar{v}_C // OC; \quad \bar{v}_{CA} \perp CA.$$

Направления берутся с плана скоростей.

8. Определим угловые скорости шатунов.

Модули угловых скоростей шатунов, совершающих плоскопараллельное движение, вычисляются по формулам

$$\omega_2 = \omega_{AB} = \frac{v_{AB}}{l_{AB}},$$

$$\omega_4 = \omega_{AC} = \frac{v_{AC}}{l_{AC}} \quad (10)$$

Подставляя найденные в п.5 значения скоростей, получаем

$$\omega_2 = \frac{8,5}{0,18} = 47,2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\omega_4 = \frac{11,45}{0,18} = 63,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Направлены (рис.5):

- угловая скорость ω_2 в сторону скорости \bar{v}_{BA} , если на вектор \bar{v}_{BA} смотреть с полюса A;
- угловая скорость ω_4 в сторону скорости \bar{v}_{CA} , если на вектор \bar{v}_{CA} смотреть с полюса A.

План скоростей при $\varphi = 0^\circ$.

9. Построим план скоростей для верхнего «мертвого» положения первого поршня в точке B_0 ($\varphi = 0^\circ$) (рис.7б).

- Векторные уравнения (7) и (8) остаются без изменений.
- Из полюса p откладываем отрезок $pa = 100$ мм, перпендикулярный OA_0 , соответствующий скорости \bar{v}_A точки A_0 . Для упрощения обозначений индекс (0) при построении планов скоростей и ускорений в «мертвом» положении опускаем.
- В соответствии с уравнением (7) из точки a проводим прямую, перпендикулярную A_0B_0 , а из полюса p – прямую, параллельную OB_0 .
- Обозначим точку пересечения прямых через b .
- Так как в рассматриваемом положении отрезки OA_0 и A_0B_0 вытянуты в одну линию, перпендикуляры к ним pa и ab , изображающие скорости \bar{v}_A и \bar{v}_{AB} , тоже будут вытянуты в одну линию, а отрезок pb , изображающий скорость \bar{v}_B , выродится в точку, совпадающую с полюсом. Следовательно, скорость \bar{v}_{BA} будет изображаться отрезком ab направленным от a к b . На рис.7б направление скоростей $\bar{v}_A, \bar{v}_C, \bar{v}_{BA}$ показано дополнительными стрелками.
- Из точки a плана скоростей проводим прямую, перпендикулярную A_0C_0 в соответствии с уравнением (8) в обе стороны.
- Из полюса p плана скоростей проводим прямую, параллельную OC_0 до пересечения с прямой, проведенной из точки a .
- Обозначим точку пересечения через c .
- При угле развала цилиндров $\beta = 90^\circ$ прямая $OC_0 \perp \bar{v}_A$ (рис.6). Следовательно:

отрезок pc , изображающий вектор \bar{v}_{C_0} совпадает с направлением вектора скорости \bar{v}_A ;

отрезок ac выродится в точку и вектор скорости $\bar{v}_C = \bar{v}_A$.

10. Находим численные значения скоростей

$$v_B = 0;$$

$$v_{BA} = v_A = 14,15 \text{ м/с};$$

$$v_C = v_A = 14,15 \text{ м/с};$$

$$v_{CA} = 0.$$

11. Определим скорости центров масс

а) Скорости центров масс **поршней** равны скоростям точек B и C , т.е.

$$v_{S_3} = v_B = 0; v_{S_5} = v_C = 14,15 \frac{м}{с}.$$

б) Скорости центров масс **шатунов** определяем, **используя теорему подобия** по формулам (9)

$$as_2 = ab \cdot \frac{l_{AS_2}}{l_{AB}} = 100 \cdot 0,333 = 33,3 \text{ мм};$$

$$as_4 = ac \cdot \frac{l_{AS_4}}{l_{AC}} = 0 \cdot 0,333 = 0.$$

– **Откладываем на плане скоростей отрезки** as_2 и as_4 (рис.7б), получаем точки S_2 и S_4 .

– **Соединим полюс p с точками** S_2 и S_4 на плане скоростей, получим отрезки ps_2 и ps_4 , изображающие соответственно скорости центров масс шатунов \bar{v}_{S_2} и \bar{v}_{S_4} в масштабе μ_v .

– **Замеряем отрезки** ps_2 и ps_4 на плане скоростей и вычисляем модули скоростей центров масс

$$ps_2 = 67 \text{ мм}, \quad ps_4 = 100 \text{ мм}.$$

$$\bar{v}_{S_2} = \frac{ps_2}{\mu_v} = \frac{67}{7,07} = 9,50 \frac{м}{с};$$

$$\bar{v}_{S_4} = \frac{ps_4}{\mu_v} = \frac{100}{7,07} = 14,15 \frac{м}{с}.$$

12. Перенесем с плана скоростей (рис.7б) на схему механизма (рис.6) векторы, изображающие скорости \bar{v}_{BA} ; \bar{v}_C .

$$\bar{v}_{BA} \perp B_0A_0; \bar{v}_C // OC_0.$$

13. Определим угловые скорости шатунов.

– Модули угловых скоростей шатунов, совершающих плоско-параллельное движение, вычисляются по формулам (10)

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{AB}} = \frac{14,15}{0,18} = 7,86 \frac{рад}{с};$$

$$\omega_4 = \frac{v_{CA}}{l_{CA}} = \frac{0}{0,18} = 0.$$

– Направлена угловая скорость ω_2 в сторону скорости \bar{v}_{BA} , если на вектор \bar{v}_{BA} смотреть с полюса A .

3.2. Определение ускорений методом построения планов ускорений

1. Механизм I класса – кривошип OA связан со стойкой вращательной парой и равномерно вращается вокруг центра O (рис.1).

– **Угловое ускорения кривошипа**, так как дано

$$\omega_1 = const, \text{ то } \varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0.$$

– **Ускорение точки A** определяем, рассмотрев вращение кривошипа

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau \quad (11)$$

Модули

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA};$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_{OA}.$$

В данном примере

$$a_A^n = 314^2 \cdot 0,045 = 4440 [m/c^2];$$

$$a_A^\tau = 0 \cdot 0,045 = 0.$$

Направлен вектор $\bar{a}_A^n // AO$ в сторону центра O .

2. Шатуны AB и BC совершают плоскопараллельное движение. У каждого шатуна известна скорость точки A . Принимая точку A за полюс, запишем векторные уравнения для определения ускорения точек B и C

$$\underline{\bar{a}}_B = \underline{\bar{a}}_A + \underline{\bar{a}}_{BA}^n + \underline{\bar{a}}_{BA}^\tau \quad (12)$$

$$\underline{\bar{a}}_C = \underline{\bar{a}}_A + \underline{\bar{a}}_{CA}^n + \underline{\bar{a}}_{CA}^\tau \quad (13)$$

В уравнениях (12) – (13)

$\bar{a}_{BA}^n, \bar{a}_{CA}^\tau$ - нормальные ускорения точек B и C шатунов во вращательном движении вокруг точки A .

Модули

$$a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{AB}}; \quad a_{CA}^n = \frac{v_{CA}^2}{l_{AC}} \quad (14)$$

План ускорений при $\varphi_1 = 55^\circ$

В данном примере при $\varphi_1 = 55^\circ$

$$\bar{a}_{BA}^n = \frac{8,5^2}{0,18} = 400 \text{ м/с}^2;$$

$$\bar{a}_{CA}^n = \frac{11,45^2}{0,18} = 729 \text{ м/с}^2.$$

Направлены (рис.5) эти ускорения вдоль шатунов соответственно от точек B и C к полюсу A на схеме механизма.

$\bar{a}_{BA}^\tau, \bar{a}_{CA}^\tau$ – касательные (тангенциальные) ускорения точек B и C шатунов во вращательном движении вокруг точки A .

Модули этих ускорений пока неизвестны, поэтому в уравнениях (12), (13) они подчеркнуты только одной чертой.

Направлены:

$\bar{a}_{BA}^\tau, \bar{a}_{CA}^\tau$ – соответственно перпендикулярно AB и AC .

$\bar{a}_B; \bar{a}_C$ – вдоль цилиндров, параллельно прямым OB и OC .

3. Выбираем масштаб ускорений μ_a – масштаб построения плана ускорений.

Пусть вектору ускорения \bar{a}_A^n соответствует отрезок $\pi a = 88,8 \text{ мм}$, где точка π – начало построения плана ускорений – полюс плана ускорений.

Масштаб ускорений

$$\mu_a = \frac{\pi a}{a_A^n} = \frac{88,8}{4440} = 0,02 \frac{\text{мм}}{\text{м/с}^2}$$

4. Находим отрезки на плане ускорений, соответствующие ускорениям \bar{a}_{AB}^n и \bar{a}_{AB}^τ

$$ab = a_{BA}^n \cdot \mu_a = 400 \cdot 0,02 = 8,0 \text{ мм}$$

$$ac = a_{CA}^n \cdot \mu_a = 729 \cdot 0,02 = 14,5 \text{ мм}$$

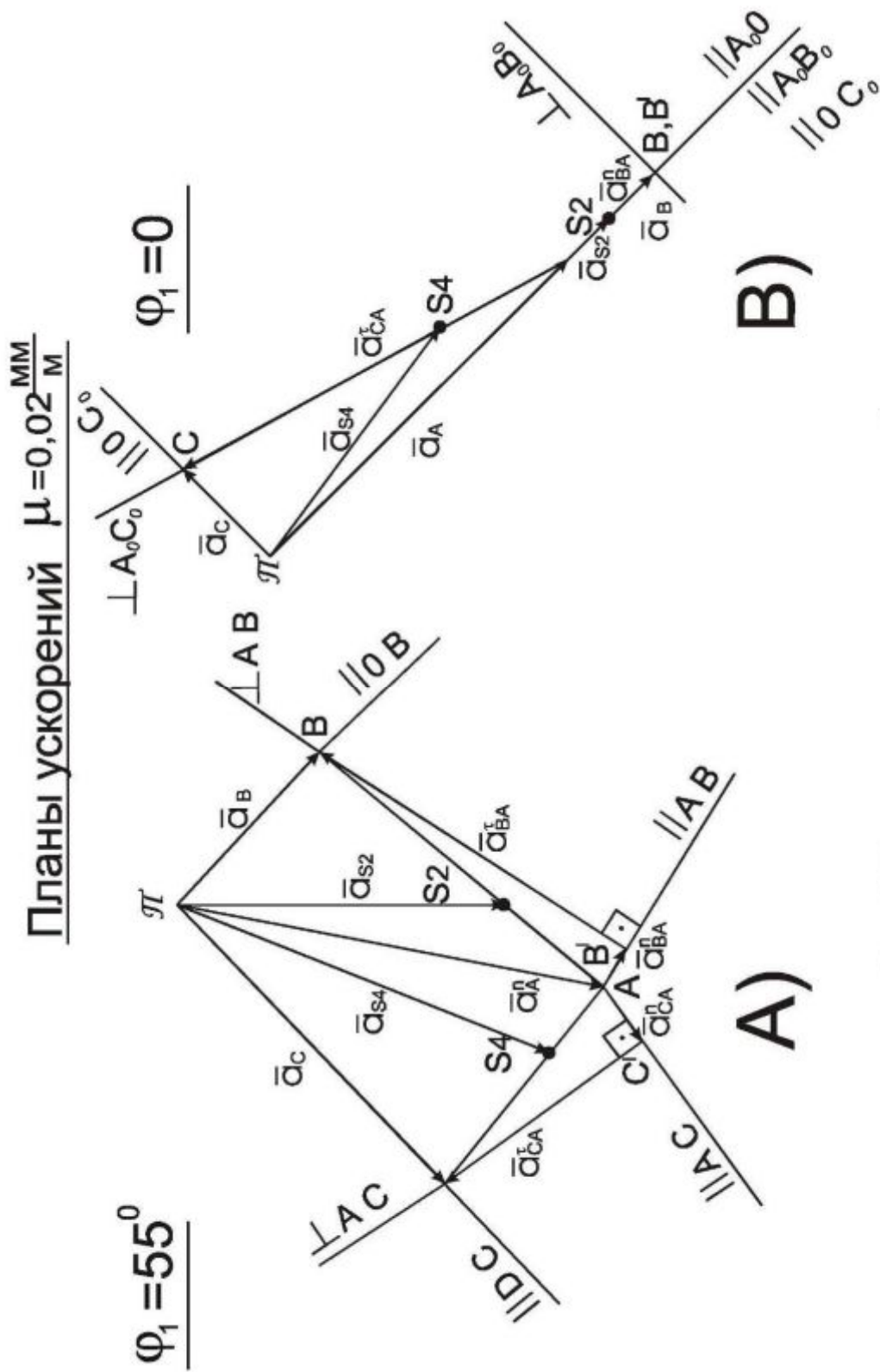


Рис. 8 Построение планов ускорений

5. Строим план ускорений на рис. 8а

- **Выбираем полюс π** ;
- **Отложим от полюса π отрезок πa** в направлении вектора ускорения \bar{a}_A^n на рис. 5;
- **Из точки a плана ускорений** в соответствии с уравнением (12) проводим прямую, параллельную AB , в направлении от B к A , вдоль которой откладываем отрезок ab' , изображающий ускорение \bar{a}_{BA}^n в масштабе μ_a ;
- **Из точки b' проводим прямую**, перпендикулярную AB ;
- **Из полюса π проводим прямую**, параллельную AB , до пересечения с предыдущей прямой в точке b .

отрезок $b'b$ изображает ускорение \bar{a}_{BA}^{τ} ;

отрезок πb изображает ускорение \bar{a}_B ;

Совершенно **аналогично** строится план ускорений по уравнению (13).

- **Из точки a плана ускорений проводим прямую**, параллельную AC , в направлении от C к A , вдоль которой откладываем отрезок ac' , изображающий ускорение \bar{a}_{CA}^n в масштабе μ_a ;
- **Из точки c' проводим прямую**, перпендикулярную AC ;
- **Из полюса π проводим прямую**, параллельную OC , до пересечения с предыдущей прямой в точке c .

отрезок πc изображает ускорение \bar{a}_C ;

отрезок $c'c$ изображает ускорение \bar{a}_{CA}^{τ} ;

6. Замеряем отрезки на плане ускорений (рис. 8а)

$$\pi b = 43 \text{ мм}; \quad \pi c = 79 \text{ мм};$$

$$bb' = 73 \text{ мм}; \quad cc' = 49 \text{ мм}.$$

7. Вычисляем модули неизвестных ускорений

$$a_B = \frac{\pi b}{\mu_a} = \frac{43}{0,02} = 2150 \text{ [м/с}^2\text{]};$$

$$a_{B,1}^\tau = \frac{bb'}{\mu_a} = \frac{73}{0,02} = 3650 \text{ [м/с}^2\text{]};$$

$$a_C = \frac{\pi c}{\mu_a} = \frac{79}{0,02} = 3950 \text{ [м/с}^2\text{]};$$

$$a_{C,1}^\tau = \frac{cc'}{\mu_a} = \frac{49}{0,02} = 2450 \text{ [м/с}^2\text{]}.$$

8. Переносим с плана ускорений (рис. 8а) на схему механизма (рис. 5) векторы, изображающие ускорения \bar{a}_B , $\bar{a}_{B,1}^\tau$, \bar{a}_C , $\bar{a}_{C,1}^\tau$.

$$\bar{a}_B // BO, \bar{a}_{B,1}^\tau \perp BA, \bar{a}_C // CO, \bar{a}_{C,1}^\tau \perp CA$$

9. Определим ускорения центров масс поршней и шатунов.

а) Ускорения центров масс поршней равны ускорениям точек B и C ,

$$\bar{a}_{S_3} = \bar{a}_B, \bar{a}_{S_5} = \bar{a}_C.$$

б) Для определения ускорения центров масс шатунов

– Определим отрезки по теореме подобия из формул (9)

$$as_2 = ab \cdot \frac{l_{AS_2}}{l_{AB}}; as_4 = ac \cdot \frac{l_{AS_4}}{l_{AC}} \quad (9')$$

– Соединим точку a с точками b и c , получим отрезки ab и ac , на которых лежат соответственно точки S_2 и S_4 (рис. 8а).

Для $\varphi_1 = 55^\circ$ отрезки равны $ab = 73 \text{ мм.}$, $ac = 51 \text{ мм.}$

Соответственно получаем

$$as_2 = 73 \cdot 0,333 = 24,4 \text{ мм};$$

$$as_4 = 51 \cdot 0,333 = 17,0 \text{ мм.}$$

– Отложим отрезки на плане ускорений.

- Соединим полюс π с точками S_2 и S_4 . Отрезки πS_2 и πS_4 выражают соответственно ускорения \bar{a}_{S_2} и \bar{a}_{S_4} .
- Замеряем отрезки πS_2 и πS_4

$$\pi S_2 = 68 \text{ мм}; \quad \pi S_4 = 82 \text{ мм}.$$

определяем модули ускорений центров масс шатунов

$$a_{S_2} = \frac{\pi S_2}{\mu_a} = \frac{68}{0,02} = 3400 \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right];$$

$$a_{S_4} = \frac{\pi S_4}{\mu_a} = \frac{82}{0,02} = 4100 \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right];$$

10. Перенесем с плана ускорений (рис. 8а) на схему механизма (рис. 5) векторы, изображающие ускорения \bar{a}_{S_2} и \bar{a}_{S_4} .

11. Определим угловые ускорения шатунов

Модули определим по формулам

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{BA}}; \quad \varepsilon_4 = \frac{a_{CA}^\tau}{l_{CA}} \quad (17)$$

При $\varphi_1 = 55^\circ$

$$\varepsilon_2 = \frac{3650}{0,18} = 20300 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right];$$

$$\varepsilon_4 = \frac{2450}{0,18} = 13600 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right].$$

Направлены (рис. 5):

- угловое ускорение ε_2 вокруг полюса A в сторону ускорения \bar{a}_{BA}^τ , если на точку смотреть с полюса A ;
- угловое ускорение ε_4 вокруг полюса A в сторону ускорения \bar{a}_{CA}^τ , если на точку смотреть с полюса A .

План ускорений при $\varphi_1 = 0^\circ$

12. Строим план ускорений для верхнего «мертвого» положения первого поршня B ($\varphi_1 = 0^\circ$) (рис. 8б)

– Для определения ускорений точек B и C остаются справедливыми уравнения (12), (13).

– В этих уравнениях величины ускорений соответственно равны

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 4440 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}} = \frac{14,15^2}{0,18} = 1112 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{CA}^n = \frac{V_{CA}^2}{l_{CA}} = \frac{0}{0,18} = 0$$

– **Находим отрезки на плане ускорений**, соответствующие ускорениям \bar{a}_A^n и \bar{a}_{BA}^n , \bar{a}_{CA}^n . В пункте 3 принято

$$\mu_a = 88,8 \text{ мм}$$

$$ab' = a_{BA}^n \cdot \mu_a = 1112 \cdot 0,02 = 22,6 [\text{мм}];$$

$$ac' = a_{CA}^n \cdot \mu_a = 0 \cdot 0,02 = 0.$$

– **Выбираем полюс π** (рис. 8б).

– **Отложим от полюса π отрезок πa** в направлении вектора ускорения \bar{a}_A^n на рис. 6.

– **Из точки a проводим прямую**, параллельную A_0B_0 в направлении B_0 к A_0 . Так как A_0B_0 и A_0O вытянуты в одну линию, то отрезок ab' , изображающий ускорение \bar{a}_{BA}^n на плане ускорений, будет продолжением прямой πa .

– Далее в соответствии с уравнением (12) **из точки b' проводим прямую**, перпендикулярную ab' , т.е. перпендикулярную A_0B_0 .

– **Из полюса π проводим прямую**, параллельную OB_0 до пересечения с предыдущей прямой **в точке b** . Так как OA_0 и A_0B_0 вытянуты в одну линию OB_0 , точка пересечения b совпадает с точкой b' .

отрезок bb' вырождается в точку, т.е. $a_{BA}^{\tau} = 0$.

отрезок πb изображает ускорение \bar{a}_B .

– Далее в соответствии с уравнением (13) из точки a следует отложить отрезок ac' , соответствующий $\bar{a}_{c'a}^n$, но $\bar{a}_{c'a}^n = 0$, следовательно точки c' и a совпадают.

– Из точки c' проводим прямую, перпендикулярную A_0C_0 .

– Из полюса π проводим прямую, параллельную OC_0 до пересечения с предыдущей прямой в точке c :

отрезок πc изображает ускорение \bar{a}_c .

отрезок cc' изображает ускорение $\bar{a}_{c'a}^r$.

13. Замеряем отрезки на плане ускорений (рис. 8б)

$$\pi b = 111 \text{ мм}; b'b = 0; \pi c = 25 \text{ мм}; c'c = 93 \text{ мм}.$$

14. Вычисляем модули неизвестных ускорений.

$$a_b = \frac{\pi b}{\mu_a} = \frac{111}{0,02} = 5550 [\text{м/с}^2];$$

$$a_{b'a}^r = \frac{b'b}{\mu_a} = \frac{0}{0,02} = 0;$$

$$a_c = \frac{\pi c}{\mu_a} = \frac{25}{0,02} = 1150 [\text{м/с}^2];$$

$$a_{c'a}^r = \frac{c'c}{\mu_a} = \frac{93}{0,02} = 4650 [\text{м/с}^2].$$

15. Перенесем с плана ускорений (рис. 8б) на схему механизма (рис. 6) векторы, изображающие ускорения \bar{a}_B ; \bar{a}_C ; $\bar{a}_{c'a}^r$.

$$\bar{a}_B \parallel B_0O; \bar{a}_C \parallel C_0O; \bar{a}_{c'a}^r \perp C_0A_0.$$

13. Определим ускорения центров масс поршней и шатунов

а) Ускорения центров масс поршней равны ускорениям точек B и C ,

$$\bar{a}_{s_3} = \bar{a}_B; \bar{a}_{s_5} = \bar{a}_C.$$

б) Для определения ускорений центров масс шатунов:

– Определим отрезки по теореме подобия из формул (9)

$$as_2 = ab \cdot \frac{l_{AS_2}}{l_{AB}}; as_4 = ac \cdot \frac{l_{AS_4}}{l_{AC}}$$

при $\varphi_1 = 0^\circ$ соответственно

$$as_2 = 22,6 \cdot 0,333 = 7,5 \text{ мм}, as_4 = 94 \cdot 0,333 = 31,3 \text{ мм}.$$

– **Отложим** перечисленные **отрезки** на плане ускорений (рис. 8б).

– **Соединим точки** S_2 и S_4 с полюсом π , получим отрезки πs_2 , πs_4 . Отрезки πs_2 и πs_4 выражают соответственно ускорения \bar{a}_{s_2} и \bar{a}_{s_4} .

– **Замеряем отрезки** πs_2 и πs_4

$$\pi s_2 = 96 \text{ мм}; \quad \pi s_4 = 60 \text{ мм};$$

– **Вычисляем модули** ускорений центров масс шатунов

$$a_{s_2} = \frac{\pi s_2}{\mu_a} = \frac{96}{0,02} = 4880 \text{ [м/с}^2\text{]}$$

$$\bar{a}_{s_4} = \frac{\pi s_4}{\mu_a} = \frac{60}{0,02} = 3000 \text{ [м/с}^2\text{]}$$

– **Перенесем с плана ускорений** (рис. 8б) на схему механизма (рис. 6) векторы, изображающие ускорения \bar{a}_{s_2} и \bar{a}_{s_4} .

17. Определим угловые ускорения шатунов

Модули по формулам (17) при $\varphi_1 = 0^\circ$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{l_{BA}} = \frac{0}{0,18} = 0;$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{CA}^r}{l_{CA}} = \frac{4650}{0,18} = 25800 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right].$$

Направлено (рис. 6): угловое ускорение ε_4 вокруг полюса A_0 в сторону ускорения \bar{a}_{CA}^r , если на точку C_0 смотреть с полюса A_0 .

IV. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ

ЦЕЛЬ: определение усилий (реакций) в кинематических парах и уравновешивающей силы (уравновешивающего момента).

Силовой расчет проводится кинетостатическим методом.

4.1. Кинетостатический метод силового расчета

Кинетостатический метод определения сил **основан на принципе Даламбера**, согласно которому, если в любой момент времени, кроме фактически действующих активных сил и сил реакций, ко всем точкам системы приложить силы инерции, то система будет уравновешена и к ней применимы уравнения равновесия статики.

Обозначим:

\bar{F}^e - внешняя сила;

$\bar{\Phi}_{Si}$ - главный вектор сил инерции i -того звена, приведенный к центру масс Si этого звена;

M_{Si}^ϕ - главный момент (алгебраический) сил инерции i -того звена относительно оси, проходящей через центр масс Si этого звена;

$M_{Si}(\bar{F}_k^e)$ - момент внешней силы относительно оси, проходящей через центр масс Si звена, на которое действует сила.

$M_{Si}(\bar{\Phi}_{Si})$ - момент главного вектора сил инерции i -того звена, относительно си, проходящей через центр масс этого звена.

На плоский механизм действует **плоская система сил**, проходящей и для нее **уравнения кинетостатического равновесия** имеют вид

$$\begin{aligned}\sum \bar{F}_k^e + \sum \bar{\Phi}_{Si} &= 0 \\ \sum M_{Si}(\bar{F}_k^e) + \sum M_{Si}(\bar{\Phi}_{Si}) + \sum M_{Si}^\phi &= 0\end{aligned}$$

Силовой расчет кинетостатическим методом можно проводить графическим или аналитическим способом.

В данной работе рассматривается выполнение расчета графическим способом, как наиболее наглядным и доступным для студентов ИДО.

4.2. Внешние силы, действующие на механизм

4.2.1. Определение веса поршней и шатунов

Масса поршней и шатунов определяются по рекомендациям, применяемым в автотракторной промышленности, через площадь поршня F_{Π} [см²]

$$\begin{aligned} \text{Масса поршней} & m_3 = m_5 = (10 \div 15) F_{\Pi} \cdot 10^{-3} [\text{кг}] \\ \text{Масса шатунов} & m_2 = m_4 = (12 \div 20) F_{\Pi} \cdot 10^{-3} [\text{кг}] \end{aligned} \quad (4)$$

Площадь поршня определяется по формуле $F_{\Pi} = \frac{\pi D_{\Pi}^2}{4}$,

где D_{Π} - диаметр поршня в [см].

В нашем примере диаметр поршня $D_{\Pi} = 95 \text{ мм} = 9,5 \text{ см}$

$$F_{\Pi} = \frac{\pi D_{\Pi}^2}{4} = \frac{\pi \cdot 9,5^2}{4} = 71 \text{ см}^2$$

Примем

$$m_3 = m_5 = 13 \cdot F_{\Pi} \cdot 10^{-3}, \quad m_2 = m_4 = 16 \cdot F_{\Pi} \cdot 10^{-3}$$

Получаем

$$\text{Масса поршней } m_3 = m_5 = 13 \cdot 71 \cdot 10^{-3} = 0,923 [\text{кг}],$$

$$\text{Масса шатунов } m_2 = m_4 = 16 \cdot 71 \cdot 10^{-3} = 1,14 [\text{кг}]$$

4.2.2. Определение моментов инерции шатунов

Моменты инерции шатунов $I_{S_2} = I_{S_4}$ относительно центров масс определяются по приближенной формуле, полученной из механики по известной теореме Гюйгенса-Штайнера относительно параллельных осей

$$I_{S_2} = I_{S_4} \approx \frac{G_2}{g} l^2 \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{l_{AS_2}}{l_{AB}} \right)^2 \right] [\text{кгм}^2] \quad (5)$$

$l = l_{AB} = l_{AC}$ - длина шатуна в [м]

$m_2 = m_4$ - массы шатунов в [Н]

Для данного примера $l = l_{AB} = l_{AC} = 0,18 \text{ м}$; $\frac{l_{AS_2}}{l_{AB}} = \frac{l_{AS_4}}{l_{AC}} = 0,33$

Моменты инерций шатунов

$$I_{S_2} = I_{S_4} = 1,14 \cdot 0,18^2 \left[\frac{1}{3} - (0,33)^2 \right] = 8,41 \cdot 10^{-3} [\text{кг} \cdot \text{м}^2];$$

4.2.3. Массы и моменты инерции звеньев относительно осей, проведенных через центры масс звеньев

Звенья	Моменты инерции $[кг \cdot м^2]$
Звено 1 – невесомый тонкий стержень	$I_{S1} = 0$
Звено 2 – тонкий стержень	$I_{S2} = 8,41 \cdot 10^{-3}$
Звено 3 – поступательное движение	$I_{S3} = 0$
Звено 4 – тонкий стержень	$I_{S4} = 8,41 \cdot 10^{-3}$
Звено 5 – поступательное движение	$I_{S5} = 0$

4.2.4. Силы, действующие на поршни

Сила, действующая на поршень, определяется по формуле

$$P_i = p_i \cdot F_{\Pi}$$

p_i - задано, F_{Π} подсчитано в 4.1.1.

$$P_3 = 13,050 \cdot 71 = 923[\text{Н}];$$

$$P_5 = 0,575 \cdot 71 = 40,7[\text{Н}].$$

4.2.5. Силы тяжести звеньев

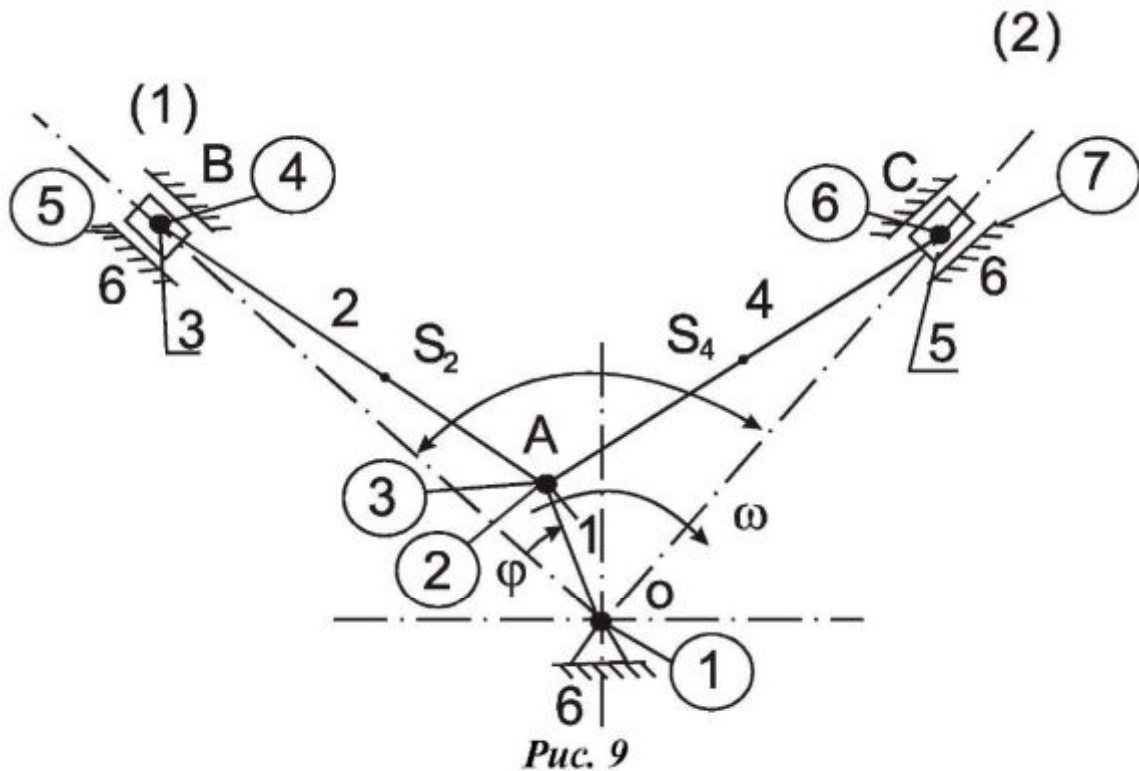
Силы тяжести поршней и шатунов определены в 4.1.1.

$$G_3 = G_5 = m_3 \cdot g = 0,923 \cdot 9,81 \approx 9,23[\text{Н}];$$

$$G_2 = G_4 = m_2 \cdot g = 1,14 \cdot 9,81 \approx 11,4[\text{Н}];$$

$$g = 9,81 \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right] - \text{ускорение силы тяжести.}$$

Сила тяжести кривошипа, массой которого пренебрегаем, $G_1 = 0$



4.2.6. Силы реакции (усилия) во внешних кинематических парах

Кинематические пары механизма и внешние и внутренние представлены на рис. 9.

Силы реакции (усилия) в кинематических парах раскладываем на составляющие: вдоль стержня - \bar{F}^n и перпендикулярно стержню звена \bar{F}^τ .

Тогда имеем

$$\bar{F}_{61} = \bar{F}_{61}^n + \bar{F}_{61}^\tau \quad \text{- в шарнирной кинематической паре 1 (в шарнире 0)}$$

$$\bar{F}_{65} = \bar{F}_{65}^- \quad \text{- в поступательной кинематической паре 5.}$$

$$\bar{F}_{67} = \bar{F}_{67}^+ \quad \text{- в поступательной кинематической паре 7.}$$

4.3. Внутренние силы реакции

Усилия во внутренних кинематических парах возникают согласно закону равенства действия и противодействия, т.е. попарно равные по модулю, направленные по одной прямой в противоположные стороны.

Раскладывая на составляющие, будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_{54}^n &= -\bar{F}_{45}^n \\ \bar{F}_{54}^\tau &= -\bar{F}_{45}^\tau \end{aligned} \right\} \text{ в кинематической паре 6 (в шарнире C)}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_{41}^n &= -\bar{F}_{14}^n \\ \bar{F}_{41}^\tau &= -\bar{F}_{14}^\tau \end{aligned} \right\} \text{в кинематической паре 3 (в шарнире } A)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_{32}^n &= -\bar{F}_{23}^n \\ \bar{F}_{32}^\tau &= -\bar{F}_{23}^\tau \end{aligned} \right\} \text{в кинематической паре 4 (в шарнире } B)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_{21}^n &= -\bar{F}_{12}^n \\ \bar{F}_{21}^\tau &= -\bar{F}_{12}^\tau \end{aligned} \right\} \text{в кинематической паре 2 (в шарнире } A)$$

4.4. Определение векторов сил инерции и главных моментов сил инерции звеньев

Формулы определения	Модули
Звено 1 – невесомое, вращается вокруг центра O $\bar{\Phi}_{S1} = -m_1 \cdot \bar{a}_{S1},$ $M_{S1}^\Phi = -I_{S1} \cdot \varepsilon_1$	$\left. \begin{aligned} \Phi_{S1} &= 0 \\ M_{S1}^\Phi &= 0 \end{aligned} \right\}, \text{ так как } m_1 = 0$
Звено 2 – плоскопараллельное движение; центр масс – S_2 ; $\bar{\Phi}_{S2} = -m_2 \cdot \bar{a}_{S2},$ $M_{S2}^\Phi = -I_{S2} \cdot \varepsilon_2$	$\left. \begin{aligned} \Phi_{S2} &= 1,14 \cdot 3400 = 3950[\text{Н}] \\ M_{S1}^\Phi &= 8,41 \cdot 10^{-3} \cdot 20300 = 171[\text{Нм}] \end{aligned} \right\}$
Звено 3 – поступательное движение $\bar{\Phi}_{S3} = -m_3 \cdot \bar{a}_{S3},$ $M_{S3}^\Phi = -I_{S3} \cdot \varepsilon_3$	$\left. \begin{aligned} \Phi_{S3} &= 0,923 \cdot 2150 = 2020[\text{Н}] \\ M_{S1}^\Phi &= 0, \text{ так как } \varepsilon_3 = 0 \end{aligned} \right\}$
Звено 4 – плоскопараллельное движение; центр масс – S_4 ; $\bar{\Phi}_{S4} = -m_4 \cdot \bar{a}_{S4},$ $M_{S4}^\Phi = -I_{S4} \cdot \varepsilon_4$	$\left. \begin{aligned} \Phi_{S4} &= 1,14 \cdot 4100 = 4760[\text{Н}] \\ M_{S4}^\Phi &= 8,41 \cdot 10^{-3} \cdot 13600 = 114,5[\text{Нм}] \end{aligned} \right\}$
Звено 5 – поступательное движение $\bar{\Phi}_{S5} = -m_5 \cdot \bar{a}_{S5},$ $M_{S5}^\Phi = -I_{S5} \cdot \varepsilon_5$	$\left. \begin{aligned} \Phi_{S5} &= 0,923 \cdot 3950 = 3645[\text{Н}] \\ M_{S5}^\Phi &= 0, \text{ так как } \varepsilon_5 = 0 \end{aligned} \right\}$

НАПРАВЛЕНИЯ:

ГЛАВНЫЕ ВЕКТОРЫ СИЛ ИНЕРЦИИ направлены противоположно ускорениям центров масс, на что указывает знак минус в формулах определения.

ГЛАВНЫЕ МОМЕНТЫ СИЛ ИНЕРЦИИ направлены противоположно угловым ускорениям, о чем свидетельствует знак минус в формулах определения.

4.5. Определение реакций в кинематических парах кинетостатическим способом

При сложении векторов сил плоской системы – силовой многоугольник – замкнутый при равновесии является плоским, поэтому его можно строить на бумаге, т.е. проводить сложение графически.

Так как требуется определить усилия во внутренних кинематических парах (реакции во внутренних связях), то силовой расчет производится по диадам, начиная с дальней и заканчивая ведущим звеном, а при необходимости и по отдельным звеньям.

В данном случае механизм состоит из кривошипа 1, диад 2-3 и 4-5. Начнем расчет с диады 2-3.

4.5.1. Силовой расчет диады 2-3

1. **Изобразим диаду 2 - 3** в прежнем масштабе длин

$$\mu_l = 667 \frac{\text{мм}}{\text{м}} \text{ на рис. 10а.}$$

2. **Покажем все силы**, действующие на диаду, в точках их приложения:

- силу давления газов на поршень \bar{P}_3 ;
- силы тяжести \bar{G}_2 и \bar{G}_3 ;
- силу реакции \bar{F}_{63} , действующую со стороны стойки 6 на поршень 3, направленную перпендикулярно направляющим стойки, т.е. перпендикулярно BO на рис. 9;
- силу реакции в кинематической паре 2 на рис. 9. В точке A неизвестную реакцию \bar{F}_{12} , действующую со стороны кривошипа 1 на шатун 2, разложим на 2 составляющие – нормальную \bar{F}_{12}^n , направленную вдоль шатуна AB , и касательную \bar{F}_{12}^t , перпендикулярную AB . В какую сторону направлены эти силы нам неизвестно, поэтому направлением стрелок можно задаваться произвольно. $\bar{F}_{12} = \bar{F}_{12}^n + \bar{F}_{12}^t$.

3. **Приложим силы инерции:**

- главные векторы сил инерции $\bar{\Phi}_{S2}$ и $\bar{\Phi}_{S3}$, направленные противоположно ускорениям $\bar{a}_{S3} = \bar{a}_B$ и \bar{a}_{S4} .
- главный момент сил инерции M_{S2}^Φ , направленный противоположно угловому ускорению ε_2 . На рис. 10а все ускорения показаны пунктиром.

НЕИЗВЕСТНЫЕ: \bar{F}_{63} ; \bar{F}_{12}^n ; \bar{F}_{12}^τ .

4. **Найдем касательную составляющую \bar{F}_{12}^τ** , для чего составим 1^{ое} уравнение – уравнение суммы моментов всех сил, действующих на диаду 2-3, относительно точки B (рис. 10а)

$$\sum M_B(\bar{F}_k^e) + \sum M_B(\bar{\Phi}_k) = 0$$
$$- F_{12}^\tau \cdot \frac{AB}{\mu_l} - G_2 \cdot \frac{h_2}{\mu_l} + \Phi_{S2} \cdot \frac{h_2'}{\mu_l} + M_{S2}^\Phi = 0$$

отсюда

$$F_{12}^\tau = \frac{M_{S2}^\Phi \cdot \mu_l + \Phi_{S2} \cdot h_2' - G_2 \cdot h_2}{AB}$$

Замеряем на рис. 10а плечи

$$h_2 = 66 \text{ мм}, \quad h_2' = 65 \text{ мм}, \quad AB = 120 \text{ мм}.$$

Вычисляем

$$F_{12}^\tau = \frac{171 \cdot 667 + 3950 \cdot 65 - 1,14 \cdot 66}{120} = + 3090 [\text{Н}]$$

Сила получилась положительной, следовательно, направление ее выбрано правильно, т.е. направление \bar{F}_{12}^τ совпадает с направлением, изображенным на рис. 10а.

5. **Найдем нормальную составляющую \bar{F}_{12}^n и реакцию \bar{F}_{63}** со стороны стойки.

Составим 2^{ое} уравнение – уравнение суммы векторов сил для диады 2-3 (рис. 10а).

$$\sum \bar{F}_k^e + \sum \bar{\Phi}_k = 0$$
$$\underline{\bar{F}_{12}^n} + \underline{\bar{F}_{12}^\tau} + \underline{\bar{G}_2} + \underline{\bar{\Phi}_{S2}} + \underline{\bar{G}_3} + \underline{\bar{\Phi}_{S3}} + \underline{\bar{P}_3} + \underline{\bar{F}_{63}} = 0.$$

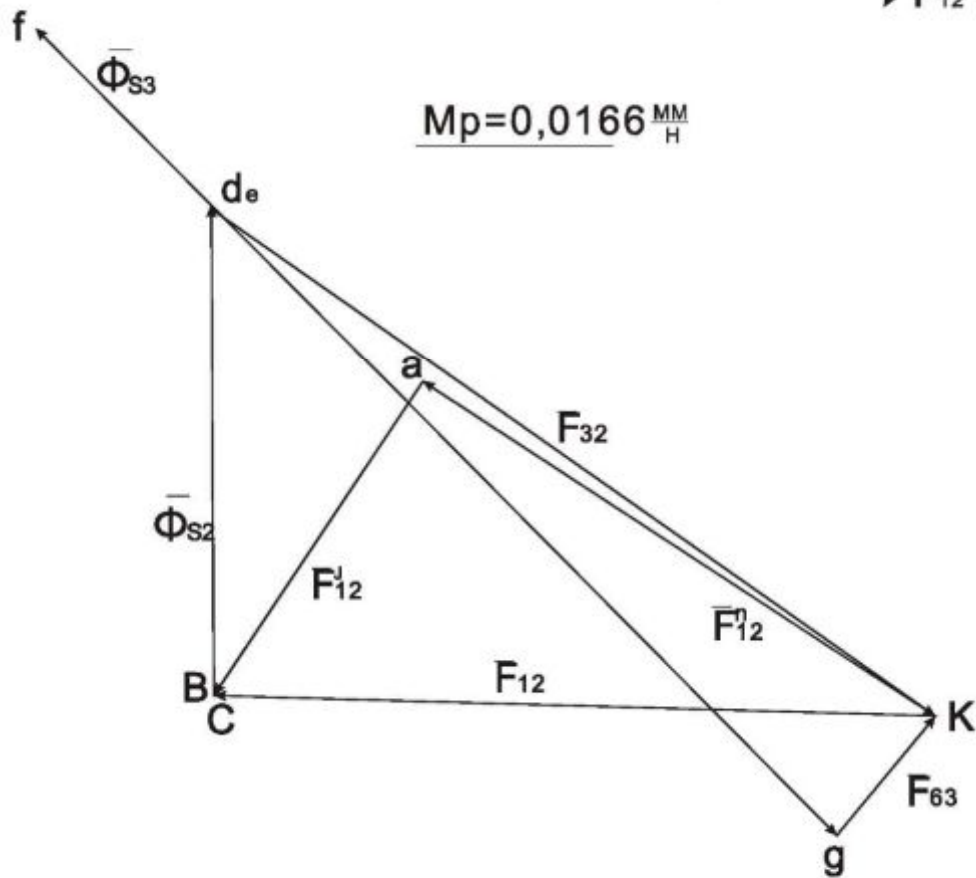
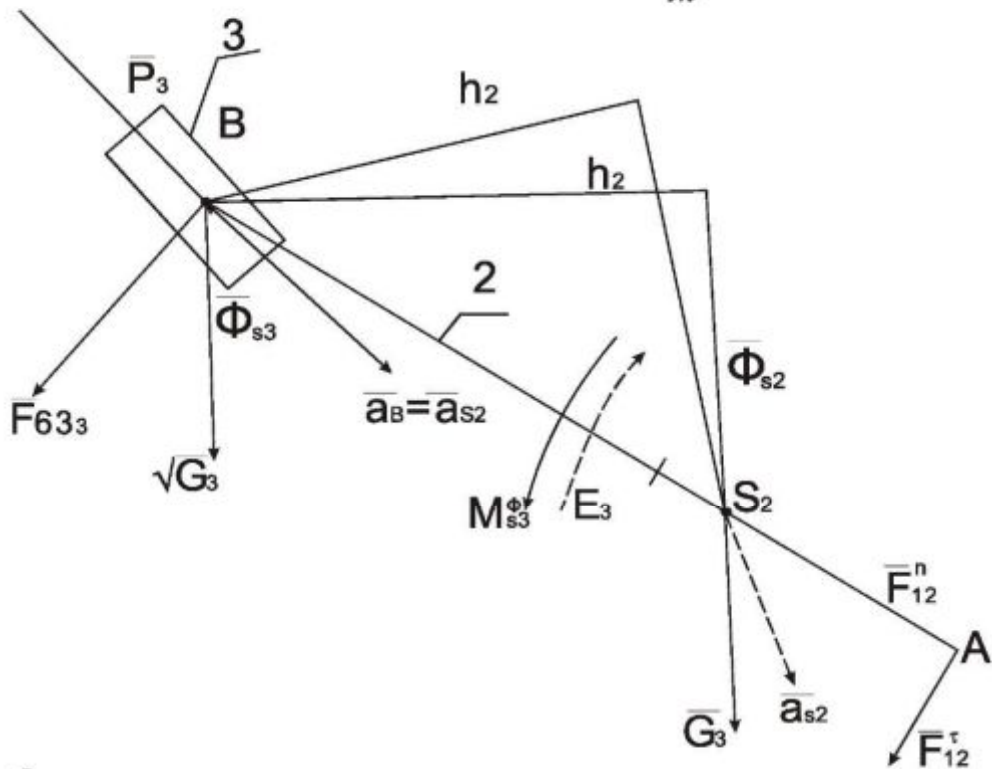
В этом уравнении неизвестны величины сил \bar{F}_{12}^n и \bar{F}_{63} .

По этому уравнению строится векторный многоугольник сил.

6. **Выберем масштаб построения векторного многоугольника сил.** Пусть наибольшей силе $P_3 = 9230 \text{ Н}$ соответствует отрезок $fg = 154 \text{ мм}$. Тогда масштаб построения многоугольника сил будет равен

$$\mu_F = \frac{fg}{P_3} = \frac{154}{923} = 0,0166 \frac{\text{мм}}{\text{Н}}$$

ДИАДА 2-3 $\mu_t = 667 \frac{MM}{M}$



$M_p = 0,0166 \frac{MM}{H}$

Рис. 10 Силовой расчет диады 2-3

Отрезки векторного многоугольника, соответствующие различным известным силам, будут равны

$$\begin{aligned}
 ab &= F_{12}^r \cdot \mu_F = 3090 \cdot 0,0166 = 51,5 \text{ мм}, \\
 cd &= \Phi_{S2} \cdot \mu_F = 3950 \cdot 0,0166 = 65,8 \text{ мм}, \\
 ef &= \Phi_{S3} \cdot \mu_F = 2020 \cdot 0,0166 = 33,7 \text{ мм}, \\
 bc &= G_2 \cdot \mu_F = 1,140 \cdot 0,0166 = 0,19 \text{ мм}, \\
 de &= G_3 \cdot \mu_F = 9,23 \cdot 0,0166 = 0,15 \text{ мм}, \\
 fg &= 154 \text{ мм}
 \end{aligned}$$

7. Построим векторный многоугольник сил для диады 2-3 на рис. 10б согласно уравнению сил:

- Из точки *a* откладываем отрезок *ab* в направлении силы \overline{F}_{12}^r , так как это направление получилось действительным;
- От точки *b* откладываем отрезок *bc* в направлении силы тяжести \overline{G}_2 . Практически он вырождается в точку;
- От точки *c* откладываем отрезок *cd* в направлении силы $\overline{\Phi}_{S2}$;
- От точки *d* откладываем отрезок *de* в направлении силы тяжести \overline{G}_3 . Практически он вырождается в точку;
- От точки *e* откладываем отрезок *ef* в направлении силы $\overline{\Phi}_{S3}$;
- От точки *f* откладываем отрезок *fg* в направлении силы \overline{P}_3 ;
- Из точки *g* проводим прямую, перпендикулярную направляющей стойки, - направление \overline{F}_{63} ;
- Из точки *a* проводим прямую, параллельную *AB*, - направление \overline{F}_{12}^n до пересечения с предыдущей прямой в точке *k*. В точке пересечения *k* векторный многоугольник замкнется.

8. Находим направление неизвестных сил, для чего расставим стрелки векторов \overline{F}_{63} , \overline{F}_{12}^n так, чтобы все силы следовали одна за другой, т.е. многоугольник векторов сил замкнулся.

Из построения векторного многоугольника видно, что направление силы \overline{F}_{63} противоположно ранее выбранному.

Силы веса \bar{G}_2 и \bar{G}_3 , входящие в уравнение, малы, поэтому соответствующие им отрезки bc и de выродились в точки.

9. Находим модули неизвестных сил:

- измеряем $ak = 80\text{мм}, gk = 21\text{мм}$;
- вычисляем

$$F_{12}^n = \frac{ak}{\mu_p} = \frac{80}{0,0166} = 4819[\text{Н}]$$

$$F_{63} = \frac{gk}{\mu_p} = \frac{21}{0,0166} = 1260[\text{Н}].$$

10. Находим полную реакцию в шарнире A – в кинематической паре 2.

$$\bar{F}_{12} = \bar{F}_{12}^{\tau} + \bar{F}_{12}^n,$$

поэтому соединим точку k с точкой c .

Отрезок kc соответствует полной реакции \bar{F}_{12} .

Замеряем $kc = 98\text{мм}$.

$$\text{Вычисляем } F_{12} = \frac{kc}{\mu_p} = \frac{98}{0,0166} = 5880[\text{Н}].$$

11. Найдем реакцию внутренней кинематической пары ④

$\bar{F}_{32} = -\bar{F}_{23}$ в точке B (рис. 11).

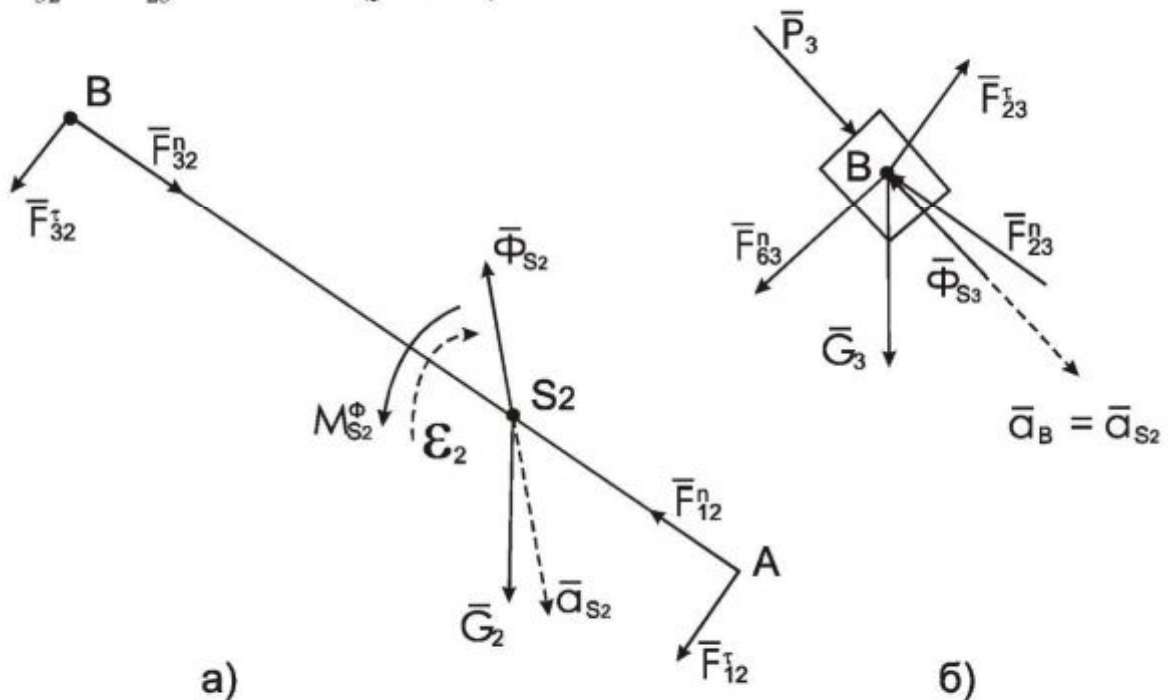


Рис. 11. Определение реакции кинематической пары ④

- Разделим диаду по внутренней кинематической паре по шарниру B . Схема нагружения звена 2 показана на рис. 11а. Реакция в точке B показана в виде двух составляющих

$$\bar{F}_{32} = \bar{F}_{32}^n + \bar{F}_{32}^\tau$$

Схема нагружения звена 3 показана на рис. 11б. В точке B согласно закону равенства действия и противодействия имеем реакции

$$\bar{F}_{23}^n = -\bar{F}_{32}^n; \quad \bar{F}_{23}^\tau = -\bar{F}_{32}^\tau.$$

- Составим уравнение суммы всех сил, действующих на звено 3 (рис. 11а).

$$\sum \bar{F}_k = 0;$$

$$\bar{F}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{\Phi}_{S2} + \bar{F}_{32} = 0$$

Из уравнения следует, что для определения реакции \bar{F}_{32} необходимо на многоугольнике сил (рис. 10б) соединить точку e с точкой k и направить вектор \bar{F}_{32} в точку k .

- Найдем модуль силы \bar{F}_{32} :

замеряем $ek = 120 \text{ мм}$

$$\text{вычисляем } \bar{F}_{32} = \frac{ek}{\mu_p} = \frac{120}{0,0166} = 7280 \text{ Н.}$$

12. Сила \bar{F}_{32} , действующая на поршень, равна по величине \bar{F}_{32} и направлена ей противоположно.

4.5.2. Силовой расчет диады 4-5

Силовой расчет диады 4-5 производится точно также как диады 2-3.

1. Изобразим диаду 4-5 в прежнем масштабе длин

$$\mu_l = 667 \frac{\text{мм}}{\text{м}} \text{ на рис. 12а.}$$

2. Покажем все силы, действующие на диаду, в точках их приложения:

- силу давления газов на поршень \bar{P}_5 ;
- силы тяжести \bar{G}_4 и \bar{G}_5 ;
- силу реакции \bar{F}_{65} , действующую со стороны стойки 6 на поршень 5, направленную перпендикулярно направляющим стойки, т.е. перпендикулярно CO на рис. 9;

- силу реакции в кинематической паре 3. В точке A неизвестную реакцию разложим на составляющие $\bar{F}_{14} = \bar{F}_{14}^n + \bar{F}_{14}^r$, где \bar{F}_{14}^n направлена вдоль шатуна AC , а \bar{F}_{14}^r направлена перпендикулярно шатуну AC .

3. Приложим силы инерции:

- главные векторы сил инерции $\bar{\Phi}_{S4}$ и $\bar{\Phi}_{S5}$, направленные противоположно ускорениям \bar{a}_{S4} и $\bar{a}_{S5} = \bar{a}_C$;
- главный момент сил инерции M_{S4}^Φ , направленный противоположно угловому ускорению ε_4 . На рис. 12а все ускорения показаны пунктиром.

НЕИЗВЕСТНЫЕ: \bar{F}_{65} ; \bar{F}_{14}^n ; \bar{F}_{14}^r .

- ### 4. Найдем касательную составляющую \bar{F}_{14}^r , для чего составим 1^{ое} уравнение – уравнение суммы моментов всех сил, действующих на диаду 4-5, относительно точки C (рис. 12а)

$$\sum M_C(\bar{F}_k) + \sum M_C(\bar{\Phi}_k) = 0$$

$$-F_{14}^r \cdot \frac{CA}{\mu_l} - G_4 \cdot \frac{h_4}{\mu_l} + \Phi_{S4} \cdot \frac{h_4}{\mu_l} + M_{S4}^\Phi = 0$$

отсюда

$$F_{14}^r = \frac{M_{S4}^\Phi \cdot \mu_l + \Phi_{S4} \cdot h_4 - G_4 \cdot h_4}{CA}$$

Замеряем

$$h_4 = 43 \text{ мм}, \quad h_4 = 64 \text{ мм}, \quad CA = 120 \text{ мм}.$$

Вычисляем

$$F_{14}^r = \frac{114,1 \cdot 667 + 4760 \cdot 43 - 1,14 \cdot 64}{120} = +2330 \text{ Н}.$$

Сила получилась положительной, следовательно, направление ее совпадает с направлением, изображенным на рис. 12а.

5. **Найдем нормальную составляющую \bar{F}_{14}^n и реакцию \bar{F}_{65} со стороны стойки.**

Составим 2^{ое} уравнение – уравнение суммы векторов сил, действующих на диаду.

$$\sum \bar{F}_k^\ell + \sum \bar{\Phi}_k = 0$$

$$\underline{\bar{F}_{14}^n} + \underline{\bar{F}_{14}^\tau} + \underline{\bar{G}_4} + \underline{\bar{\Phi}_{S4}} + \underline{\bar{G}_5} + \underline{\bar{\Phi}_{S5}} + \underline{\bar{P}_5} + \underline{\bar{F}_{65}} = 0.$$

Неизвестные по величине силы \bar{F}_{14}^n и \bar{F}_{65} найдем путем построения векторного многоугольника сил.

6. **Выбираем масштаб построения векторного многоугольника сил.**

Проведем построение в масштабе $\mu_F = 0,02 \left[\frac{\text{мм}}{\text{Н}} \right]$

Отрезки векторного многоугольника, соответствующие известным силам, будут равны,

$$ab = F_{14}^\tau \cdot \mu_F = 2330 \cdot 0,02 = 46,6[\text{мм}],$$

$$cd = \Phi_{S4} \cdot \mu_F = 4760 \cdot 0,02 = 95,5[\text{мм}],$$

$$ef = \Phi_{S5} \cdot \mu_F = 3710 \cdot 0,02 = 74,2[\text{мм}],$$

$$bc = G_4 \cdot \mu_F = 1,14 \cdot 0,02 = 0,228[\text{мм}],$$

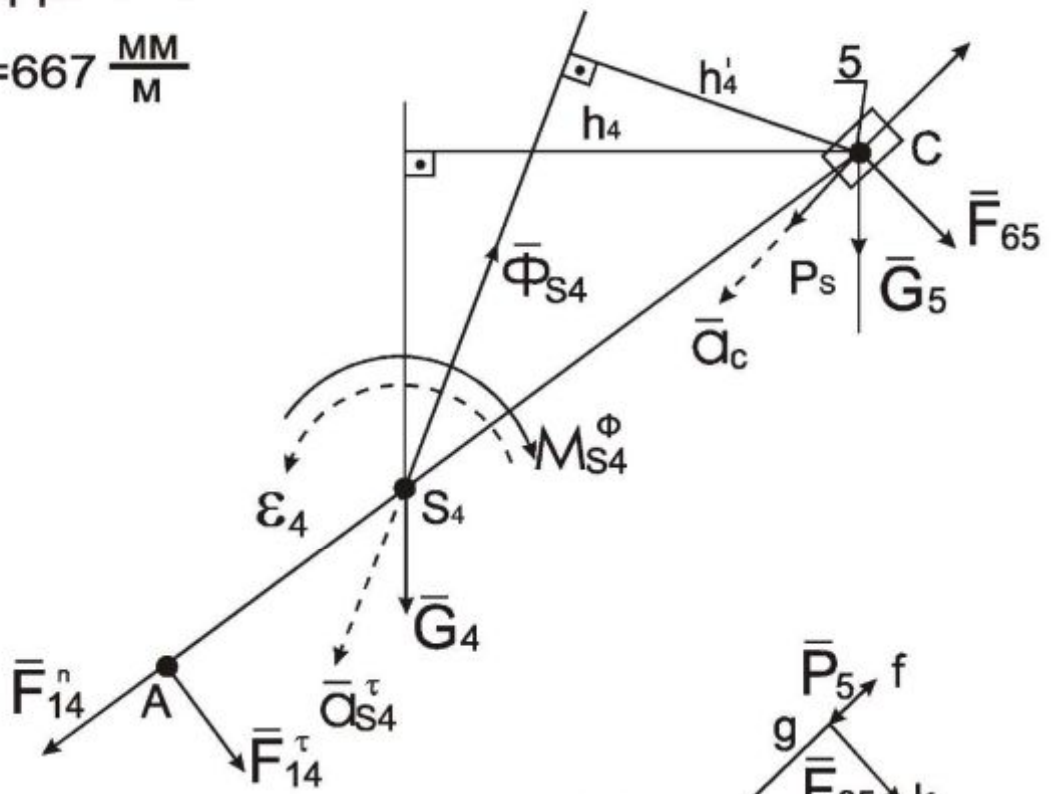
$$de = G_5 \cdot \mu_F = 9,23 \cdot 0,02 = 0,185[\text{мм}],$$

$$fg = 5 \cdot \mu_F = 407 \cdot 0,02 = 8,15[\text{мм}]$$

Диада 4 -5

$$\mu_e = 667 \frac{\text{MM}}{\text{M}}$$

a)



$$\mu_p = 0.02 \frac{\text{MM}}{\text{M}}$$

b)

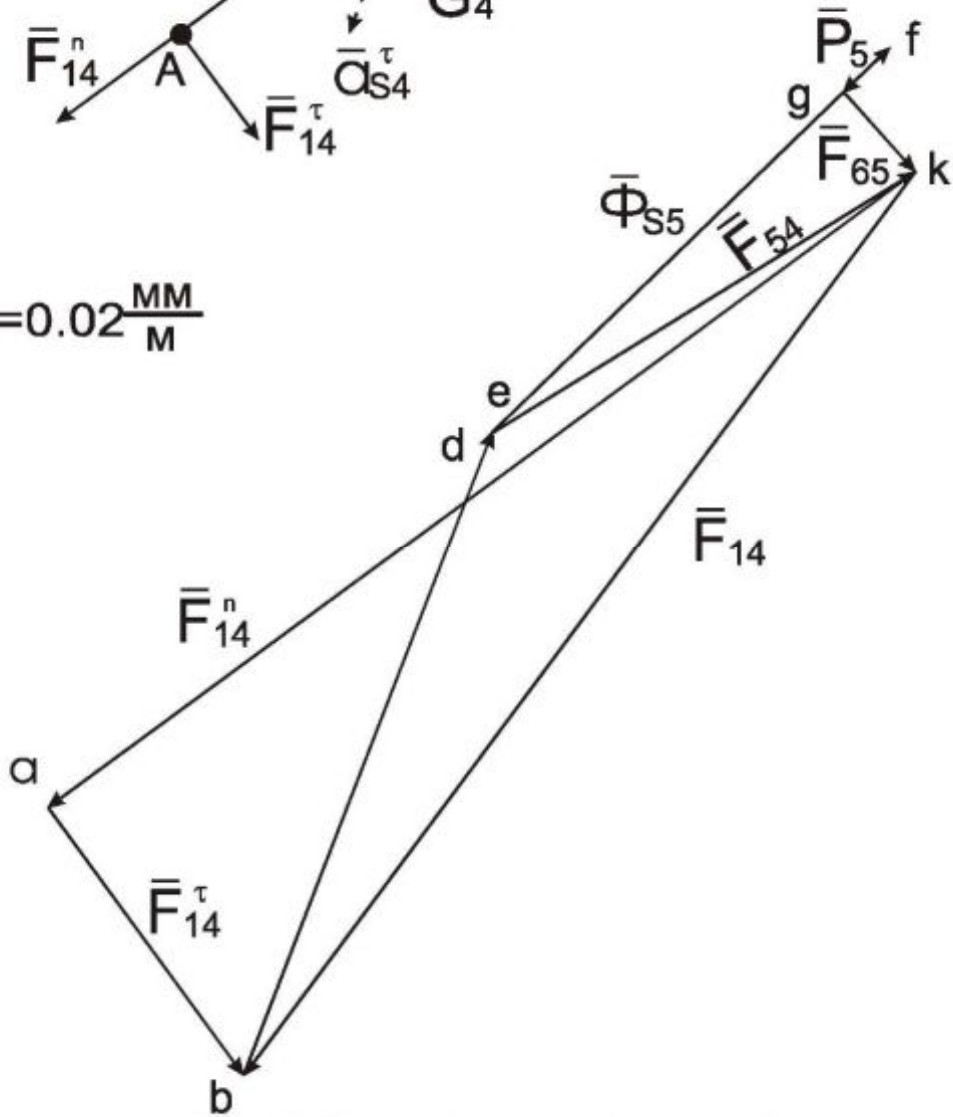


Рис. 12 Силовой расчет диады 4-5

7. Построим векторный многоугольник сил на рис. 12б согласно уравнению сил.

- Из точки a откладываем отрезок ab в направлении силы \overline{F}_{12}^{τ} , так как это направление получилось действительным.
- От точки b откладываем отрезок bc в направлении силы тяжести \overline{G}_4 . Практически он вырождается в точку.
- От точки c откладываем отрезок cd в направлении силы $\overline{\Phi}_{S4}$.
- От точки d откладываем отрезок de в направлении силы тяжести \overline{G}_5 . Практически он вырождается в точку.
- От точки e откладываем отрезок ef в направлении силы $\overline{\Phi}_{S5}$.
- От точки f откладываем отрезок fg в направлении силы \overline{P}_5 ;
- Из точки g проводим прямую, перпендикулярную направляющей стойки (направление силы \overline{F}_{65});
- Из точки a проводим прямую, параллельную AC (направление силы \overline{F}_{12}^n) до пересечения с предыдущей линией в точке k .

8. Найдем направление неизвестных сил, для чего расставим стрелки векторов \overline{F}_{12}^n и \overline{F}_{65} так, чтобы многоугольник векторов сил замкнулся, т.е. чтобы все силы следовали одна за другой, как показано на рис. 12б.

9. Полной реакции \overline{F}_{14} соответствует отрезок kc , согласно уравнению $\overline{F}_{14} = \overline{F}_{14}^n + \overline{F}_{14}^{\tau}$.

10. Находим модули неизвестных сил:

замеряем $ck = 155 \text{ мм}$, $gk = 16 \text{ мм}$;

вычисляем

$$F_{14} = \frac{ck}{\mu_F} = \frac{155}{0,02} = 7550 \text{ Н}$$

$$F_{65} = \frac{gk}{\mu_F} = \frac{16}{0,02} = 80 \text{ Н}.$$

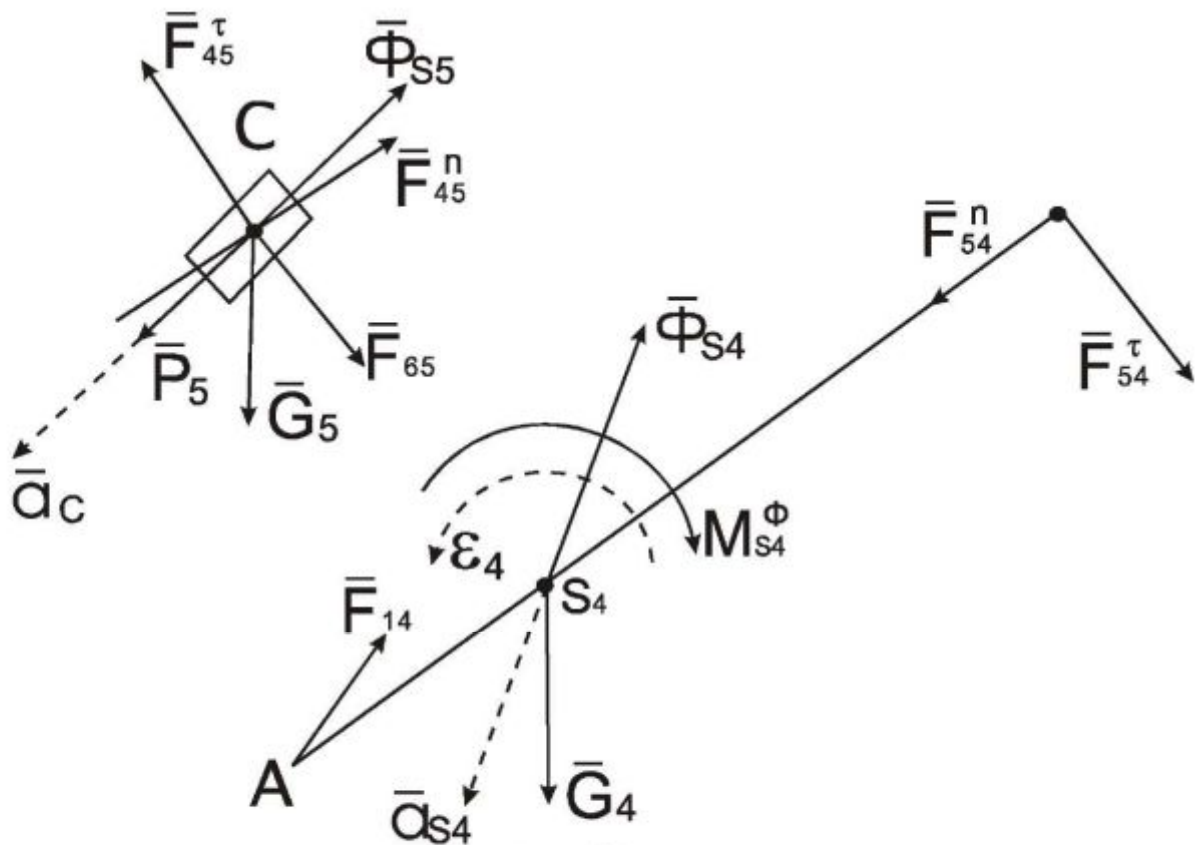


Рис. 13

4.5.3. Силовой расчет механизма I^{ого} класса.

1. Изобразим кривошип в том же масштабе длин на рис. 14а.
2. Покажем силы, действующие на кривошип.

При установившемся режиме работы на кривошип в нашем примере действуют следующие силы:

$\bar{F}_{21} = -\bar{F}_{12}$ - сила со стороны шатуна 2, направленная противоположно силе \bar{F}_{12} , найденной при расчете диады 2-3.

$\bar{F}_{41} = -\bar{F}_{14}$ - сила со стороны шатуна 4, направленная противоположно силе \bar{F}_{14} , найденной при расчете диады 4-5.

\bar{F}_{61} - сила со стороны стойки. Неизвестная ни по величине ни по направлению. Покажем ее произвольно.

Силу тяжести, которую ввиду малости по сравнению, например, с силой $\bar{F}_{41} = 7750\text{Н}$ не учитываем;

\bar{F}_y - уравновешивающая сила, направленная перпендикулярно кривошипу в сторону пока неизвестную.

3. Запишем два уравнения кинетостатического равновесия

$$\sum M_0(\bar{F}_k^\ell) + \sum M_0(\bar{\Phi}_k) = 0$$

$$\sum \bar{F}_k^f + \sum \bar{\Phi}_k = 0$$

4. Найдем уравновешивающую силу.

Составим 1^{ое} уравнение – уравнение суммы моментов сил относительно точки O .

$$\sum M_o(\bar{F}_k^f) + \sum M_o(\bar{\Phi}_k) = 0$$

$$F_y \cdot OA - F_{21} \cdot h_{21} - F_{41} \cdot h_{41} = 0$$

отсюда

$$F_y = \frac{F_{21} \cdot h_{21} + F_{41} \cdot h_{41}}{OA}$$

На чертеже (рис. 14а) измеряем $h_{21} = 31\text{мм}$, $h_{41} = 14\text{мм}$, $OA = 30\text{мм}$.

$$\text{Вычисляем } F_y = \frac{5820 \cdot 31 + 7750 \cdot 14}{30} = 9630\text{Н}.$$

Кривошип 1

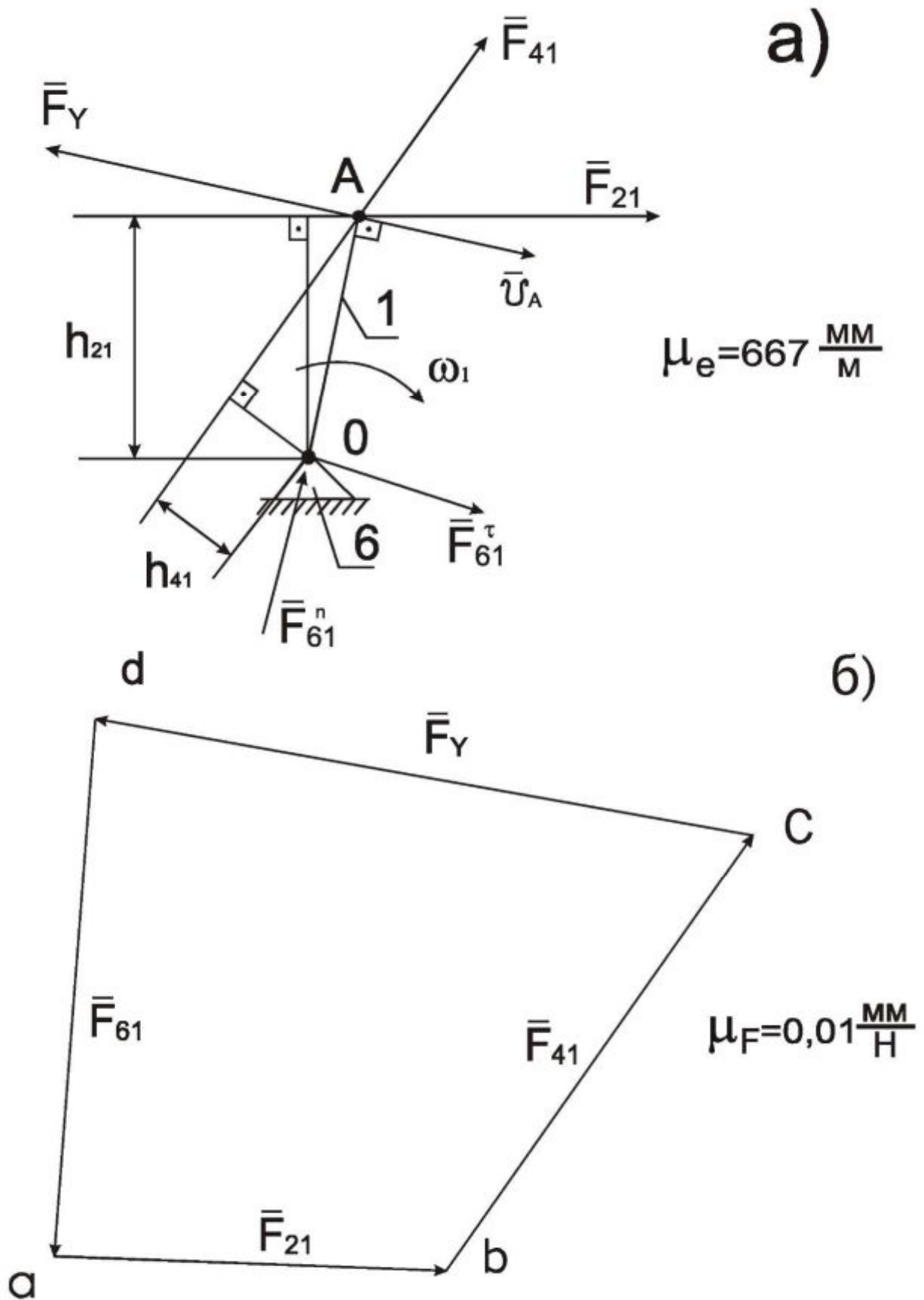


Рис. 14 Силовой расчет кривошипа

5. Находим полную реакцию со стороны стойки.

Составим 2^{ое} уравнение – векторную сумму сил.

$$\sum \bar{F}_k + \sum \bar{\Phi}_k = 0$$

$$\underline{\bar{F}_{21}} + \underline{\bar{F}_{41}} + \underline{\bar{F}_Y} + \bar{F}_{61} = 0$$

На рис. 14а сила \bar{F}_{61} представлена в виде суммы

$$\bar{F}_{61} = \bar{F}_{61}^n + \bar{F}_{61}^t.$$

6. Неизвестная сила \bar{F}_{61} находится путем построения силового многоугольника.

Векторный многоугольник строим в масштабе сил $\mu_F = 0,01 \frac{\text{мм}}{\text{Н}}$

Отрезки векторного многоугольника, соответствующие известным силам будут равны

$$ab = F_{12} \cdot \mu_F = 5880 \cdot 0,01 = 58,8 \text{ мм},$$

$$bc = F_{41} \cdot \mu_F = 7550 \cdot 0,01 = 75,5 \text{ мм},$$

$$cd = F_y \cdot \mu_F = 9760 \cdot 0,01 = 97,6 \text{ мм}$$

7. Строим векторный многоугольник сил на рис. 14б:

– **выбираем точку a ,**

– **из точки a откладываем отрезок ab в направлении силы \bar{F}_{21} на рис. 14а;**

– **из точки b откладываем отрезок bc в направлении силы \bar{F}_{41} ;**

– **из точки c откладываем отрезок cd в направлении уравновешивающей силы \bar{F}_y ;**

– **отрезок, соответствующий неизвестной силе \bar{F}_{61} , согласно векторному уравнению должен из точки d прийти в точку a (чтобы многоугольник сил был замкнут).**

– **расставляем стрелки векторов сил.**

8. Замыкающий вектор da определяет искомую силу \bar{F}_{61} .

Найдем модуль силы \bar{F}_{61}

замеряем $da = 77 \text{ мм}$;

$$\text{вычисляем } F_{61} = \frac{da}{\mu_F} = \frac{77}{0,01} = 7700 \text{ Н}.$$

4.6. Определение уравнивающей силы с помощью теоремы Н.Е. Жуковского о "жестком рычаге"

Теорема Н.Е. Жуковского о "жестком рычаге" позволяет определять уравнивающую силу, без последовательного силового расчета, но при этом теорема не дает возможности определить реакций в кинематических парах.

ТЕОРЕМА: Если в соответствующие точки повернутого на 90° плана скоростей перенести все внешние силы, действующие на механизм, силы инерции, уравнивающую силу, то план скоростей, рассматриваемый как жесткий рычаг относительно полюса p , будет находиться в равновесии, т.е. сумма моментов всех сил относительно полюса равна нулю.

Построение рычага Н.Е. Жуковского для рассматриваемого положения $\varphi_1 = 55^\circ$ производится в следующем порядке:

1. Строим повернутый на 90° план скоростей (рычаг Н.Е. Жуковского). Поворачивать план скоростей можно как по ходу часовой стрелки, так и против. Масштаб построения может быть произвольным. Удобно воспользоваться уже построенным на рис. 8а планом. Поворот этого плана произведем по ходу часовой стрелки вокруг полюса p . Стрелки, показывающие направления векторов скоростей на рычаге Н.Е. Жуковского не ставятся. Примем отрезок $pa = 88,8\text{мм}$.

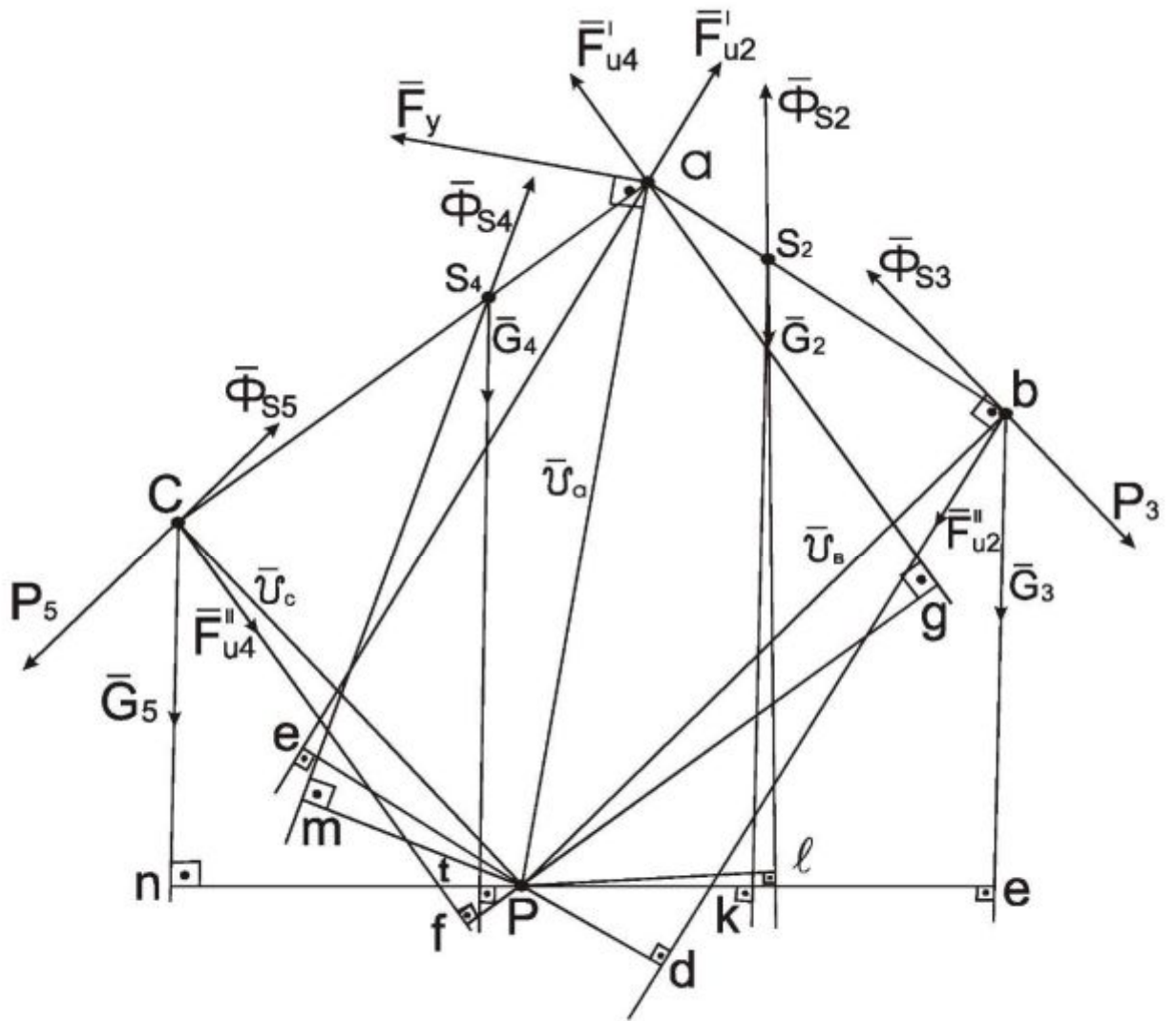


Рис. 15. Построение рычага Жуковского Н.Е.

2. Покажем на рычаге Н.Е. Жуковского точки, соответствующие точкам приложения сил на схеме механизма (a, b, c, s_2, s_4) .
3. Перенесем в эти точки силы давления в цилиндрах \bar{P}_3, \bar{P}_5 , силы тяжести $\bar{G}_2, \bar{G}_3, \bar{G}_4, \bar{G}_5$, силы инерции $\bar{\Phi}_{S2}, \bar{\Phi}_{S3}, \bar{\Phi}_{S4}, \bar{\Phi}_{S5}$. В точке a приложим уравновешивающую силу \bar{F}_y .
4. Моменты от сил инерции M_{S2}^Φ, M_{S4}^Φ представим в виде пар сил $(\bar{F}_{u2}', \bar{F}_{u2}''), (\bar{F}_{u4}', \bar{F}_{u4}'')$, приложенных соответственно в точках $(a, b), (a, c)$. По величине эти силы равны

$$F_{u2}' = F_{u2}'' = \frac{M_{S2}^\Phi}{l_{AB}} = \frac{171}{0,18} = 950[\text{H}]$$

$$F'_{u4} = F''_{u4} = \frac{M_{s4}}{l_{AC}} = \frac{114,5}{0,18} = 636[\text{H}]$$

5. Перенесем пары сил $(\bar{F}'_{u2}, \bar{F}''_{u2})$ и $(\bar{F}'_{u4}, \bar{F}''_{u4})$ на рычаг Н.Е. Жуковского.
6. Покажем на рычаге Н.Е. Жуковского плечо каждой силы относительно полюса p плана. Для этого из полюса p проведем перпендикуляры на направление каждой силы.
7. Составим уравнение моментов всех сил относительно полюса.

$$\sum M_p(\bar{F}_k) = 0$$

$$F'_y \cdot (pa) + F'_{u4} \cdot (pg) - F'_{u2} \cdot (pe) - G_2 \cdot (pl) + \Phi_{s2} \cdot (pk) + \Phi_{s3} \cdot (pb) - \\ - P_3 \cdot (pb) - G_3 \cdot (ph) - F''_{u2} \cdot (pd) - \Phi_{s5} \cdot (pc) + F''_{u4} \cdot (pf) + G_5 \cdot (pn) + \\ + P_5 \cdot (pc) + G_4 \cdot (pt) - \Phi_{s4} \cdot (pm) = 0$$

Отсюда

$$F'_y = \frac{1}{pa} \left[\begin{array}{l} -F'_{u4} \cdot (pg) + F'_{u2} \cdot (pe) + G_2 \cdot (pl) - \Phi_{s2} \cdot (pk) - \Phi_{s3} \cdot (pb) + \\ + P_3 \cdot (pb) + G_3 \cdot (ph) + F''_{u2} \cdot (pd) + \Phi_{s5} \cdot (pc) - F''_{u4} \cdot (pf) - \\ - G_5 \cdot (pn) - P_5 \cdot (pt) - G_4 \cdot (pc) + \Phi_{s4} \cdot (pm) \end{array} \right]$$

Замеряем отрезки на чертеже (рис. 15)

$$pa = 93\text{мм}, pg = 66\text{мм}, pe = 34\text{мм}, pl = 33\text{мм}, pk = 30\text{мм}, pb = 87\text{мм}, \\ ph = 60\text{мм}, pd = 66\text{мм}, pc = 65\text{мм}, pf = 9\text{мм}, pn = 46\text{мм}, pt = 6\text{мм}, \\ pm = 32\text{мм}.$$

$$F'_y = \frac{1}{93} \left[\begin{array}{l} -636 \cdot 66 + 950 \cdot 36 + 11,4 \cdot 33 - 3950 \cdot 30 - 2020 \cdot 33 + 923 \cdot 87 + \\ + 9,23 \cdot 87 + 9,23 \cdot 60 + 950 \cdot 66 - 3710 \cdot 65 - 9,23 \cdot 46 - 40,7 \cdot 65 - \\ - 11,4 \cdot 6 + 4760 \cdot 32 \end{array} \right]$$

$$F'_y = 9880[\text{H}].$$

Значение уравновешивающей силы получилось положительным, следовательно, направление, показанное на рис. 15, верно, что совпадает с кинестатическим расчетом (рис. 14).

Сравнение значений уравновешивающей силы, вычисленных двумя способами.

При кинестатическом расчете механизма было получено численное значение уравновешивающей силы $F'_y = 9760\text{H}$.

С помощью рычага Н.Е. Жуковского получили $F_y = 9880\text{Н}$. Примем последнее значение за 100%. Вычислим разницу в процентах

$$\Delta = \frac{9880 - 9630}{9880} \cdot 100\% = 2,53\%.$$

Допускается разница не более 5-7%.

Следует отметить, что направления уравнивающей силы на кривошипе и на рычаге Н.Е. Жуковского должны быть одинаковыми.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., 1988.
2. Артоболевский И.И., Эндельштейн Б.В. Сборник задач по теории механизмов и машин. М., 1975.
3. Кореняко А.С. и др. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. К., 1970.
4. Попов С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин. М., 1986.
5. Сильвестров В.М. Методическая разработка для выполнения курсового проекта по курсу "Теория механизмов и машин". Раздел: Кинематический и силовой расчет рычажного механизма. Завод-втуз при Московском автомобильном заводе им. И.А. Лихачева, М., 1979
6. Теория механизмов и машин./ Под ред. К.В. Фролова. М., 1998

СОДЕРЖАНИЕ

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА	3
ЗАДАНИЕ НА КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	3
Кривошипно-ползунный механизм	3
Обозначения на рис.1 и в таблице 1	3
РАЗДЕЛ 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ, КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И СИЛОВОЙ РАСЧЕТ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ С V-ОБРАЗНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ ЦИЛИНДРОВ	6
ЭТАПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ	6
ПРИМЕР	7
ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ	8
I. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА	9
1.1. Описание механизма	9
1.2. Степень подвижности механизма	10
1.3. Структурные группы механизма	11
II. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА	13
2.1. Определение размеров кривошипа и шатунов	13
2.2. Построение кинематической схемы механизма	13
III. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМА	18
3.1. Определение скоростей методом построения планов скоростей	18
3.2. Определение ускорений методом построения планов ускорений	26
IV. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ	35
4.1. Кинетостатический метод силового расчета	35
4.2. Внешние силы, действующие на механизм	36
4.2.1. Определение веса поршней и шатунов	36
4.2.2. Определение моментов инерции шатунов	36
4.2.3. Массы и моменты инерции звеньев относительно осей, проведенных через центры масс звеньев	37
4.2.4. Силы, действующие на поршни	37
4.2.5. Силы тяжести звеньев	37
4.2.6. Силы реакции (усилия) во внешних кинематических парах	38
4.3. Внутренние силы реакции	38
4.4. Определение векторов сил инерции и главных моментов сил инерции звеньев	39
4.5. Определение реакций в кинематических парах кинетостатическим способом	40
4.5.1. Силовой расчет диады 2-3	40
4.5.2. Силовой расчет диады 4-5	45
4.5.3. Силовой расчет механизма 1 ^{ого} класса	50
4.6. Определение уравновешивающей силы с помощью теоремы Н.Е. Жуковского о "жестком рычаге"	54
ЛИТЕРАТУРА	58