

**ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
СОСТАВЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СХЕМ
И СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ**

Методические указания к выполнению лабораторной работы для
студентов механических специальностей всех форм обучения

Методические указания составлены на основе сборника В.В.Юденич «Лабораторные работы по теории механизмов и машин». Наряду с методикой выполнения работы, в тексте указаний изложены основные сведения по структуре механизмов, условному изображению элементов кинематических схем.

Целью лабораторной работы является ознакомление студентов со структурными составляющими плоских механизмов, формами их условного изображения, а также приобретение навыков в построении кинематических схем.

Основные понятия и определения

Механизм – это система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других твердых тел. Структуру механизма характеризуют входящими в его состав звеньями, кинематическими парами, специфическими кинематическими цепями – группами Ассура, а также рядом отвлеченных чисел, таких как степень подвижности или класс.

Звеном (кинематической цепи, механизма) называют деталь или группу жестко соединенных между собой деталей.

Звено механизма, неподвижное в выбранной системе координат, называется **стойкой**. Подвижные звенья сочленяются со стойкой и между собой посредством кинематических пар.

Кинематическая пара – это соединение двух соприкасающихся звеньев, взаимно ограничивающее их относительное движение.

Кинематической цепью называется связанная система звеньев, соединенных между собой кинематическими парами.

Группа Ассура – это кинематическая цепь с нулевой степенью подвижности относительно своих внешних кинематических пар. Группа Ассура не может быть разделена на более простые группы, имеющие этот же признак.

В зависимости от сложности строения группам Ассура присваивается класс – целое положительное число, тем больше, чем сложнее группа. Аналогично и механизм в целом характеризуют классом.

Класс механизма равен наибольшему из классов входящих в него групп Ассура.

Степень подвижности механизма равна числу его обобщенных координат в системе координат¹, связанной со стойкой. Обозначается степень подвижности буквой W .

Классификация и условные изображения звеньев

Среди звеньев механизма выделяют входные, выходные и промежуточные звенья.

Входные – это звенья механизма, которые получают движение от другого механизма или двигателя.

¹ Здесь предполагается, что все связи голономные, и пассивные связи отброшены.

Выходные – звенья, совершающие движения, для выполнения которых предназначен механизм.

Звенья могут иметь самые различные конструкции. Так, на рис. 1 показаны: простое звено, состоящее из одной детали – (а), и ее условное изображение – (б); составное звено, состоящее из нескольких деталей, жестко связанных между собой – (в) и условное изображение такого звена – (г).

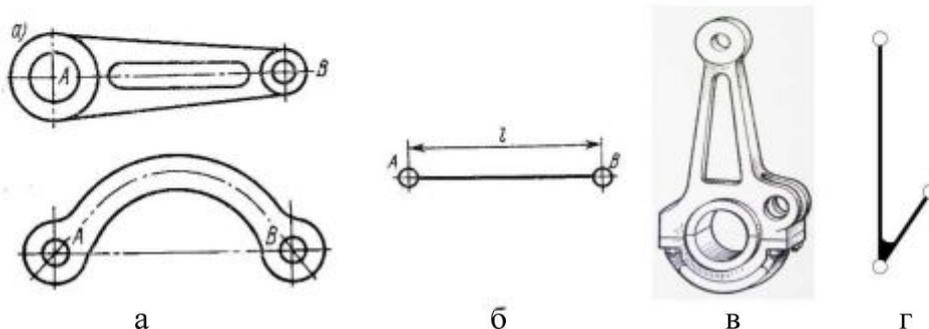


Рис.1. Конструктивные формы и условные изображения звеньев

Свои названия звенья получают в зависимости от характера их движения в механизме или от особенностей их конструкции:

- **кривошип** – звено, совершающее полный оборот вокруг неподвижной оси, связанной со стойкой;
- **коромысло** – звено, совершающее вращательное движение вокруг неподвижной оси в ограниченных пределах (возвратно-вращательное);
- **шатун** – звено, совершающее сложное движение;
- **ползун** – звено, поступательно перемещающееся по неподвижной направляющей относительно стойки;
- **кулиса** – подвижное звено механизма, содержащее направляющую для поступательного движения другого звена (кулисного камня);
- **кулачок** – звено, содержащее поверхность переменной кривизны;
- **зубчатое колесо** – вращающееся звено, имеющее зубчатый венец.

Элементами кинематической пары называют общие для соединенных звеньев поверхности, линии или точки, которыми звенья соприкасаются между собой, образуя кинематическую пару.

Классификация кинематических пар

Кинематические пары бывают низшие и высшие.

Низшая – кинематическая пара, в которой звенья соприкасаются между собой одной или несколькими поверхностями.

Высшая – кинематическая пара, в которой звенья соприкасаются между собой по линии или в точке.

Относительное движение элементов низшей пары всегда представляет собой скольжение, в высших парах, кроме того, возможно качение или верчение. К низшим относятся кинематические пары на рис. 2а, 2б, 2в; пары на рис. 2г, 2д – высшие.

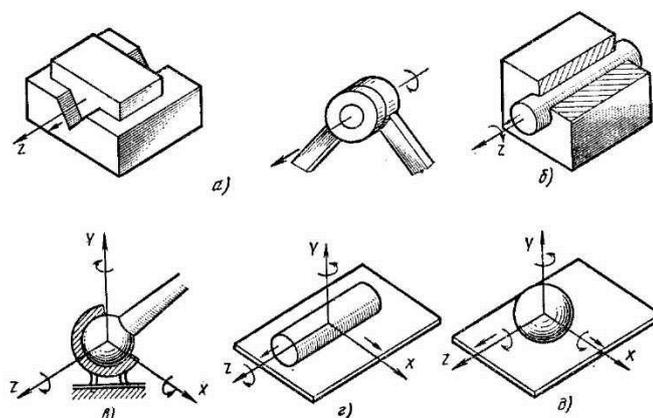


Рис.2. Кинематические пары

Обеспечение постоянного соприкосновения элементов кинематической пары называют **замыканием**. Для низших кинематических пар характерно **геометрическое замыкание** – за счет формы элементов пары (рис. 2а, 2б, 2в); в высших кинематических парах чаще выполняют **силовое замыкание**, то есть прижатие элементов друг к другу силами веса или силами упругости пружин.

В низших парах легче обеспечить требуемые жесткость и износостойкость, так как передаваемое усилие распределяется на достаточно большой площади соприкосновения звеньев.

Кинематические пары делятся на классы в зависимости от числа S связей, налагаемых ими на относительное (друг по отношению к другу) движение звеньев, или же на роды – по числу H степеней свободы звеньев в этом движении. Величины S и H связаны уравнением:

$$H = 6 - S, \quad (1)$$

Несвязанное звено ($S = 0$) обладает шестью степенями свободы ($H = 6$) при движении в пространственной системе координат. Если звено присоединяется кинематической парой к другому звену, то количество степеней свободы полученной кинематической цепи уменьшается на число накладываемых кинематической парой связей. Одна кинематическая пара может наложить от одной до пяти связей ($1 \leq S \leq 5$).

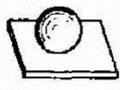
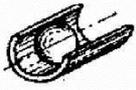
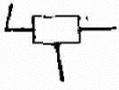
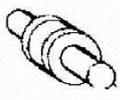
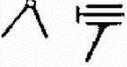
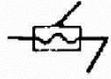
Так как при $S = 0$ звенья не связаны, а при $S = 6$ связь жесткая и оба звена объединяются в одно. Поэтому кинематические пары делятся на пять классов.

Для определения класса кинематической пары зачастую удобнее подсчитывать H – по числу простейших независимых относительных движений, допускаемых парой, а число накладываемых связей вычислять по формуле:

$$S = 6 - H. \quad (2)$$

В табл. 1 приведены условные изображения кинематических пар различных классов.

Таблица 1
Условные обозначения кинематических пар по ГОСТу 2770-68

Класс пары	Число условной связи	Число степеней свободы	Название пары	Рисунок	Условное обозначение
I	1	5	Шар — плоскость		
II	2	4	Шар — цилиндр		
III	3	3	Сферическая		
III	3	3	Плоскостная		
IV	4	2	Цилиндрическая		
IV	4	2	Сферическая с пальцем		
V	5	1	Поступательная		
V	5	1	Вращательная		
V	5	1	Винтовая		

Далее везде будем пользоваться делением пар на классы, обозначая буквой p_i , где $i=1, \dots, 5$ число кинематических пар i -го класса. Особое значение в плоских механизмах имеют низшие пары пятого класса – вращательная и поступательная (см. рис. 2 и табл. 1).

Механизм и его кинематическая схема

Мы ограничимся рассмотрением только плоских механизмов. Механизм называется плоским, если все точки его звеньев описывают траектории, лежащие в параллельных плоскостях. Механизмы, и в частности плоские, делятся на группы: рычажные, шарнирные, кулачковые, зубчатые.

Рычажным называют механизм, в котором звенья соединены между собой только низшими кинематическими парами (рис.3). Если же все кинематические пары в механизме вращательные (рис. 3б), то он называется **шарнирным**.

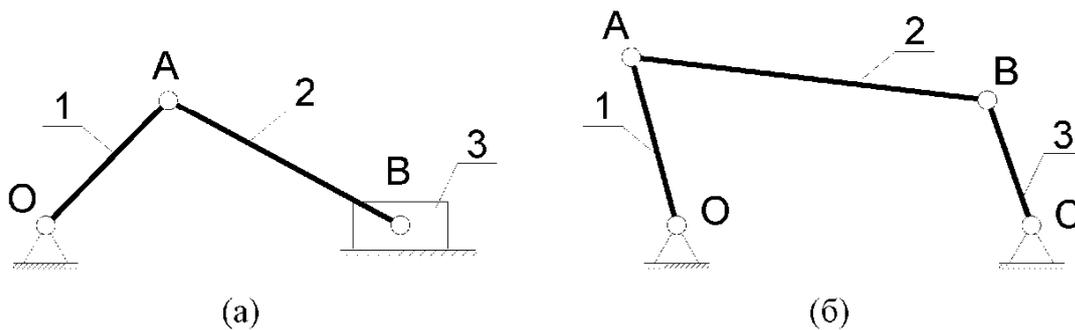


Рис. 3. Схемы четырехзвенных рычажных механизмов:
а) – кривошипно-ползунный механизм;
б) – шарнирный четырехзвенник

Механизмы называют также в соответствии с числом их звеньев (включая стойку). Так, на рис. 3 изображены четырехзвенные механизмы.

Кинематической схемой механизма называется графическое изображение в выбранном масштабе взаимного расположения звеньев, входящих в кинематические пары, с применением условных обозначений по ГОСТ 2770-68. Большими буквами латинского алфавита на схемах обозначаются центры шарниров и другие характерные точки. Направления движения входных звеньев отмечают стрелками. Кинематическая схема должна иметь все параметры необходимые для кинематического исследования механизма: размеры звеньев, числа зубьев зубчатых колес, профили элементов высших кинематических пар.

Масштаб схемы характеризуют **масштабным коэффициентом** длины K_l , который равен отношению длины l_{AB} звена в метрах к длине отрезка АВ, изображающего это звено на схеме, в миллиметрах:

$$K_l = l_{AB} / AB \quad (4)$$

Кинематическая схема, по существу, есть модель, которой заменяют реальный механизм для решения задач его структурного и кинематического анализа. Отметим основные допущения, которые при этой схематизации

подразумеваются: а) звенья механизма абсолютно жесткие; б) зазоры в кинематических парах отсутствуют.

Степень подвижности механизма

Как известно, число обобщенных координат механической системы совпадает с числом ее степеней свободы. Поэтому для подсчета степени подвижности механизма достаточно просуммировать степени свободы n его подвижных^{2*} звеньев в несвязанном состоянии и вычесть из них связи, налагаемые кинематическими парами механизма:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (5)$$

Здесь учтено, что каждое свободное звено в пространстве имеет 6 степеней свободы, каждая пара пятого класса исключает своими связями 5 из них, четвертого – 4 и т.д. По-прежнему, p_5 – число пар пятого класса в механизме, p_4 – четвертого и т.д. Примеры пространственных механизмов приведены на рис. 4.

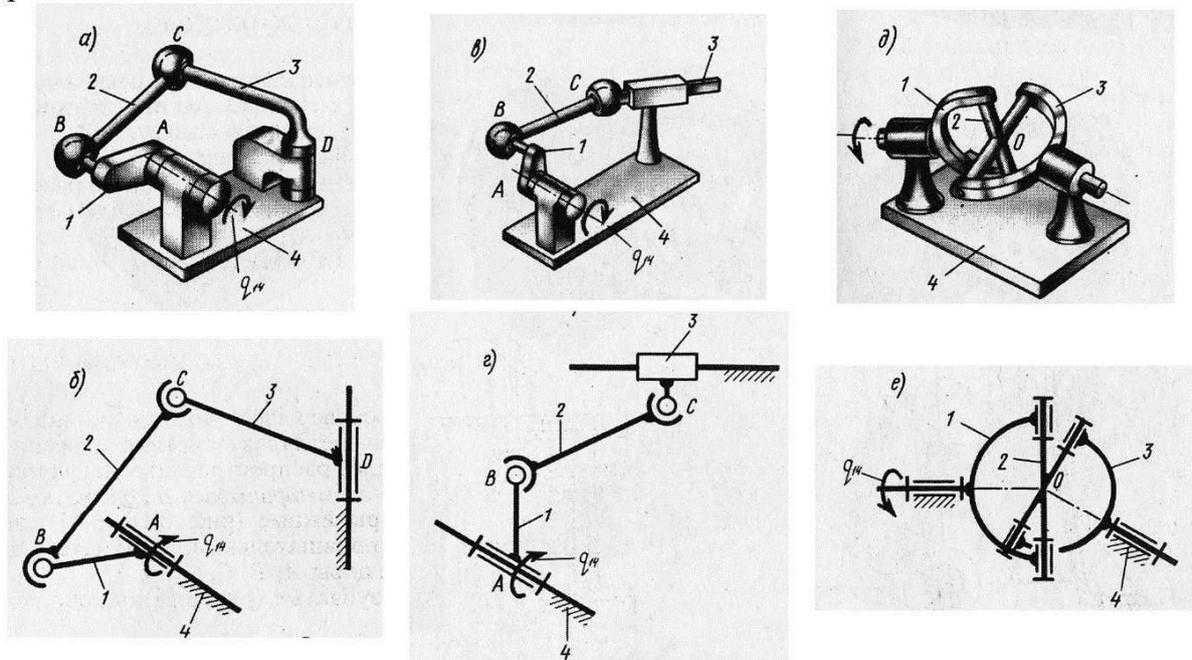


Рис. 4 Пространственные механизмы и их кинематические схемы.

Формула (5) является структурной формулой пространственных механизмов общего вида; она носит имя **Сомова-Малышева**.

Для плоских механизмов справедлива **формула Чебышева**:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (6)$$

² Стойка не имеет ни одной степени свободы, так как с нею связана система координат, в которой рассматривается движение других звеньев.

так как в них движение звеньев происходит в плоскости и кинематические пары в механизме могут быть только одноподвижными ($H=1, S=5$) или двухподвижными ($H=2, S=4$), то есть, в плоском механизме встречаются кинематические пары лишь четвертого и пятого классов, исключаящие, соответственно, одну или две степени свободы звена из трех, которые оно имеет в плоском движении, будучи несвязанным. Отметим, что все низшие кинематические пары в плоских механизмах являются кинематическими парами пятого класса. Схемы простейших плоских механизмов приведены на рис. 3.

Степень подвижности, вычисленная по формулам (5), (6), дает необходимое число законов движения, которые надо сообщить входным звеньям механизма, чтобы движение его стало вполне определенным. Если все входные звенья связаны со стойкой кинематическими парами пятого класса, то их число равно степени подвижности механизма.

Для того чтобы подсчет степени подвижности по формулам (5), (6) давал верный результат, необходимо мысленно отбросить пассивные связи и лишние степени свободы, если они есть в механизме.

Пассивные связи и лишние степени свободы

Механизмы могут содержать пассивные (повторяющиеся) связи, а также лишние степени свободы. Те и другие не влияют на движение (в кинематическом смысле) выходных звеньев механизма при заданном движении входных.

Пассивные связи вводят в механизм сверх необходимых, обеспечивающих определенность движения звеньев. Обычно их используют, чтобы повысить жесткость механизма, распределить нагрузку между параллельно работающими звеньями. Например, в механизмах грохотов, в приводе колес электровозов и т.п. применяют механизм параллельных кривошипов – рис. 5а.

Подсчет его степени подвижности по формуле (6) дает:

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 1 \cdot 0 = 0,$$

то есть в общем случае такая конструкция является фермой. Однако, в данном случае из-за равенства длин отрезков на звеньях:

$$OA = ED, \quad AB = CD, \quad OE = AD = BC,$$

наличие звена 4 не изменяет подвижности шарнирного четырехзвенника **ОВСЕ**, у которого $W=1$. Если удалить это звено, то движение остальных звеньев не изменится, поэтому звено 4 здесь лишнее, а связи, накладываемые кинематическими парами A и D – пассивные.

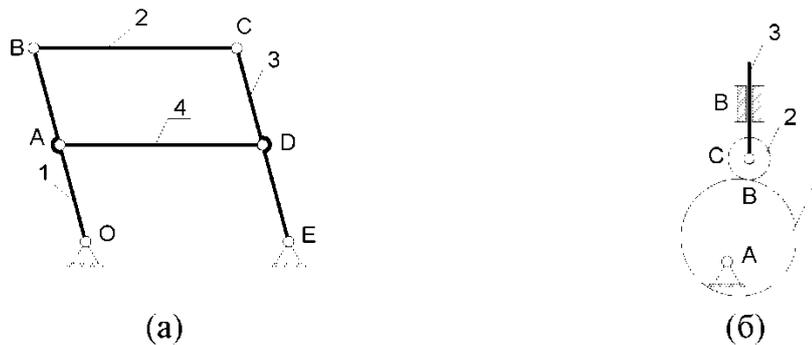


Рис.5 а)- механизм с пассивными связями, б) – механизм с лишней степенью свободы

Пассивные связи могут возникать и произвольно – из-за ошибок конструктора; тогда они отрицательно сказываются на работе механизма, ведут к снижению КПД, росту напряжений в звеньях и даже к заклиниванию.

Некоторые из степеней свободы промежуточных звеньев могут не влиять на подвижность выходных звеньев механизма, например - возможность проворачивания колец шарикоподшипников и т.п. Это лишние степени свободы. Обычно их вводят в конструкцию для уменьшения трения в кинематических парах.

Так, степень подвижности кулачкового механизма на рис. 5б по формуле (6) получается равной двум:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 2,$$

хотя для определенности движения толкателя **3** достаточно задать лишь один закон движения – вращение кулачка **1** (при условии, что ролик – круглый). В данном случае имеется лишняя степень свободы у ролика **2** – он может поворачиваться вокруг точки **С**, не влияя на движение толкателя. Ролик здесь введен для уменьшения трения в высшей кинематической паре **В**. Если пару **С** заменить жесткой связью, то движение толкателя не изменится, а по формуле (6) получим:

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1$$

Строение механизмов по Ассурю – Артоблевскому

В этом параграфе ограничимся рассмотрением плоских рычажных ($p_4 = 0$) механизмов с одной степенью подвижности ($W = 1$). Согласно представлениям, развитым Л. В. Ассуром в 1914-1917гг., а в последствии И. И. Артоблевским, любой такой механизм можно представить состоящим из исходного механизма и присоединенных к нему групп Ассура.

Простейшие исходные механизмы состоят из входного звена и стойки, которые связаны между собой поступательной (рис.6а) или вращательной (рис. 6б) кинематической парой. Таким механизмам присвоен **первый класс**^{3*}.

³ Механизмы первого класса, по существу, являются кинематическими парами; механизмами их называют условно.

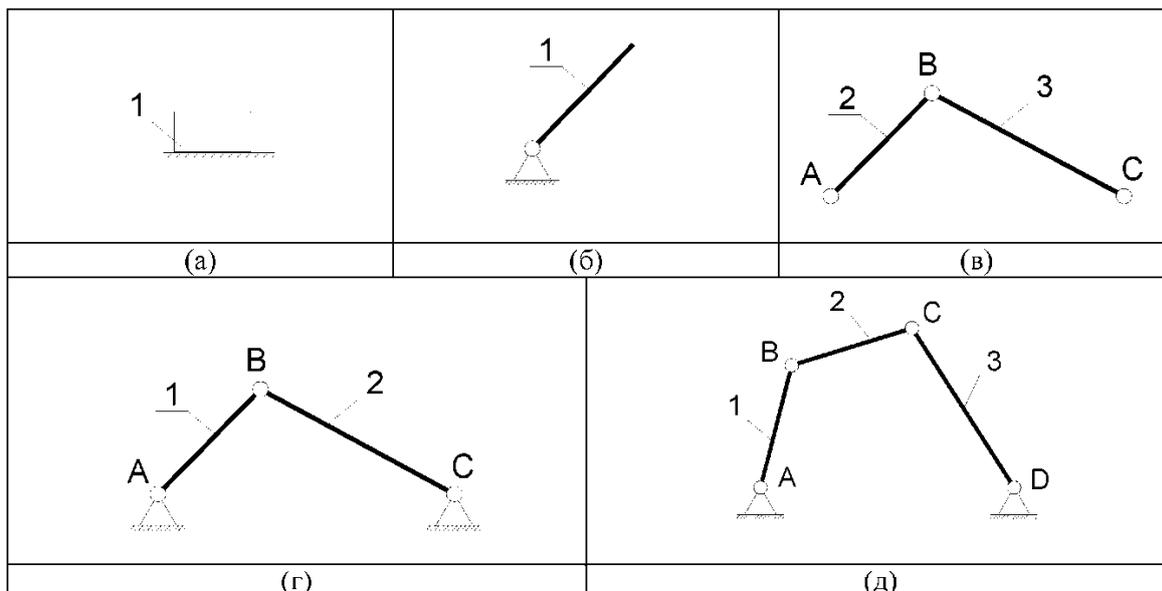


Рис.6 Схема образования механизма: а, б – варианты исходного механизма первого класса; в – группа Ассур 2-го класса; г – ферма; д – механизм 2-го класса

Группа Ассур, присоединяясь к исходному механизму, не изменяет степень его подвижности, так как сама имеет нулевую подвижность относительно своих внешних (служащих для присоединения) кинематических пар. Следовательно, число n звеньев и число p_5 пар группы связаны условием:

$$W = 3n - 2p_5 = 0, \quad (7)$$

или

$$n = 2p_5 / 3, \quad (8)$$

чему удовлетворяют следующие сочетания n и p_5 :

Таблица 3

Таблица соответствия количества звеньев и кинематических пар в группах Ассур

n	2	4	6	8
p_5	3	6	9	12

Чаще всего в схемах механизмов используются простейшие группы Ассур, состоящие из двух звеньев и трех кинематических пар. Таким группам присвоен второй класс.

Пример группы второго класса показан на рис.6в. Кинематическая пара **В** в этой группе **внутренняя** – она связывает между собой звенья группы. В точках **А** и **С** находятся элементы кинематических пар, возникающих при соединении звеньев 1 и 2 с другими звеньями. Условно эти элементы считают **внешними парами** группы и включают их в число p_5 всех пар группы

(см. табл.3). Группу (рис. 6в) можно присоединить внешними парами, например, к стойке или к исходному механизму (рис. 6б). В первом случае получим ферму ($W=0$) – рис. 6г, во втором – шарнирный четырехзвенный механизм ($W=1$) – рис. 6д.

Группы Ассур второго класса подразделяются на пять видов. Виды представлены на рис. 7. На этом же рисунке показаны условные обозначения этих групп и пример применения в механизме.

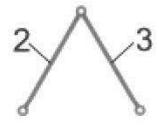
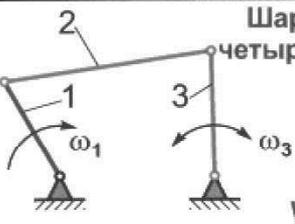
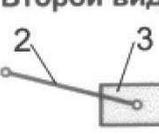
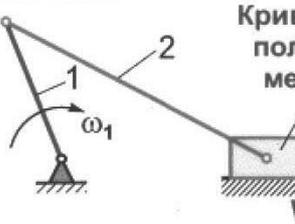
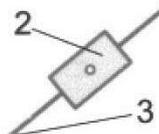
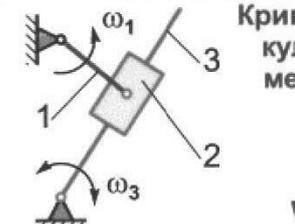
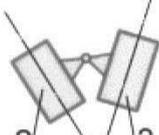
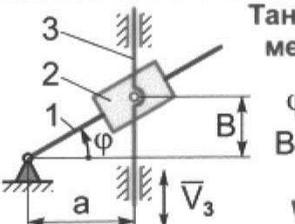
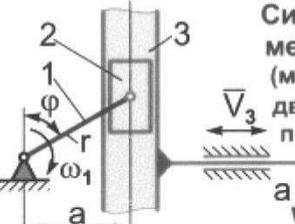
Вид группы Ассур второго класса $n=2, p_5=3$ (двухповодковая)	Обозначение	Реализация	Формула строения механизма	
<p>Первый вид</p>  <p>$W=0$</p>	$II_{1(2,3)}$	<p>Шарнирный четырехзвенник</p>  <p>$W=1$</p>	Механизмы второго класса (II)	
<p>Второй вид</p>  <p>$W=0$</p>	$II_{2(2,3)}$	<p>Кривошипно-ползунный механизм</p>  <p>$W=1$</p>		$I_{(0,1)} - II_{2(2,3)}$
<p>Третий вид</p>  <p>$W=0$</p>	$II_{3(2,3)}$	<p>Кривошипно-кулисный механизм</p>  <p>$W=1$</p>		$I_{(0,1)} - II_{3(2,3)}$
<p>Четвертый вид</p>  <p>$W=0$</p>	$II_{4(2,3)}$	<p>Тангенсный механизм</p>  <p>$\varphi < 90^\circ$ $B = a \cdot \operatorname{tg} \varphi$</p> <p>$W=1$</p>		$I_{(0,1)} - II_{4(2,3)}$
<p>Пятый вид</p>  <p>$W=0$</p>	$II_{5(2,3)}$	<p>Синусный механизм (механизм двойного ползуна)</p>  <p>$a = r \cdot \sin \varphi$</p> <p>$W=1$</p>		$I_{(0,1)} - II_{5(2,3)}$

Рис.7 Виды групп Ассур второго класса

Кроме класса, группам Ассур присваивают еще и **порядок**, равный числу внешних кинематических пар группы. Все группы второго класса имеют второй порядок.

Более сложные группы Ассур состоят из 4, 6 и т.д. звеньев. Их класс определяется по числу внутренних кинематических пар или по числу сторон наиболее сложного замкнутого контура, образованного звеньями группы. На рис. 8 показаны примеры групп Ассур, состоящие более чем из двух звеньев. Здесь же показаны условные обозначения этих групп и пример применения в механизме.

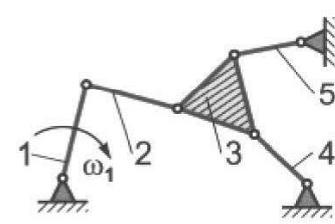
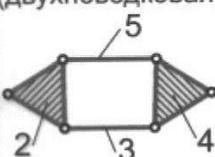
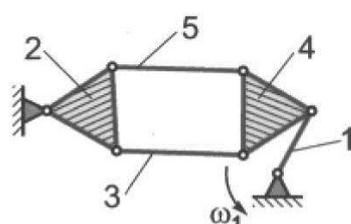
Класс группы Ассур	Обозначение	Реализация	Формула строения механизма
III класс (трехповодковая)  $n = 4, p_5 = 6,$ $W = 0$	III(2,3,4,5)	 $W = 1$	$I_{(0,1)} - III_{(2,3,4,5)}$ Механизм третьего (III) класса
IV класс (двухповодковая)  $n = 4, p_5 = 6,$ $W = 0$	IV(2,3,4,5)	 $W = 1$	$I_{(0,1)} - IV_{(2,3,4,5)}$ Механизм четвертого (IV) класса
V класс (четыреповодковая)  $n = 8, p_5 = 9,$ $W = 0$	V(2,3,4,5, 6,7,8,9)	Механизм затвора фотоаппарата  $W = 1$	$I_{(0,1)} - V_{(2,3,4,5,6,7,8,9)}$ Механизм пятого (V) класса

Рис. 8 Группы Ассур высоких классов

Методика структурного анализа механизмов

Структурный анализ механизма начинают с подсчета числа его звеньев и кинематических пар, определения классов кинематических пар. Затем определяется степень подвижности механизма. Далее механизм расчленяют на группы Ассур и определяют его класс.

При выделении в составе механизма групп Ассура необходимо руководствоваться следующими правилами:

1. Каждое звено и каждая кинематическая пара принадлежат только одной группе Ассура или исходному механизму.
2. Стойка всегда принадлежит исходному механизму.
3. К группе Ассура, кроме ее внутренних кинематических пар, условно относятся и те кинематические пары, которыми она присоединяется к исходному механизму, и не относятся кинематические пары, которыми к ней присоединяются другие группы Ассура.
4. В процессе анализа от механизма каждый раз отделяется группа, наиболее удаленная от входного звена. Оставшаяся после отделения группы часть механизма сама должна быть механизмом с прежней подвижностью.

По окончании анализа, записывается символическая «формула строения механизма». Так, для механизма на рис.бд формула строения имеет вид:

$$I(1,4) \rightarrow II_1(2,3),$$

Так как он состоит из исходного механизма первого класса со звеньями 1 и 4 и группы Ассура второго класса из звеньев 2 и 3, имеющей первый вид.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. По предложенной модели механизма вычертить в масштабе кинематическую схему. Положение механизма выбрать так, чтобы схема давала наглядное представление о его строении.
2. Пронумеровать все звенья, начиная с входного звена и заканчивая стойкой. Обозначить буквами кинематические пары.
3. Определить названия звеньев и кинематических пар, определить классы кинематических пар. Полученные данные занести в сводную таблицу звеньев и кинематических пар.
4. Освободиться от пассивных связей и лишних степеней свободы, если они имеются.
5. Рассчитать степень подвижности механизма по формуле Чебышева.
6. Пользуясь правилами, изложенными в предыдущем разделе, выделить в составе механизма и изобразить отдельно группы Ассура и исходный механизм первого класса. Определить класс, порядок и (для групп второго класса) вид групп Ассура.
7. Определить класс механизма и записать формулу его строения.

Примеры структурного анализа плоского механизма

В примере 1 на рис. 9 показана последовательность и результаты анализа механизма двигателя внутреннего сгорания при различных начальных звеньях.

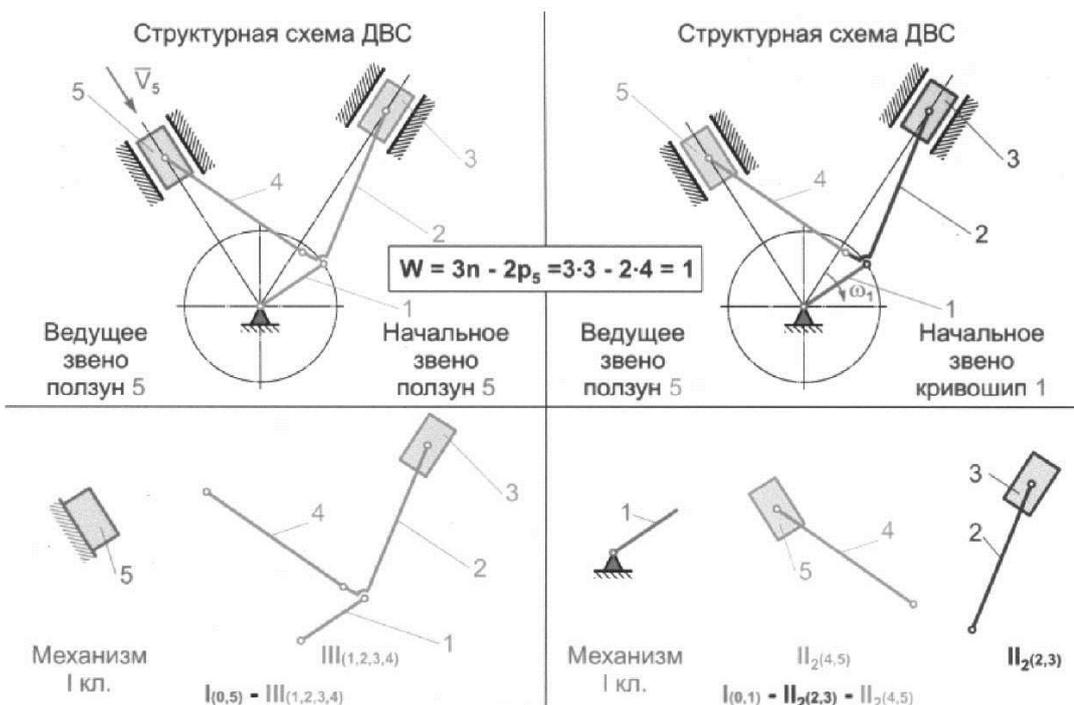


Рис. 9 Пример 1

На втором примере (рис. 10) показан анализ более сложного механизма, содержащего 16 звеньев.

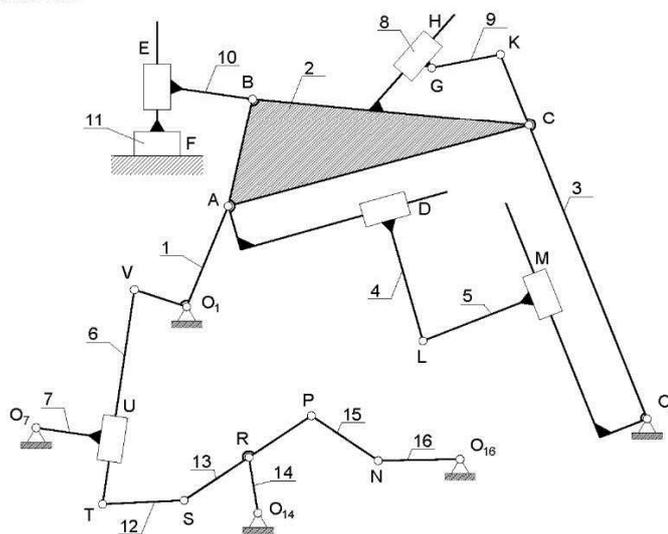


Рис. 10 Пример 2.

Вычисляем степень подвижности механизма по формуле Чебышева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 = 3 \cdot 16 - 2 \cdot 23 = 2$$

Выбираем исходный механизм, степень подвижности которого равна степени подвижности рассматриваемого механизма. Здесь возможны разные варианты. Рассмотрим некоторые из них.

Вариант 1.

Исходный механизм состоит из стойки и двух подвижных звеньев, связанных со стойкой вращательными кинематическими парами (рис. 11, а)

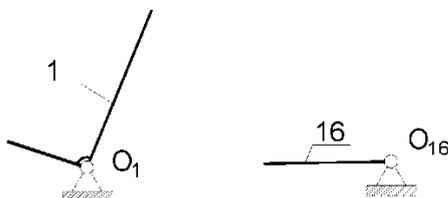


Рис. 11а. Исходный механизм (пример 2, вариант 1).

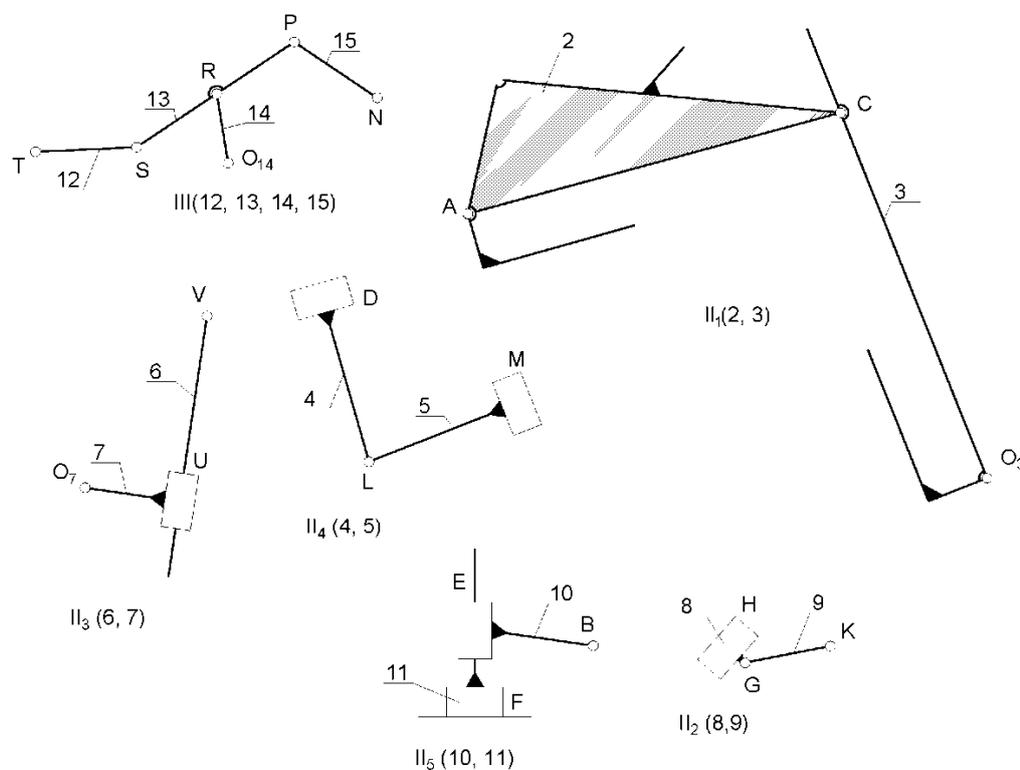


Рис. 11б. Группы Ассура (пример 2, вариант 1).

Формула строения механизма имеет вид:

$$I(1, 16) \rightarrow II_3(6, 7) \rightarrow III(12, 13, 14, 15) \rightarrow II_1(2, 3) \rightarrow II_5(10, 11) \rightarrow II_2(8, 9) \rightarrow II_4(4, 5)$$

Вариант 2.

Исходный механизм состоит из стойки и двух подвижных звеньев, связанных со стойкой вращательными кинематическими парами (рис. 12, а)

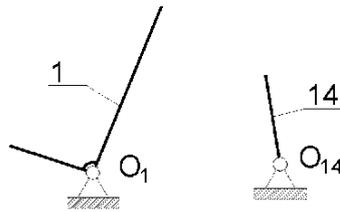


Рис. 12а. Исходный механизм (пример 2, вариант 2).

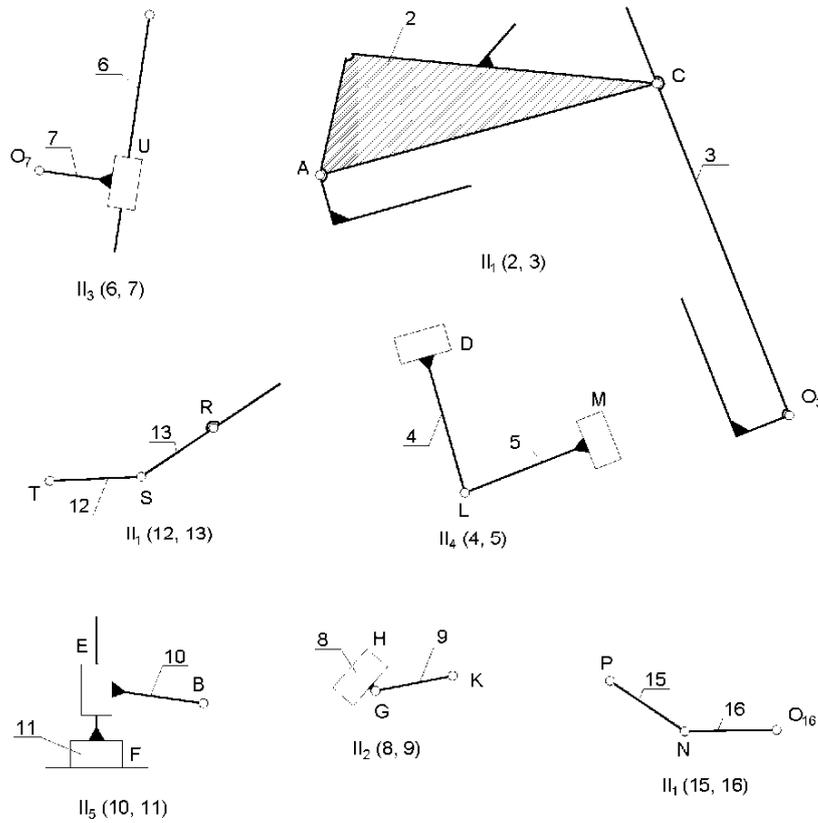


Рис. 12б. Группы Ассура (пример 2, вариант 2).

Формула строения механизма имеет вид:

$$I(1, 14) \rightarrow II_3(6, 7) \rightarrow II_1(12, 13) \rightarrow II_1(15, 16) \rightarrow II_1(2, 3) \rightarrow \\ \rightarrow II_5(10, 11) \rightarrow II_2(8, 9) \rightarrow II_4(4, 5)$$

Вопросы для самопроверки

1. Что такое механизм? Звено механизма? Кинематическая пара? Кинематическая цепь?
2. Какие звенья механизма называются входными и выходными?
3. Какие названия имеют звенья рычажных механизмов?
4. Какие кинематические пары называются низшими? Высшими? В чем различие между ними?
5. Чем определяется класс кинематической пары? Сколько существует низших пар пятого класса?
6. Что такое замыкание пары? Какие бывают виды замыкания?
7. Какие механизмы называются рычажными? Шарнирными? Какие еще есть группы механизмов?
8. Чем характеризуют масштаб кинематической схемы механизма?
9. Какие допущения используют при структурном и кинематическом анализе механизма? Какова роль кинематической схемы при решении этих задач?
10. Что такое степень подвижности механизма? Как она связана с числом его входных звеньев?
11. Для чего служат структурные формулы механизмов? Для каких механизмов справедлива формула Сомова-Малышева? Формула Чебышева?
12. Какие связи в механизме называются пассивными?
13. Что такое лишние степени свободы?
14. В чем состоит принцип Ассура образования плоских рычажных механизмов?
15. Что такое группа Ассура? Что характеризует ее класс? Порядок? Сколько видов имеет группа второго класса?
16. Что собой представляют механизмы первого класса?
17. В какой последовательности выполняется структурный анализ механизма по Асуру – Артоблеву?
18. Чем определяется класс механизма?