

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ
Учебное пособие

Лабораторная работа №1

Составление кинематических схем и структурный анализ плоских механизмов

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является приобретение навыков в составлении кинематических схем механизмов и в структурном их анализе, усвоение и закрепление теоретических сведений по классификации механизмов.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других твердых тел, называется *механизмом*.

Любой механизм состоит из определенного количества твердых тел.

2.1. Звенья механизма

Одно или несколько твердых тел, неподвижно соединенных в единую жесткую систему, называется *звеном*.

Если эта система подвижна, она называется подвижным звеном. Например, шатун двигателя считается одним подвижным звеном (рис.1), хотя состоит из ряда деталей: тела шатуна 1; крышки 2; вкладышей 3; болтов, шайб и гаек 4.

Если система неподвижна, – она называется неподвижным звеном или стойкой.

Любой механизм состоит из подвижных звеньев и стойки. Из подвижных звеньев выделяют входные и выходные звенья.

Звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев, называется *входным звеном*.

Выходным звеном называется звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм. Остальные подвижные звенья называются соединительными или промежуточными.

Обычно в механизме имеется одно входное и одно *форма шатуна* выходное звено. Входное звено получает движение от двигателя, а выходное соединяется с рабочим органом машины или указателем прибора. Но могут быть механизмы с несколькими входными и выходными звеньями.

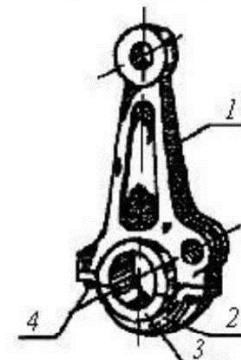


Рис. 1. Конструктивная

2.2. Кинематические пары

Для образования механизма звенья (подвижные и неподвижные) должны быть определенным образом соединены между собой.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется *кинематической парой*.

Классифицируют кинематические пары по условиям связи, по характеру соприкосновения звеньев и по способу замыкания.

Свободное тело в пространстве имеет шесть возможных движений (рис. 2) или шесть степеней свободы: три поступательных движения вдоль осей прямоугольной системы координат XYZ и три вращательных движения вокруг этих осей. Ограничения, препятствующие свободному движению тела, называют *условиями связи*. Соединение двух звеньев в кинематическую пару накладывает на относительное движение этих звеньев определенные ограничения, число которых не может быть больше пяти, так как при шести ограничениях звенья теряют относительную подвижность, т.е. кинематическая пара переходит в жесткое соединение.

Класс кинематических пар определяется числом условий связи (числом отнятых степеней свободы). В табл.1 показаны наиболее распространенные кинематические пары. Необходимо помнить, что при подсчете числа условий связи, следовательно, и при определении класса кинематической пары нужно учитывать только независимые между собой движения. Например, в винтовой кинематической паре одновременно происходит не только вращение гайки относительно винта, но и относительное ее перемещение вдоль оси винта. Эти движения взаимосвязаны, поэтому винтовую пару относят к пятому классу.

По характеру относительного движения различают вращательные, или шарниры (В), поступательные (П), вращательно-поступательные (В + П) и с винтовым движением (ВП) кинематической пары.

Соединение в одном шарнире n звеньев осуществляется ($n - 1$) кинематическими парами.

В зависимости от характера соприкосновения звеньев пары делят на низшие и высшие.

Совокупность поверхностей, линий и точек звена, по которым оно может соприкасаться с другим звеном, образуя кинематическую пару, называют *элементами кинематической пары*.

Низшей кинематической парой (табл.1, в, г, д, е) называется пара, в которой требуемое относительное движение звеньев может быть получено постоянным соприкосновением ее элементов по поверхности.

Кинематическая пара, в которой требуемое относительное движение звеньев может быть получено только соприкосновением ее элементов по линиям и в точках, называется *высшей* (табл.1, а, б). Вышнюю пару можно схематически представить в виде криволинейного контура, соприкасающегося с другим криволинейным контуром. Подобные пары встречаются в зубчатых (рис.2), кулачковых (рис.3) и других механизмах.

Для того чтобы элементы кинематических пар находились в контакте, т.е. для обеспечения существования пар, применяется геометрическое или силовое замыкание.

При *геометрическом замыкании* (рис.3, а) непрерывность взаимодействия обусловлена геометрией звеньев (ролик толкателя располагается в пазу кулачка, профильный паз кулачка охватывает ролик толкателя). Низшие пары большей частью замкнуты геометрически. *Силовое замыкание* (рис.3, б) осуществляется

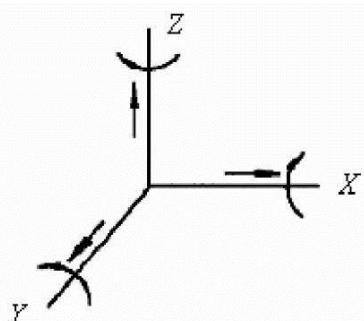


Рис. 2. Возможные движения свободного тела в пространстве

при помощи внешних сил, приложенных к звеньям, образующим эту пару (сила тяжести, сила упругости пружины или давление жидкости в гидроцилиндре).

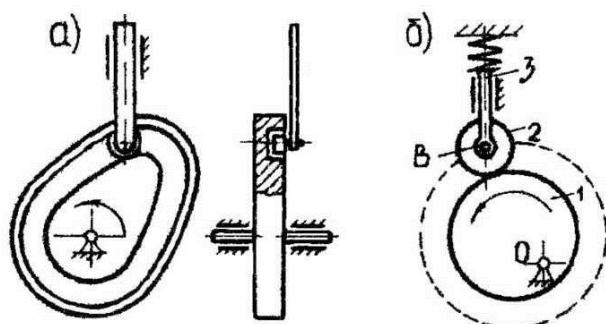


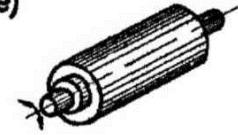
Рис. 3. Кулакковые механизмы

Таблица 1

Примеры кинематических пар различных классов

Класс пары	Число условий	Число степеней свободы	Название	Кинематические пары
1	2	3	4	5
1	1	5	шар-плоскость	a)
2	2	4	цилиндр-плоскость	b)
3	3	3	сферическая	c)
4	4	2	цилиндрическая	d)
5	5	1	поступательная	e)

Окончание таблицы

1	2	3	4	5
5	5	1	вращательная	e) 

2.3. Кинематические цепи

Система звеньев, связанных между собой кинематическими парами, называется *кинематической цепью*. Цепи бывают замкнутые и незамкнутые, простые и сложные.

В *замкнутой цепи* (рис.4, а) каждое звено образует с другими звеньями не менее двух кинематических пар. В *незамкнутой цепи* (рис.4, б) имеются звенья (одно или несколько), входящие в одну кинематическую пару.

Простой кинематической цепью (рис.4, а, б) называется такая цепь, в которой каждое звено входит не более чем в две кинематические пары.

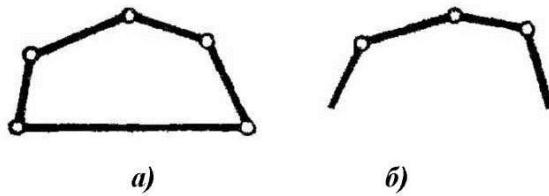


Рис. 4. Кинематические цепи

Сложными считаются цепи, у которых хотя бы одно звено (рис.10) образует с другими звеньями не менее трех кинематических пар.

Кинематические цепи служат для образования механизма.

В *плоских механизмах* точки звеньев его описывают траектории, лежащие в параллельных плоскостях. Кинематические цепи плоского механизма должны удовлетворять трем условиям:

- цепь должна быть замкнутой;
- цепь должна иметь одно неподвижное звено;
- каждое звено цепи должно совершать определенное единственное движение.

На основании этого можно дать новое определение механизма.

Плоским механизмом называется замкнутая кинематическая цепь с одним неподвижным звеном, в котором заданному движению одного или нескольких входных звеньев соответствует вынужденное единственное движение всех остальных звеньев.

Механизм, имеющий одни вращательные пары, называется *шарнирным*.

Рычажным механизмом называют такой механизм, в котором звенья образуют лишь низшие кинематические пары. В зависимости от характера движений различают следующие звенья рычажных механизмов:

а) *кривошип* – вращающееся звено, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси;

б) *коромысло* – вращающееся звено, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси или качательное движение;

в) *шатун* – звено, образующее кинематические пары только с подвижными звенями и совершающее сложное плоскопараллельное движение;

г) *ползун* – звено, образующее поступательную пару со стойкой или кулисой;

д) *кулиса* – это подвижная направляющая ползуна, совершающая качательное, поступательное или сложное плоскопараллельное движение.

Кулисой может быть коромысло, шатун и ползун, совершающий движение относительно стойки. Например, в механизме поперечно-строгального станка, предназначенном для преобразования вращательного движения кривошипа 1 в возвратно-поступательное движение ползуна 5, звено 3 – коромысло, выполняющее роль кулисы, – подвижная направляющая ползуна 2; ползун 5 также является подвижной направляющей для ползуна 4, следовательно, звено 5 выполняет роль кулисы.

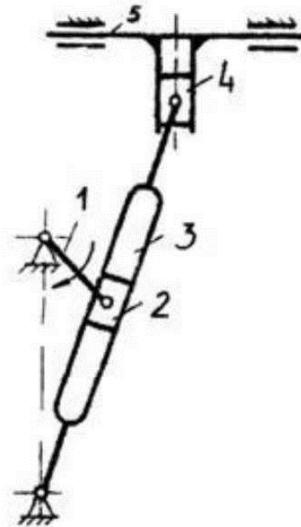


Рис. 5. Схема механизма поперечно-строгального станка

2.4. Степени свободы механизмов

Число степеней свободы (W) плоского механизма определяется по формуле П.Л.Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (1)$$

где n – число подвижных звеньев. Коэффициент 3 говорит о том, что каждое звено на плоскости имеет три возможных движения (два поступательных вдоль осей и вращение вокруг оси, перпендикулярной плоскости звена); $3n$ – общее число степеней свободы всех подвижных звеньев на плоскости до соединения их в кинематическую цепь; p_5 – число кинематических пар пятого класса или одноподвижных пар (коэффициент 2 показывает, что каждая пара p_5 отнимает на плоскости два возможных движения у звеньев, образующих кинематическую пару); $2p_5$ – число движений, отнимаемых всеми парами пятого класса на плоскости; p_4 – число кинематических пар четвертого класса, или двухподвижных пар, равное числу движений, отнимаемых этими парами.

Для пар p_5 и p_4 сохранены обозначения с индексами класса, хотя в плоских механизмах относительная подвижность пары не связана однозначно с ее классом. Число степеней свободы механизма должно соответствовать числу входных звеньев. Число степеней свободы механизма равно количеству

обобщенных координат. *Обобщенными координатами механизма* называют независимые между собой координаты, определяющие положения всех звеньев механизма относительно стойки. В плоских механизмах за обобщенную координату обычно принимается или угловая координата вращающегося звена (рис.8) или линейная координата прямолинейно движущегося звена.

Рассмотрим следующие кинематические цепи.

1. При наличии в кинематической цепи (рис.6, а): $n=2, p_5=3, p_4=0, W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$. Цепь замкнута, имеет одно неподвижное звено, но это не механизм, а жесткая ферма, так как не выполняется 3-е условие существования механизма.

2. Кривошипно-ползунный механизм (рис.6, б): $n=3, p_5=4, p_4=0$. Цепь замкнута, имеет одно неподвижное звено. Это механизм с одним входным звеном, так как $W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$.

Положение ползуна 3 полностью определяется углом поворота кривошипа.

3. Кривошипно-рычажный механизм пресса для глубокой вытяжки (рис.6, в): $n = 6, p_5 = 8, p_4 = 0$. Цепь замкнута, имеет одно неподвижное звено. $W = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 8 = 2$.

Механизм с двумя входными звеньями. Для определения положения ползуна 6 необходимо задаться положениями обоих кривошипов.

Механизмы могут содержать так называемые *пассивные связи и лишние степени свободы*, не влияющие на движение механизма в целом и на закон движения выходного звена. Такие связи и степени свободы не следует учитывать при определении числа степеней свободы механизма. Пассивные связи существуют в механизме сверх связей, необходимых для получения определенности движения; вводят их обычно для увеличения жесткости системы, виброустойчивости. Например, в механизмах грохотов, в приводе колес электровозов и т.д. иногда применяют механизм параллельных кривошипов (рис. 7).

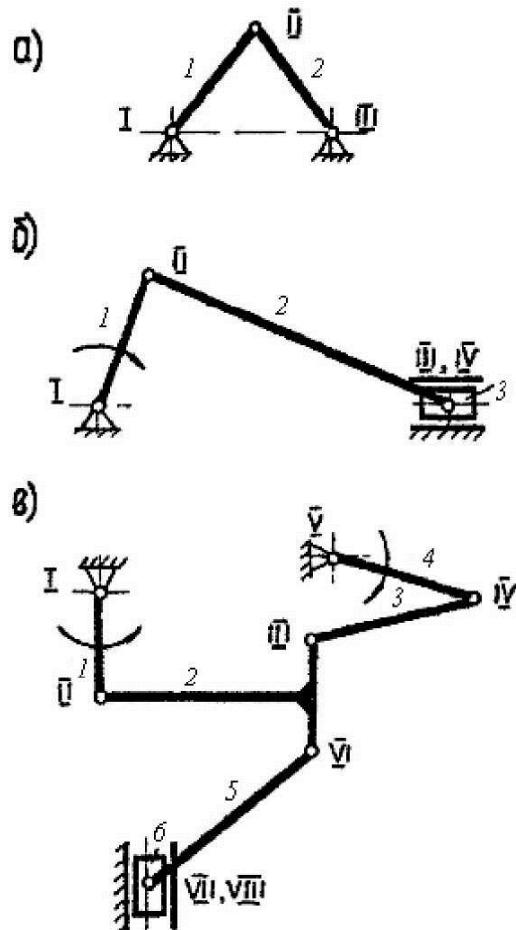


Рис.6 . Кинематические цепи с разным числом степеней свободы

Подсчет числа степеней свободы дает

$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0$, т.е. кинематическая цепь в общем случае представляет ферму. Если же длины звеньев $EF = BC = AD$, $AE = DF$, $EB = FC$, то наличие звена 3 не изменит движения шарнирного четырехзвенника $ABCD$, имеющего $W = 1$. Если из схемы удалить это звено, то относительное движение оставшихся звеньев сохранится прежним, поэтому связь EF и называют пассивной.

Лишними степенями свободы называют степени свободы, не влияющие на характер движения механизма в целом.

Например, вращение роликов на их осях или вращение колец шарикоподшипников. Подсчитаем число степеней свободы кулачкового механизма, представленного на рис. 3, б. В этом плоском механизме $n = 3$, $p_5 = 3$ (две вращательные пары с центрами в точках O и B образуются звеньями 1 – стойка, 2-3 и поступательная 3 – стойка) и $p_4 = 1$ (двухподвижная пара образуется звеньями 1-2). По формуле (1) получится $W = 2$. Формально в данном механизме надо назначить два входных звена 1 и 2. Но, вследствие того, что ролик 2 круглый и центр вращательной пары (точка B) точно совпадает с геометрическим центром ролика, он может свободно поворачиваться вокруг своей оси, не влияя на характер движения механизма в целом. Возможность вращения ролика является лишней степенью свободы. Ролик введен для уменьшения сил трения и износа звеньев. Кинематика механизма не изменится, если ролик удалить и толкатель 3 с кулачком 1 непосредственно соединить в кинематическую пару IV класса, эквидистантно увеличив профиль кулачка на радиус ролика. Тогда будем иметь $n = 2$, $p_5 = 2$, $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$.

2.5. Классификация плоских рычажных механизмов

Впервые классификация плоских рычажных механизмов была предложена русским ученым Л.В.Ассуром и в дальнейшем усовершенствована академиком И.И.Артоболевским.

Согласно этой классификации, любой рычажный механизм можно представить состоящим из одного или нескольких входных звеньев и присоединенных к ним и стойке кинематических цепей. Число степеней свободы каждого входного звена (рис.8) равно 1 ($n = 1$, $p_5 = 1$, $p_4 = 0$, $W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$). Число степеней свободы кинематических цепей, присоединенных к входным звеньям механизма, должно равняться нулю. Такие кинематические цепи называются структурными группами. В структурных группах кинематические пары IV класса отсутствуют (см. раздел Замена высших кинематических пар), поэтому количество звеньев и кинематических пар в них можно определить по формуле (1):

$$W = 3n - 2p_5 = 0,$$

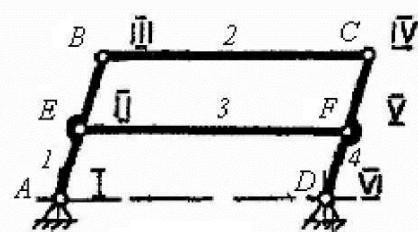


Рис. 7. Схема механизма с пассивной связью

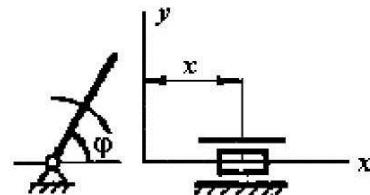


Рис. 8. Пример входных звеньев

откуда

$$n = \frac{2}{3} p_5, \quad (2)$$

$$p_5 = \frac{3}{2} n, \quad (3)$$

так как n и p_5 целые числа, то из формул (2) и (3) следует, что число звеньев в группе должно быть четным, а число кинематических пар - кратное трем.

Соотношения звеньев и кинематических пар в структурных группах показаны в табл.2.

Таблица 2
Соотношения звеньев и кинематических пар

n	2	4	6	8	и т.д.
p_5	3	6	9	12	

В зависимости от способа образования структурные группы делятся на классы и порядки.

По классификации И. И. Артоболевского условно принято считать входное звено со стойкой *механизмом I класса I порядка* и классификацию структурных групп начинать со второго класса. *Структурная группа* (рис. 9, *a*), в состав которой входят два звена и три кинематические пары (см. формулы (2) и (3)) являются *группой II класса*.

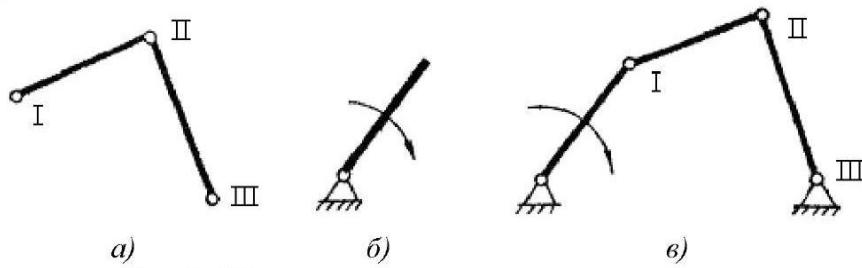


Рис.9. Образование шарнирного механизма

Пара II, образованная звеньями самой группы, называется *внутренней*. Пары I, III, образованные звеньями группы со звеньями, к которым данная группа присоединяется, называются *внешними*. Они всегда считаются входящими только в состав данной структурной группы.

Звено, входящее в состав двух кинематических пар, из которых одна пара является внутренней, называется *поводком*.

Следовательно, структурная группа II класса будет двухпроводковой. Присоединение этой двухпроводковой группы одной внешней парой к входному звену (рис. 9, *b*), а другой - к стойке не изменяет числа степеней свободы, которое остается равным 1 (рис. 9, *c*), следовательно, мы получим шарнирный механизм с $W = 1$.

Структурной группой называется кинематическая цепь, число степеней свободы которой равно нулю относительно элементов ее внешних пар, причем

группа не должна распадаться на более простые кинематические цепи, удовлетворяющие этому условию.

Порядок группы определяется числом внешних кинематических пар, которыми группа может присоединиться к входному звену, к стойке или к другим структурным группам. Следовательно, группа II класса (рис. 9, а) всегда будет группой II порядка. По количеству вращательных и поступательных пар группы II класса II порядка делятся на 5 видов (Прил. 2). Класс структурной группы *выше второго* определяется числом кинематических пар, входящих в замкнутый контур, образованный внутренними кинематическими парами.

Кинематическая цепь, показанная на рис.10, а, образует структурную группу III класса III порядка, так как в ее состав входят три внутренние кинематические пары (II, III, V), образующие замкнутый контур, и три внешние (I, IV, VI) пары. Кинематическая цепь (рис. 10, б) является структурной группой IV класса II порядка. В этой группе кинематические пары II, III, V, VI будут внутренними, образующими замкнутый контур, а пары I и IV – внешними.

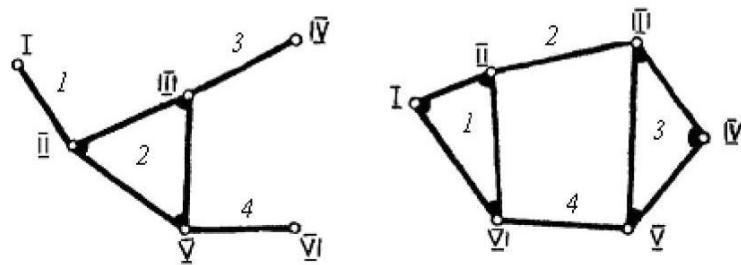


Рис.10. Классификация структурных групп

Класс механизма определяется высшим классом структурных групп, в него входящих. При классификации механизмов, в которых есть высшие пары, удобно последние заменить и получить механизм с одними низшими парами.

2.6. Замена высших кинематических пар

Любая высшая кинематическая пара плоского механизма может быть заменена кинематической цепью, состоящей только из низших пар пятого класса (поступательных и вращательных). Такая кинематическая цепь должна быть структурно и кинематически эквивалентна высшей паре четвертого класса, т.е. она должна накладывать на относительные движения исследуемых звеньев столько условий связи, сколько накладывает заменяемая высшая пара; при этом относительное мгновенное движение исследуемых звеньев должно сохраниться. Каждая кинематическая пара четвертого класса накладывает одно условие связи, следовательно, и заменяющая кинематическая цепь, состоящая из p_5 пар пятого класса и n звеньев, должна накладывать одно условие связи. Тогда условие структурной эквивалентности запишется так:

$$3n - 2p_5 = -1,$$

откуда

$$p_5 = \frac{3n+1}{2}. \quad (4)$$

Следовательно, из формулы (4) можно сделать вывод, что самая простая заменяющая кинематическая цепь состоит из одного звена и двух пар пятого класса ($n = 1$, $p_5 = 2$). Для того чтобы выдержать условие кинематической эквивалентности, замена высшей пары низшими должна быть выполнена следующим образом: в точке (рис.11, а) касания профилей (пара четвертого класса) надо провести нормаль к профилям, на этой нормали найти центры кривизны соприкасающихся профилей D и E , установить в них центры шарниров, соединив их дополнительным звеном DE ; это звено будет входить в две пары пятого класса (условие структурной эквивалентности), а механизм $ADEC$ будет являться заменяющим механизмом (рис.11, б), причем значения скоростей и ускорений выходного звена 2 (EC) будут те же, что и в действительном механизме.

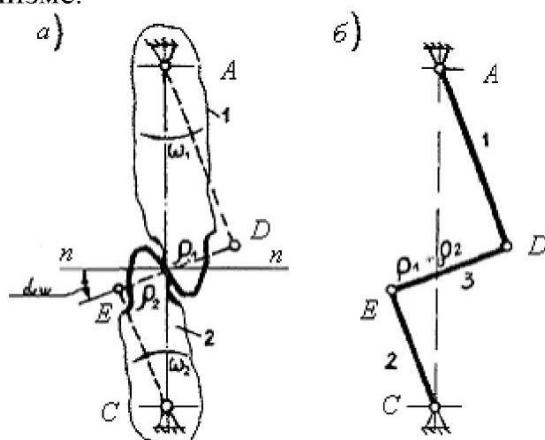


Рис.11. Замена высшей пары в зубчатом механизме

Если рассматривается эвольвентный профиль зуба, то пары D и E расположены на линии зацепления, проведенной под углом зацепления α_w к горизонтали. Большой частью этот угол равен 20° .

Если из центров вращения колес A и C (рис. 11, а) опустить на эту линию зацепления перпендикуляры, мы получим точки D и E – центры кривизны профилей зубьев.

Соединение кулачка 1 (рис. 12, а) и ролика 2 в кулачковом механизме ABC представляет также высшую кинематическую пару.

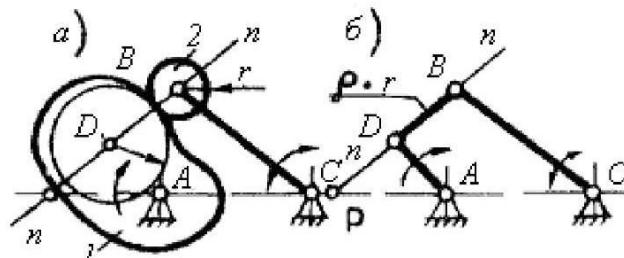


Рис.12. Замена высшей пары в кулачковом механизме

Произведем ее замену. Определим центры кривизны элементов пары: для звена 2 центр кривизны находится в шарнире B , а для звена 1 – в точке D , где и располагают низшие кинематические пары. На рис. 12, б показан заменяющий шарнирный механизм $ADBC$, в котором длина звена DB равна сумме радиусов кривизны элементов пары.

В случае, если один из элементов высшей пары будет прямой линией (рис. 13), центр кривизны этого профиля будет бесконечно удален. Поэтому вращательная кинематическая пара переходит в поступательную, и дополнительное звено 3 будет вступать со звеном 2 в поступательную кинематическую пару, а со звеном 1 (центр кривизны точка A) – во вращательную кинематическую пару.

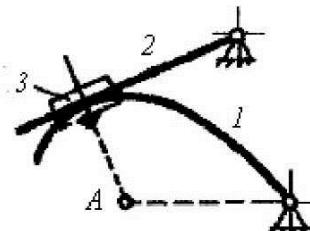


Рис. 13. Замена высшей пары низшими

Подчеркнем, что замена эта фиктивная, она производится только для классификации механизма и для кинематического анализа. Надо иметь в виду, что длина дополнительного звена будет различной для разных положений входного звена, т.е. для определения скоростей и ускорений звеньев и точек механизма приходится строить целый ряд заменяющих механизмов для последовательных положений входного звена.

2.7. Структурный анализ механизма

Любой плоский рычажный механизм может быть образован путем присоединения к входному звену и к стойке одной или нескольких структурных групп. Характер образования кинематической цепи механизма указывается формулой его строения. Например, формула строения I – II (2 – 3) – II (4 – 5) указывает, что механизм (рис. 5) образован последовательным присоединением двух двухпроводовых групп к входному звену 1.

Может быть решена и обратная задача: плоский рычажный механизм может быть разложен на структурные группы и входное звено.

Разложение механизма на группы называется *структурным анализом*. При структурном анализе механизмов необходимо выполнение следующих требований:

1. Входное звено должно входить в кинематическую пару со стойкой.
2. Все кинематические пары должны быть одноподвижными.
3. Пассивные связи и лишние степени свободы должны быть удалены.
4. Первой следует отделять структурную группу, звенья которой наиболее удалены по кинематической цепи от входного звена.
5. Следить за тем, чтобы ошибочно не принять несколько простых групп за одну структурную группу более высокого класса (например две группы второго класса имеют $n = 4, p_5 = 6$ так же, как группа III класса III порядка или группа IV класса II порядка). Поэтому надо в первую очередь стараться отделить наиболее простые группы.
6. Следить за тем, чтобы оставшаяся кинематическая цепь (после отделения структурной группы) продолжала обладать тем же числом степеней свободы, что

и весь механизм, т.е. чтобы ни одно из звеньев оставшейся цепи и ни одна из оставшихся кинематических пар не выключалась бы из работы. При этом надо иметь в виду, что каждая кинематическая пара и каждое звено могут входить только в одну структурную группу.

В результате разложения должно остаться одно входное звено, если число степеней свободы всего механизма равно 1; если число степеней свободы механизма равно k , то должно остаться k входных звеньев. **Целью** структурного анализа является следующее: определение класса и порядка структурных групп, так как в зависимости от этого применяются соответствующие методы кинематического и силового анализа их.

3. ОПИСАНИЕ МОДЕЛЕЙ МЕХАНИЗМОВ

Все модели механизмов собраны на стойках, они приводятся в движение рукояткой. Во многих моделях механизмов так же, как в машинах, кроме рычажного механизма, имеются зубчатые и кулачковые механизмы.

Зубчатый механизм обычно служит для привода машин или сам является частью привода, рычажный – для выполнения различных технологических операций (высадки, штамповки, резания и т.д.), а кулачковый – для вспомогательных операций (удаление готового изделия, подача материала и т.д.). Во многих моделях механизмов одно из зубчатых колес и кулачок жестко закреплены на одном валу. Одно из зубчатых колес выполняет роль кривошипа рычажного механизма.

Для выполнения работы необходимо иметь измерительный инструмент: масштабную линейку, штангенциркуль, угломер.

4. ТРЕБОВАНИЕ ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ РАБОТЫ

1. Выполнять только полученную работу.
2. Со всеми неясными вопросами обращаться к преподавателю.
3. Не загромождать свое рабочее место вещами, не относящимися к выполняемой работе.
4. По окончании работы привести в порядок свое рабочее место.

5. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ И ПОРЯДОК ЕЕ ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Получив модель механизма, необходимо ознакомиться с принципом его действия.

Определить, из каких звеньев состоит механизм, каковы их движения, какими кинематическими парами они соединены друг с другом.

2. Пользуясь условными обозначениями звеньев и пар (Прил.А), составить эскиз кинематической схемы механизма.

Надо помнить, что в отличие от чертежа или рисунка кинематическая схема механизма не отражает действительной формы и конструкции звеньев и кинематических пар. Она представляет схематичное, т.е. упрощенное

изображение механизма, содержащее все необходимое для определения траекторий движения точек звеньев. Стойка как таковая на схемах не обозначается, но указываются (с помощью штриховки) те части стойки, где присоединяются подвижные звенья.

Кинематическую схему механизма вычертить в двух крайних положениях выходного звена рычажного механизма.

Зубчатые колеса на кинематической схеме изображаются двумя касающимися окружностями, проведенными штрихпунктирными линиями. Расстояние между центрами окружностей задано, а радиусы их могут быть произвольными.

Кулачок – звено, очерченное кривой переменного радиуса кривизны.

3. На эскизе проставить необходимые размеры, снятые с модели. Следует указывать только те размеры, которые при движении механизма остаются постоянными во всех его положениях (координаты центров неподвижных шарниров; размеры, определяющие положения неподвижных направляющих; длины звеньев и т.д.).

После составления эскиза он показывается преподавателю для проверки.

Окончательно схема изображается в масштабе с помощью чертежных инструментов в бланке отчета (Прил. Г). Масштаб μ_i определяется следующим образом:

$$\mu_i = \frac{\text{действительная величина звена, м}}{\text{величина звена на схеме, мм}} = \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Натуральные размеры записываются рядом со схемой.

4. Определить величину хода выходного звена рычажного механизма H (расстояние между крайними положениями этого звена).

5. Пронумеровать все подвижные звенья арабскими, а кинематические пары римскими цифрами в любом положении механизма. Стойку можно принять за нулевое звено (0). При этом надо помнить, что в каждом месте присоединения звеньев число пар на единицу меньше числа этих звеньев.

6. При определении характера движения звена (табл.1) можно ввести сокращения:

- В – вращательное движение;
- К – колебательное (качательное) движение;
- П – поступательное движение;
- С – сложное движение.

7. Провести классификацию кинематических пар (табл.2), где в графе «вид пары» можно ввести обозначения:

- Н – низшие;
- В – высшие.

8. Определить число степеней свободы механизма (формула (1)).

9. Провести замену высших кинематических пар и построить заменяющий механизм в одном положении механизма.

10. Определить число степеней свободы заменяющего механизма.

11. Разложить заменяющий механизм на структурные группы и определить их класс и порядок (табл.3), соблюдая основные требования структурного анализа.

6. УКАЗАНИЯ К СОСТАВЛЕНИЮ ОТЧЕТА

1. Кинематические схемы механизма, разложение механизма на структурные группы вычерчиваются карандашом с помощью чертежных инструментов с обозначением необходимых размеров (a, b, c, \dots, a_w, H).

2. Нумерацию звеньев и кинематических пар на кинематических схемах механизма можно проставлять карандашом.

3. Все таблицы и необходимые расчеты заполняются ручкой.

4. Отчет по работе должен быть готов к началу следующего занятия, на котором студент должен отчитаться по этой работе.

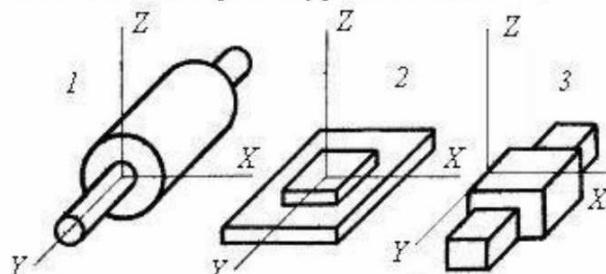
7. ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Что называется звеном, кинематической парой, механизмом?

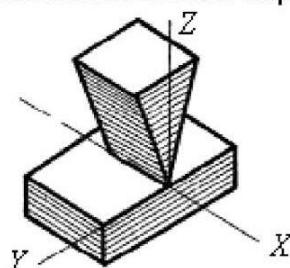
2. Типы звеньев рычажных механизмов.

3. Как определяется класс кинематических пар?

Укажите кинематическую пару III класса.



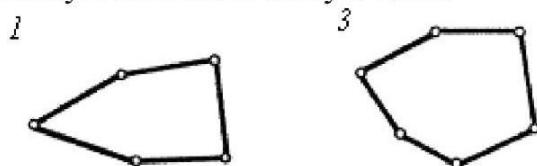
Определите класс кинематической пары.

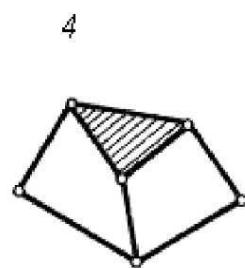
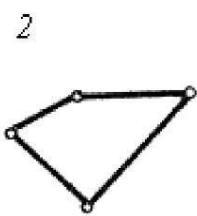


В указанных примерах определите низшие и высшие пары.

4. Кинематическая цепь и ее виды.

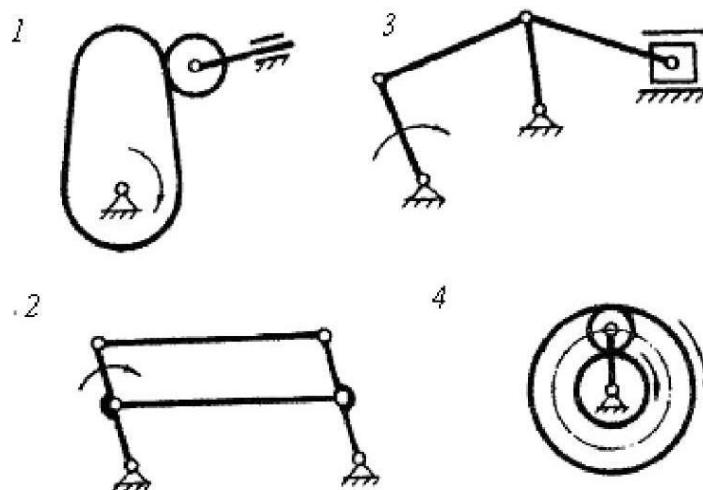
Укажите сложную кинематическую цепь.





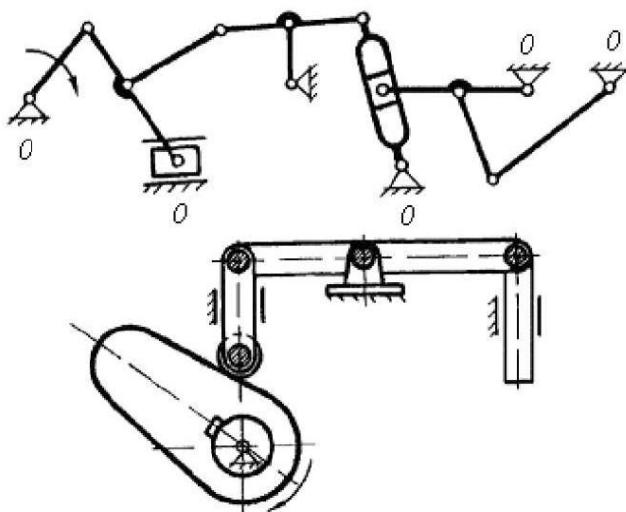
5. Пассивные связи и лишние степени свободы.

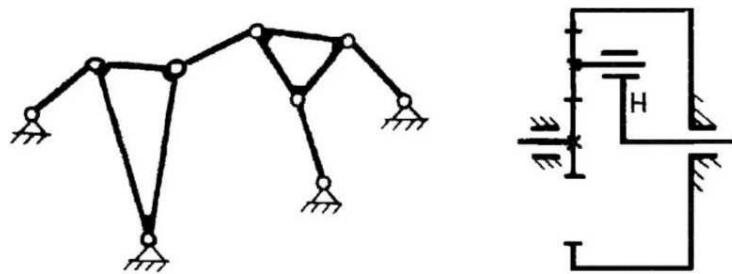
Укажите механизмы, в которых есть пассивная связь и лишняя степень свободы.



6. Формула П.Л.Чебышева.

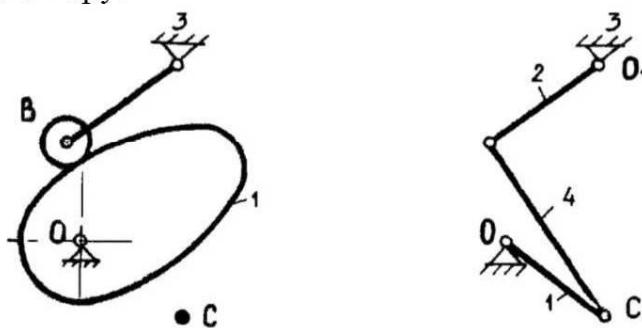
Определите число степеней свободы кинематических цепей.



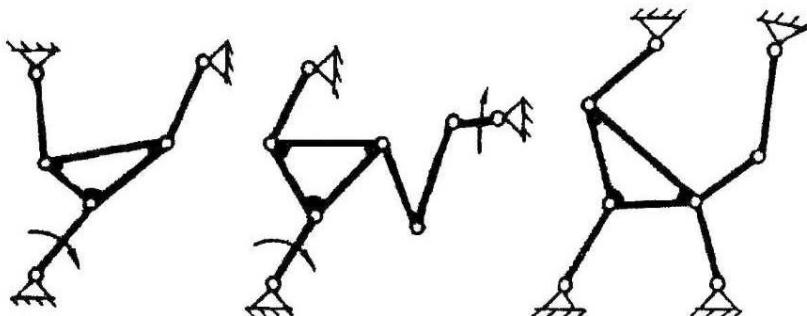


7. Как производится замена высших пар низшими?

Укажите звено с элементами низших пар, заменяющее высшую кинематическую пару.

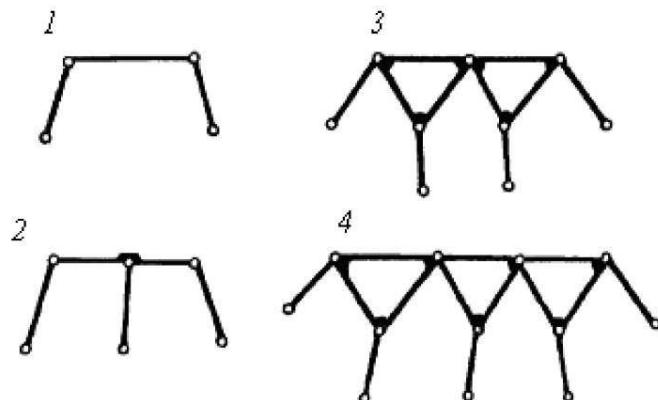


8. Определите, какая из схем является механизмом?



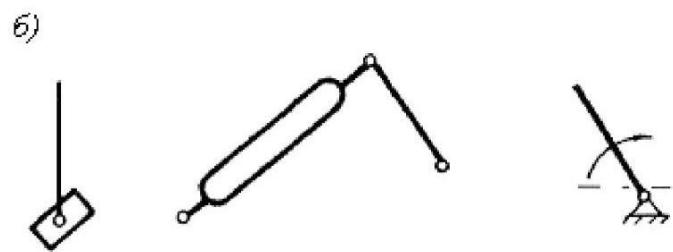
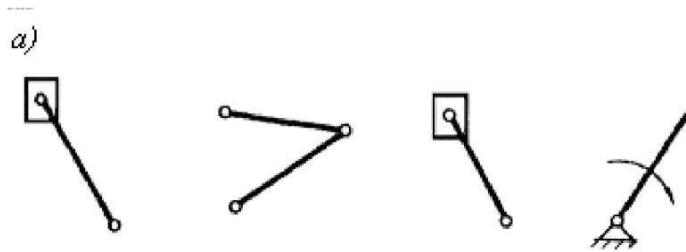
9. Структурная группа и ее свойства.

Укажите трехпроводковую группу.



10. Правила структурного анализа.

11. По заданным структурным группам составить механизм и написать формулу его строения.



12. Как определяется класс механизма?

ПРИЛОЖЕНИЯ

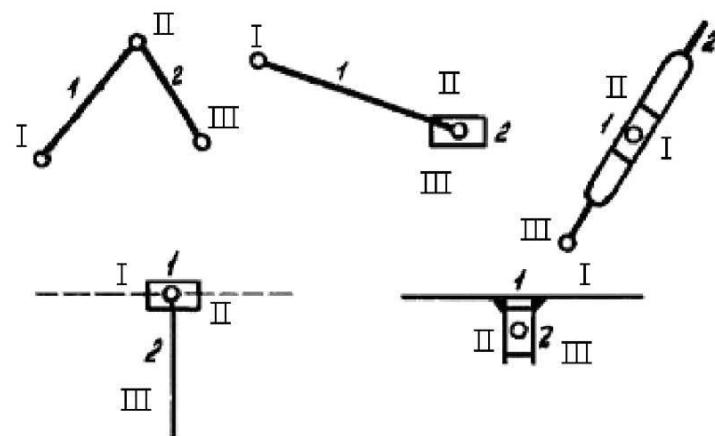
Приложение А

Основные условные обозначения звеньев и кинематических пар, применяемые в кинематических схемах плоских рычажных механизмов

№ п/п	Рекомендуемые условные обозначения	Возможные варианты условного обозначения	Смысл условного обозначения
	○		Вращательная пара: два звена могут совершать только вращательное движение друг относительно друга
	○—○		Звено, входящее в две вращательные пары с другими звеньями
			Звено, входящее в три вращательных пары с другими звеньями. Центры этих пар не лежат на одной прямой
	○—○—○		Звено, входящее в три вращательных пары с другими звеньями. Центры этих пар лежат на одной прямой
			Звено входит во вращательную пару со стойкой
	—□—		Два звена образуют поступательную пару: они могут двигаться друг относительно друга только поступательно и прямолинейно в определенном направлении
			Звено входит в поступательную пару со стойкой, т.е. может скользить по неподвижным прямолинейным направляющим
			Ползун связан вращательной парой с другим звеном
			Разновидность вращательной пары: в кулисе с прорезью по дуге окружности скользит ползун

Приложение Б

Виды структурных групп II класса II порядка



Приложение В

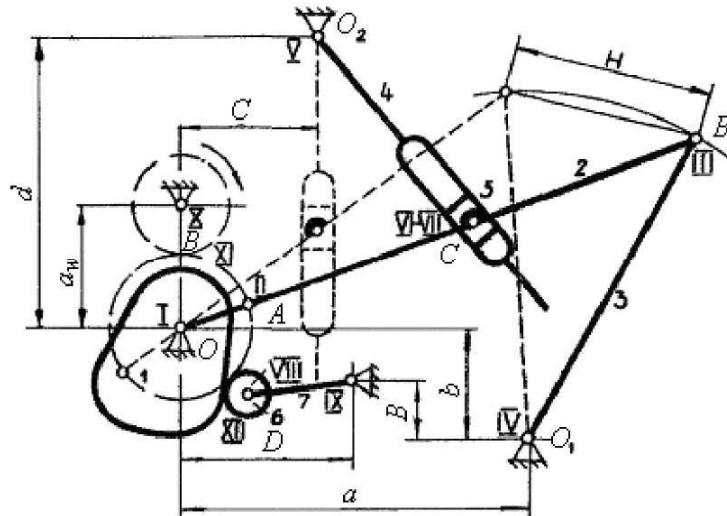
Примеры структурных групп

№ п/п	Число звеньев	Число кинематических пар	Схема	Класс группы	Порядок группы
1	2	3		2	2
2	4	6		3	3
3	6	9		3	4
4	4	6		4	2

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Составление кинематических схем и структурный анализ плоских механизмов

1. Кинематическая схема $\mu_i = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$.

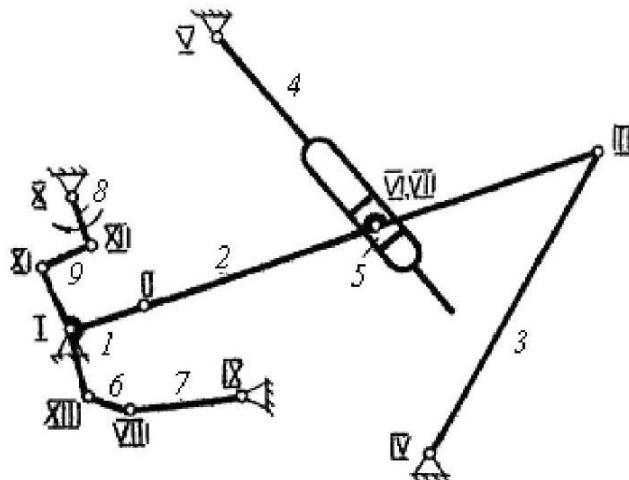


$a = 310 \text{ мм}$, $b = 100 \text{ мм}$, $c = 120 \text{ мм}$, $d = 200 \text{ мм}$, $OA = 70 \text{ мм}$, $AB = 424 \text{ мм}$,
 $AC = 214 \text{ мм}$, $O_1B = 310 \text{ мм}$, $a_w = 110 \text{ мм}$, $B = 58 \text{ мм}$, $D = 156 \text{ мм}$.

Подсчет числа степеней свободы механизма:

$$n = 8, p_5 = 10, p_4 = 2, W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 10 - 2 = 2.$$

2. Структурная схема заменяющего механизма.



Подсчет числа степеней свободы заменяющего механизма:

$$n = 9, p_5 = 13, W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 9 - 2 \cdot 13 = 1.$$

3. Структурный анализ механизма.

Таблица 1

Определение характера движения звена

№ подвижных звеньев	1	2	3	4	5	6	7	8			
Характер движения звена	В	С	К	К	П	С	К	В			

Таблица 2

Классификация кинематических пар

Кинематические пары	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Звенья, составляющие пару	0-1	1-2	2-3	3-0	4-0	4-5	5-2	6-7	7-0	8-0	8-1	1-6
Класс пары	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4
Вид пары	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	В	В

РАЗЛОЖЕНИЕ МЕХАНИЗМА НА ГРУППЫ

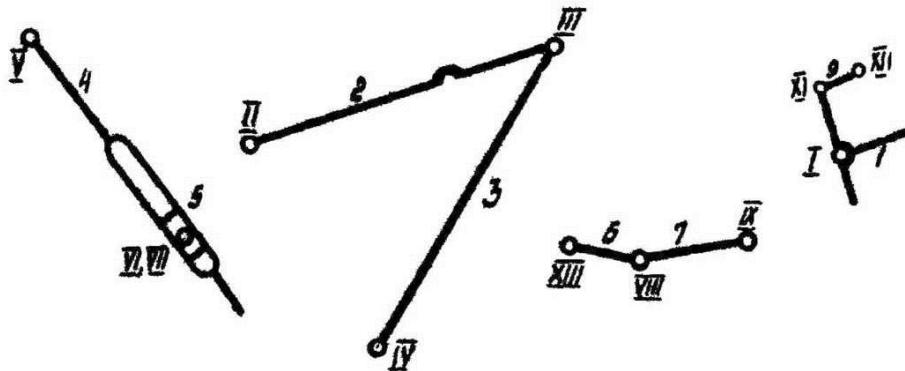


Таблица 3

Определение класса и порядка структурной группы

Группы в порядке их отделения от механизма	Звенья, входящие в группу	Пары, входящие в группу		Класс и порядок группы
		внутренние	внешние	
1	4-5	VI	V-VII	2-й класс 2-й порядок
2	2-3	III	II-IV	2-й класс 2-й порядок
3	6-7	VIII	XIII-XI	2-й класс 2-й порядок
4	9-1	XI	XII-I	2-й класс 2-й порядок

Кинематическая схема является механизмом II класса.

Лабораторная работа №2

Профилирование эвольвентных зубьев методом обкатки и расчет зубчатых передач

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является ознакомление:

- а) с наиболее распространенным методом образования зубьев цилиндрических прямозубых колес с помощью производящей рейки;
- б) с параметрами нулевых, положительных и отрицательных колес;
- в) с явлением подреза зубьев и способом его устранения;
- г) с геометрическим расчетом цилиндрических зубчатых передач.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

2.1. Производящая поверхность, производящая рейка, исходный производящий контур

Нарезание зубчатых колес по методу обкатки производится на специальных зуборезных станках. Инструмент для нарезания зубьев выполняется как эвольвентное зубчатое колесо или эвольвентная зубчатая рейка с режущими гранями на зубьях (рис.1).

У зубчатой рейки, которую можно рассматривать как зубчатое колесо с числом зубьев равным бесконечности, все окружности и эвольвентный профиль зуба переходят в прямые. Благодаря прямолинейному профилю зубьев, реечный инструмент (гребенка, червячная фреза) получил наибольшее распространение при нарезании эвольвентных зубьев.

Инструмент при нарезании совершает два движения: движение резания и движение обкатки (огибания). Последнее соответствует движению, которое имела бы рейка, находящаяся в зацеплении с зубчатым колесом, идентичным нарезаемому.

Поверхность, образованная режущими кромками инструмента при движении резания (рис.1), называется производящей поверхностью, а воображаемая рейка, у которой боковыми поверхностями являются производящие поверхности – производящей рейкой.

Контур зубьев производящей рейки называют исходным производящим контуром. Он состоит из прямолинейного участка EF и криволинейных переходных участков EC и FD (рис.2).

Делительная прямая делит зуб по высоте на две равные части. Толщина зуба S_0 по делительной прямой равна ширине впадины l_0 . Шаг зубьев исходного производящего контура p_0 выражается через модуль зубьев m , равный $m = \frac{p_0}{\pi}$, мм.

Модуль зубьев является основным параметром зубчатого зацепления. Все линейные размеры зуба, зубчатого колеса и зубчатой передачи выражаются через

модуль. Значение модуля выбирается по условиям прочности в соответствии с ГОСТ 9563-60 (СТ СЭВ 310-76).

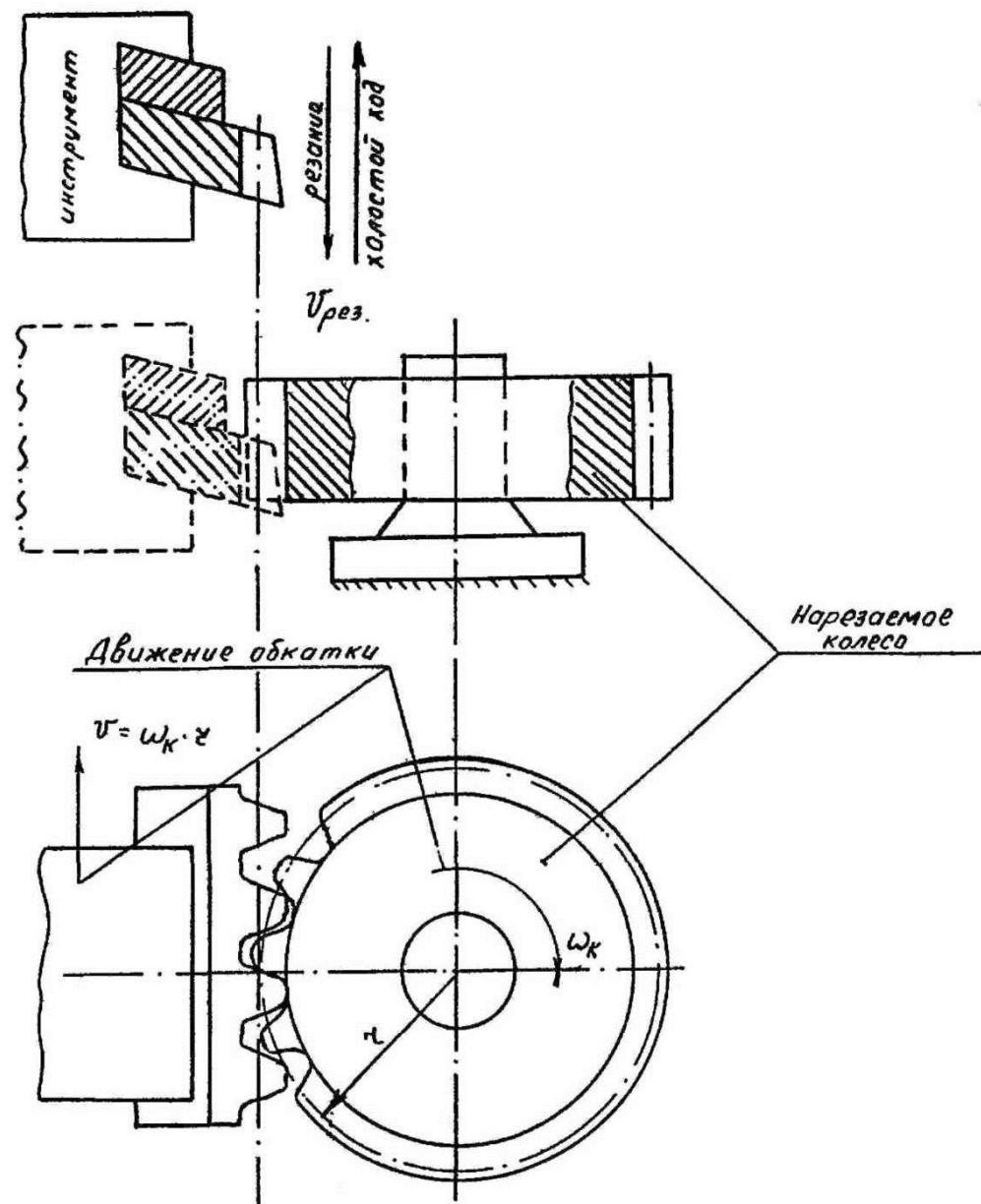


Рис.1. Нарезание зубьев по методу обкатки

Геометрические параметры исходного производящего контура, указанные на рис.2, определяются в соответствии с ГОСТ 13755-81 (СТ СЭВ 308-76) на исходный контур.

Угол главного профиля $\alpha = 20^\circ$.

Коэффициент высоты головки $h_a = 1$.

Коэффициент радиального зазора $c^* = 0,25$.

Коэффициент радиуса кривизны переходной кривой $\rho^* = 0,38$.

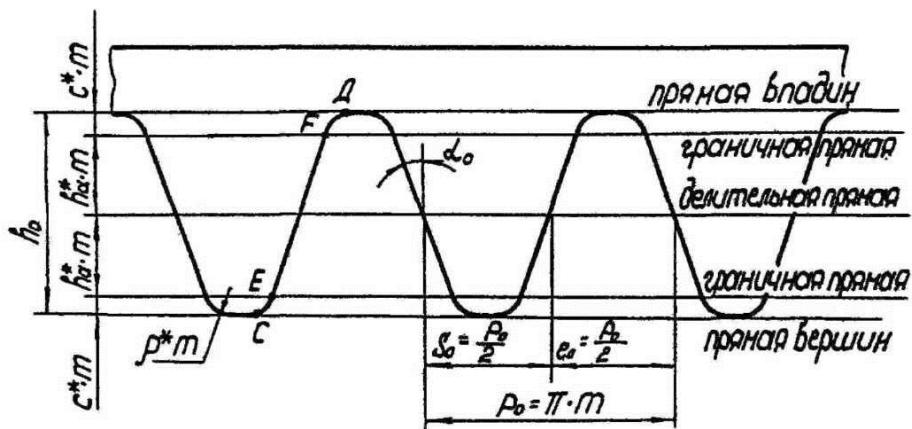


Рис.2. Исходный производящий контур

2.2. Станочное реечное зацепление

Беззазорное зубчатое зацепление, которое образует производящая рейка с нарезаемым колесом, называется станочным реечным зацеплением.

В станочном зацеплении начальная прямая производящей рейки перекатывается без скольжения по начальной окружности нарезаемого колеса. Последней всегда служит делительная окружность, на которой шаг зубьев рейки p_0 отложится z раз, где z – число зубьев нарезаемого колеса. Начальной прямой рейки может быть любая прямая, параллельная делительной прямой, в том числе и делительная прямая.

Кратчайшее расстояние между делительной окружностью нарезаемого колеса и делительной прямой производящей рейки называется смещением исходного контура и определяется как xm , где x – коэффициент смещения.

На рис.3 показаны три различных станочных зацепления. В первом станочном зацеплении (рис.3, а) начальной прямой служит делительная, т.е. $xm = 0$. Колеса, нарезанные в этом станочном зацеплении, носят название зубчатых колес без смещения.

Во втором станочном зацеплении (рис.3, б) делительная прямая рейки удалена от делительной окружности нарезаемого колеса на величину $+xm$, т.е. рейка смещена от центра нарезаемого колеса (положительное смещение). В этом станочном зацеплении нарезается колесо с положительным смещением. Зубчатое колесо с отрицательным смещением нарезается в станочном зацеплении, изображенном на рис.3, в. Здесь делительная прямая рейки пересекает делительную окружность нарезаемого колеса, т.е. рейка смещена к центру колеса на величину xm (отрицательное смещение).

Нормаль $n-n$ к производящему контуру, проведенная через полюс P_0 станочного зацепления (рис.4), является контактной нормалью и называется линией станочного зацепления, а угол α между линией зацепления и начальной прямой – углом станочного зацепления.

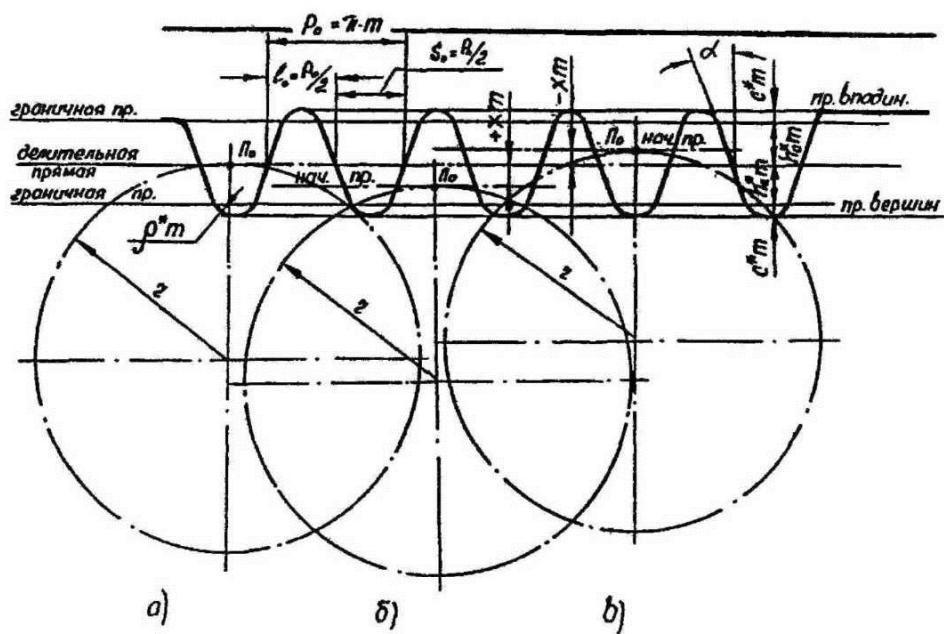


Рис.3. Станочные зацепления

При движении обкатки исходный производящий контур занимает ряд последовательных положений относительно заготовки, т.е. образует семейство линий. Профиль зуба нарезаемого колеса получается как огибающая этого семейства (рис.6).

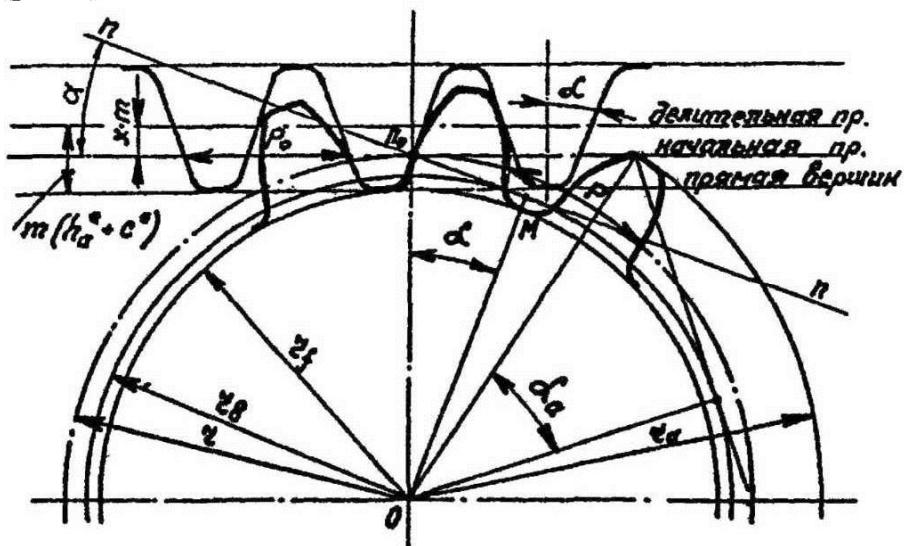


Рис.4. К определению геометрических параметров колеса

2.3. Геометрические параметры зубчатого колеса

Форма зуба и геометрические параметры колеса зависят от параметров производящей рейки и ее положения относительно колеса в станочном зацеплении.

Делительный окружной шаг зубьев p .

Так как начальная прямая производящей рейки перекатывается по делительной окружности нарезаемого колеса без скольжения (рис.4), то

$$p = p_0 = \pi m. \quad (1)$$

Делительный радиус r .

Шаг зубьев производящей рейки отложится z раз на делительной окружности нарезаемого колеса. Следовательно (рис.4),

$$2\pi r = p_0 z \text{ или } r = \frac{p_0 z}{2\pi} = \frac{mz}{2}, \quad (2)$$

а делительный диаметр

$$d = mz. \quad (2')$$

Основной радиус r_b .

Контактная нормаль $n-n$ в эвольвентном станочном зацеплении касается основной окружности нарезаемого колеса, что следует из свойства эвольвенты. Таким образом (рис.4.),

$$r_b = r \cos \alpha - \frac{mz}{2} \cos \alpha. \quad (3)$$

Радиус **впадин** r_f .

Поверхность впадин зубчатого колеса формируется вершиной зуба производящей рейки. Следовательно (рис.4),

$$r_f = r - m \cdot q_a + c - x. \quad (4)$$

Делительная окружная толщина зуба S .

Толщина зуба по делительной окружности S равна ширине впадины производящей рейки по начальной прямой (рис.5). На этом основании запишем

$$\begin{aligned} S &= \frac{p_0}{2} - 2\Delta e_0, \text{ или} \\ S &= \frac{\pi m}{2} \cdot 2x m \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \quad (5)$$

Толщина зуба по окружности вершин S_a (рис.5). Используя формулу толщины зуба по произвольной окружности [2, 4], получим

$$S_a = 2 r_a \left(\frac{S}{2r} - \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a \right),$$

$$a \cos \alpha_a - \frac{r_b}{r_a} \quad (\text{рис.4}), \quad (6)$$

где r_a – радиус вершин зубьев; α_a – угол профиля зуба в точке, лежащей на окружности вершин; $\text{inv } \alpha$, $\text{inv } \alpha_a$ – эвольвентные углы профиля зуба для точек, лежащих на делительной окружности и окружности вершин.

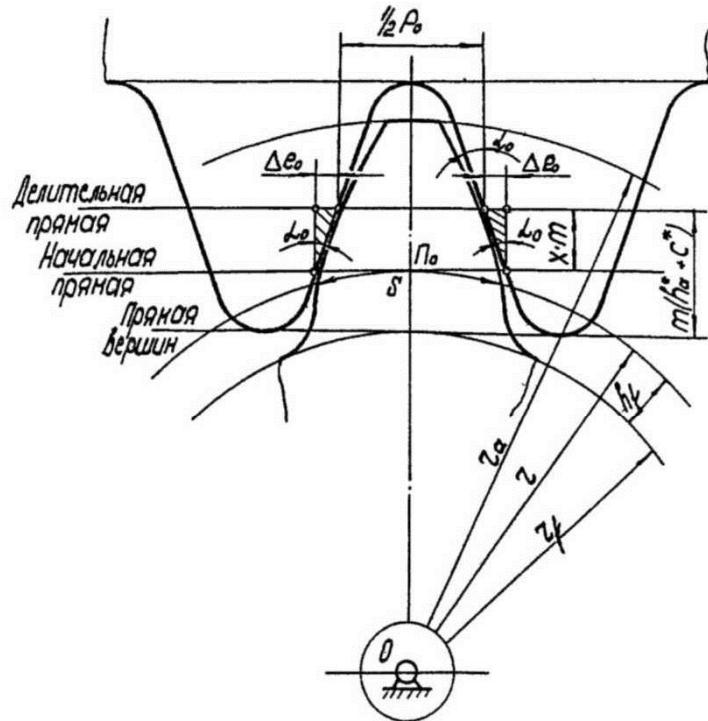


Рис.5. К определению толщин зубьев нарезаемого колеса

Радиус вершин зубьев r_a (рис.5)

$$r_a = r_f + h, \quad (7)$$

где h – высота зуба, равная [2, 4]

$$h = m \cdot h_a + c - \Delta y,$$

а для колес нулевых передач, у которых $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = 0$,

$$h = m \cdot h_a + c. \quad (8)$$

На рис.6 показаны зубья колеса ($m = 13$ мм, $z = 10$), нарезанные в трех станочных зацеплениях. Зубья, нарезанные с положительным смещением, имеют наибольшую толщину по делительной окружности и окружности впадин и, следовательно, наибольшую прочность на изгиб по сравнению с зубьями, нарезанными без смещения и с отрицательным смещением.

У колеса, нарезанного без смещения, толщина зуба по делительной окружности равна половине шага $S = \frac{p}{2}$. Толщина зуба и прочность на изгиб уменьшаются по мере смещения производящей рейки к центру колеса.

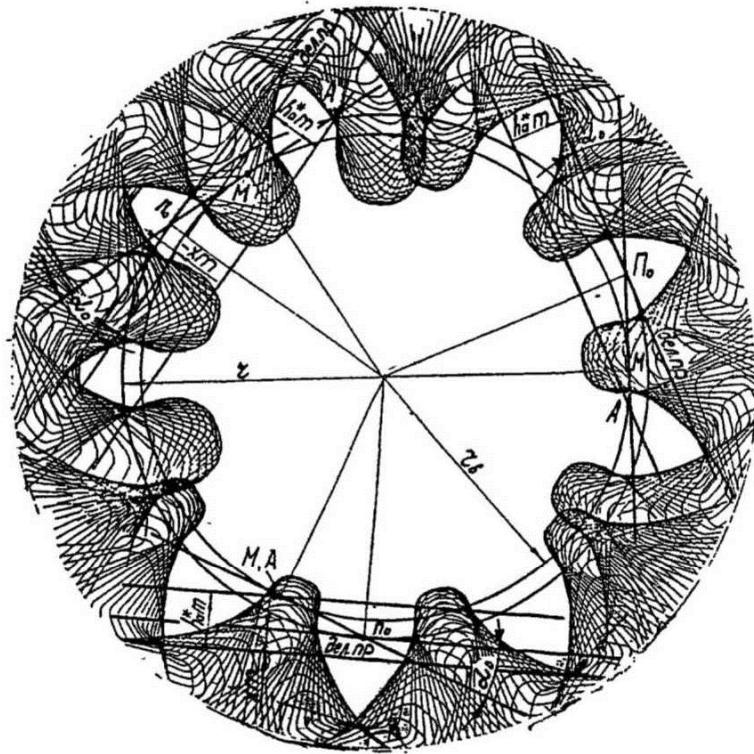


Рис.6. Нарезанные зубья

2.4. Подрез зuba

Рассмотрим элементы станочного зацепления (рис.7). Нормаль к производящему контуру, проходящая через полюс зацепления Π_0 , является линией станочного зацепления, а точка M (точка касания линии зацепления с основной окружностью) – границей линии зацепления.

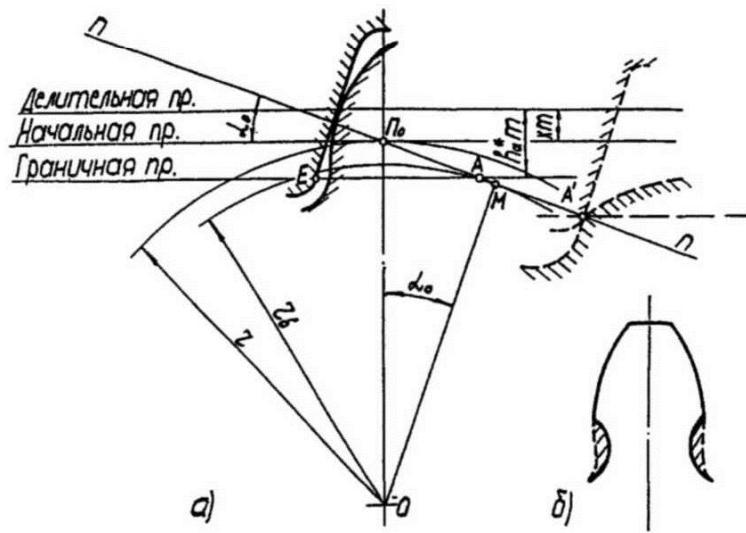


Рис.7. К условию неподрезания зубьев

Граничная точка E эвольвентного (прямолинейного) участка производящего контура контактирует с нарезаемым профилем в точке A линии станочного зацепления. Если точка контакта выходит за границу (т. M) линии зацепления, то наступает явление интерференции (пересечение профилей).

Интерференция в станочном зацеплении приводит к подрезу ножки зуба нарезаемого колеса. Подрез ослабляет основание (рис.7, б) и уменьшает эвольвентную часть профиля, т.е. уменьшает продолжительность зацепления одной пары зубьев.

Условие неподрезания можно представить в виде

$$\Pi_0 M \geq \Pi_0 A \text{ (рис.7, а).}$$

Рассматривая крайний случай $\Pi_0 M = \Pi_0 A$, получим

$$z_{\min} = \frac{2(h_a - x)}{\sin^2 \alpha},$$

где z_{\min} – наименьшее число зубьев колеса, которое может быть нарезано без подреза. Из формулы видно, что при положительном смещении z_{\min} уменьшается, а при отрицательном смещении увеличивается.

При $x = 0$, $h_a = 1$, $\alpha = 20^\circ$ наименьшее число зубьев $z_{\min} = 17$. Следовательно, при проектировании зубчатых колес без смещения следует брать $z \geq 17$. Зубчатое колесо с $z < 17$, во избежание подреза, следует проектировать с положительным смещением.

Величина коэффициента наименьшего смещения x_{\min} , при котором отсутствует подрез, определится следующим образом:

$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17}. \quad (9)$$

При расчете зубчатых передач, во избежание подреза, коэффициент смещения выбирают таким, чтобы он был больше или равен коэффициенту наименьшего смещения.

По формуле (9) можно также определить величину коэффициента отрицательного смещения, с которым можно нарезать колесо с $z < 17$, не вызвав подреза.

2.5. Зубчатая передача

2.5.1. Элементы зацепления

Теоретическая зубчатая передача (рис.8) – это беззазорное (отсутствует боковой зазор между зубьями) зацепление двух зубчатых колес. Контактная нормаль ($n-n$) к профилям зубьев касается основных окружностей и делит линию межосевого расстояния на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям:

$$\frac{O_2\Pi}{O_1\Pi} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i_{1-2}.$$

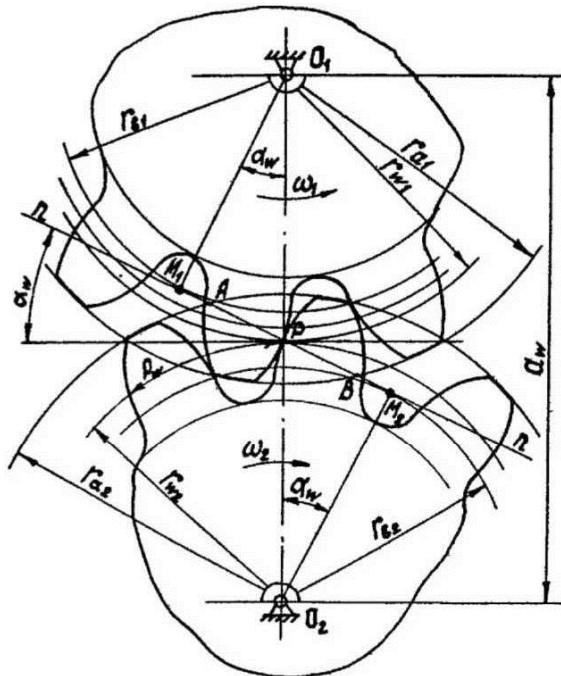


Рис.8. Зубчатая передача

Точка П – полюс зацепления. Окружности, проходящие через полюс зацепления, называются начальными. При зацеплении колес они перекатываются друг по другу без скольжения. Начальные окружные шаги r_w зубьев двух зацепляющихся колес одинаковы. Точки зацепления (контакта) зубьев перемещаются по нормали $n-n$.

Правильный контакт зубьев (профили в точке контакта имеют общую нормаль) возможен на участке M_1M_2 , называемом линией зацепления.

Линия зацепления составляет угол зацепления (α_w) с касательной к начальным окружностям. Действительные точки контакта располагаются на участке AB (активная часть линии зацепления). Если действительные точки контакта выходят за пределы линии зацепления, то происходит пересечение профилей (интерференция).

2.5.2. Коэффициент перекрытия

Для обеспечения непрерывного зацепления необходимо, чтобы в момент окончания зацепления одной пары зубьев в контакте находилась хотя бы одна пара зубьев, т.е. работа одной пары зубьев по времени должна перекрываться работой другой пары зубьев. Величина такого перекрытия определяется по коэффициенту перекрытия.

На рис.9 показаны профили зубьев в момент входа – (т.А) и выхода – (т.В) их из зацепления. Угол поворота колеса от положения входа в зацепление до

положения выхода из зацепления его профиля называется углом торцового перекрытия φ_α . Отношение угла торцового перекрытия зубчатого колеса к его угловому шагу $\tau = \frac{2\pi}{z}$ – называется коэффициентом перекрытия.

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\alpha_1}{\tau_1} = \frac{\alpha_2}{\tau_2}.$$

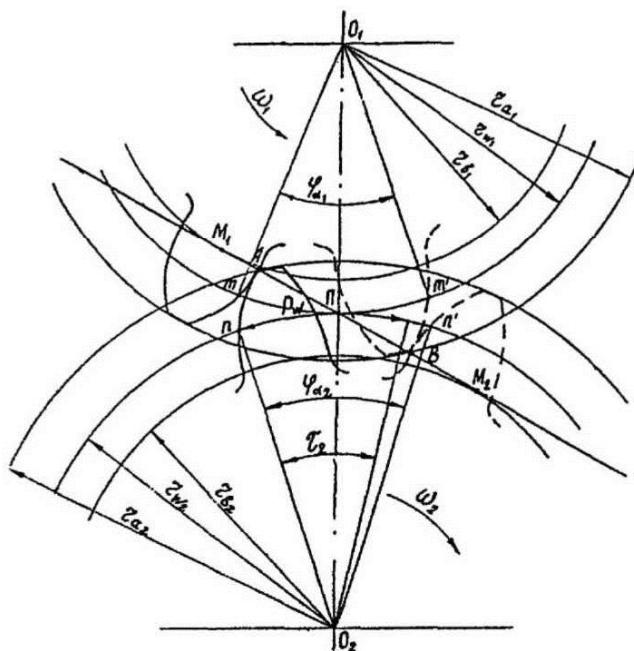


Рис.9. К определению коэффициента перекрытия

Коэффициент перекрытия, характеризующий плавность зацепления зубчатой передачи, численно равен среднему числу пар зубьев, находящихся одновременно в зацеплении. Для плавного, безударного зацепления необходимо, чтобы коэффициент перекрытия был больше единицы. Если коэффициент перекрытия будет меньше 1, то зацепление будет прерывистым с периодически повторяющимися ударами в момент входа пары зубьев в зацепление.

2.5.3. Нулевые, положительные и отрицательные зубчатые передачи

Геометрические параметры и качественные показатели зубчатой передачи зависят от суммарного коэффициента смещения x_Σ .

Зубчатые передачи подразделяются следующим образом:

1. Нулевые, $x_\Sigma = 0$:

- а) $x_1 = 0, x_2 = 0$ (зубчатая передача без смещения);
- б) $x_1 = -x_2$ (равносмещенная нулевая зубчатая передача).

2. Положительные, $x_\Sigma > 0$:

- а) $x_1 > 0, x_2 > 0$;

- б) $x_1 > 0, x_2 > 0$;
 в) $x_1 > 0, x_2 = 0$;
 г) $x_1 > 0, x_2 < 0$ и $|x_1| > |x_2|$.
 3. Отрицательные, $x_\Sigma < 0$:
 а) $x_1 < 0, x_2 < 0$;
 б) $x_1 = 0, x_2 < 0$;
 в) $x_1 > 0, x_2 < 0$ и $|x_1| < |x_2|$.

2.5.4. Геометрический расчет зубчатой передачи с параметрами m, z_1, z_2, x_1, x_2

Делительный радиус

$$r_{1,2} = \frac{m z_{1,2}}{2}. \quad (10)$$

Основной радиус

$$r_{b1,2} = \frac{m z_{1,2}}{2} \cos \alpha, \quad (11)$$

где α – угол главного профиля.

Делительный шаг зубьев

$$p = \pi m. \quad (12)$$

Угол зацепления

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha - \frac{2(z_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2}. \quad (13)$$

Начальный радиус

$$r_{w1,2} = \frac{r_{b1,2}}{\cos \alpha_w} = \frac{m z_{1,2}}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (14)$$

Межосевое расстояние

$$\alpha_w = r_{w1} - r_{w2} = \frac{m(z_1 - z_2)}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (15)$$

Коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = \frac{(a_w - a)}{m} = \frac{z_1 - z_2}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - 1 \right), \quad (16)$$

где a – межосевое расстояние нулевой передачи (делительное межосевое расстояние), равное $a = r_1 + r_2$.

Коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = (x_1 + x_2) - y. \quad (17)$$

Радиус впадин

$$r_{f1,2} = r_{1,2} - m \left(h_a + c - x_{1,2} \right) = m \left(\frac{z_{1,2}}{2} - h_a - c + x_{1,2} \right). \quad (18)$$

Радиус вершин

$$r_{a1,2} = r_{1,2} - m \left(h_a - x_{1,2} - \Delta y \right) \quad (19)$$

или

$$r_{a1,2} = a_w - r_{f2,1} - cm. \quad (20)$$

Высота зуба

$$h = m \left(h_a + c - \Delta y \right). \quad (21)$$

Делительная окружная толщина зуба

$$S_{1,2} = \frac{\pi m}{2} \cdot 2 x_{1,2} m \operatorname{tg} \alpha. \quad (22)$$

Толщина зуба по окружности вершин

$$S_{a1,2} = 2r_{a1,2} \left(\frac{S_{1,2}}{2r_{1,2}} + \operatorname{inv} \alpha + \operatorname{inv} \alpha_{a1,2} \right), \quad (23)$$

где $\alpha_{a1,2}$ – угол профиля зуба на окружности вершин, $\cos \alpha_{a1,2} = \frac{r_{b1,2}}{r_{a1,2}}$.

Коэффициент перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} \left(g\alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w \right) \frac{z_2}{2\pi} \left(g\alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w \right) \quad (24)$$

или

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_a}{p \cos \alpha}, \quad (25)$$

где g_a – длина активной части линии зацепления (AB) измеряется по чертежу.

Проведем сравнение положительной передачи с зубчатой передачей без смещения. Положительная зубчатая передача имеет:

1) большие габариты, так как $a_w > a$;

- 2) большую прочность зубьев на изгиб, так как $S > \frac{P}{2}$, а следовательно, и в опасном сечении по окружности впадин зубья имеют большую толщину;
- 3) большую контактную прочность, потому что при положительном смещении профили зубьев очерчены по участку эвольвенты, дальше отстоящему от основной окружности и имеющему меньшую кривизну;
- 4) меньшую длину активной части линии зацепления, а в связи с этим:
- а) меньший износ профилей, так как уменьшается максимальная скорость их скольжения:

$$V_S = ПК (\omega_1 + \omega_2),$$

где ПК – расстояние от точки контакта до полюса зацепления;

- б) меньший коэффициент перекрытия ε_α ;
- 5) большую опасность заострения зубьев в связи с увеличением радиуса вершин r_a .

Отрицательная зубчатая передача имеет свойства противоположные свойствам положительной передачи. Применяется она в тех случаях, когда нужно повысить плавность передачи или уменьшить габариты. Прочностные показатели при этом ухудшаются.

Нулевая равносмещенная зубчатая передача ($x_\Sigma = x_1 + x_2; x_1 > 0, x_2 < 0$) применяется главным образом для устранения подреза зубьев у меньшего колеса (z_1). Кроме того, применением нулевой равносмещенной зубчатой передачи можно повысить прочность зубьев на изгиб и уменьшить износ их профилей. Плавность передачи при этом не уменьшается.

3. ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Прибор (рис.10) имитирует нарезание зубьев по методу обкатки зубчатой рейкой и состоит из рейки 1 и диска 2, моделирующего заготовку зубчатого колеса, смонтированных на общей литой панели 3. Диск и рейка имеют в процессе «нарезания» зубьев согласованные движения: вращательное вокруг своей оси – диск и поступательное перемещение – рейка. Кинематическая связь осуществляется струной 4, охватывающей диск по делительной окружности нарезаемого колеса. Перекатывание без скольжения делительной окружности по начальной прямой рейки обеспечивается надлежащим натягом струны, который регулируется поворотом рукоятки 5. Радиус нижнего (белого) круга 6 равен делительному радиусу нарезаемого колеса. Верхний круг, жестко соединенный с нижним, служит для закрепления на нем бумажной заготовки, которая накалывается на три иглы и зажимается накладкой 7 и специальным винтом 8. Четвертая игла намечает центр нарезаемого колеса на бумажном круге. Риска, нанесенная на зубьях рейки, изображает делительную прямую. На рейке обозначены: ее модуль m , угол главного профиля α и диаметр делительной окружности «нарезаемого» колеса d . Положение рейки относительно заготовки определяется величиной смещения xt . Для отсчета смещения рейки прибор имеет шкалу 9.

Положение рейки после установки фиксируется двумя винтами 10, а ступенчатое поступательное перемещение рейки осуществляется клавишой 11, расположенной в передней части прибора. Рядом с клавишей находится сопряженная с ней рукоятка свободного хода каретки 12. Ее правое положение (рукоятка лежит на упорном штифте) обеспечивает нормальную работу клавиши (ступенчатое перемещение), при повороте рукоятки в противоположную сторону каретка с рейкой получает возможность непрерывного свободного перемещения.

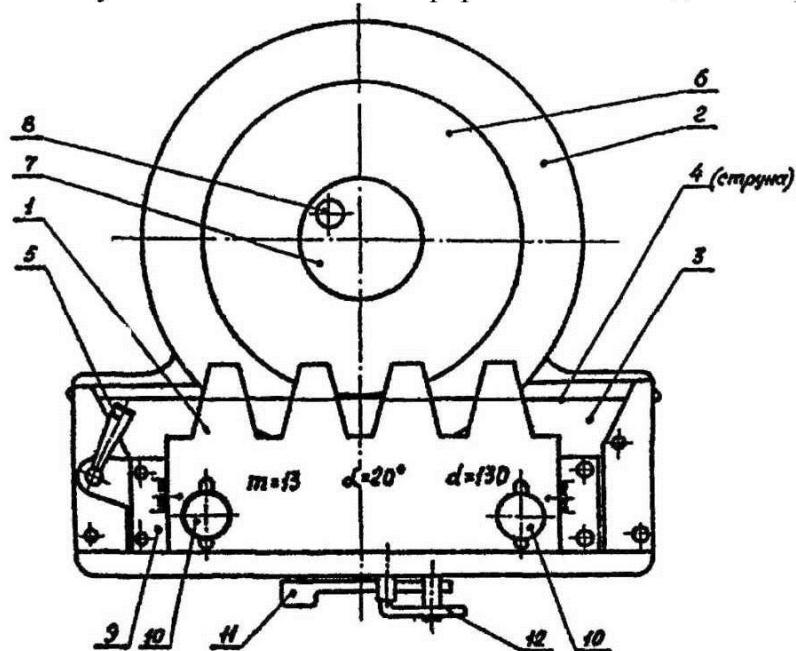


Рис.10. Прибор для нарезания резьбы

Производя с помощью клавиши ступенчатые согласованные перемещения рейки и заготовки и очерчивая каждый раз зубчатый контур рейки на бумажной заготовке остро заточенным карандашом, получим ряд последовательных положений зубьев рейки относительно заготовки. Очевидно, в реальных условиях нарезания зубчатого колеса весь материал заготовки, оказавшийся в зоне карандашной сетки, будет удален. Профили зубьев нарезаемого колеса получатся как огибающие семейства прямых, представляющих профили зубьев рейки.

4. ОХРАНА ТРУДА

При выполнении данной работы необходимо учитывать общие для лаборатории требования по охране труда, изложенные в инструкции по технике безопасности.

5. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ И ПОРЯДОК ЕЕ ВЫПОЛНЕНИЯ

Каждая подгруппа (2 студента) получает вариант задания: модуль зубьев m , мм, делительные диаметры d_1 и d_2 .

В ходе работы необходимо произвести:

1) профилирование эвольвентных зубьев заданных колес без смещения, с положительными смещениями $x_{\min_1} m$ и $x_{\min_2} m$, отрицательными смещениями $-x_{\min_1} m$ и $-x_{\min_2} m$.

2) расчет положительной зубчатой передачи и ее компоновку из «нарезанных» зубьев.

5.1. Профилирование эвольвентных зубьев методом обкатки

1. По заданному модулю m и делительным диаметрам d_1 и d_2 выбрать два прибора.

2. По формулам (10, 9, 11, 22) определить число зубьев колес z_1 и z_2 , коэффициенты наименьшего смещения $x_{\min_1} m$ и $x_{\min_2} m$, основные радиусы r_{b_1} и r_{b_2} , делительные окружные толщины зубьев S_1 и S_2 .

3. Спрофилировать зубья колес z_1 и z_2 без смещения. С этой целью:

- закрепляют заготовку (бумажный круг) на приборе;
- устанавливают рейку с помощью шкалы 9 в положение $xm = 0$;
- сообщают рейке ступенчатые поступательные движения с помощью клавиши 11, начиная с крайнего правого положения;
- карандашом очерчивают контур зубьев рейки в каждом положении.

При достижении рейкой крайнего левого положения на заготовке будут спрофилированы три зуба колеса.

4. Спрофилировать зубья колес z_1 и z_2 с наименьшими положительными смещениями $x_{\min_1} m$ и $x_{\min_2} m$.

Для этого:

- рейку устанавливают в положение соответствующее $-x_{\min} m$ (смещают от центра «нарезаемого» колеса) и возвращают в исходное положение (крайнее правое);
 - с помощью рукоятки 5 ослабляют струну 4 и поворачивают диск с заготовкой по часовой стрелке примерно на 120° , затем возвращают рукоятку 5 в исходное положение;
 - производят профилирование зубьев, как указано в п.3, в, г.

5. Спрофилировать зубья колес z_1 и z_2 с отрицательными смещениями, равными по величине смещениям $x_{\min_1} m$ и $x_{\min_2} m$.

С этой целью:

- рейку устанавливают в положение, соответствующее $-x_{\min} m$ и возвращают в крайнее правое положение;
 - поворачивают заготовку на 120° (см. п.4);
 - производят профилирование зубьев (см. п.3, в, г).

6. Нанести на заготовку (предварительно сняв ее с прибора), делительную и основную окружности.

7. Провести контроль спрофилированных зубьев по толщине S на делительной окружности.

8. Нанести на заготовку элементы станочных зацеплений: начальную (делительную) и основную окружности колеса, начальную, делительную и граничную прямые рейки, полюс зацепления, линию зацепления, границы линий зацепления ($t.M$) и активной ее части ($t.A$) (рис.6).

9. Проанализировать спрофилированные зубья по подрезу.

5.2. Расчет зубчатой передачи

1. Рассчитать зубчатую передачу с параметрами, используя формулы (9-25).
2. Спрофилировать зубья колес с указанными выше параметрами (по три зуба у каждого колеса). С этой целью:

- a) взять новые заготовки (бумажные круги) и установить их на приборе;
- б) произвести профилирование зубьев с положительными наименьшими смещениями $x_{\min_1} m$ и $x_{\min_2} m$.

3. Составить зубчатую передачу из «нарезанных» колес с параметрами m , z_1 , x_{\min_1} и m , z_2 , x_{\min_2} (рис.8). Для этого:

- a) на заготовках проводят окружности вершин;
- б) вырезают ножницами зубчатые секторы с центром;
- в) наклеивают полученные зубчатые секторы на лист бумаги формата А4 в таком положении, чтобы было выдержано межосевое расстояние a_w , при этом боковой зазор в зубчатой передаче должен отсутствовать (или быть незначительным), а радиальные зазоры должны быть равны $0,25m$.

4. Нанести на зубчатую передачу все основные параметры: окружности (делительную, основную, начальную, вершин, впадин), линию зацепления, полюс зацепления, угол зацепления, границы линий зацепления ($t.M_1$ и $t.M_2$) и активной ее части ($t.A$ и $t.B_2$) и шаг ее зубьев. Необходимые для расчета значения эвольвентной функции приведены в таблице Прил. А.

6. УКАЗАНИЯ К СОСТАВЛЕНИЮ ОТЧЕТА

Отчет оформляется на специальном бланке. К отчету прилагается планшет с зубчатой передачей (Прил. Б) и заготовка с элементами станочного зацепления.

7. ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Какие методы нарезания зубьев существуют?
2. Каковы преимущества метода обкатки?
3. Что называется производящей рейкой?
4. Назовите параметры исходного производящего реечного контура.
5. Какова связь производящей рейки и зуборезного инструмента?
6. Что называется модулем зубьев?
7. Какая прямая производящей рейки называется делительной?
8. Что называется станочным зацеплением?
9. Что называется смещением производящего контура?

10. Почему угол станочного зацепления равен 20° ?
11. Какая окружность нарезаемого колеса является начальной?
12. Какие прямые рейки называются начальными?
13. Куда смещается рейка при нарезании положительного и отрицательного колес? От какого положения?
14. Какие параметры зубчатого колеса не зависят от смещения?
15. Какова связь радиуса делительной окружности с шагом зубьев производящей рейки?
16. Как влияет смещение на делительную толщину зуба и радиус впадин?
17. Дайте определение делительной окружности.
18. Что называется подрезанием зубьев?
19. Назовите условие неподрезания зубьев.
20. Что такое z_{\min} ?
21. Что такое минимальный коэффициент смещения?
22. Определите, при нарезании каких колес будет подрез зубьев
 1. $z_1 = 10; x_1 = +0,5;$
 2. $z_2 = 20; x_2 = -0,3;$
 3. $z_3 = 25; x_3 = -0,3;$
 4. $z_4 = 11; x_4 = +0,2.$
23. $z = 40, m = 5 \text{ мм}$. Определить, на какое наибольшее расстояние можно сдвинуть рейку, не вызывая подреза.
24. Определить число зубьев колеса, у которого смещение с $x = -0,6$ не вызовет подреза.
25. Можно ли нарезать колесо с $z = 8$ без подреза зубьев?
26. Может ли быть подрез зубьев при положительном смещении?
27. Как можно уменьшить наименьшее число зубьев, при котором отсутствует подрез?
28. С каким видом смещения ($0, +, -$) можно нарезать зубчатое колесо с $z=40$ без подреза?
29. Как образуется эвольвента окружности и каковы ее свойства?
30. Указать на рисунке границы эвольвенты зубьев.
31. Определить радиус кривизны эвольвенты в указанной точке.
32. Что называется интерференцией профилей?
33. Где должны располагаться точки контакта профилей зубьев, чтобы не возникла интерференция?
34. Что называется коэффициентом перекрытия?
35. Что называется линией зацепления и активной линией зацепления?
36. Указать на зубчатом зацеплении угол торцового перекрытия и угловой шаг.
37. Как характеризует работу зубчатой передачи коэффициент перекрытия?
38. Какие зубчатые передачи называются: нулевыми, нулевыми равносмещенными, положительными и отрицательными?
39. Назовите окружности колеса в зубчатом зацеплении.
40. В какой передаче делительные и начальные окружности совпадают?
41. Когда целесообразно применять: положительную, отрицательную, нулевую равносмещенную передачи?

42. С чем связано возрастание контактной прочности зубьев в положительной передаче?
43. Что ограничивает величину положительного и отрицательного смещения?
44. Сравнить a_r для нулевой, положительной и отрицательной передач.
45. Чему равен угол зацепления нулевой передачи?
46. Подсчитать S_{a_1} и S_{a_2} для нулевой передачи.
47. Подсчитать r_{f_1} и r_{f_2} , r_{a_1} и r_{a_2} для нулевой передачи.

Приложение А

Таблица значений эволютивной функции

Градус	Порядок	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	Порядок	Градус
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,000	00177	00225	00281	00346	00420	00504	00598	00704	00821	00950	01092	01248	0,000	1
2	0,000	01318	01603	01804	02020	02253	02503	02771	03058	03364	03689	04035	04402	0,000	2
3	0,000	04790	05201	05634	06091	06573	07078	07610	08167	08751	09362	10000	10668	0,000	3
4	0,000	11364	12090	12847	13634	14453	15305	16189	17107	18059	19045	20067	21125	0,000	4
5	0,000	22220	23352	24522	25731	26978	28266	29594	30963	32394	33827	35324	36864	0,000	5
6	0,00	03845	04008	04175	04347	04524	04706	04892	05083	05280	05481	05687	05898	0,00	6
7	0,00	06115	06337	06564	06797	07035	07279	07528	07783	08044	08310	08582	08861	0,00	7
8	0,00	09145	09435	09732	10034	10343	10659	10980	11308	11643	11984	12332	12687	0,00	8
9	0,00	13048	13416	13792	14174	14563	14960	15363	15774	16193	16618	17051	17492	0,00	9
10	0,00	17941	18397	18860	19332	19812	20299	20795	21299	21810	22330	22859	23396	0,00	10
11	0,00	23941	24495	25057	25628	26208	26797	27394	28001	28016	29241	29875	30518	0,00	11
12	0,00	31171	31832	32504	33185	33875	34555	35285	36005	36735	37474	38224	38984	0,00	12
13	0,00	39754	40534	41325	42126	42938	43760	44593	45437	46291	47157	48033	48921	0,00	13
14	0,00	49819	50729	51650	52582	53526	54482	55448	56427	57417	58420	59434	60460	0,00	14
15	0,00	61488	62548	63611	64686	6573	66873	67985	69110	70248	71398	72561	73738	0,00	15
16	0,0	07493	07613	07735	07857	07982	08107	08234	08362	08492	08623	08756	08889	0,0	16
17	0,0	09025	09161	09299	09439	09580	09722	09866	10012	10158	10307	10456	10608	0,0	17
18	0,0	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543	0,0	18
19	0,0	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713	0,0	19
20	0,0	14904	15098	15293	15490	15689	15890	16092	16296	16502	16710	16920	17132	0,0	20
21	0,0	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19817	0,0	21
22	0,0	20054	20292	20533	20775	21019	21266	21514	21765	22018	22272	22529	22788	0,0	22
23	0,0	23044	23312	23577	23845	24114	24386	24660	24936	25214	25495	25778	26062	0,0	23
24	0,0	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660	0,0	24
25	0,0	29975	30293	30613	30935	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602	0,0	25
26	0,0	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	36798	37166	37537	37910	0,0	26
27	0,0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40997	41395	41797	42201	42607	0,0	27

Окончание таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
28	0.0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718	0.0	28
29	0.0	48164	48612	49064	49518	49976	50437	50901	51363	51838	52312	52788	53268	0.0	29
30	0.0	53751	54238	54728	55221	55711	56217	56720	57226	57736	58249	58765	59285	0.0	30
31	0.0	58809	60335	60856	61400	61937	62478	63022	63570	64122	64677	65236	65798	0.0	31
32	0.0	66364	66934	67507	68084	68665	69250	69838	70430	71026	71626	72230	72838	0.0	32
33	0.0	73449	74064	74684	75307	75934	76565	77200	77839	78483	79130	79781	80437	0.0	33
34	0.0	81097	81760	82422	83100	83777	84457	85142	85832	86525	87223	87925	88631	0.0	34
35	0.0	89342	90058	90777	91502	92230	92963	93701	94443	95190	95942	96698	97459	0.0	35
36	0	09822	09899	09977	10055	10133	10212	10292	10371	10452	10533	10614	10696	0	36
37	0	10778	10861	10944	11028	11113	11197	11283	11369	11455	11542	11630	11718	0	37
38	0	11806	11895	11985	12075	12165	12257	12348	12441	12534	12627	12721	12815	0	38
39	0	12911	13006	13102	13199	13297	13395	13493	13592	13692	13792	13893	13995	0	39
40	0	14097	14200	14303	14407	14511	14616	14722	14829	14936	15043	15152	15261	0	40
41	0	15370	15480	15591	15703	15815	15928	16041	16156	16270	16386	16502	16619	0	41
42	0	16737	16855	16974	17093	17214	17335	17457	17579	17702	17826	17951	18076	0	42
43	0	18202	18329	18457	18585	18714	18844	18975	19106	19238	19371	19505	19639	0	43
44	0	19774	19910	20047	20185	20323	20463	20603	20743	20885	21028	21171	21315	0	44
45	0	21460	21606	21753	21900	22049	22198	22348	22499	22651	22804	22958	23112	0	45
46	0	23268	23424	23582	23740	23899	24099	24220	24382	24545	24709	24874	25040	0	46
47	0	25206	25374	25543	25713	25883	26055	26228	26401	26576	26752	26929	27107	0	47
48	0	27285	27465	27646	27828	28012	28196	28381	28567	28755	28943	29133	29724	0	48
49	0	29516	29709	29983	30098	30295	30492	30691	30891	31092	31295	31498	31708	0	49
50	0	31909	32116	32324	32534	32745	32957	33171	33385	33681	33818	34037	34257	0	50
51	0	34478	34700	34924	35149	36376	35604	35833	36063	36295	36529	36763	36999	0	51
52	0	37237	37476	37716	37958	38202	38446	38693	38941	39190	39441	39693	39947	0	52
53	0	40202	40459	40717	40977	41239	41502	41767	42034	42302	42571	42843	43116	0	53

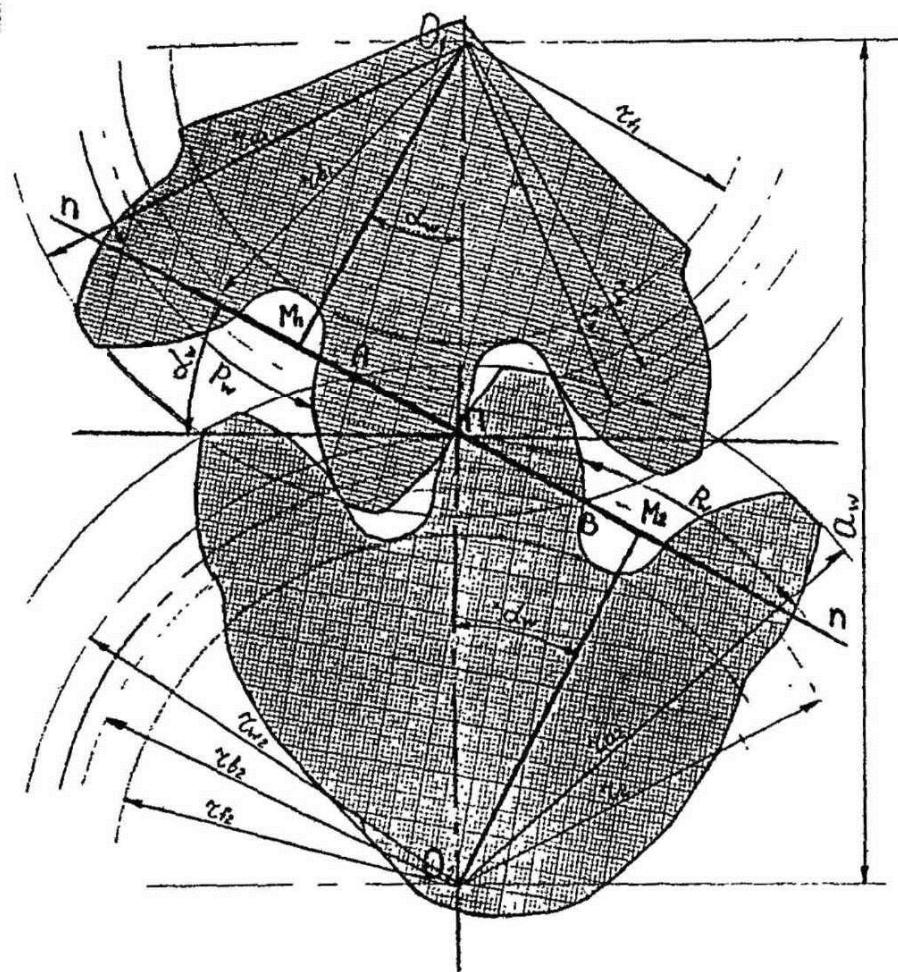
Примеры пользования таблицей:

1. Найти $\operatorname{inv} \alpha_w = 14^\circ 30'$, $\operatorname{inv} \alpha_w = 0,0055448$.

2. Найти $\operatorname{inv} \alpha_w = 22^\circ 18'25''$. По таблице находим $22^\circ 15' = 0,020775$, табличная разность $0,000244$ на $5'$, дополнительная величина inv

равна $0,000244205$ 300

**ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ
СМЕЩЕНИЕМ**



<i>N</i> зуб.к.	<i>z</i>	<i>m</i>	α	<i>h_a</i>	<i>c</i>	<i>x</i>	<i>r</i>	<i>S</i>	<i>r_a</i>	<i>r_f</i>	<i>r_w</i>	α_w
1	9	16	20°	1	0,25	0,471	72	30,62	92,90	59,54	77,44	$29,11^\circ$
2	10	16	20°	1	0,25	0,412	80	29,93	99,95	66,59	86,05	$29,11^\circ$

Лабораторная работа №3

Кинематический анализ сателлитных механизмов

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является ознакомление студентов с работой зубчатых механизмов, приобретение навыков составления их кинематических схем, закрепление теоретических сведений о методах их кинематического анализа.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Зубчатые механизмы применяются для передачи вращательного движения с одного вала на другой с целью изменения величины или направления их угловой скорости.

Основной характеристикой зубчатого механизма является передаточное отношение (i), определяемое по формуле

$$i_{1-n} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_n}, \quad (1)$$

где ω_1 , ω_n – соответственно угловые скорости входного и выходного звеньев.

ПЕРЕДАТОЧНЫМ ОТНОШЕНИЕМ называется отношение скорости входного звена к скорости выходного.

Передаточное отношение показывает, во сколько раз меняется угловая скорость от одного звена к другому, а его знак – на относительное направление угловых скоростей звеньев.

Кроме термина «передаточное отношение», в ГОСТ 16530-70 введено понятие «передаточное число» (i), которым обозначается отношение числа зубьев большего колеса к числу зубьев меньшего. При анализе зубчатых механизмов будем пользоваться только понятием передаточного отношения.

2.1. ПЕРЕДАЧИ С НЕПОДВИЖНЫМИ ОСЯМИ

Различают одноступенчатые и многоступенчатые зубчатые механизмы.

ОДНОСТУПЕНЧАТЫМИ называют зубчатые механизмы, состоящие из двух зубчатых колес, находящихся в зацеплении.

МНОГОСТУПЕНЧАТЫМИ называют механизмы, образованные соединением двух или нескольких одноступенчатых механизмов.

Для одноступенчатых передач внешнего зацепления (рис. 1, *a*)

$$i_{1-2} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{Z_2}{Z_1},$$

где знак (-) указывает на то, что направления вращения зубчатых колес механизма противоположны.

Для таких же передач с внутренним зацеплением (рис. 1, *б*) знак передаточного отношения (+), так как зубчатые колеса врашаются в одном направлении, т.е.

$$i_{1-2} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{Z_2}{Z_1} > 0.$$

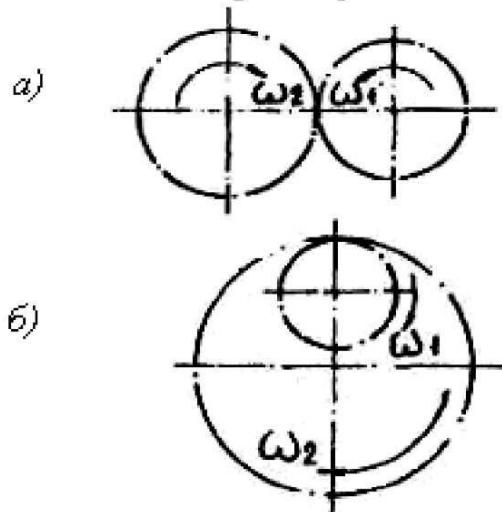


Рис. 1. Зубчатые передачи: *a* – внешнее зацепление, *б* – внутреннее зацепление

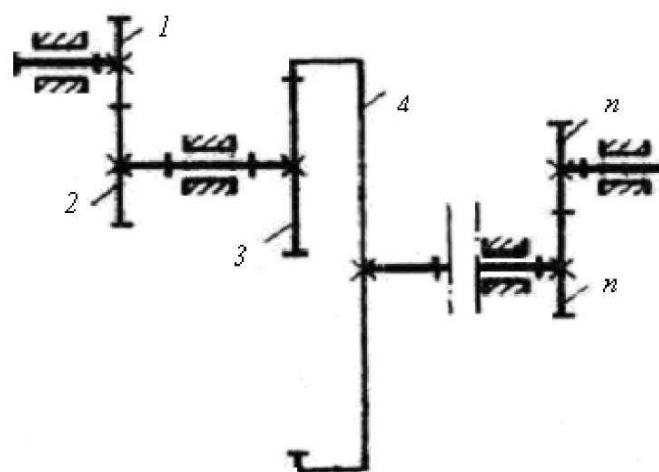


Рис. 2. Многоступенчатый зубчатый механизм

Передаточное отношение МНОГОСТУПЕНЧАТОГО зубчатого механизма (рис. 2) равно произведению передаточных отношений отдельных ступеней.

При любом числе ступеней с внешним и внутренним зацеплениями колёс

$$i_{1-n} = i_{1-2} \cdot i_{3-4} \cdots i_{n-1-n} = \prod_{k=1}^m \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (2)$$

или через числа зубьев:

$$i_{1-n} = \prod_{k=1}^m \frac{Z_2 Z_4 \cdots Z_n}{Z_1 Z_3 \cdots Z_{n-1}}, \quad (3)$$

где m – число ступеней внешнего зацепления.

В зависимости от величины передаточного отношения зубчатые механизмы делятся на редукторы ($|i| > 1$) и мультипликаторы ($|i| < 1$).

2.2. ПЕРЕДАЧИ С ПОДВИЖНЫМИ ОСЯМИ

Зубчатые механизмы, в которых хотя бы одно колесо имеет подвижную ось, называют САТЕЛЛИТНЫМИ. К таким механизмам относятся дифференциальные (рис. 3, а), планетарные (рис. 3, б) и замкнутые дифференциальные механизмы (рис. 3, в).

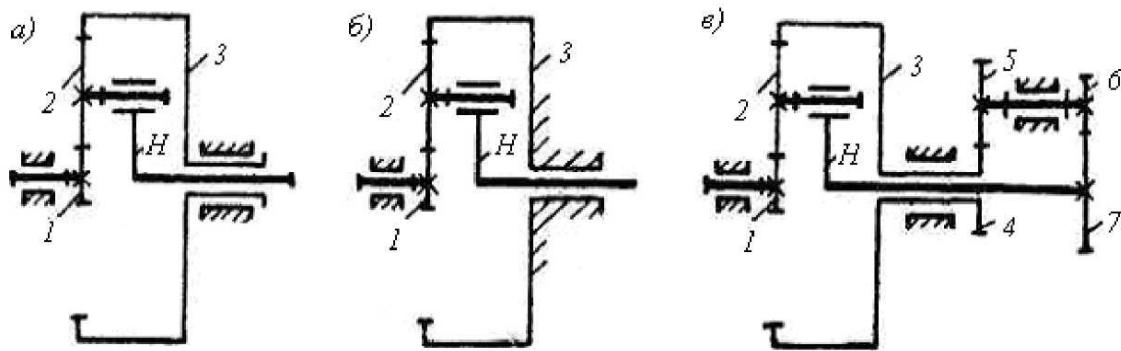


Рис. 3. Сателлитные зубчатые механизмы

Звенья с неподвижными осями вращения называют ЦЕНТРАЛЬНЫМИ (на рис. 3 – колеса 1 , 3 , водило H).

Звенья с подвижными осями вращения называют САТЕЛЛИТАМИ – колесо 2 (рис. 3).

Сателлиты совершают сложное вращательное движение: вращаются относительно своей оси и вместе с этой осью вращаются относительно оси центральных колес.

Звено, на котором расположена ось сателлитов, называется ВОДИЛОМ (звено H на рис.3).

2.2.1. ПЛАНЕТАРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Сателлитный механизм с неподвижным центральным колесом называют ПЛАНЕТАРНЫМ. Его число степеней свободы $W=1$, следовательно, механизм будет иметь одно входное звено.

Из схемы на рис. 3, б могут быть получены различные варианты планетарного механизма: при неподвижном колесе 3 входным звеном может быть или колесо 1 или водило H ; при неподвижном колесе 1 входное звено – колесо 3 или водило H .

Рассмотрим работу планетарного механизма, представленного на рис.3, б. При входном колесе 1 вращение передается сателлиту 2 , а так как верхние зубья сателлита входят в зацепление с неподвижным колесом 3 , то сателлит поворачи-

вается как рычаг относительно неподвижной опоры – мгновенного центра вращения. При этом ось сателлита, укрепленная в подшипниках на водиле H , перемещается и заставляет вращаться водило.

Движение сателлита в планетарном механизме можно сравнить с движением колеса автомобиля по дороге. Только «дорогой» в этом случае будет колесо 3, по которому и перекатывается без скольжения сателлит.

2.2.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Сателлитный механизм с подвижными центральными колесами называют **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ**. Очевидно, что планетарный механизм можно рассматривать как частный случай дифференциального (рис. 3, а), поэтому принципы их работы одинаковы. Число степеней свободы дифференциального механизма $W=2$ и для полной определенности движения всех звеньев в нем должно быть два входных звена.

Входными звеньями могут быть:

- а) колесо 1 и 3;
- б) колесо 1 и водило H ;
- в) колесо 3 и водило H .

Дифференциальные механизмы применяют для сложения независимых движений двух входных звеньев в одно движение выходного вала, а также для решения обратной задачи.

2.2.3. ЗАМКНУТЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Дифференциальный механизм, у которого движения двух центральных звеньев взаимозависимы, называют **ЗАМКНУтым ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ**. Если, например, функционально связать движения звеньев 3 и H дифференциального механизма [$\omega_n = f(\omega_3)$] при помощи дополнительного механизма, например зубчатого, то при одном входном звене (рис. 3, в) получают замкнутый дифференциальный механизм с вполне определенным движением выходного звена (число степеней свободы такого механизма $W = 1$). Этот механизм состоит из дифференциального (зубчатые колеса 1, 2, 3, водило H) и замыкающего (зубчатые колеса 4, 5, 6, 7).

Замыкающий механизм служит для создания взаимозависимости движений звеньев дифференциального механизма.

2.3. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

2.3.1. ПЛАНЕТАРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Для определения передаточного отношения планетарных механизмов применяют метод обращения движения (метод Виллиса), который заключается в

том, что весь механизм вращают с угловой скоростью, равной скорости водила, но противоположно направленной.

Тогда скорость каждого из звеньев изменится на $(-\omega_H)$, а сателлитный механизм превратится в обращенный зубчатый механизм. Значение величин угловых скоростей звеньев планетарного (рис.3,б) и обращенного механизмов приведены в таблице.

Звено механизма	Угловая скорость	
	планетарный механизм	обращенный механизм
1	ω_1	$\omega_1^{(H)} = \omega_1 - \omega_H$
2	ω_2	$\omega_2^{(H)} = \omega_2 - \omega_H$
3	$\omega_3 = 0$	$\omega_3^{(H)} = -\omega_H$
H	ω_H	$\omega_H^{(H)} = \omega_H - \omega_H = 0$

Из таблицы видно, что в обращенном зубчатом механизме водило, а следовательно, и ось сателлита неподвижны, т.е. это механизм с неподвижными осями (рис. 4).

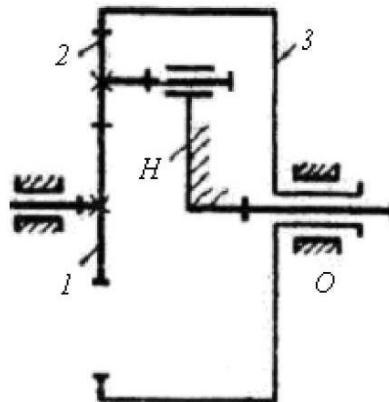


Рис. 4. Обращенный зубчатый механизм

Передаточное отношение такого механизма:

$$i_{1-3}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1-H}^{(I)}. \quad (4)$$

Из формулы (4)

$$i_{1-H}^{(I)} = 1 - i_{1-3}^{(H)}. \quad (5)$$

Так как обращенный механизм является многоступенчатым зубчатым механизмом с неподвижными осями, то через числа зубьев его передаточное отношение определяют по формуле (3):

$$i_{1-3}^{(H)} = i_{1-2}^{(H)} i_{2-3}^{(H)} = \left(-\frac{Z_2}{Z_1} \right) \frac{Z_3}{Z_2} = -\frac{Z_3}{Z_1}.$$

Чтобы не путать скорости и передаточные отношения в планетарном и обращенном механизмах, в круглых скобках указывается индекс того звена, которое в этом механизме неподвижно.

Если в планетарном механизме входным звеном будет водило, то по определению передаточного отношения (стр. 3)

$$i_{H-1}^{\text{---}} = \frac{\omega_H}{\omega_1}.$$

Следовательно,

$$i_{H-1}^{\text{---}} = \frac{1}{i_{1-H}^{\text{---}}} = \frac{1}{1 - i_{1-3}^H}. \quad (6)$$

2.3.2. КОМБИНИРОВАННЫЕ МЕХАНИЗМЫ

На рис. 5 представлена схема многоступенчатого комбинированного зубчатого механизма, который состоит из трех механизмов, соединенных последовательно:

- 1) одноступенчатого зубчатого механизма с неподвижными осями (колеса 1, 2);
- 2) планетарного механизма (колеса 3, 4, 5, 6 и водила H, причем колесо 6 – неподвижно);
- 3) одноступенчатого зубчатого механизма с неподвижными осями (колеса 7, 8).

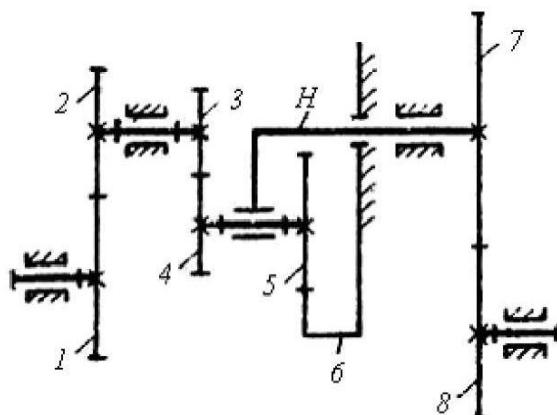


Рис. 5. Многоступенчатый зубчатый механизм

Передаточное отношение многоступенчатого зубчатого механизма равно произведению передаточных отношений его ступеней, в рассматриваемом случае – произведению передаточных отношений зубчатых механизмов, образующих кинематическую цепь:

$$i_{1-8} = i_{1-2} i_{3-H}^{\text{---}} i_{7-8}.$$

Для планетарного механизма по формуле (5)

$$i_{3-H}^{\text{---}} = 1 - i_{3-6}^H = 1 - i_{3-4}^H i_{5-6}^H.$$

Тогда

$$i_{1-8} = i_{1-2} \left(-i_{3-6}^{-1} i_{7-8} \right) = \left(-\frac{Z_2}{Z_1} \right) \left(1 + \frac{Z_4 Z_6}{Z_3 Z_5} \right) \left(-\frac{Z_8}{Z_7} \right).$$

2.3.3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Применим метод обращения движения к дифференциальному механизму (рис. 3, а).

Передаточное отношение обращенного механизма

$$i_{1-3}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}, \quad (7)$$

после преобразования получим

$$\omega_1 - i_{1-3}^{(H)} \omega_3 + i_{1-H}^{(3)} \omega_H, \quad (8)$$

где $i_{1-3}^{(H)}$, $i_{1-H}^{(3)}$ – постоянные величины.

При известной ω_1 (входное колесо 1) получается уравнение с двумя неизвестными, которое имеет бесчисленное множество решений. Для получения единственного решения этого уравнения необходимо знать угловую скорость ещё одного из звеньев, например ω_3 . Передаточное отношение дифференциального механизма нельзя определить как отношение угловых скоростей от одного звена к другому, а можно лишь по равенствам (7) или (8) найти угловую скорость одного из звеньев по заданным угловым скоростям двух других звеньев при известных числах зубьев колес, входящих в состав дифференциального механизма.

При анализе равенства (7) и кинематической схемы дифференциального механизма можно сделать вывод: все типы зубчатых механизмов являются частными случаями дифференциального.

Действительно, если колесо 3 дифференциального механизма (рис. 3, а) сделать неподвижным, то есть принять в равенстве (7) $\omega_3=0$, то получим планетарный механизм и выражение (5) для определения его передаточного отношения. Для получения зубчатого механизма с неподвижными осями необходимо остановить водило, а в равенстве (7) принять $\omega_H=0$.

2.3.4. ЗАМКНУТЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Рассмотрим передачу движения в замкнутом дифференциальном механизме, представленном на рис. 3, в.

Входным звеном механизма примем колесо 7. Движение с него передается по двум направлениям: 1) на водило H дифференциального механизма; 2) через передачу с неподвижными осями (звенья 7–6–5–4) на колесо 3 этого механизма.

В дифференциальном механизме с двумя входными звеньями (3 и H) движение преобразуется и передается на выходное колесо (1).

ОПРЕДЕЛИТЬ передаточное отношение механизма, считая известными числа зубьев всех колес:

$$i_{7-1} = \frac{\omega_7}{\omega_1}. \quad (9)$$

Выделяют дифференциальный механизм и, используя метод Виллиса, записывают передаточное отношение для обращенного механизма:

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H};$$

так как $\omega_H = \omega_7$, то

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1 - \omega_7}{\omega_3 - \omega_7} = -\frac{Z_3}{Z_1}. \quad (10)$$

Угловые скорости зубчатого колеса 3 и водила H взаимозависимы, так как эти звенья соединены между собой зубчатым механизмом с неподвижными осями, состоящим из колес $4, 5, 6, 7$. Этот механизм является замыкающим, а его передаточное отношение

$$i_{4-7} = \frac{\omega_4}{\omega_7} = \frac{\omega_3}{\omega_7},$$

откуда

$$\omega_3 = \omega_4 = \omega_7 i_{4-7}.$$

Через числа зубьев колес по формуле (3)

$$i_{4-7} = i_{4-5} i_{5-7} = 1 \cdot \frac{Z_5 Z_7}{Z_4 Z_6}. \quad (11)$$

Подставляя значение ω_3 в равенство (10), получают

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1 - \omega_7}{\omega_7 i_{4-7} - \omega_7}.$$

Поделив числитель и знаменатель на ω_1 , определяют

$$i_{1-3}^H = \frac{\frac{1 - \omega_7}{\omega_1}}{\frac{\omega_7 i_{4-7} - \omega_7}{\omega_1}} = \frac{1 - i_{7-1}}{i_{7-1} i_{4-7} - i_{7-1}}. \quad (12)$$

Из равенства (12) выражают i_{7-1} :

$$i_{7-1} = \frac{1}{i_{1-3}^H (i_{4-7} - 1) + 1}. \quad (13)$$

Из равенств (10), (11) подставляют соответствующие значения передаточных отношений в выражение (13):

$$i_{7-1} = \frac{Z_1 Z_4 Z_6}{-Z_3 (Z_5 Z_7 - Z_4 Z_6) Z_1 Z_4 Z_6}.$$

Так как числа зубьев всех колес известны, определяют численное значение i_{7-1} .

Кинематический анализ замкнутых дифференциальных механизмов необходимо проводить в следующей последовательности:

- 1) выделяют дифференциальный и замыкающий механизмы;
- 2) определяют звенья дифференциального механизма, движение которых связывает замыкающий;
- 3) записывают искомое передаточное отношение через угловые скорости (9);
- 4) между центральными колесами дифференциального механизма записывают формулу Виллиса (10);
- 5) исключают из формулы Виллиса «лишние» угловые скорости [скорости, не вошедшие в выражение (9)], выразив их через угловые скорости звеньев замыкающей цепи;
- 6) производят алгебраические преобразования с целью получения искомого передаточного отношения.

Работа и принцип кинематического анализа всех замкнутых дифференциальных механизмов одинаковы.

2.4. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

Графический метод применяют для определения линейных скоростей любой точки любого звена механизма, угловых скоростей его звеньев и передаточного отношения механизма.

Линейную скорость точки звена, совершающего вращательное движение, определяют:

$$V = \omega R, \quad (14)$$

где ω – угловая скорость вращения звена относительно мгновенного центра вращения;

R – расстояние точки до мгновенного центра вращения.

Из выражения (14) можно заключить, что при $\omega = \text{const}$ скорости точек меняются по линейному закону, для построения которого необходимо знать скорости только двух точек.

2.4.1. ПЛАНЕТАРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

ПОСТРОИТЬ планы линейных и угловых скоростей звеньев (рис. 6)

Дано: ω – угловая скорость колеса 1;

$Z_{1,2,3,4}$ – числа зубьев всех колес и их модуль (m).

Закон изменения скоростей точек 1-го колеса.

От линии $Y - Y$ (вправо или влево) откладывают отрезок произвольной длины (\overline{pa}), считая, что этим отрезком изобразится скорость точки A колеса I в определенном масштабе. Масштаб μ_v определяется следующим образом:

$$\mu_v = \frac{\text{истинная скорость, } \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{длина вектора, изображающего скорость, } \text{мм}} = \frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}}$$

Так как скорость центра колеса I равна нулю (мгновенный центр скоростей), то, соединив точки a и o , получают на плане скоростей прямую l , которая и является законом изменения линейных скоростей точек первого колеса.

Для точек 2-го и 3-го колес

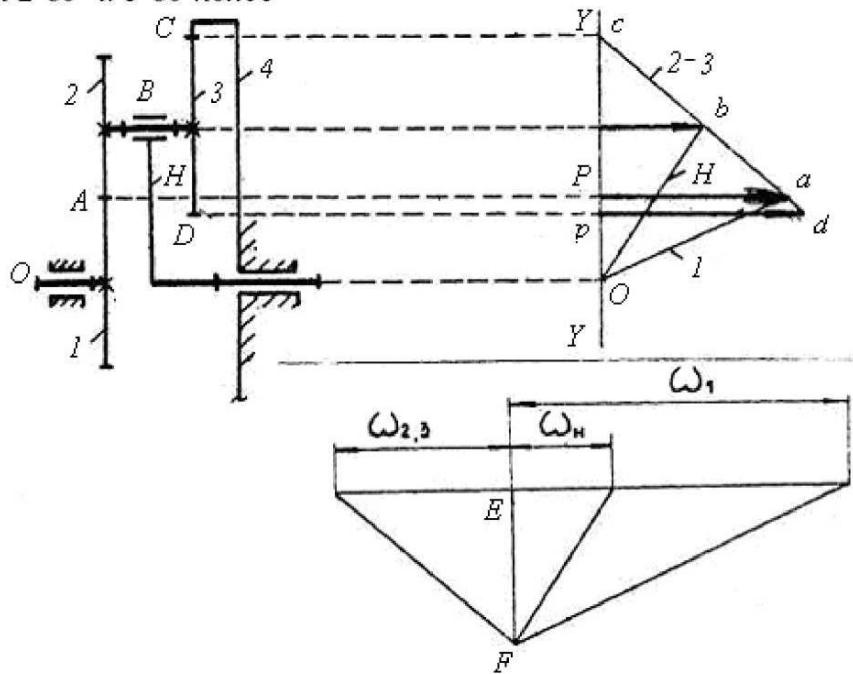


Рис. 6. Схема и планы скоростей планетарного механизма

Скольжение между начальными окружностями зубчатых колес отсутствует, поэтому $V_{A1} = V_{A2}$. Колеса 2 и 3 находятся на одном валу, следовательно, их угловые скорости равны ($\omega_2 = \omega_3$) и закон изменения линейных скоростей их точек должен быть один. Для его построения необходимо знать скорость еще одной точки этих звеньев. Такой точкой является C : колесо 4 остановлено ($\omega_4 = 0$), поэтому $V_{C4} = V_{C3} = 0$, и мгновенным центром скоростей колес 2 и 3 будет точка c . Прямая ac и будет законом изменения линейных скоростей точек колес 2 и 3.

Для точек водила H

Точка B принадлежит одновременно сателлитам 2, 3 и водилу H , следовательно, её скорость можно найти, спроектировав B на линию ac . Таким образом, получают точку b . Мгновенным центром вращения водила является его ось, поэтому известны скорости двух точек водила – b и o . Прямая bo – закон изменения скоростей точек водила.

Полученное графическое изображение изменения скоростей точек звеньев зубчатого механизма называют ПЛАНОМ ЛИНЕЙНЫХ СКОРОСТЕЙ.

Масштаб плана линейных скоростей:

$$\mu_V = \frac{V_A}{pa} = \frac{\omega_1 r_1}{pa} \left(\frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}} \right). \quad (15)$$

По этому плану можно определить скорость любой точки звена механизма. Например, для нахождения скорости точки D необходимо спроектировать эту точку на линию ac (точка D принадлежит сателлитам 2, 3). Отрезок \overline{pd} в масштабе μ_V изображает скорость V_D :

$$V_D = \overline{pd} \mu_V.$$

План линейных скоростей планетарного механизма можно построить, не определяя его масштаба, задавшись одним вектором линейной скорости (произвольной длины) любой точки механизма.

Для построения плана угловых скоростей проводят горизонтальную линию и из любой точки этой линии откладывают вертикальный отрезок EF произвольной длины. Из точки F проводят лучи, параллельные соответствующим прямым плана линейных скоростей ($1, 2-3, H$). Эти лучи отсекают на горизонтали отрезки, пропорциональные угловым скоростям звеньев зубчатого механизма.

Значения угловых скоростей получают, умножив соответствующий отрезок на масштаб μ_ω :

$$\omega_H = \phi_H \mu_\omega,$$

где

$$\mu_\omega = \frac{\mu_V}{\mu_I EF} \left(\frac{\text{с}^{-1}}{\text{мм}} \right). \quad (16)$$

Передаточное отношение i_{1-H} механизма, используя формулу (1), определяют следующим образом:

$$i_{1-H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{|\bar{\omega}_1| \mu_\omega}{|\bar{\omega}_H| \mu_\omega} = \frac{|\bar{\omega}_1|}{|\bar{\omega}_H|}$$

где $|\bar{\omega}_1|, |\bar{\omega}_H|$ – отрезки с плана угловых скоростей.

Таким образом, для определения передаточного отношения механизма можно не определять масштаб плана угловых скоростей.

По плану угловых скоростей определяют не только величину передаточного отношения, но и его знак. Если отрезки $|\bar{\omega}_1|$ и $|\bar{\omega}_H|$ расположены относительно EF по одну сторону, – передаточное отношение положительно; если по разные стороны, – отрицательно.

2.4.2. ЗАМКНУТЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Принцип построения плана линейных скоростей замкнутого дифференциального механизма аналогичен рассмотренному в п. 2.4.1.

Начинать его построение рекомендуется со скорости точки звена, входящего в состав замыкающего механизма.

ПРИМЕР

Дано: ω_7 – угловая скорость колеса 7;

$Z_{1,2 \dots 7}$ – числа зубьев всех колес и их модуль (m).

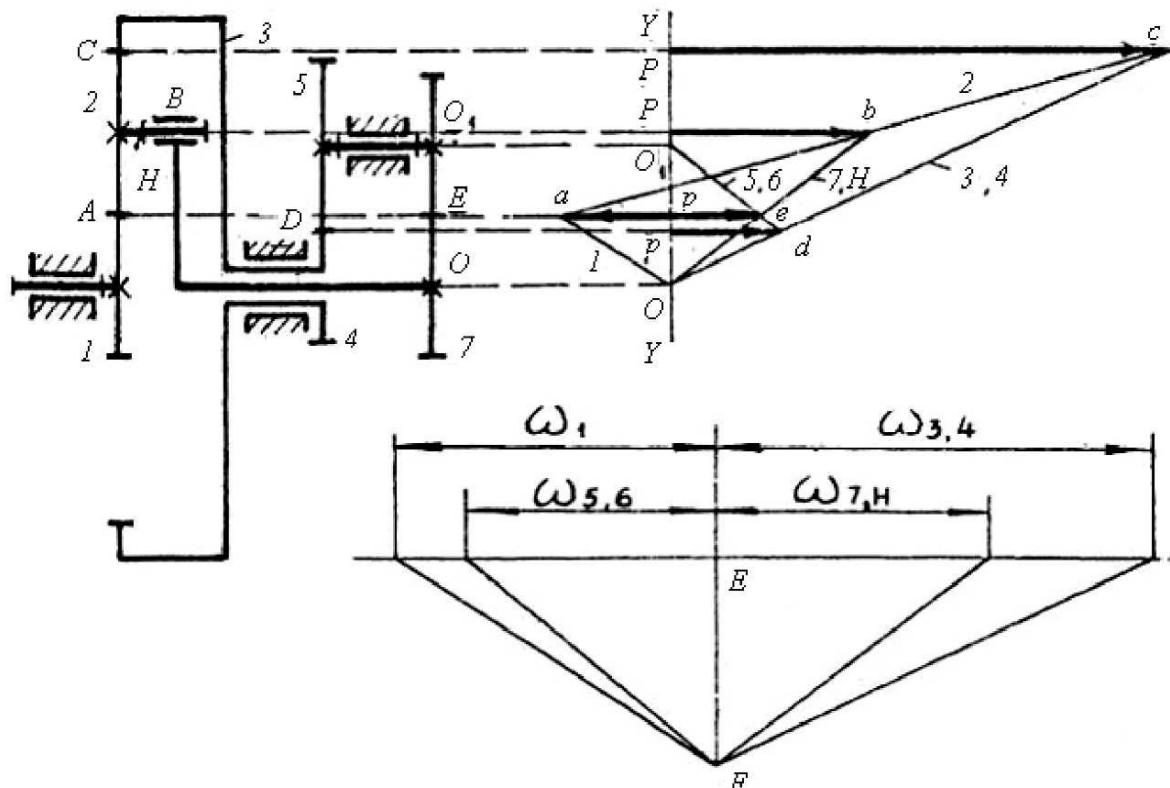


Рис. 7. Схема и планы скоростей замкнутого дифференциального механизма

Начертив схему механизма в масштабе μ_l (рис. 7) и выбрав ось мгновенных центров скоростей $Y - Y$, проектируют на неё точки, лежащие на осях колес. Получают точки O и O_1 .

Закон изменения скоростей точек колеса 7

Откладывают от $Y - Y$ отрезок произвольной длины \overline{pe} , изображающий в произвольном масштабе вектор скорости точки E колеса 7 и б. Прямая oe будет законом изменения скоростей точек колеса 7. Эта же прямая будет законом линейных скоростей точек водила, так как водило и колесо 7 жестко закреплены на одной оси. Так как точка B принадлежит водилу, то её скорость определяют, спроектировав эту точку на продолжение линии oe : $V_B = \overline{pe} \mu_V$.

Для точек колес 5 и 6

Между начальными окружностями зубчатых колес отсутствует скольжение, вследствие этого $V_E 7 = V_E 6$. Закон изменения линейных скоростей точек

колёс 5 и 6 один, так как они жестко закреплены на одной оси ($\omega_5 = \omega_6$), скорость которой $V_{O1} = 0$ (на плане точка O_1 находится на прямой $Y - Y'$). Обе точки (E и O_1) принадлежат одному звену – 6, поэтому, соединив e с O_1 , получают закон изменения линейных скоростей точек колес 5, 6. Для определения линейной скорости точки D её проектируют на линию o_1e и отрезок \overline{pd} изображают в масштабе плана: $V_D = \overline{pd} \mu_V$.

Для точек колёс 3, 4

Колёса 3, 4 находятся на одной неподвижной оси O ($\omega_3 = \omega_4, V_O = 0$), и закон изменения линейных скоростей их точек будет один. При отсутствии скольжения между начальными окружностями колес 4 и 5 скорости точек D_4 и D_5 этих колёс будут равны: $V_{D4} = V_{D5}$, т.е. для этих колёс известны скорости двух точек (D и O), и законом изменения скоростей колёс 3, 4 будет прямая, соединяющая точки d и o на плане. Скорость точки C колеса 3 находят, спроектировав её на продолжение линии od : $V_C = \overline{pc} \mu_V$.

Для точек колеса 2

У второго колеса по предыдущему построению найдены скорости двух точек – B и C . Линия bc , соединяющая на плане эти точки, и будет законом изменения скоростей точек второго колеса. Скорость точки A этого колеса определяют, спроектировав её на продолжение линии cb за точку b : $V_A = \overline{ra} \mu_V$.

Для точек колеса 1

$V_{A2} = V_{A1}$, так как скольжение между начальными окружностями отсутствует. Скорость центра колеса 1 равна нулю (мгновенный центр скоростей). Для получения закона изменения скоростей точек зубчатого колеса 1 соединяют точку a с точкой o .

План угловых скоростей замкнутых дифференциальных механизмов строят в той же последовательности, что и для планетарных механизмов. Масштабы планов линейных и угловых скоростей определяют по формулам (15), (16). Передаточное отношение i_{7-1} механизма (рис. 7) записывают:

$$i_{7-1} = \frac{\overline{\omega}_7}{\overline{\omega}_1}$$

где $\overline{\omega}_7$, $\overline{\omega}_1$ – отрезки с плана угловых скоростей, мм.

3. ОПИСАНИЕ МОДЕЛЕЙ МЕХАНИЗМОВ

Все лабораторные модели зубчатых механизмов являются копиями реальных механизмов, применяемых на промышленных предприятиях, и могут выполнять те же функции. Большинство из них – многоступенчатые комбинированные зубчатые механизмы многоцелевого назначения. Возможность стопорения с помощью винтов некоторых подвижных осей позволяет получить на одной модели различные типы зубчатых механизмов: планетарные, дифференциальные или механизмы с неподвижными осями. Некоторые модели выполнены по схем-

мам замкнутых дифференциальных механизмов. Все модели механизмов с ручным приводом.

Для выполнения работы необходимо иметь масштабную линейку.

4. ОХРАНА ТРУДА

При выполнении данной работы необходимо выполнять требования по охране труда, общие для лаборатории, изложенные в инструкции по технике безопасности.

5. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ И ПОРЯДОК ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Получив модель механизма, необходимо ознакомиться с принципом его действия. Определить типы механизмов, входящих в его состав: планетарные, дифференциальные, механизмы с неподвижными осями.

2. Повернув входное звено на любое целое число оборотов, определить число оборотов выходного звена и подсчитать передаточное отношение механизма:

$$i_{\text{МЕХ}} = \frac{n_{\text{ВХ}}}{n_{\text{ВЫХ}}}.$$

3. Пользуясь условными обозначениями (Прил. А), составить эскиз кинематической схемы механизма.

Кинематическая схема – это графическое изображение механизма посредством условных обозначений звеньев, содержащее всё необходимое для правильного понимания его работы и выполненное в масштабе.

Показать схему преподавателю для проверки.

4. Подсчитав число зубьев колес, заполнить таблицу Прил. Б.

5. Начертить **в масштабе** кинематическую схему механизма на бланке для отчета (Прил. Б), **приняв модули зубчатых колес равными 2 мм**.

На схемах изображаются начальные окружности зубчатых колёс, касающиеся в полюсе зацепления. В колесах без смещения режущего инструмента начальные окружности совпадают с делительными ($r = r_w$), поэтому

$$r_w = \frac{mZ}{2} = Z \quad (m = 2 \text{ мм}).$$

6. Определить передаточное отношение механизма аналитически, используя формулы (2) – (6) для комбинированных механизмов и для замкнутых дифференциальных механизмов, используя метод его определения, изложенный в пункте 2.3.4.

7. Построить планы линейных и угловых скоростей, **считая, что угловая скорость входного звена $\omega = 10 \text{ c}^{-1}$** .

По формулам (15) – (16) определить масштабы планов.

8. По плану угловых скоростей определить передаточное отношение механизма (с учетом знака) и сравнить его с передаточным отношением, полученным аналитически.

Погрешность не должна превышать 3%.

6. УКАЗАНИЯ К СОСТАВЛЕНИЮ ОТЧЕТА

Кинематическая схема механизма и планы скоростей вычерчиваются карандашом с помощью чертежных инструментов, а таблица и все расчеты заполняются чернилами.

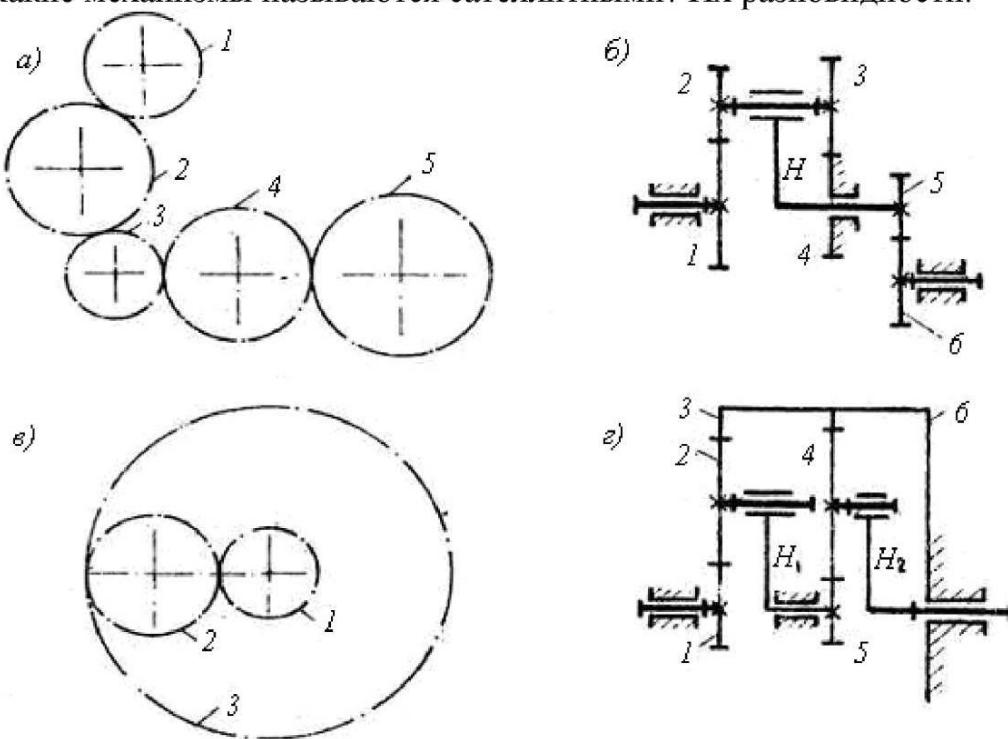
Отчет по работе должен быть готов к началу следующего занятия, на котором студент должен отчитаться по этой работе.

7. ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Дать определения основным понятиям: одноступенчатый и многоступенчатый механизмы; передаточное отношение; сателлит, центральное звено; водило; дифференциальный, планетарный и замкнутый дифференциальный механизмы.

2. Аналитически и графически определить величину и знак передаточного отношения многоступенчатого зубчатого механизма, а также его число степеней свободы.

3. Какие механизмы называются сателлитными? Их разновидности.



4. Как преобразовать схему дифференциального механизма, чтобы получить:

- а) планетарный механизм;
- б) механизм с неподвижными осями;
- в) замкнутый дифференциальный механизм (Прил. А)?

5. По какой формуле определяется число степеней свободы механизма?
Чему равно число степеней свободы (рис. 3):

- а) дифференциального механизма;
- б) планетарного механизма;
- в) замкнутого дифференциального механизма?

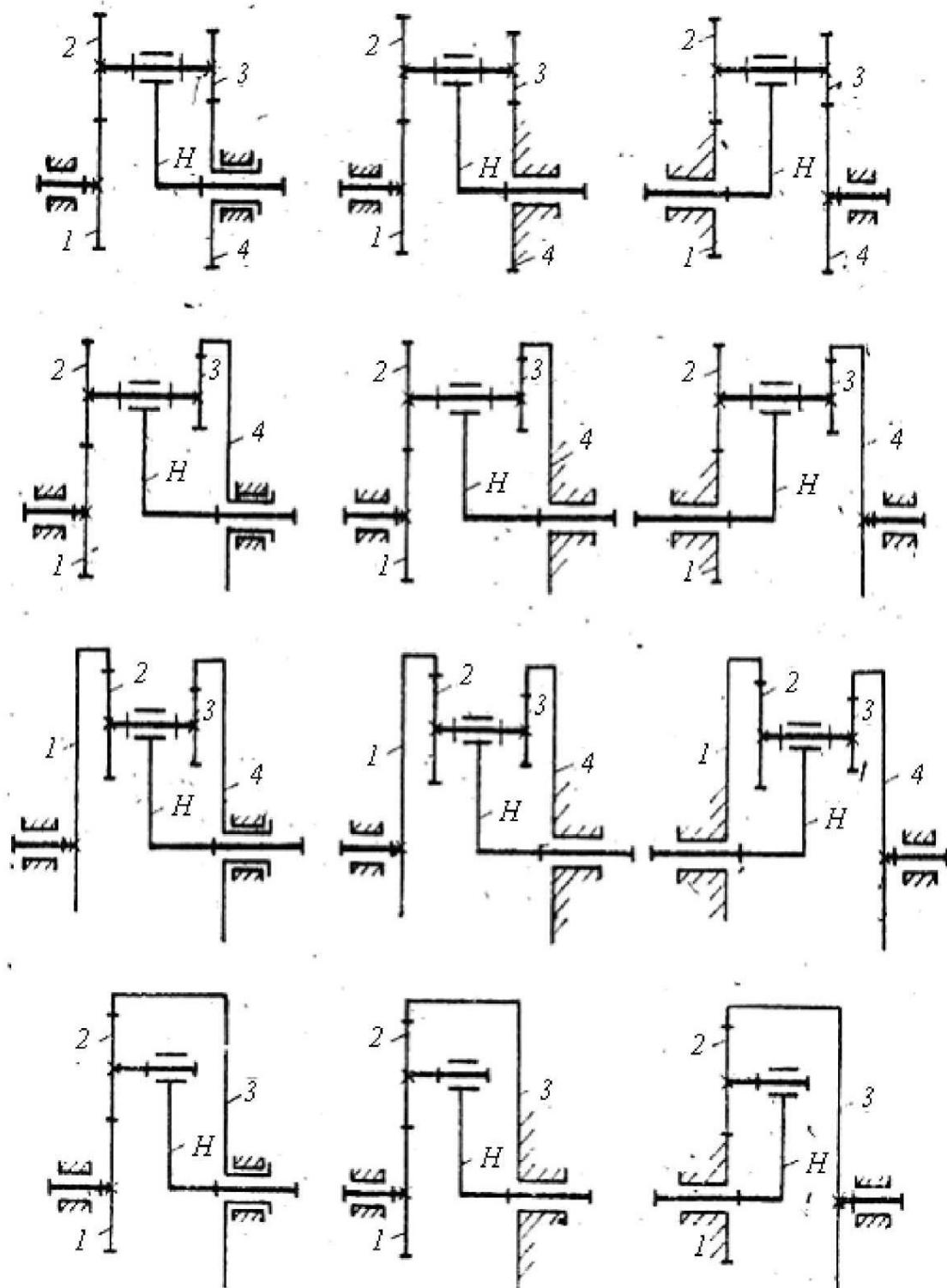
6. В чём состоит сущность метода обращения движения в применении к сателлитным механизмам?

7. Принцип образования замкнутого дифференциального механизма.

8. Как определить передаточное отношение механизма графическим методом?

Приложение А

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ ОСНОВНЫХ ТИПОВ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ И ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ
С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ



Приложение Б

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2
КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ САТЕЛЛИТНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Студент ПЕТРОВ И.И Факультет

Группа

Модель № 31

№ колеса	1	2	3	4	5	6	7	8
Числа зубьев	46	44	24	36	46	106	72	60

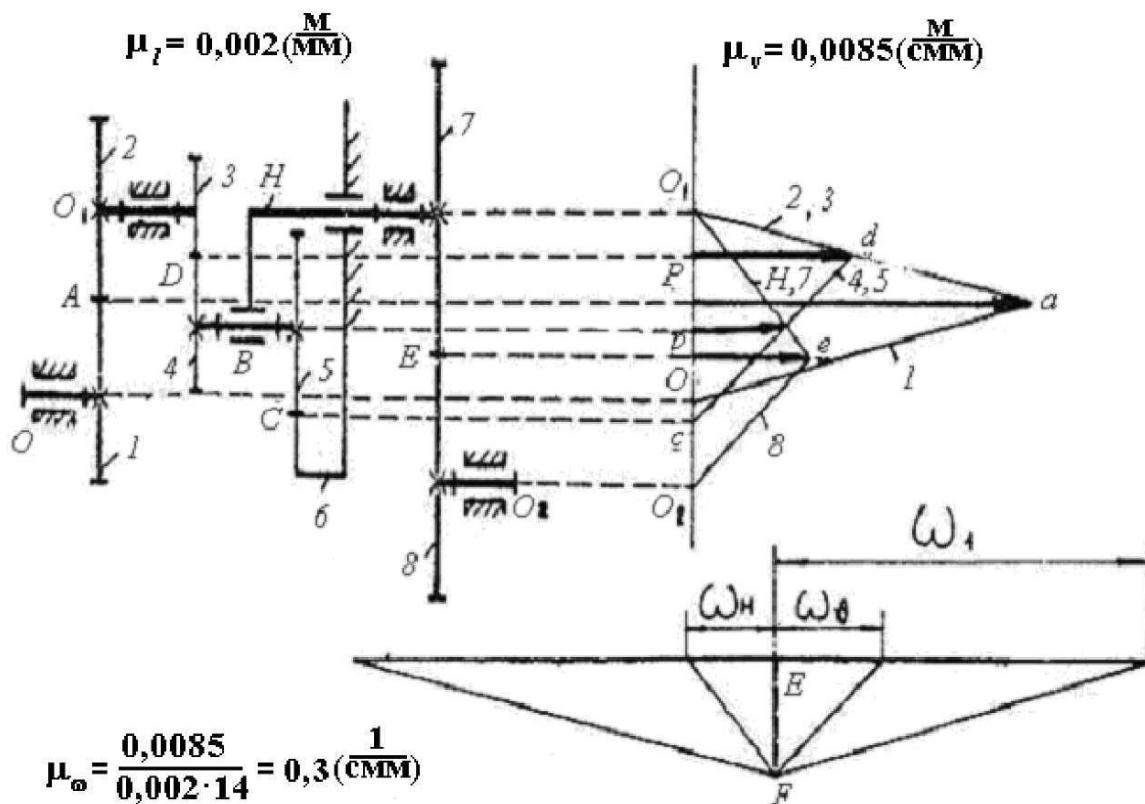
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОГО ОТНОШЕНИЯ

1. Практически, по механизму:

$$i_{1-8} = \frac{10}{2,9} = 3,45.$$

2. Графическим методом.

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СХЕМА МЕХАНИЗМА, ПЛАНЫ ЛИНЕЙНЫХ И УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ



Передаточное отношение:

$$i_{1-8}^{\text{ГР}} = \left| \frac{\dot{\varphi}_1}{\dot{\varphi}_8} \right| = \frac{60}{17} = 3,529.$$

3. Аналитическим методом:

$$i_{1-8} = i_{1-2} i_{\overset{\curvearrowleft}{3-H}}^{\curvearrowleft} i_{7-8}.$$

По формуле Виллиса:

$$i_{\overset{\curvearrowleft}{3-H}}^{\curvearrowleft} = 1 - i_{\overset{\curvearrowleft}{3-6}}^{\curvearrowleft}.$$

Запишем:

$$i_{1-8} = i_{1-2} \left[1 - i_{\overset{\curvearrowleft}{3-6}}^{\curvearrowleft} \right] i_{7-8};$$

$$i_{1-2} = -\frac{Z_2}{Z_1}; \quad i_{\overset{\curvearrowleft}{3-6}}^{\curvearrowleft} = -\frac{Z_4 Z_6}{Z_3 Z_5}; \quad i_{7-8} = -\frac{Z_8}{Z_7};$$

$$i_{1-8} = \left(-\frac{Z_2}{Z_1} \right) \left(1 + \frac{Z_4 Z_6}{Z_3 Z_5} \right) \left(-\frac{Z_8}{Z_7} \right) = \left(-\frac{44}{46} \right) \left(1 + \frac{36 \cdot 106}{24 \cdot 46} \right) \left(-\frac{60}{72} \right) = 3,552.$$

Погрешность определения передаточного отношения аналитическим и графическим методами:

$$\Delta I = \frac{3,552 - 3,529}{3,552} 100\% = 0,647\%.$$

Лабораторная работа №4

Балансировка тел вращения

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы – ознакомление с динамической и статической неуравновешенностью, а также способами уравновешивания вращающихся звеньев.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

При вращении звеньев с большой угловой скоростью даже сравнительно небольшие неуравновешенные массы этих звеньев могут быть причиной возникновения огромных сил инерции переменного направления и соответствующих динамических реакций подшипников. Эти силы полностью передаются на опоры, что часто приводит к быстрому износу элементов кинематических пар, к вибрациям корпуса и, в отдельных случаях, к поломке.

Пользуясь методом кинетостатики, можно показать, что, обращая в нуль главный вектор и главный момент сил инерции, обращаем в нуль главный вектор и главный момент этих сил. Поэтому задачу об уравновешивании масс часто называют задачей об уравновешивании сил инерции.

Существуют три вида уравновешивания сил инерции механизмов:

- 1) уравновешивание (полное или частичное) главного вектора сил инерции подвижных звеньев механизма – статическое. Статическое уравновешивание заключается в том, чтобы обеспечить равенство нулю главного вектора системы сил $\bar{R} = 0$, а главный момент при этом не равен нулю $\bar{M} \neq 0$. В этом случае центр масс звена лежит на оси вращения, а ось называется центральной;
- 2) уравновешивание главного вектора и главного момента сил инерции звеньев механизма – динамическое. При динамическом уравновешивании добиваются условий равенства нулю главного момента $\bar{M} = 0$, а главный вектор при этом не равен нулю $\bar{R} \neq 0$;
- 3) полное. В случае полного уравновешивания должны быть равны нулю и главный вектор и главный момент $\bar{R} = 0$ и $\bar{M} = 0$. Ось вращения в этом случае является центральной и главной (момент инерции масс относительно главной оси имеет экстремальное значение). При полном уравновешивании вращающегося звена давление на опоры не зависит от его угловой скорости, то есть оси остаются такими же, какими были при неподвижном звене.

При движении механической системы возникающие реакции связей могут быть найдены из уравнений метода кинетостатики:

$$\sum_{k=1}^n \bar{F}_k + \sum_{k=1}^n \bar{R}_k + \sum_{k=1}^n \bar{F}_k^{(u)} = 0,$$
$$\sum_{k=1}^n \bar{M}_0(\bar{F}_k) + \sum_{k=1}^n \bar{M}_0(\bar{R}_k) + \sum_{k=1}^n \bar{M}_0(\bar{F}_k^{(u)}) = 0,$$

где $\overline{F_k}$ - заданные силы, $\overline{R_k}$ - реакции связей, $\overline{F_k^u}$ - силы инерции.

Уравнения метода кинетостатики можно записать как в проекциях на оси инерциальной (неподвижной) системы координат, так и на оси неинерциальной (подвижной) системы координат. В этих случаях в уравнениях метода кинетостатики фигурируют даламберовы и эйлеровы силы инерции соответственно.

Реакции связей обычно подразделяют на статические и динамические составляющие. Динамические реакции, как правило, во много раз превосходят статические реакции и играют большую роль в динамике системы, ее прочности и надежности.

Если главный вектор равен нулю, то сумма проекций всех сил на любую ось должна равняться нулю или многоугольник, составленный из векторов сил, должен быть замкнутым. Если равен нулю главный момент, то сумма моментов всех сил относительно произвольно выбранного центра приведения должна быть равна нулю, а многоугольник векторов-моментов должен быть замкнутым. Эти выводы теоретической механики используются в уравновешивании вращающегося звена.

Поэтому для определения динамических реакций подшипников вращающегося твердого тела можно воспользоваться следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} R_{Ax} + R_{Bx} - m\omega_z^2 x_c - m\epsilon_z y_c &= 0; \\ R_{Ax} + R_{Bx} - m\epsilon_z x_c - m\omega_z^2 y_c &= 0; \\ R_{Ay} - A - R_{By} z_B - J_{yz}\omega_z^2 - J_{xz}\epsilon_z &= 0; \\ R_{Ax} - A - R_{Bx} z_B - J_{yz}\epsilon_z - J_{xz}\omega_z^2 &= 0; \end{aligned}$$

где m – масса тела, ω_z и ϵ_z – угловая скорость и угловое ускорение, x_c и y_c – координаты центра масс, J_{yz} и J_{xz} – центробежные моменты инерции массы.

Эти уравнения позволяют сделать очень важный как в теоретическом, так и в практическом отношении вывод об отсутствии динамических реакций подшипников. Для того чтобы динамические реакции подшипников отсутствовали, ось вращения должна быть главной центральной осью инерции. Другими словами, центр масс тела должен лежать на оси вращения, тогда $x_c = y_c = 0$, а ось вращения должна быть главной осью инерции, тогда центробежные моменты инерции $J_{yz} = J_{xz} = 0$.

Если центр масс тела не лежит на оси вращения, то говорят о статической неуравновешенности. Если ось вращения не является главной осью инерции, то говорят о динамической неуравновешенности. Статическую и динамическую неуравновешенность узлов машины устраниют с помощью балансировки путем перераспределения масс соответствующего изделия.

В лабораторной работе уравновешивание (балансировка) ротора достигается путем установки на определенном расстоянии от оси вращения дополнительной массы, вращение которой вызывает силы инерции, направленные так, что выполняется указанное выше равновесие сил и моментов.

2.1. Уравновешивание масс, вращающихся в одной плоскости

Вращающиеся звенья, имеющие небольшую ширину по сравнению с диаметром (маховики, зубчатые колеса, шлифовальные круги, диски и др.) можно рассматривать в каждом случае как систему точечных масс, расположенных в одной плоскости. Для вращающихся точечных масс, находящихся в одной плоскости, достаточно произвести статическое уравновешивание – в этом случае одновременно выполняются условия полного уравновешивания.

Силы, возникающие при вращении звена, – центробежные силы инерции F_k^u вызваны вращающимися массами, несимметрично расположенным относительно оси вращения

$$F_k^u = m_k r_k \omega_k^2,$$

где ω_k – угловая скорость звена, 1/с;

m_k – несимметрично расположенные массы, кг;

r_k – расстояние от оси вращения, м.

Условием статического уравновешивания для таких масс является равенство нулю главного вектора центробежных сил инерции:

$$\sum m_k \bar{r}_k \omega_k^2 = 0$$

или $\sum m_k \bar{r}_k = 0$.

Это значит, что координаты центра тяжести уравновешенной системы масс равны нулю

$$\bar{r}_c = \frac{\sum m_k \bar{r}_k}{\sum m_k} = 0.$$

Расстояние от центра тяжести ротора до его оси вычисляется по формуле

$$\bar{r}_c = \frac{\sum m_k \bar{r}_k}{\sum m_k} = \frac{m_a D}{2m}, \quad (1)$$

где D – диаметр ротора;

m_a – масса уравновешивающего груза;

m – масса ротора.

2.2. Пример

Рассмотрим определение динамических реакций подшипников турбины, ротор которой вращается вокруг горизонтальной оси с постоянной угловой скоростью (рис. 1).

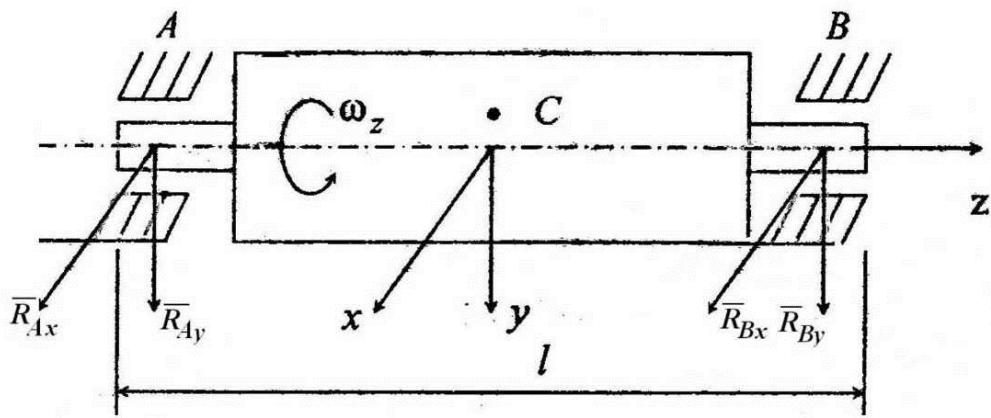


Рис. 1 Схема определения динамических реакций подшипников

Ротор имеет ось материальной симметрии, поэтому центробежные моменты инерции равны нулю, т. е. $J_{yz} = J_{zx} = 0$. Рассмотрим случай, когда центр масс ротора не лежит на оси вращения, при этом $x_c = 0; y_c \neq 0$. Воспользуемся уравнениями для определения динамических реакций опор вращающегося твердого тела.

Для рассматриваемой задачи уравнения принимают вид

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = R_{Ax} + R_{Bx} = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = R_{Ay} + R_{By} + m\omega_z^2 y_c = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n M_c F_{kx} = R_{Ay} z_A + R_{By} z_B = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n M_c F_{ky} = R_{Ax} z_A + R_{Bx} z_B = 0.$$

Эти уравнения записаны в проекциях на оси подвижной системы координат $Oxzy$, которая вращается вместе с ротором.

Учитывая, что $z_A = -l/2, z_B = l/2$, после решения этих уравнений получим

$$R_{Ax} = R_{Bx} = 0;$$

$$R_{Ax} = R_{Bx} = -\frac{m\omega_z^2 y_c}{2}.$$

Направления линий действия динамических реакций остаются все время параллельными осям Oy , которая вращается вместе с ротором.

3. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Схема установки приведена на рисунке (рис. 2).

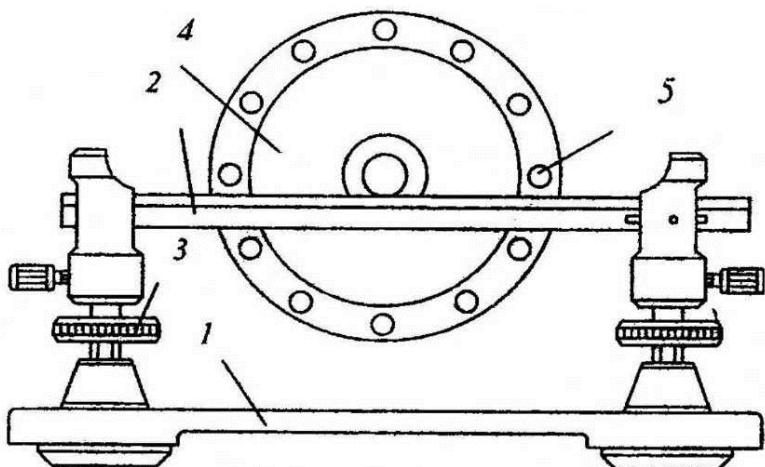


Рис. 2 Установка для балансировки тел вращения: 1 – основание; 2 – призмы; 3 – регулировочные винты; 4 – ротор; 5 – отверстие

4. ОХРАНА ТРУДА

При выполнении данной работы необходимо учитывать общие для лаборатории требования по охране труда, изложенные в инструкции по технике безопасности.

5. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Поместить установку на ровную горизонтальную поверхность стола. Отрегулировать по уровню горизонтальное расположение граней призмы 2 с помощью установочных винтов 3. Взвесить ротор 4 вместе с осью и замерить его наружный диаметр. Осторожно установить ось ротора на горизонтальные призмы 2 установки. После установки ротора отметить его верхнюю точку на вертикальной прямой. Повернуть ротор на 90° вокруг оси и осторожно опустить его на ось граней призмы. Вновь отметить верхнюю точку после остановки ротора. Затем, повернув ротор на 90° в противоположную сторону, после остановки еще раз отметить его верхнюю точку. Все три отметки или совпадут, или будут расположены очень близко. Прикрепить к верхней точке ротора кусочек пластилина и добиться того, чтобы повернутый на некоторый угол вокруг своей оси ротор оставался в любом положении неподвижным после легкого прикосновения руки. Это состояние безразличного равновесия ротора означает, что ротор статически сбалансирован. Взвесить снятый с ротора пластилин и записать значение его массы. Вычислить расстояние от центра тяжести ротора до его оси по формуле (1).

6. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. На каких положениях теоретической механики основано уравновешивание вращающегося звена?
2. Что называется главным вектором системы сил?
3. Что называется главным моментом системы сил?

4. В чем заключается сущность принципа Германа-Эйлера-Даламбера для материальной точки (механической системы)?
5. Что называется методом кинетостатики?
6. Уравнения метода кинетостатики.
7. Какие силы учитываются в уравнениях кинетостатики?
8. Почему недостаточно удовлетворить условию равенства нулю проекций векторов сил и моментов на одну ось?
9. Что называется силой инерции материальной точки?
10. Каковы модуль и направление главного вектора сил инерции механической системы?
11. Какие силы можно отнести к статическим составляющим реакций?
12. Какие силы можно отнести к динамическим составляющим реакций?
13. При каких условиях динамические давления врачающегося тела на опоры равны нулю?
14. Какие силы вызывают колебания звена?
15. В чем заключается статическое уравновешивание?
16. В чем заключается динамическое уравновешивание?
17. В чем заключается полное уравновешивание?
18. Какие величины заданы? Что требуется найти? Какие величины вычисляются?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Фролов, К. В. Теория механизмов и машин и механика машин /К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов – М.: Высшая школа, 2001.
2. Фролов, К. В. И др. теория механизмов и машин и механика машин/ К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов – М.: Высшая школа, 2003.
3. Гусякова, Г.П. Зубчатые цилиндрические передачи. Основы теории и проектного анализа: учеб. пособие / Г.П. Гусякова, И.В. Воробьева – НГТУ. – Н.Новгород, 2003.
4. Головин, А.А. Динамика механизмов: учеб. Пособие / А.А. Головин, Ю.В. Костиков, А.Б. Красковский – МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.
5. Гусякова, Г.П. Динамический анализ механизмов и машин: учеб. пособие / Г.П. Гусякова, Д.С. Гусяков – НГТУ. – Н.Новгород, 2001.
6. Воробьева, И.В. Профилирование эвольвентных зубьев методом обкатки и расчет зубчатых передач: метод. указ. к лаб. работе по ТММ / И.В. Воробьева, А.Н. Гущин, Л.Т. Крюков, В.Н. Кравченко – НГТУ. – Н.Новгород, 2003.
7. Смелягин, А.И. Структура механизмов и машин: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. тех. ун-т, 2003.
8. Дворников, Л.Т. Теория кинематических пар и соединений: учеб. пособие / Л.Т. Дворников, Э.Я. Живаго – Сиб. Гос. Индустриальный ун-т. – Новокузнецк, 2001.