

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
РАСЧЕТ И ПОСТРОЕНИЕ КАРТИНЫ
ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Методические указания к курсовому проекту

Рассмотрены общие сведения о зубчатых передачах, об основах теории зацепления зубчатых передач и их геометрических параметрах. Дан пример построения картины зубчатого зацепления.

Общие сведения

Данные методические указания имеют цель помочь рассчитать основные параметры цилиндрической прямозубой передачи без смещения и построить картину зацепления эвольвентных профилей.

Зубчатая передача - трехзвенный механизм, в котором два подвижных звена являются зубчатыми колесами, образующими с неподвижным звеном вращательную или поступательную пару.

Зубчатые передачи предназначены для изменения угловых скоростей, моментов и их направления. Их применяют практически во всех машинах и во многих приборах.

Преимущество зубчатых передач:

- компактность;
- высокий КПД;
- надежность;
- обеспечивают постоянное передаточное отношение;
- долговечность;
- работа в широком диапазоне скоростей и мощностей.

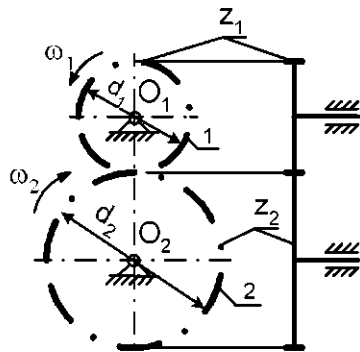
К недостаткам следует отнести:

- необходимость высокой точности изготовления и монтажа;
- шум при работе со значительными скоростями;
- невозможность бесступенчатого изменения передаточного отношения.

В простейший зубчатый механизм входят два зубчатых колеса, зубья которых находятся в зацеплении (рисунок 1). Термин «зубчатое колесо» является общим для передачи. При этом меньшее из колес называется шестерней, а большее – колесом. Параметрам шестерни приписывается индекс 1, а параметрам колеса – 2. Зубчатые передачи с неподвижными осями колёс разделяются на простые (одноступенчатые) и сложные (многоступенчатые). Простые передачи приведены на рисунке 1, здесь же указаны их передаточные отношения, выраженные через угловые скорости, частоту вращения, размеры колес и числа их зубьев.

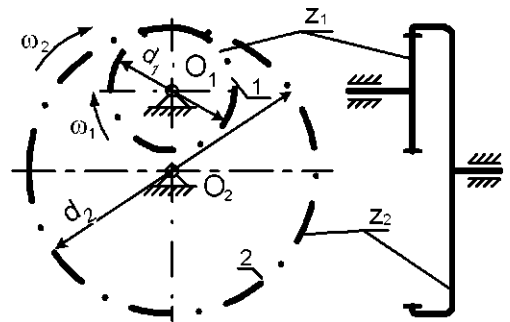
а - передачи с цилиндрическими колесами:

внешнее зацепление



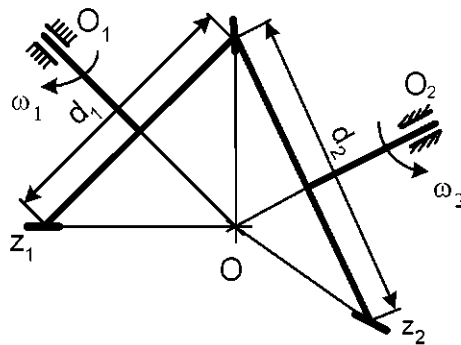
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{d_2}{d_1} = -\frac{z_2}{z_1}$$

внутреннее зацепление



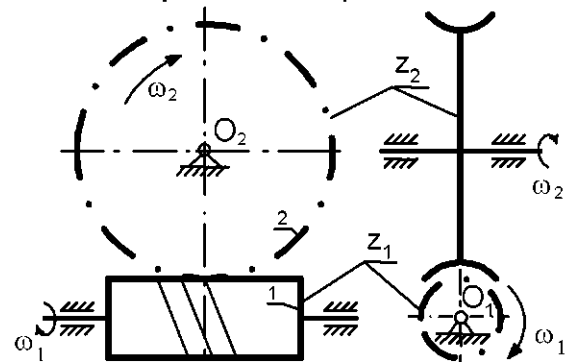
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = +\frac{d_2}{d_1} = +\frac{z_2}{z_1}$$

б - передача с коническими колесами



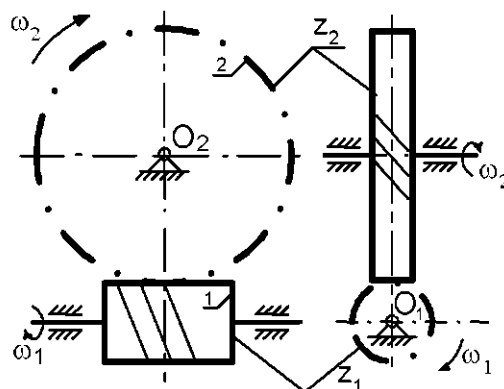
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{d_2}{d_1} = -\frac{z_2}{z_1}$$

в - червячная передача



$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

г - передача с винтовыми колесами



$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Рисунок 1 - Одноступенчатые зубчатые передачи с неподвижными осями колес

1 Классификация зубчатых передач

1.1 По форме зубчатых колес:

- цилиндрические (рисунок 1а);
- конические (рисунок 1б);
- эллиптические;
- фигурные;
- секторные.

1.2 По расположению осей зубчатых колес:

- с внешним зацеплением;
- с внутренним зацеплением;
- с торцевым зацеплением;

Кроме того, применяют передачи между зубчатым колесом и рейкой.

1.3 По расположению осей валов:

- с параллельными осями (цилиндрические внешнего и внутреннего зацепления);
- с пересекающимися осями (конические);
- с перекрещивающимися осями (винтовые и гипоидные).

1.4 По расположению зубьев на колесе:

- прямозубые (рисунок 2а);
- косозубые (рисунок 2б);
- криволинейные (рисунок 2в);
- шевронные (рисунок 2г).

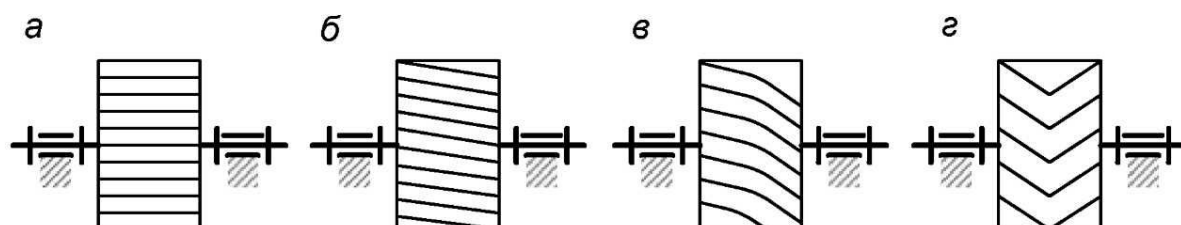


Рисунок 2 - Расположение зубьев на колесе:
а - прямые; б - косые; в - криволинейные; г - шевронные

1.5 По профилю зуба наиболее распространены:

- круговые (рисунок 3а);
- эвольвентные (рисунок 3б).

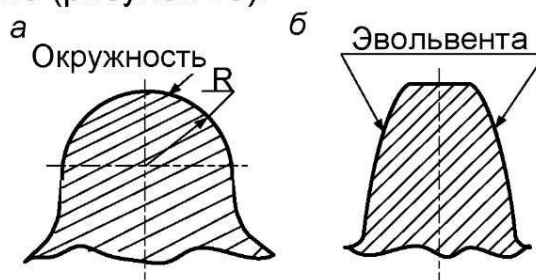


Рисунок 3 - Профиль зубьев: а - круговой; б - эвольвентный

1.6 По степени защищенности:

- открытые;
- полузакрытые;
- закрытые (коробки передач, редукторы).

1.7 По характеру движения осей:

- с неподвижными осями;
- с подвижными осями (дифференциальные, планетарные).

В дифференциальных и планетарных передачах оси нескольких или одного колеса, движутся по круговым траекториям.

2 Основы теории зацепления зубчатых передач

Основное требование при проектировании зубчатых механизмов заключается в том, чтобы передача в любое время и на любых режимах работы обеспечивала непрерывную передачу вращения от одного колеса к другому. При этом в большинстве зубчатых механизмов всегда должно обеспечиваться постоянство передаточного отношения.

Постоянное передаточное отношение в зубчатом механизме обеспечивается за счет правильного подбора профилей соприкасающихся зубьев. Условия определяет основная теорема зацепления (теорема Виллиса).

Основная теорема гласит: общая нормаль, проведенная через точку касания двух профилей, делит межосевое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям, т.е.:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2W}{O_1W} = const, \quad (1)$$

где O_1 и O_2 – центры вращения соответственно шестерни и зубчатого колеса;

W – полюс зацепления.

Из теоремы следует, что постоянство передаточного отношения в зубчатых механизмах обеспечивается только тогда, когда точка W , лежащая на пересечении линии центров $O_1 O_2$ и общей нормали к профилям зубчатых колес, находящихся в зацеплении, занимает постоянное положение.

Профили зубьев, удовлетворяющие требованию основной теоремы зацепления, называются **сопряженными**. Таких профилей подобрать можно довольно много, но широкое применение получило предложенное Л. Эйлером эвольвентное зацепление. В этом зацеплении торцевые профили зубьев очерчиваются по эвольвентным кривым. **Эвольвентой** на-

зывается кривая, которую описывает любая точка прямой линии, катящейся без скольжения по окружности.

3 Геометрические параметры, характеризующие зубчатые колеса прямозубых передач

В зубчатых колесах передач различают следующие окружности: начальные, основные, вершин зубьев, впадин зубьев, делительные (рисунок 4).

Начальными (d_{w1} , d_{w2}) называются такие окружности, которыми колеса касаются и перекатываются друг по другу без скольжения. Параметры, относящиеся к начальным окружностям, обозначают индексом w .

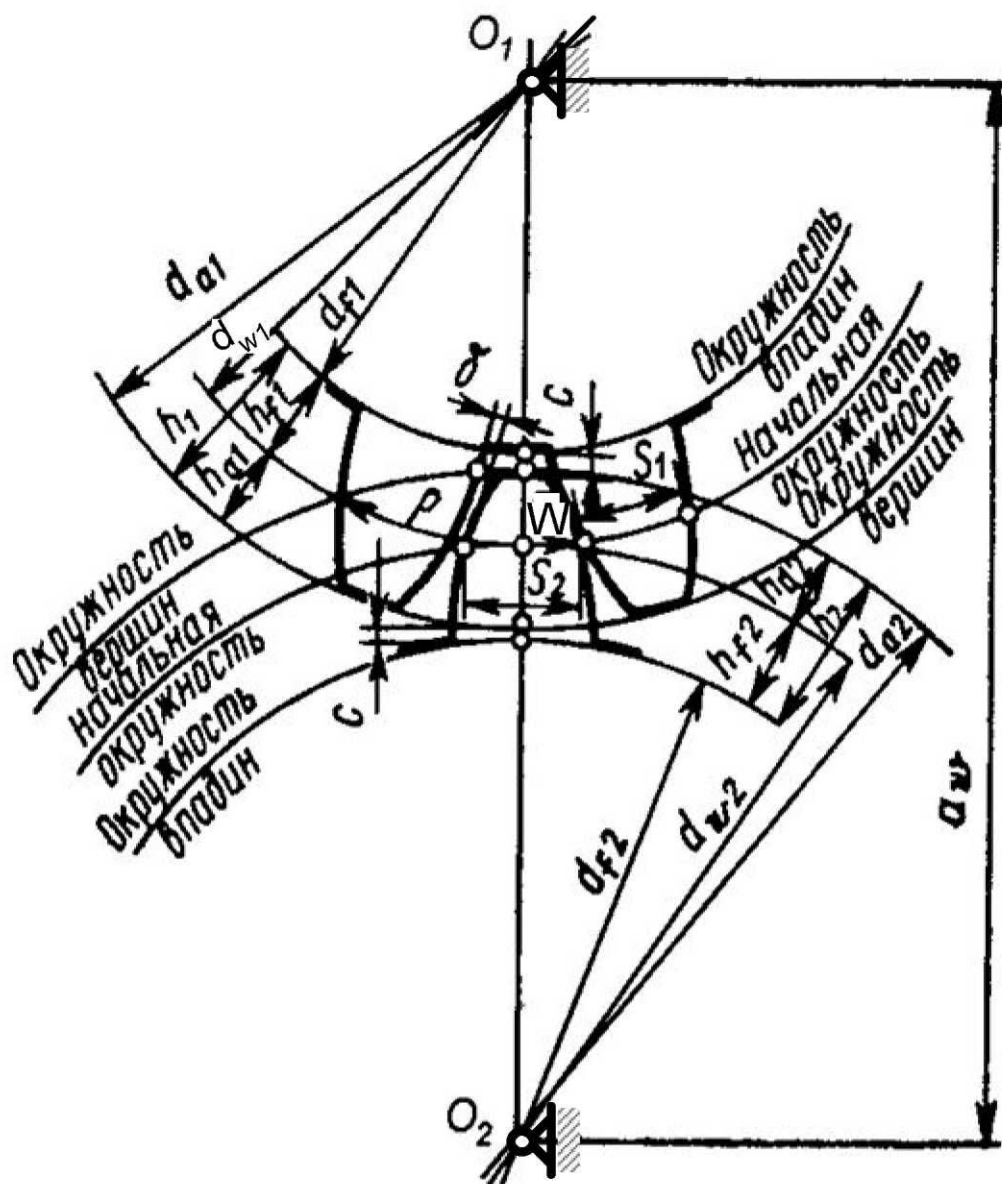


Рисунок 4 - Основные элементы зубчатых колес, нарезанных без смещения

Со стороны тела зубчатого колеса зубья отделяются **окружностью впадин** (d_{f1} , d_{f2}), а с противоположной стороны ограничиваются **окружностью вершин** (d_{a1} , d_{a2}), см. рисунок 4.

Основная окружность (d_{b1} , d_{b2}) – окружность, развертка которой есть эвольвента. Начало (основание) эвольвенты лежит на основной окружности. От ее радиуса зависит также форма эвольвенты, поэтому окружность и названа **основной** (рисунки 7, 8).

У зуба колеса (рисунок 5) различают следующие элементы: боковая (рабочая, главная) поверхность 1; вершина 2; торцевая поверхность 3; кромка 4; торцевой профиль 5.

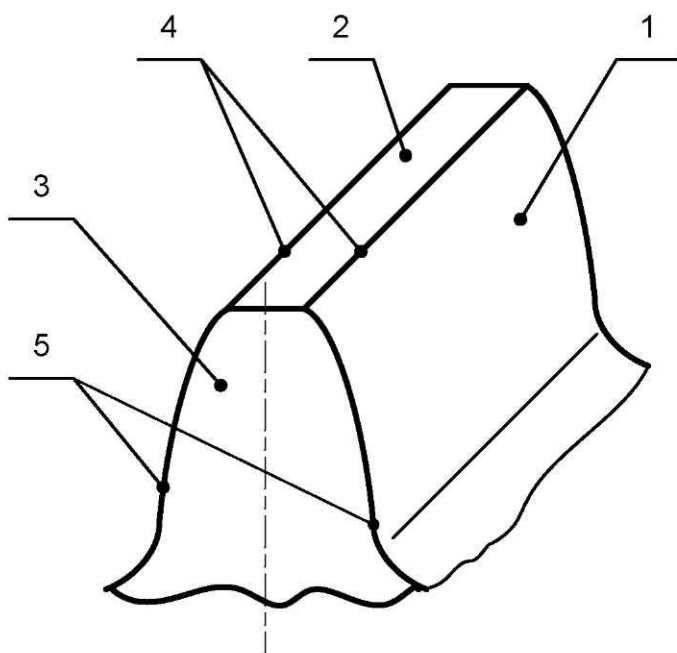


Рисунок 5 – Элементы зубчатого колеса

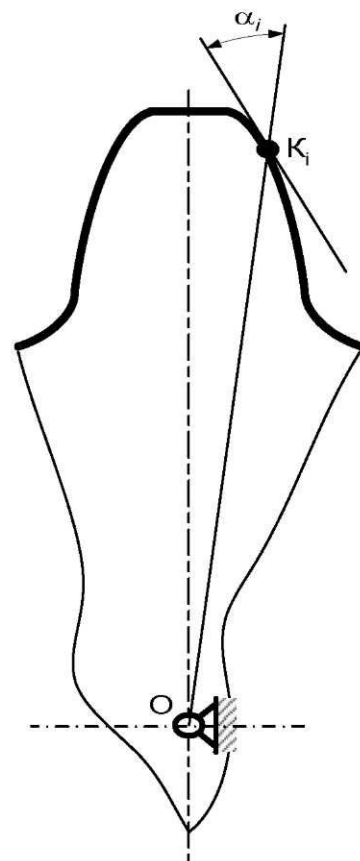


Рисунок 6 – Угол профиля

Торцевой профиль зуба – сечение боковой поверхности зуба плоскостью, перпендикулярной оси вращения зубчатого колеса.

Параметры зубчатых колес, относящиеся к торцевой поверхности, содержат в обозначении индекс **t**. Например, окружную толщину зуба по начальной окружности в торцевом сечении обозначают s_{wt} ; окружную ширину впадин – e_{wt} .

Расстояние между одноименными профилями двух соседних зубьев, измеренное по дуге окружности называют **окружным шагом p** зубьев (рисунок 4). При этом окружной шаг имеет разные значения для различных окружностей. Кроме того, значения **p** зависят также от сечения, в котором шаг измеряется.

Острый угол между касательной к профилю зуба в точке K_i (рисунок 6) и её радиусом – вектором OK_i , обозначенный α_i , называют **углом профиля**. Значения этого угла для разных точек эвольвентного профиля различны.

Заметим, что на профиле есть единственная точка, для которой угол профиля равен углу режущего инструмента. По ГОСТ 13754-81 профильный угол инструмента $\alpha=20^\circ$. Окружность, принадлежащая концентрической делительной поверхности, проходящей через указанную выше точку принимается за базовую для определения элементов зубьев и их размеров. Эту окружность называют **делительной** (d_1, d_2). Она делит зуб на головку и ножку.

Дуга делительной окружности, вмещающая одну толщину зуба, называется **делительной толщиной зуба** s_t , а дуга, вмещающая расстояние между двумя зубьями, называется **делительной шириной впадины** e_t . Дуга делительной окружности, вмещающая одну толщину зуба и одну ширину впадины, называется **делительным шагом зацепления** p_t .

Выразим длину делительной окружности через шаг p_t и число зубьев колеса z :

$$\pi \cdot d = p_t \cdot z. \quad (2)$$

Отсюда диаметр делительной окружности:

$$d = \frac{p_t \cdot z}{\pi}. \quad (3)$$

В уравнении (3) значения p_t и z – есть целые рациональные числа, а π величина иррациональная. В результате значение диаметра делительной окружности будет величиной иррациональной. Для устранения иррациональности в значении диаметра делительной окружности зубчатого колеса и введено понятие модуля зубьев.

Делительный модуль зубьев m (модуль зубьев) есть отношение делительного шага к числу π .

$$m = \frac{p_t}{\pi}, \text{ мм.} \quad (4)$$

Модуль зубьев – главный параметр колеса и передачи: входит во все геометрические и прочностные расчеты. Через модуль зубьев выражаются размеры зуба, колеса и передачи. Так для прямозубых колес без смещения высота головки и высота ножки зуба принимаются:

$$h_a = m; \quad h_f = 1,25m. \quad (5)$$

Полная высота зуба $h = h_a + h_f = 2,25m$ (см. рисунок 4).

Диаметры вершин и впадин определяются по уравнениям:

$$d_a = d + 2h_a = m(z + 2); \quad d_f = d - 2h_f = m(z - 2,5). \quad (6)$$

Межосевое расстояние пары зубчатых колес с числом зубьев z_1 и z_2 :

$$a = 0,5m(z_1 + z_2). \quad (7)$$

С целью сокращения количества зуборезного и измерительного инструмента модуль зубьев стандартизирован.

Таблица – 1 Стандартные значения модуля (ГОСТ 9563-80)

Ряды			
1	2	1	2
1	1,25	3	3,5
1,25	1,375	4	4,5
1,5	1,75	5	5,5
2	2,25	6	7
2,5	2,75	8	9

При проектировании прямозубого зацепления колес без смещения часто принимают, что делительные окружности совпадают с начальными. При этом $p_{wt} = p_t$; $s_{wt} = s_t$; $e_{wt} = e_t$; $a_w = a$.

В действительности такие совпадения крайне редки из-за ошибок в изготовлении и монтаже зубчатых передач. Как правило, монтажное межосевое расстояние не совпадает с расчетным. На качественные показатели передачи данное обстоятельство существенного влияния не оказывает, т.к. одно из преимуществ эвольвентного зацепления перед другими как раз и состоит в том, что оно допускает некоторое изменение межосевого расстояния без нарушения передаточного числа.

4 Построение картины зубчатого зацепления

В прямозубой передаче без смещения по принятому делительному модулю m и числу зубьев шестерни z_1 и колеса z_2 определяют их основные размеры.

Пример исходных данных: $m=4\text{мм}$; $z_1=20$; $z_2=40$.

Решение:

Шестерня:

Колесо:

Диаметр начальных и делительных окруж-

ностей:

$$d_w = d = m \cdot z$$

$$d_{w1} = 4 \cdot 20 = 80 \text{ мм};$$

$$d_{w2} = 4 \cdot 40 = 160 \text{ мм}.$$

Диаметр основных
окружностей:

$$d_b = m \cdot z \cdot \cos \alpha = d \cdot \cos \alpha$$

$$d_{b1} = 80 \cdot 0,94 = 75,2 \text{ мм};$$

$$d_{b2} = 160 \cdot 0,94 = 150,4 \text{ мм}.$$

Диаметр вершин
зубьев:

$$d_a = m(z+2)$$

$$d_{a1} = 4(20+2) = 88 \text{ мм};$$

$$d_{a2} = 4(40+2) = 168 \text{ мм}.$$

Диаметр впадин зубь-
ев:

$$d_f = m(z-2,5)$$

$$d_{f1} = 4(20-2,5) = 70 \text{ мм};$$

$$d_{f2} = 4(40-2,5) = 150 \text{ мм}.$$

Окружной шаг по на-
чальной окружности

$$p_{wt} = p_t = p = \pi \cdot m$$

$$p_{wt} = p_t = p = 3,14 \cdot 4 = 12,56 \text{ мм}.$$

Окружная толщина
зуба по начальной ок-
ружности:

$$s_{wt} = s_t = s = \frac{\pi m}{2} = \frac{p}{2}$$

$$s_{wt} = s_t = s = 12,56/2 = 6,28 \text{ мм}$$

Окружная ширина
впадин зубьев по на-
чальной окружности:

$$e_{wt} = e_t = e = \frac{\pi m}{2} = \frac{p}{2}$$

$$e_{wt} = e_t = e = 6,28 \text{ мм}.$$

Межосевое расстоя-
ние:

$$a_w = a = 0,5m(z_1 + z_2)$$

$$a_w = a = 0,5 \cdot 4(20 + 40) = 120 \text{ мм}.$$

Поскольку для ряда размеров прямозубых передач допустима запись без индексов, в дальнейшем используется их упрощенное обозначение.

Для наглядности профилей зубьев выбираем масштаб построения так, чтобы высота зуба h на чертеже была не менее 30÷50 мм. Масштабный коэффициент определим по формуле:

$$k_f = h/(30 \div 50) = 2,25 \cdot m/40 = 2,25 \cdot 4/40 = 0,225 \text{ мм/мм}.$$

Поделив на k_f все основные размеры, определяем их значения в масштабе (по этим данным строится картина зацепления):

$$d_{w1} = 80/0,225 = 355,5 \text{ мм}$$

$$d_{w2} = 160/0,225 = 711 \text{ мм}$$

$$d_{b1} = 75,2/0,225 = 334 \text{ мм}$$

$$d_{b2} = 150,4/0,225 = 668,5 \text{ мм}$$

$$d_{a1} = 88/0,225 = 391 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = 168/0,225 = 746,5 \text{ мм}$$

$$d_{f1} = 70/0,225 = 311 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = 150/0,225 = 666,6 \text{ мм};$$

$$p=12,56/0,225=55,8\text{мм}$$

$$s=e=6,28/0,225=27,9\text{мм}$$

$$a_w=120/0,225=533,3\text{мм}$$

При построении картины зацепления формат чертежной или миллиметровой бумаги выбрать не менее А3(297×420 мм). Центры колес O_1 и O_2 при построении могут выйти за пределы чертежа.

Построение излагается далее упрощенным методом. Рисунки 7, 8 и 9 выполнены для иллюстрации и не соответствуют расчетным данным.

Из центров O_1 и O_2 , удаленных друг от друга на величину $a_w=533,3$ мм, проводим начальные окружности, касающиеся в точке **W** (полюсе зацепления).

Через точку **W** проводим общую касательную к начальным окружностям ТТ и под углом $\alpha=20^\circ$ проводим линию NN. Для повышения точности построения линии NN можно применить следующий способ. Отложим на касательной ТТ отрезок $WK=100$ мм и на перпендикуляре к WK - отрезок $KL=36,4$ мм. При этом $\angle KWL = 20^\circ$.

Из центров O_1 и O_2 опускаем перпендикуляры на линию NN (r_{b1} и r_{b2}) и проводим этими радиусами основные окружности (d_{b1} , d_{b2}). Линия NN является нормалью к профилям зубьев, ее также называют **линией зацепления**.

Строим эвольвенты, которые описывает точка **W** прямой при перекатывании ее по основным окружностям. Построение эвольвенты показано на рисунке 7.

Для построения первой эвольвенты делим отрезок N_1W на равные части длиной $15 \div 20$ мм каждый ($\overline{W1}$; $\overline{12}$; $\overline{23}$; $\overline{3N_1}$). За точкой N_1 также откладываем несколько таких отрезков ($\overline{N_15}$; $\overline{56}$; $\overline{67}$). Основную окружность, делим начиная с т. N_1 на столько частей, на сколько разделена линия зацепления. Приблизительно считая длину дуги равной длине отрезка, из точки N_1 раствором циркуля $\overline{W1}$ делаем засечку на основной окружности, получаем точку $3'$. Из точки $3'$ этим же раствором - $2'$. Также получают точки $1'$; $5'$; $6'$; $7'$; $0'$.

Через точки $1'$; $2'$; $3'$ и т.д. проводим касательные к основной окружности (они $\perp$ радиусам O_11' ; O_12' ; O_13' и т.д.) и на них откладывают отрезки $1'1''$, $2'2''$, $3'3''$..., соответственно равные отрезкам $1W$, $2W$, $3W$

Соединяя точки $1''$, $2''$, $3''$ и т.д. плавной кривой, получаем эвольвенту для первого колеса.

Начиная с деления отрезка N_2W на равные части, подобным образом строим эвольвенту для второго зубчатого колеса.

Строим окружности вершин. Точки пересечения с эвольвентами определяют крайние точки головок зубьев A_1 , A_2 , см. рисунок 8.

Строим окружности впадин колес. Построение профиля ножки зуба. Здесь представлены два варианта:

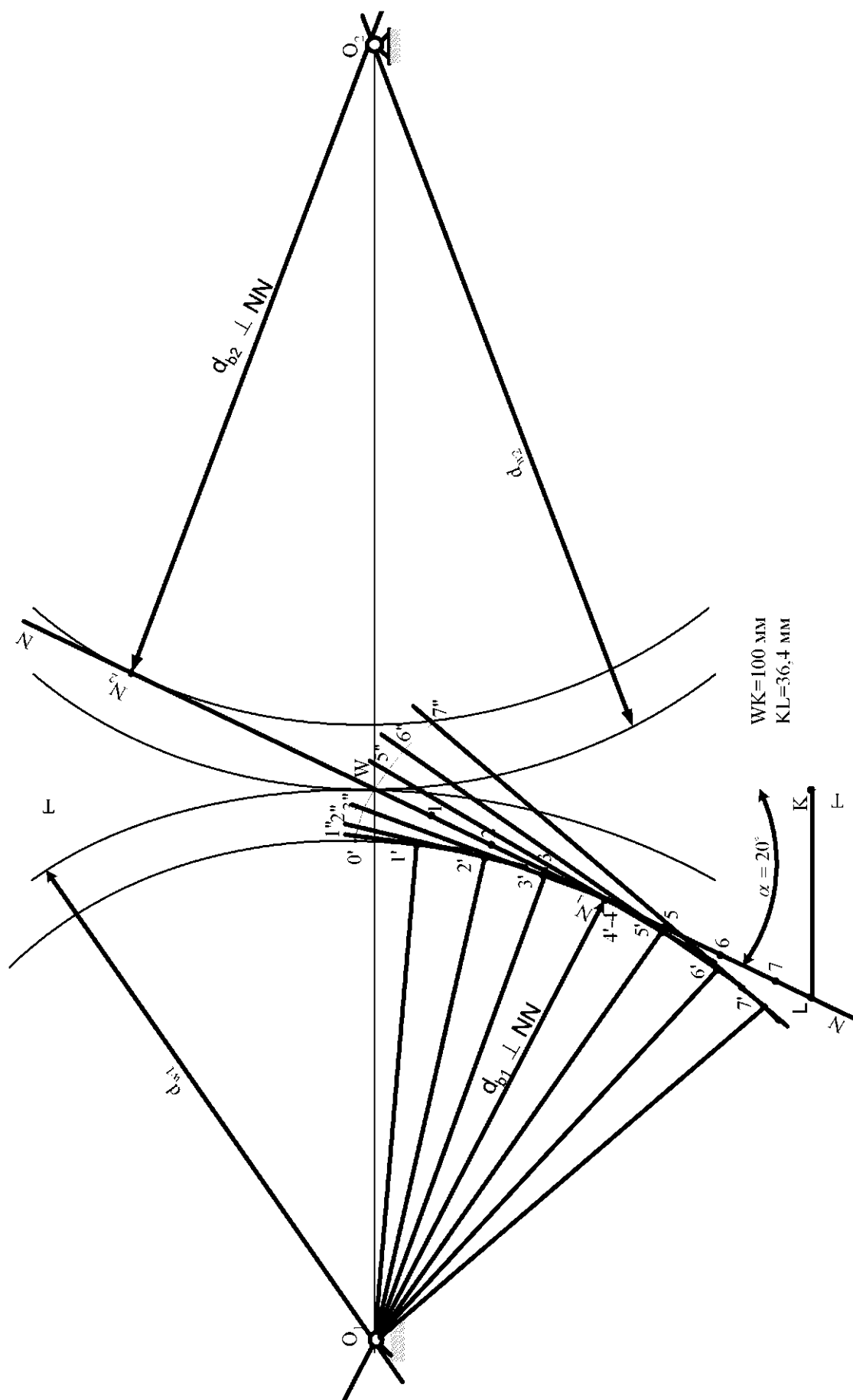


Рисунок 7 - Построение эвольвенты

а) Если $d_f > d_b$, то получаем точку пересечения окружности впадин с эвольвентой, а затем у основания делаем закругление:

$$R=0,25 \text{ m.}$$

б) Если $d_f < d_b$, то от основания эвольвенты проводим радиальный отрезок (радиус основной окружности), а затем у основания зуба делаем закругление $R=0,25 \text{ m}$.

От точки **W** вправо и влево по начальным окружностям откладываем окружную толщину зуба S . Поделив S пополам и соединив эти точки с центрами O_1 и O_2 , получаем оси симметрии зубьев. Из точки O_1 через построенную часть зуба проводим ряд окружностей произвольного радиуса и относительно оси симметрии достраиваем вторую половину зуба.

Оси симметрии зубьев отстоят друг от друга на угол α :

$$\alpha = \frac{2\pi}{z} = \frac{360^\circ}{z}. \quad (8)$$

Обязательным является построение 3-х зубьев для каждого колеса.

После построения картины зацепления на чертеже необходимо выделить и отразить в пояснительной записке:

1. Отрезок N_1N_2 – теоретическая часть линии зацепления,
2. Отрезок линии зацепления заключенный между точками пересечения ее с окружностями выступов колес n_1n_2 – активную часть линии зацепления.
3. Направление вращения колес ω_1 и ω_2 , (точки касания у ведущего колеса перемещаются от основания к вершине зуба, а у ведомого колеса наоборот).
4. Активный профиль зубьев – это те участки зубьев, по которым происходит взаимодействие с профилями зубьев парного зубчатого колеса.

Из точки O_1 проводят дугу радиусом O_1n_1 до пересечения с профилем шестерни в точке B_1 .

Из точки O_2 проводят дугу радиусом O_2n_2 до пересечения с профилем колеса в точке B_2 . Активные профили зубьев A_1B_1 и A_2B_2 отмечаем на чертеже (можно цветным карандашом). Отмеченные профили не равны, т.к. зубья перекатываются со скольжением.

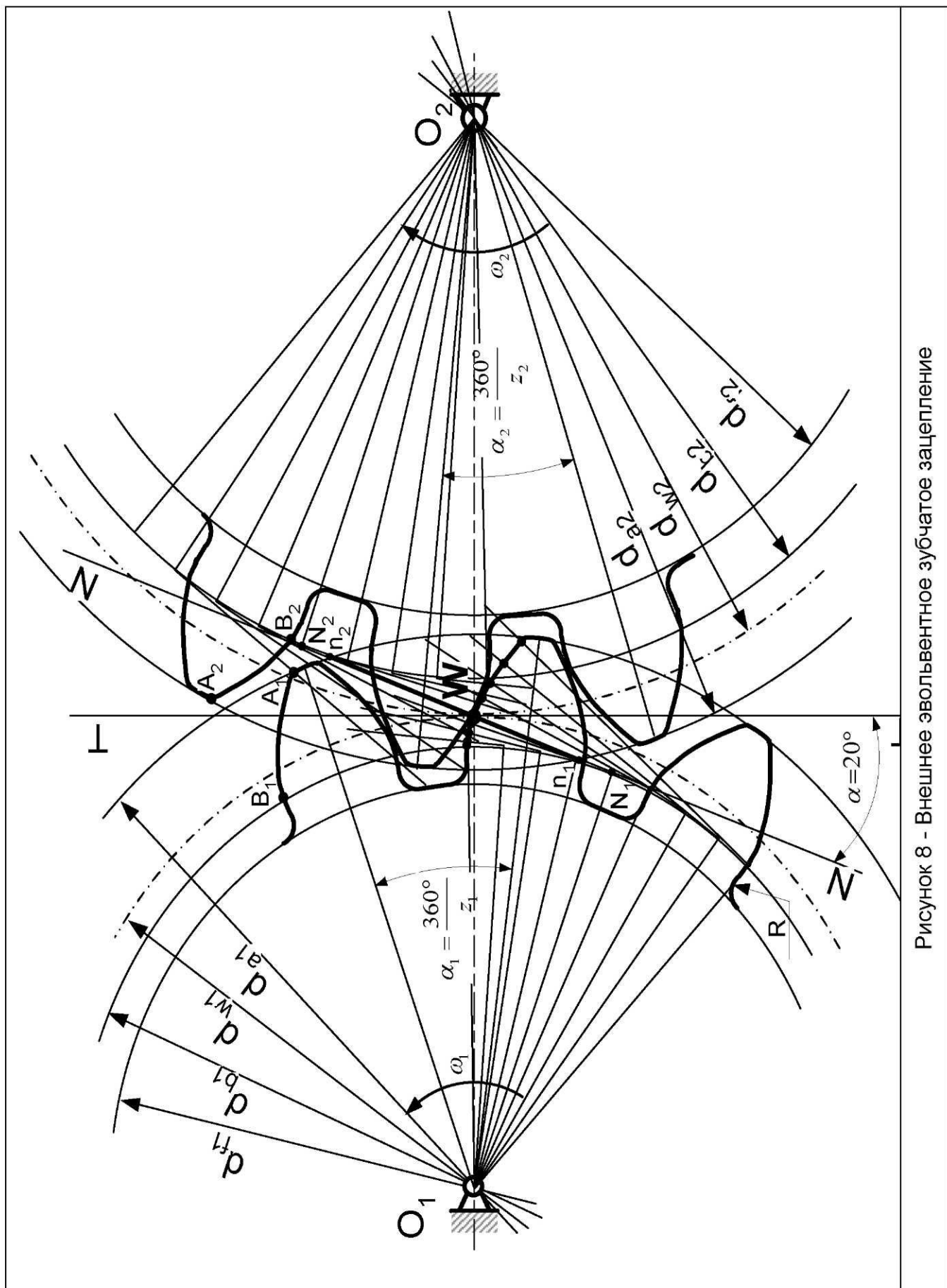


Рисунок 8 - Внешнее эвольвентное зубчатое зацепление

5 Коэффициент перекрытия

Одним из качественных показателей зацепления является коэффициент перекрытия ε – отношение дуги зацепления к шагу p .

Значение коэффициента перекрытия показывает, сколько пар зубьев в среднем по времени находится в зацеплении. При $1 < \varepsilon < 2$ в начале и конце линии $n_1 n_2$ в зацеплении находятся 2 пары зубьев. В районе полюса **W** движение передается только одной парой зубьев. Чем больше коэффициент перекрытия, тем плавнее и спокойнее работа передачи.

Для графоаналитического определения ε выполняют дополнительное построение (рисунок 9). Масштаб выбирают из условия размещения построения на листах пояснительной записки. Тогда:

$$\varepsilon = \frac{\overline{n_1 n_2} \cdot k_\ell}{p \cdot \cos \alpha}, \quad (9)$$

где k_ℓ - масштаб построения;

α -угол зацепления, равный 20° для передачи без смещения,
 $\cos 20^\circ = 0,94$;

$\overline{n_1 n_2}$ -длина активной части линии зацепления, мм.

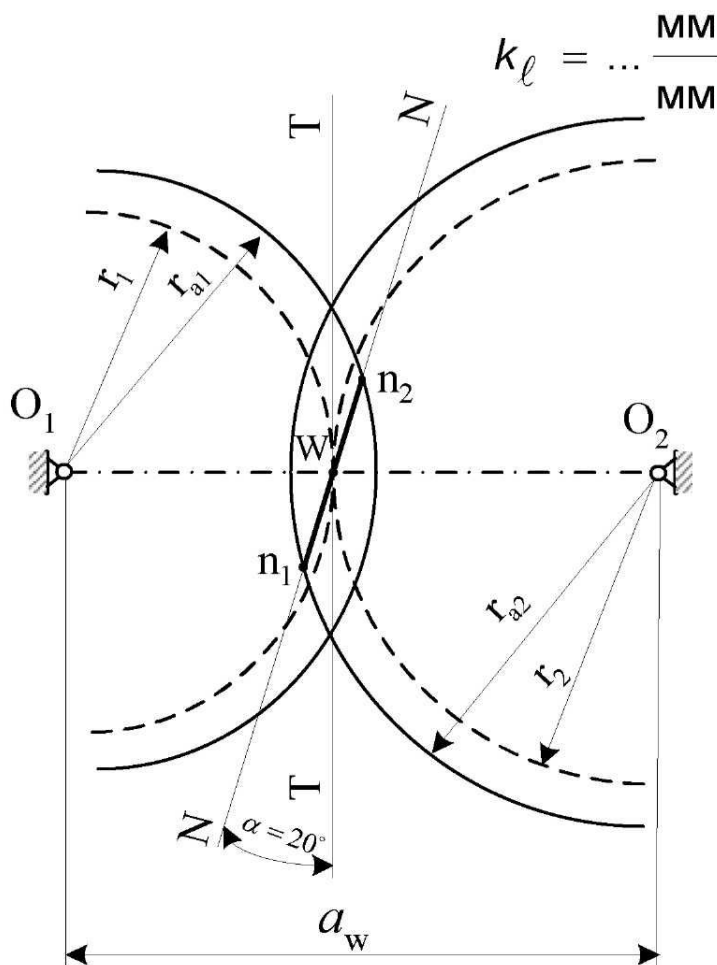


Рисунок 9 - Определение коэффициента перекрытия

Для аналитического определения ε используют формулу:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{(z_1 + 2)^2 - 0.88z_1^2} + \sqrt{(z_2 + 2)^2 - 0.88z_2^2} - 0.342(z_1 + z_2)}{5.9}. \quad (10)$$

Необходимо определение ε выполнить 2 способами. Расхождение результатов не должно превышать 5%.

6 Рекомендации по выбору исходных данных

Студентам дневной формы обучения данные задает преподаватель.

Студенты заочной формы обучения выбирают данные в соответствии со своим учебным шифром в следующем порядке: записывают три последние цифры шифра (номера зачетной книжки). Под ними записывают первые три буквы русского алфавита – идентификатора шифра. Например, при шифре К02-СДМ-478 запись выглядит так:

4	7	8
а	б	в

Далее в каждой графе таблицы исходных данных следует выбрать те, которые соответствуют горизонтальной строке, обозначенной цифрой шифра, расположенной над соответствующей буквой. Если цифра шифра меньше трех, то перед ними дописывают нули.

Таблица 2 – Исходные данные к построению картины зацепления

Номер строки	Модуль мм	Количество зубьев шестерни z_1	Количество зубьев колеса z_2
1	2	18	40
2	2,25	19	46
3	2,5	20	50
4	2,75	21	53
5	3	22	44
6	3,5	23	58
7	4	24	60
8	4,5	25	57
9	5	26	68
0	5,5	27	59
	а	б	в

Для рассматриваемого примера модуль будет равен 2,75мм (пересечение строки 4 и графы а), $z_1=24$ (пересечение строки 7 и графы б), $z_2=57$ (пересечение строки 8 и графы в).

При шифре K02 – В – 46 запись выглядит так:

0	4	6
а	б	в

Для данного примера выбора исходных данных модуль будет равен 5,5 мм, $z_1=21$, $z_2=58$.

Список литературы

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин: Учеб. Для втузов. – 4-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит., 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов: Учеб. пособие для втузов/ В.А. Гавриленко. – М.: Высш. шк., 1973. – 511 с.
3. Теория механизмов и механика машин: Учеб. Для втузов/ К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. К.В. Фролова.- 2-е изд. перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1998.-496 с.
4. Смелягин, А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: Учебное пособие. – М.: ИНФРА-М; Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003.-263 с.
5. Козерод, Ю.В. Построение картины зубчатого зацепления: Методическое указание на выполнение курсового проектирования.- Хабаровск: Изд-во. ХаБииЖТ, 1983.-9 с.

Содержание

Общие сведения.....	3
1 Классификация зубчатых передач.....	5
2 Основы теории зацепления зубчатых передач.....	6
3 Геометрические параметры, характеризующие зубчатые колеса прямозубых передач.....	7
4 Построение картины зубчатого зацепления.....	10
5 Коэффициент перекрытия.....	15
6 Рекомендации по выбору исходных данных.....	17
Список литературы.....	18