

**ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
СИНТЕЗ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ
МЕХАНИЗМОВ**

Методические указания к выполнению расчетно-графической работы
для студентов дневной и заочной формы обучения

Приведены основные теоретические положения синтеза рычажных механизмов по заданным условиям, а также методы их кинематического анализа. Дана последовательность выполнения расчетно-графической работы с необходимыми пояснениями.

1. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

К рычажным относятся механизмы, в состав которых входят только низшие кинематические пары, к достоинствам которых относится небольшой износ соприкасающихся поверхностей, долговечность и надёжность в работе. Эти механизмы могут передавать значительные усилия и мощности, и обладают достаточно высоким КПД. Однако рычажные механизмы, в отличие от кулачковых, воспроизводят только некоторые функции положения и не могут обеспечить любое наперёд заданное движение ведомого звена.

Проектирование механизмов представляет собой сложную комплексную проблему, решение которой разбивается на несколько этапов. Первым этапом является выбор кинематической схемы механизма, которая бы обеспечивала реализацию выбранного закона движения. Ко второму этапу относится разработка конструкторских форм механизма, обеспечивающих его прочность и долговечность. Третьим этапом проектирования является разработка технологических и технико-экономических показателей механизма.

В теории механизмов рассматриваются и решаются задачи первого этапа проектирования, называемого *синтезом механизма*, в рамках которого разрабатывается кинематическая схема механизма по исходным данным. Различают два этапа синтеза механизма:

1. *Структурный синтез*, в ходе которого устанавливается структурная схема механизма по справочным материалам или на основе анализа видов движения, которые должны быть реализованы. При этом из нескольких возможных структурных схем следует выбрать наиболее простую.

2. Определение постоянных параметров выбранной схемы механизма с учётом заданных свойств. Этот этап начинается с *кинематического синтеза*, под которым понимается определение постоянных параметров кинематической схемы механизма по заданным его кинематическим свойствам. Если требуется учесть и динамические свойства механизма, то решается задача *динамического синтеза*, под которым понимается проектирование кинематической схемы механизма с определением параметров, характеризующих распределение масс звеньев.

Под *параметрами синтеза* понимаются независимые между собой параметры, определяющие схему механизма. К ним относятся длины звеньев, положения точек, описывающих заданные траектории или имеющие заданные значения скоростей и ускорений, массы звеньев, моменты инерции и т.п. Часть этих параметров может быть задана (входные параметры), другие определяются в процессе синтеза (выходные параметры).

При синтезе механизма требуется учитывать многие условия, связанные с его назначением, эксплуатацией, технологией изготовления и т.п. Из этих условий выбирают одно *основное* (например, получение заданной траектории или угла размаха). Все остальные условия являются *дополнительными* (например, ограничения длин звеньев или углов давления, минимальные габариты и т.п.). Основное условие выражается в виде функции, называемой *целевой*. Дополнительные условия (ограничения) выражаются в виде неравенств, устанавливающих допустимые области существования параметров синтеза.

В данной работе рассматривается реализация кинематического синтеза на примере таких элементарных механизмов как шарнирный четырёхзвенник и кривошипно-ползунный механизм, которые являются основой многих простейших четырёх- и шестизвенных механизмов.

1.2. СВОЙСТВА ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЁХЗВЕННИКА

В зависимости от видов движений звеньев различают три разновидности этого механизма: двухкривошипный, в котором ведущее и ведомое звенья совершают полный оборот; кривошипно-коромысловый, где одно звено непрерывно вращается, а другое совершает возвратно-вращательное движение, и двухкоромысловый с возвратно-вращательным движением обоих звеньев.

Двухкривошипный механизм (рис. 1, а) применяется для передачи вращения с одного вала *A* на другой *B*. При равномерном вращении ведущего звена *1* ведомое *3* будет вращаться неравномерно, т.е. двухкривошипные механизмы имеют переменное передаточное отношение, среднее значение которого всегда равно единице.

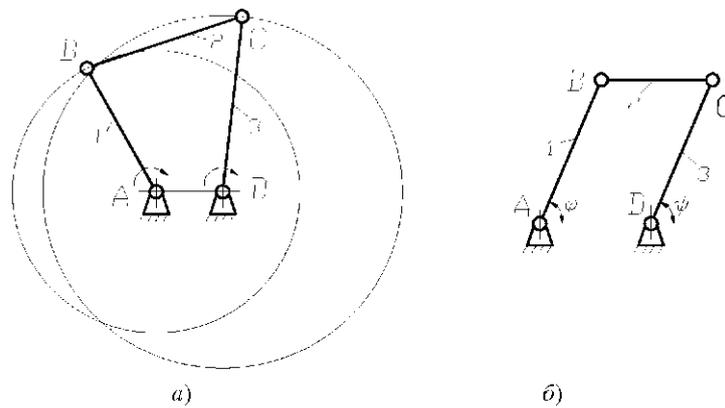


Рис. 1

Частным случаем является механизм шарнирного параллелограмма (рис. 1, б), у которого $AB = CD$ и $BC = AD$, углы поворота ведомого ψ и ведущего φ звеньев будут равны в любом положении, т.е. звенья 1 и 3 вращаются с одинаковой скоростью и передаточное отношение U_{13} постоянно и равно единице.

Шарнирный четырёхзвенник будет двухкривошипным, если межцентровое расстояние AD будет меньше длины любого подвижного звена, а сумма межцентрового расстояния и длины наибольшего из подвижных звеньев будет меньше суммы длин двух других звеньев.

Кривошипно-коромысловый механизм (рис. 2) применяется для преобразования непрерывного вращения ведущего звена – кривошипа 1 в возвратно-вращательное движение ведомого звена – коромысла 3 и наоборот. Крайние положения механизма наступают, когда кривошип AB и шатун BC располагаются на одной прямой.

Перемещение коромысла из одного крайнего положения C_1D в другое C_2D происходит при повороте кривошипа на угол $\varphi_{рх}$, а обратный ход коромысла – во время поворота кривошипа на угол $\varphi_{хх}$. Углы $\varphi_{рх}$ и $\varphi_{хх}$ называют фазовыми углами соответственно прямого (рабочего) и обратного (холостого) ходов.

Так как $\varphi_{рх} > \varphi_{хх}$ на величину 2θ , то при равномерном вращении кривошипа скорость выходного звена на рабочем ходу будет меньше чем на холостом. Направление вращения кривошипа следует выбирать так, чтобы из начального положения он двигался в сторону угла рабочего хода. Отношение фазовых углов называется коэффициентом изменения средней скорости выходного звена:

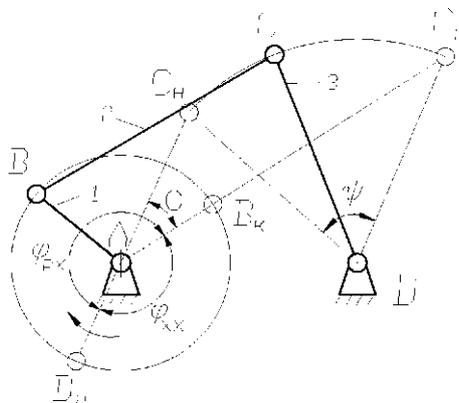


Рис. 2

$$K = \frac{\varphi_{рх}}{\varphi_{хх}} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta} \quad (1)$$

Значение K может изменяться от 1 до 2. Из формулы (1) можно определить угол смещения θ :

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} \quad (2)$$

Условие существования кривошипа в шарнирном четырёхзвеннике выражает теорема Грасгофа, согласно которой, наименьшее звено является кривошипом, если сумма длин наименьшего и наибольшего звена меньше суммы длин двух других звеньев.

Двухкоромысловый механизм (рис. 3) применяется для передачи вращения с одного звена на другое, но с ограниченным (до 90° , реже до 120°) углом поворота каждого звена.

Передаточное отношение двухкоромысловых механизмов переменное и зависит от размеров звеньев. Оно бывает положительным (звенья вращаются в одну сторону) рис. 3, а, и отрицательным (звенья вращаются в противоположные стороны) рис. 3, б.

Шарнирные четырёхзвенники часто используют для воспроизведения определённых траекторий движения (рис. 4). Форма траектории точки M шатуна (шатунная кривая) зависит от размеров звеньев механизма и координат точки M . Путём

их подбора можно получить шатунную кривую, которая будет отличаться от заданной не более чем на допустимое отклонение Δ . Если заданная кривая является дугой окружности, то механизм называется – круговой направляющий, если прямой, то прямолинейно-направляющий (прямо).

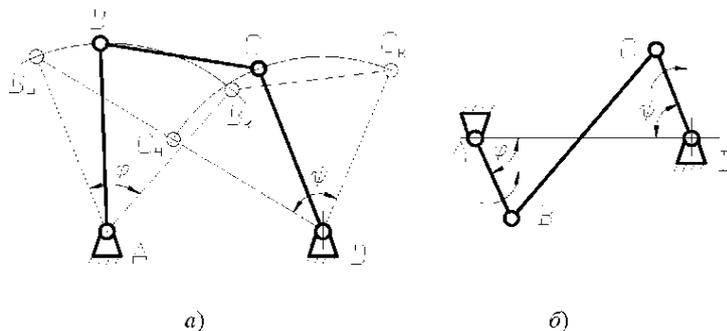


Рис. 3

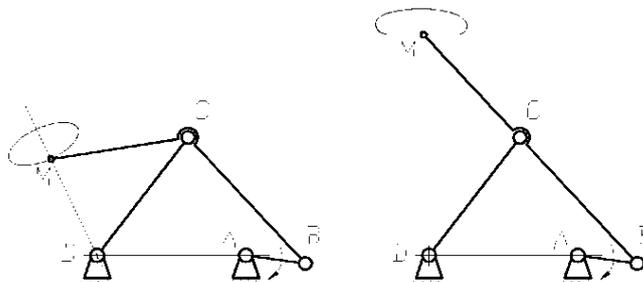


Рис. 4

1.3. СВОЙСТВА КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА

Кривошипно-ползунный механизм (рис. 5) применяется для преобразования вращательного движения кривошипа в возвратно-поступательное движение ползуна и наоборот. Смещение центра вращения кривошипа A относительно оси ползуна называется эксцентриситетом (e). При этом механизм называется дезаксиальным. Если $e=0$, то фазовые углы $\varphi_{рх} = \varphi_{хх} = 0$ и механизм называется аксиальным. Крайние положения данного механизма определяются аналогично кривошипно-коромысловому механизму.

В дезаксиальном кривошипно-ползунном механизме фазовые углы $\varphi_{рх}$ и $\varphi_{хх}$ отличаются от 180° , но практически не более чем на 30° , т.е. значение коэффициента K не более 1,5.

В общем случае для кривошипно-ползунного механизма ход ползуна:

$$S = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - \sqrt{(l-r)^2 - e^2} . \quad (3)$$

Условие проворачиваемости кривошипа выражается следующим неравенством:

$$BC > AB + e . \quad (4)$$

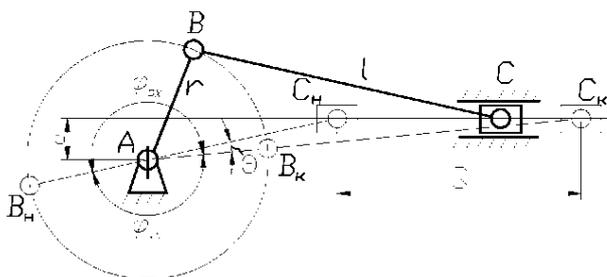


Рис. 5

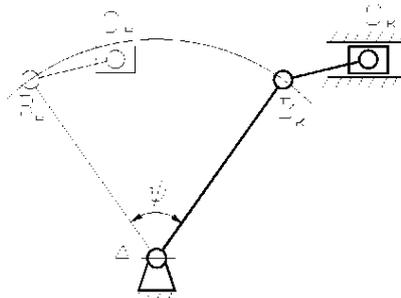


Рис. 6

Если неравенство не выполняется, то механизм будет *коромысло-ползунным* (рис. 6). Такие механизмы применяются для преобразования вращательного движения в поступательное и, наоборот, при ограниченном движении звеньев.

1.4. УСЛОВИЯ ПЕРЕДАЧИ СИЛ В РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМАХ

При проектировании рычажных механизмов необходимо учитывать важный параметр, характеризующий условия передачи сил и работоспособность механизма – угол давления ϑ . Углом давления называют острый угол, между направлением вектора движущей силы, приложенной к ведомому звену, и вектором скорости точки её приложения.

В шарнирном четырёхзвеннике угол давления ϑ образован векторами \vec{F}_{23} и \vec{V}_C (рис. 7). Сила \vec{F}_{23} , действующая со стороны шатуна 2 на коромысло 3, направлена вдоль шатуна. Направление скорости \vec{V}_C точки C коромысла перпендикулярно звену 3. Угол μ , дополняющий угол давления до 90° называется углом передачи: $\mu = 90^\circ - \vartheta$.

В шарнирном четырёхзвеннике ϑ достигает экстремальных значений при внешнем и внутреннем положении механизма, т.е. когда кривошип AB совпадает с линией центров (рис. 7).

В кривошипно-ползунном механизме (рис. 8), при ведомом ползуне, сила \vec{F}_{23} передаётся на него с углом давления ϑ_{23} . Очевидно, что максимальные значения угла давления ϑ_{23} получает в положениях, когда кривошип перпендикулярен к направлению движения ползуна (точка B в положениях B_1 и B_2).

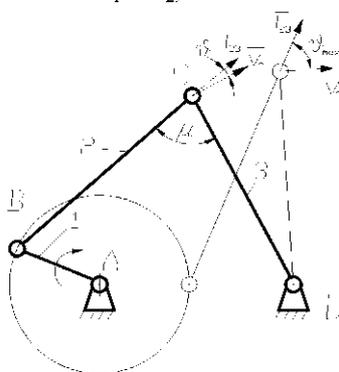


Рис. 7

С увеличением эксцентриситета e уменьшается угол давления ϑ_{23} во время рабочего хода (B в положении B_1 , $\vartheta_{23\max} = \arcsin \frac{r-e}{l}$), но при этом он возрастает на холостом ходу (B в положении B_2 , $\vartheta_{23\max} = \arcsin \frac{r+e}{l}$), что бывает целесообразно, если нагрузки рабочего интервала значительно больше, чем холостого.

Для аксиального механизма ($e = 0$) максимальное значение угла давления $\vartheta_{23\max} = \arcsin \frac{r}{l}$. Следовательно чем меньше значение $\lambda = \frac{l}{r}$, тем меньше размеры механизма (по отношению к длине кривошипа, но больше углы давления).

Если ведомым звеном будет кривошип, то сила со стороны шатуна \vec{F}_{21} составит угол ϑ_{21} с вектором скорости \vec{V}_B . При $\vartheta = 90^\circ$ полезная составляющая силы приложенной к ведомому звену равна нулю, т.е. никакая

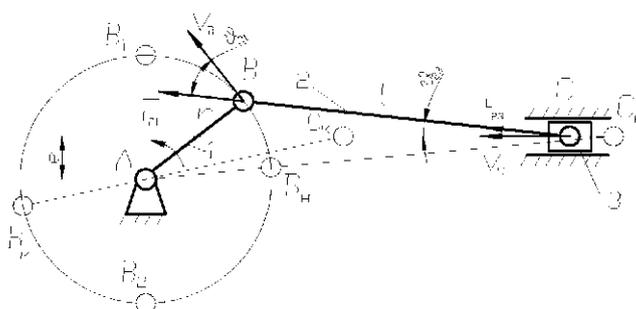


Рис. 8

сила не сможет привести его в движение. Это явление наблюдается в кривошипно-ползунном механизме с ведомым кривошипом, где угол давления ϑ_{21} два раза за цикл получает максимальное значение (точки B_1 и B_2). Эти положения кривошип проходит только благодаря инерции жёстко связанных с ним вращающихся деталей.

При работе механизма угол давления не должен превышать допустимого значения $\vartheta_{\max} \leq \vartheta_{\text{доп}}$. Увеличение ϑ вызывает рост потерь на трение, снижение КПД и заклинивание механизма. При синтезе рычажных механизмов рекомендуют задавать для рабочих ходов углы давления $\vartheta \leq 30^\circ$, а для холостых ходов $\vartheta \leq 45^\circ$. Таким образом, при

проектировании механизмов угол давления является дополнительным условием синтеза (ограничением).

1.5. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

После того как будет выбрана схема механизма, необходимо по заданным условиям определить размеры его звеньев. Эти условия очень разнообразны. Соответственно велико и число задач, связанных с проектированием механизмов, однако все их можно разделить на два типа:

1. Задача о воспроизведении заданной функции положения состоит в определении таких размеров звеньев механизма, при которых будет обеспечена заданная зависимость перемещения ведомого звена от перемещения ведущего. Задача о воспроизведении отдельных положений, скоростей и ускорений звеньев в этих положениях является частным случаем этой задачи.

2. Задача о воспроизведении заданной траектории состоит в определении параметров кинематической схемы механизма, в котором одна из точек звена, совершающего сложное движение, перемещается по заданной траектории. Например, задача синтеза направляющих механизмов.

Поскольку в любом рычажном механизме число параметров, подлежащих вычислению, ограничено, для их определения достаточно иметь конечное число уравнений, равное числу неизвестных величин. Если согласно заданным условиям число уравнений меньше числа неизвестных, то задача имеет бесчисленное множество решений, из которых желательно выбрать наилучшее (например, вариант схемы механизма с меньшими углами давления).

1.5.1. Синтез кривошипно-коромыслового механизма

Наиболее часто при проектировании таких механизмов в качестве входных параметров задаются: длина коромысла R , угол размаха коромысла ψ и коэффициент изменения средней скорости коромысла K .

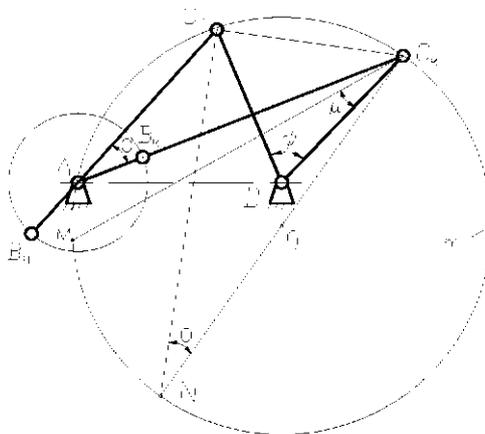


Рис. 9

На рисунке 9 отрезки DC_n и DC_k представляют собой построенные в масштабе μ_l , $\left[\frac{M}{MM} \right]$ начальное и конечное положения коромысла. По формуле (2) определяется угол смещения θ . Проводится окружность m , которая является геометрическим местом вершин угла $\theta = \angle C_n A C_k = \angle C_n A C_k$, опирающегося на хорду $C_n C_k$.

Центр окружности O находится в середине гипотенузы $C_k N$ прямоугольного треугольника $C_k C_n N$. Центр вращения кривошипа (точка A) выбирают на окружности m так, чтобы не получить в положениях C_n и C_k недопустимо больших углов давления. Для этого из точки C_k проводят луч под углом передачи $\mu = 90 - \vartheta_{доп}$ к отрезку DC_k . Пересечение луча с окружностью m даёт положение точки M . Опору A следует располагать на дуге MC_n .

Радиус кривошипа и длина шатуна определяется по формулам:

$$r = 0,5(AC_k - AC_n); \quad l = 0,5(AC_k + AC_n), \quad (5)$$

где длины AC_k и AC_n определяются из графических построений.

В спроектированном механизме необходимо проверить максимальный угол давления ϑ_{max} (рис. 7).

1.5.2. Синтез кривошипно-ползунного механизма

Рассмотрим случай, когда в качестве входных параметров синтеза задаются: ход ползуна S , и коэффициент изменения средней скорости ползуна K .

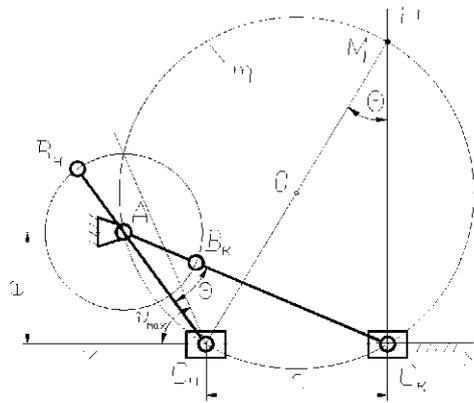


Рис. 10

Угол смещения θ определяется по формуле (2). На оси $x-x$ движения ползуна намечаем крайние положения шарнира $C_n C_k$ (рис. 10). В точке C_n восстанавливаем перпендикуляр $C_n n$. При точке C_n откладываем угол $90 - \theta$ и определяем положение точки M – одной из точек дуги, вмещающей угол θ . Проводим через точки $C_n M$ и C_k окружность m , для которой отрезок $C_n M$ является диаметром. Центром вращения звена AB может быть выбрана любая точка дуги $C_n M C_k$, причём в зависимости от положения точки A будут меняться углы давления ϑ кривошипно-ползунного механизма.

После определения положения точки A рассчитываются размеры кривошипа и шатуна по формулам (5). Затем проверяют значения максимальных углов давления на рабочем и холостом ходу механизма (рис. 8).

2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Любой механизм предназначен для преобразования движения входных звеньев в требуемые движения выходных звеньев. Эти движения описываются посредством кинематических характеристик, которые включают координаты точек и звеньев, их траектории, скорости и ускорения. Целью кинематического анализа является определение кинематических характеристик механизма.

Число независимых друг от друга движений, которые совершаются механизмом равно числу его степеней свободы W и числу обобщённых координат, которые приписываются входным звеньям. Например, звено l , вращающееся вокруг неподвижной оси, т.е. образующее со стойкой O вращательную кинематическую пару (рис. 11, а), имеет одну степень свободы.

и его положение определяется одним параметром – угловой координатой φ .

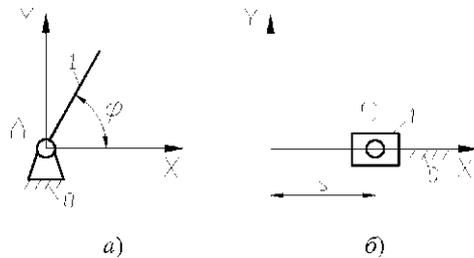


Рис. 11

Звено перемещающееся поступательно относительно стойки (рис. 11, б) также имеет одну степень свободы и его положение определяется одним параметром – координатой S .

Функцией положения механизма называется зависимость углового или линейного перемещения выходного звена от времени или обобщённой координаты механизма.

Кинематическими передаточными функциями механизма называются производные от функции положения по обобщённой координате. Первая производная называется первой передаточной функцией или аналогом скорости:

$$\text{линейной} - V_q = \frac{dS}{d\varphi}, [\text{м}]; \quad \text{угловой} - \omega_q = \frac{d\psi}{d\varphi}, [\text{безразмерная}]. \quad (6)$$

Вторая производная называется второй передаточной функцией или аналогом ускорения:

$$\text{линейного} - a_q = \frac{d^2 S}{d\varphi^2}, [\text{м}]; \quad \text{углового} - \varepsilon_q = \frac{d^2 \psi}{d\varphi^2}, [\text{безразмерная}]. \quad (7)$$

Кинематическими характеристиками механизма называются производные от функции положения по времени. Первая производная называется скоростью:

$$\text{линейной} - V = \frac{dS}{dt}, [\text{м/с}]; \quad \text{угловой} - \omega = \frac{d\psi}{dt}, [\text{с}^{-1}]; \quad (8)$$

вторая производная называется – ускорением:

$$\text{линейным} - a = \frac{d^2 S}{dt^2}, [M/c^2]; \quad \text{угловым} - \varepsilon = \frac{d^2 \Psi}{dt^2}, [c^{-2}]. \quad (9)$$

Связь кинематических характеристик и передаточных функций механизма определяется следующими соотношениями:

$$V = \frac{dS}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = V_q \omega_1; \quad (10)$$

$$\omega = \frac{d\Psi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega_q \omega_1; \quad (11)$$

$$a = \frac{d(V_q \omega_1)}{dt} = \frac{dV_q}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} \omega_1 + V_q \varepsilon_1 = a_q \omega_1^2 + V_q \varepsilon_1; \quad (12)$$

$$\varepsilon = \frac{d(\omega_q \omega_1)}{dt} = \frac{d\omega_q}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} \omega_1 + \omega_q \varepsilon_1 = \varepsilon_q \omega_1^2 + \omega_q \varepsilon_1. \quad (13)$$

Первая передаточная функция равна отношению скоростей выходного и входного звеньев, т.е. является *передаточным отношением* от выходного звена к входному. Согласно уравнению (11):

$$\omega_q = \frac{\omega_n}{\omega_1} = U_{n1}; \quad U_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{1}{U_{n1}}, \quad (14)$$

где n – номер выходного звена механизма.

На практике скорость вращения входного звена нередко задаётся в виде частоты вращения n , исчисляемой количеством оборотов в минуту [об/мин]. Связь между частотой вращения и угловой скоростью выражается зависимостью:

$$\omega = \frac{\pi n}{30}, [c^{-1}].$$

2.1. МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКИХ ДИАГРАММ

Наглядное представление о законе движения интересующего нас звена или точки дают кинематические диаграммы, т.е. графические изображения кинематических передаточных функций. Эти диаграммы могут быть построены методом графического дифференцирования функции положения механизма ($S(\varphi)$ или $\Psi(\varphi)$). При этом функция положения определяется после построения в масштабе ряда положений механизма, соответствующих одному кинематическому циклу, т.е. одному обороту ведущего звена. Планы механизма строятся в масштабе.

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB}, \left[\frac{M}{MM} \right], \quad (15)$$

где l_{AB} , м – длина кривошипа; AB , мм – длина отрезка, изображающего кривошип на плане механизма.

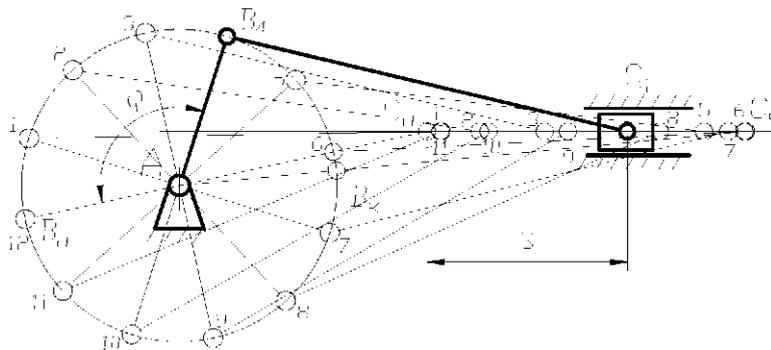


Рис. 12

На рисунке 12 показаны 12 планов положений кривошипно-ползунного механизма, которые соответствуют 12 (равноудалённым на угол 30°) положениям кривошипа AB . При этом угол поворота кривошипа φ отсчитывается от его начального положения AB_1 . Из планов механизма можно получить функцию положения $S(\varphi)$ ползуна, отсчитывая координату точки C от начального положения C_H .

Для построения диаграммы $S(\varphi)$ проводим оси координат S и φ (рис. 13, а). На оси φ откладываем 12 равновеликих отрезков, соответствующих положениям кривошипа. Через точки 1, 2, 3, и т. д. проводим ординаты и откладываем на них отрезки 1' 1', 2' 2', 3' 3', т. д., равные координатам точки C , отсчитываемым от крайнего левого положения C_H . Соединяя точки 0, 1', 2', 3', ..., 12' плавной кривой, получим диаграмму $S(\varphi)$.

Масштаб перемещений точки $C - \mu_s, \left[\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right]$ равен масштабу планов механизма μ_l , если отрезки, изображающие перемещение ползуна были перенесены на диаграмму без изменения размеров. В противном случае необходимо пересчитать μ_s . Масштаб углов φ по оси абсцисс диаграммы $S(\varphi)$ равен

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{X}, \left[\frac{1}{\text{мм}} \right], \quad (16)$$

где $X, \text{мм}$ – отрезок по оси φ , изображающий полный оборот кривошипа (2π).

Для построения диаграммы $V_q(\varphi)$ графически продифференцируем диаграмму $S(\varphi)$ по методу хорд. На участках изменения угла φ кривую $S(\varphi)$ можно с достаточной степенью точности заменить рядом хорд $0-1', 1'-2', 2'-3'$ и т.д. (рис. 13, а). Следовательно, движение с непрерывно меняющейся скоростью заменяется движением с различными, но постоянными для каждого участка скоростями. Скорость на каждом участке считается равной средней скорости истинного движения.

Координатные оси графика $V_q(\varphi)$ выбираются так, чтобы ось ординат этого графика находилась на одной прямой с осью ординат графика $S(\varphi)$ (рис. 13, б). Ось абсцисс графика $V_q(\varphi)$ разбивается на участки, равные соответствующим участкам диаграммы $S(\varphi)$. На оси абсцисс выбирается полюс P , отстоящий на полюсном расстоянии H от начала координат. Из полюса P проводятся лучи $P-1'', P-2'', P-3''$ и т.д., параллельные соответствующим хордам $0-1', 1'-2', 2'-3'$ и т.д. Эти лучи отсекают на оси V_q отрезки пропорциональные средним скоростям на соответствующих участках. Откладывая эти отрезки в виде ординат посередине соответствующих промежутков и соединив их плавной кривой, получим график аналога скорости. Построенная таким образом диаграмма с достаточной точностью выражает закон изменения скорости исследуемой точки C .

Таким же приёмом дифференцируя график $V_q(\varphi)$ строится диаграмма аналога ускорения исследуемой точки $a_q(\varphi)$ (рис. 13, в).

Масштабные коэффициенты по оси ординат полученных диаграмм определяются по формулам:

$$\mu_{V_q} = \frac{\mu_s}{\mu_\varphi H}, \left[\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right]; \quad \mu_{a_q} = \frac{\mu_{V_q}}{\mu_\varphi H}, \left[\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right]. \quad (17)$$

При графическом дифференцировании полюсное расстояние H рекомендуется принимать равным или кратным величине

$$H = \frac{X}{2\pi}, \text{мм.}$$

Если указанное равенство соблюдается при построении интегральных кривых, то $\mu_s = \mu_{V_q} = \mu_{a_q}$.

Для проверки правильности построенных диаграмм следует руководствоваться следующими закономерностями:

- точке перегиба графика перемещения должны соответствовать максимальная и минимальная ординаты графика скоростей;
- максимальной и минимальной ординатам графика перемещения должны соответствовать ординаты, равные нулю на графике скоростей;
- точка перегиба графика скоростей соответствует максимуму или минимуму графика ускорений;
- максимальной и минимальной ординатам графика скорости должны соответствовать ординаты, равные нулю на графике ускорений.

Это видно из сопоставления кинематических диаграмм (рис. 13). Указанные положения следует учитывать при графическом дифференцировании.

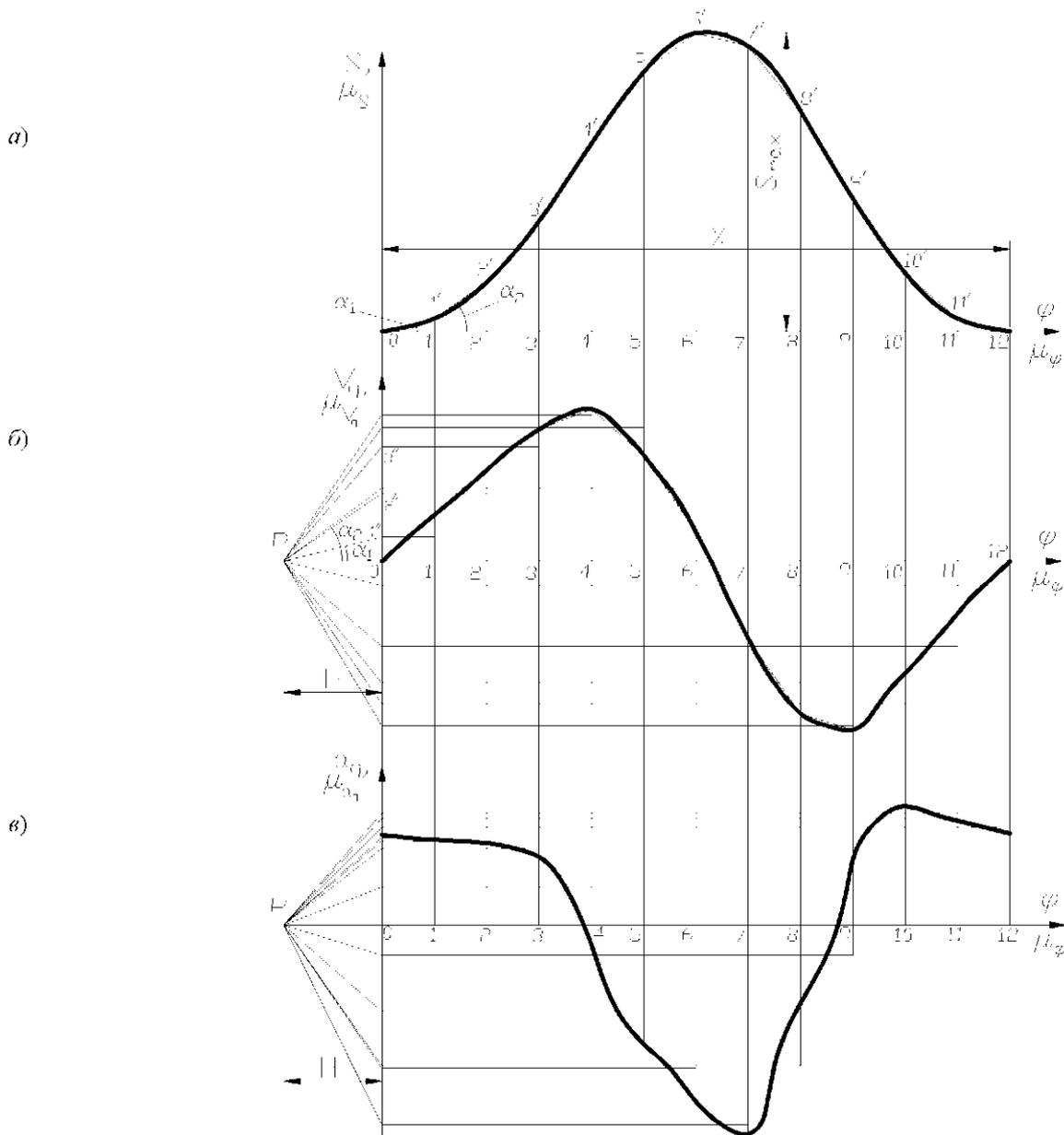


Рис. 13

Если выходное звено механизма совершает вращательное движение, то при кинематическом исследовании проводят построение диаграмм $\psi(\varphi)$; $\omega_\varphi(\varphi)$; $\varepsilon_\varphi(\varphi)$, для которых масштабы определяют по следующим зависимостям:

$$\mu_\psi = \frac{\psi_{\max}}{Y}, \left[\frac{1}{\text{мм}} \right];$$

$$\mu_{\omega_\varphi} = \frac{\mu_\psi}{\mu_\varphi H}, \left[\frac{1}{\text{мм}} \right]; \quad \mu_{\varepsilon_\varphi} = \frac{\mu_{\omega_\varphi}}{\mu_\varphi H}, \left[\frac{1}{\text{мм}} \right], \quad (18)$$

где ψ_{\max} – угол размаха коромысла в радианах; Y , мм – ордината диаграммы $\psi(\varphi)$, соответствующая углу размаха ψ_{\max} .

Используя зависимости (10 – 13) по кинематическим диаграммам можно определить скорость и ускорение исследуемой точки в любом положении механизма.

Анализ движения точек механизма методом кинематических диаграмм оправдан в случае, когда нужно быстро получить приблизительную картину изменения скоростей и ускорений, при невысоких требованиях к точности определения их величин. Для расчётов с большей точностью используют графоаналитический метод планов или аналитические методы кинематического анализа.

2.2. МЕТОД ПЛАНОВ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ

Метод планов скоростей и ускорений даёт возможность определить линейные скорости, ускорения всех точек механизма и угловые скорости и ускорения всех звеньев механизма в данном его положении. При этом с достаточной точностью определяются не только численные значения векторов, но и их направление.

Планами скоростей и ускорений механизма называют векторные изображения этих кинематических характеристик, соответствующие заданному положению механизма.

Звенья механизма совершают сложные движения, поэтому при кинематическом анализе их кинематические характеристики исследуются одновременно в неподвижной и подвижной системах отсчёта. Движение точки звена относительно неподвижной системы отсчёта называется *абсолютным*. Движение точки звена относительно подвижной системы отсчёта называется *относительным*. Движение подвижной системы отсчёта относительно неподвижной называется *переносным*. Таким образом абсолютное движение точки звена можно представить как сумму переносного и относительного движений. При этом движение характерных точек механизма рассматривается относительно точек, движение которых известно. Двигаясь последовательно от входного звена механизма к выходному, в соответствии с его структурой, можно определить кинематические характеристики всех звеньев и отдельных точек механизма.

Кинематический анализ методом планов покажем на примере простейших рычажных механизмов.

Кривошипно-ползунный механизм.

Из 12 положений механизма (рис. 12) для кинематического анализа выберем например положение 2, которое показано на рис. 14.

Исходными данными для анализа являются ω_1 , l_{AB} , l_{BC} , e . Составим векторные уравнения для построения плана скоростей.

Точка A неподвижна, поэтому для неё можно записать:

$$\vec{V}_A = 0.$$

Точка B вращается относительно точки A , следовательно:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A}, \quad (19)$$

где \vec{V}_A – вектор переносной скорости; $\vec{V}_{B/A}$ – вектор относительной скорости.

Модуль вектора $\vec{V}_{B/A}$ определяется по формуле

$$V_{B/A} = \omega_1 l_{AB}.$$

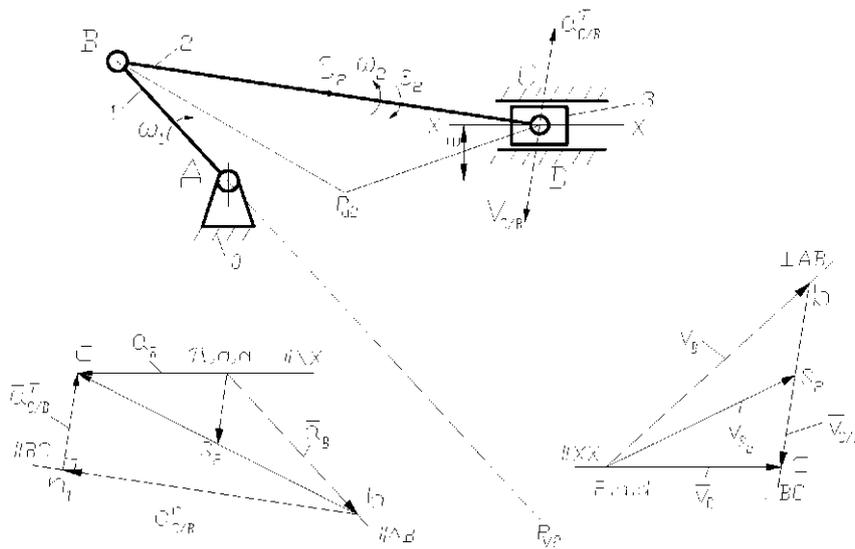


Рис. 14

Вектор $\vec{V}_{B/A}$ перпендикулярен звену AB и направлен в сторону его вращения. Направление векторов указывается при записи векторного уравнения под соответствующим вектором.

Скорость точки C можно определить рассмотрев её движение относительно точки B и относительно точки D , расположенной на направляющей XX' , совпадающей с точкой C . Точки B и C принадлежат одному звену и удалены друг от друга на расстояние l_{BC} . При движении звена 2 относительное движение этих точек будет вращательным, причём вектор относительной скорости $\vec{V}_{C/B}$ направлен перпендикулярно линии BC . То есть можно записать:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{C/B}. \quad (20)$$

Точки C и D принадлежат двум звеньям, соединённым поступательной кинематической парой, и в данный момент совпадают. Таким образом движение точки C относительно D поступательное, причём вектор относительной скорости $\vec{V}_{C/D}$ направлен параллельно направляющей:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_D + \vec{V}_{C/D}. \quad (21)$$

Используя векторные уравнения, построим план скоростей. Выберем точку на плоскости и обозначим её за полюс P . В полюс будем помещать все точки, скорости которых равны нулю (точки A и D). Точки на плане скоростей будем обозначать строчными буквами. В соответствии с уравнением (19) отложим из точки P вектор \vec{Pb} перпендикулярный отрезку AB на плане механизма и направленный в сторону вращения кривошипа. Определим масштабный коэффициент плана скоростей:

$$\mu_F = \frac{V_{B/A}}{Pb} = \frac{\omega_1}{Pb} l_{AB}, \left[\frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right].$$

Длину отрезка Pb выбирают произвольно (обычно около 40 мм). Если отрезок Pb выбран равным отрезку AB схемы механизма, то коэффициент μ_F называют масштабом кривошипа. Желательно, чтобы численное значение μ_F было удобным для расчётов (например 0,1; 0,01, и др.).

Определим положение точки c на плане скоростей. На основании уравнения (20) через точку b проведём линию, перпендикулярную отрезку BC плана механизма. На основании уравнения (21) через полюс P (в котором находится точка d) проведём линию параллельную XY . Так как вектора $\vec{V}_{C/B}$ и $\vec{V}_{C/D}$ должны лежать на этих линиях и приходить в одну точку c , то точка пересечения этих прямых будет являться точкой c плана скоростей. Направления векторов (стрелки) наносятся в соответствии с векторными уравнениями. Вектор \vec{Pc} отображает абсолютную скорость точки C , а вектор \vec{bc} – относительную скорость $\vec{V}_{C/B}$. Величины этих скоростей определяются по формулам:

$$V_C = \mu_F Pc, \text{ м/с}; \quad V_{C/B} = \mu_F bc, \text{ м/с}.$$

Мгновенную угловую скорость шатуна 2 определим как

$$\omega_2 = \frac{V_{C/B}}{l_{BC}}, \text{ с}^{-1}.$$

Мысленно перенесём вектор $\vec{V}_{C/B}$ в точку C плана механизма и определим направление ω_2 согласно движению точки C относительно точки B , т.е. по часовой стрелке.

Часто требуется определить кинематические характеристики какой либо точки звена (например точка S_2 – центр масс шатуна). Для этого пользуются теоремой подобия: «Отрезки прямых линий, соединяющие точки на схеме механизма, и отрезки прямых линий, соединяющие концы векторов относительных скоростей этих точек на плане скоростей образуют подобные и сходственно расположенные фигуры». То есть, если точка S_2 делит звено BC пополам, то она будет находиться на середине вектора \vec{bc} плана скоростей. Аналогичный подход применим и при построении плана ускорений. Соединив точку S_2 и точку P , получим вектор абсолютной скорости точки S_2 . Величина этой скорости:

$$V_{S_2} = \mu_F PS_2, \text{ м/с}.$$

Запишем векторные уравнения для построения плана ускорений.

Точка A неподвижна, поэтому для неё можно записать:

$$\vec{a}_A = 0.$$

Рассматривая движение точки B относительно точки A получим:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}^n + \vec{a}_{B/A}^t, \quad (22)$$

где $\vec{a}_{B/A}^n$ и $\vec{a}_{B/A}^t$ – нормальная и тангенциальная составляющие ускорения вращательного движения точки B относительно A .

Вектор $\vec{a}_{B/A}^n$ направлен от точки B к центру вращения – точке A (т.е. параллельно звену AB). Вектор $\vec{a}_{B/A}^t$ направлен перпендикулярно звену AB , в сторону его углового ускорения ε_1 . Модули векторов равны:

$$a_{B/A}^n = \omega_1^2 l_{AB}, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad a_{B/A}^t = \varepsilon_1 l_{AB}, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

При равномерном вращении кривошипа $\omega_1 = \text{const}$, т.е. $\varepsilon_1 = 0$, следовательно $\vec{a}_{B/A}^t = 0$.

Для вращательного движения точки C относительно точки B можно записать:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B}^n + \vec{a}_{C/B}^t, \quad (23)$$

Вектор $\vec{a}_{C/B}^n$ направлен от точки C к центру вращения – точке B (т.е. параллельно звену BC) и равен по модулю:

$$a_{C/B}^n = \omega_2^2 l_{BC}, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Вектор $\vec{a}_{C/B}^t$ направлен перпендикулярно звену BC . Модуль его неизвестен, так как неизвестно угловое ускорение шатуна ε_2 .

При рассмотрении поступательного движения точки C относительно неподвижной точки D , принадлежащей направляющей ползуна, можно записать:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{C/D}, \quad \text{причём } \vec{a}_D = 0. \quad (24)$$

Для построения плана ускорений выберем точку на плоскости за полюс и обозначим её буквой π . Отложим из полюса отрезок произвольной длины (обычно около 40 мм) параллельно звену AB в направлении от B к A , изображающий вектор $\vec{a}_{B/A}^n$. Так как $\vec{a}_{B/A}^t = 0$, то на конце этого отрезка будет находиться точка b плана ускорений. Определим масштабный

коэффициент:

$$\mu_a = \frac{a_{B/A}^n}{\pi b} = \frac{\omega_1^2}{\pi b} l_{AB}, \left[\frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right].$$

Если отрезок πb выбран равным отрезку AB схемы механизма, то коэффициент μ_a называют масштабом кривошипа.

Для построения вектора $\overline{a}_{C/B}^n$ определим его длину:

$$bn_1 = \frac{a_{C/B}^n}{\mu_a}, [\text{мм}].$$

Построим вектор $\overline{bn_1}$ из точки b плана ускорений в направлении от точки C к точке B схемы механизма. Из конца вектора $\overline{bn_1}$ проведём прямую, перпендикулярную BC – направление вектора $\overline{a}_{C/B}^c$.

Ускорение точки D равно нулю, поэтому точку d помещаем в полюс. Из полюса проводим прямую, параллельно XX' . Пересечение прямых, перпендикулярной BC и параллельной XX' происходит в точке c плана ускорений. Соединив точку b и точку c получим вектор относительного ускорения точки C относительно точки B . Для построения точки S_2 воспользуемся теоремой подобия. Находим середину вектора \overline{bc} , обозначаем эту точку S_2 и соединяем её с точкой π . Вектор $\overline{\pi S_2}$ является вектором абсолютного ускорения точки S_2 .

Используя план ускорений, определяем:

$$\overline{a}_C = \mu_a \overline{\pi c}, \text{ м/с}^2; \quad \overline{a}_{S_2} = \mu_a \overline{\pi S_2}, \text{ м/с}^2.$$

Отрезок n_1c на плане ускорений соответствует вектору $\overline{a}_{C/B}^c$. тогда

$$\overline{a}_{C/B}^c = \mu_a n_1c, \text{ м/с}^2; \quad \varepsilon_2 = \frac{\overline{a}_{C/B}^c}{l_{BC}}, \text{ с}^{-2}.$$

Для определения направления углового ускорения шатуна ε_2 , мысленно переместим вектор $\overline{a}_{C/B}^c$ в точку C схемы механизма. Ускорение ε_2 направлено в сторону $\overline{a}_{C/B}^c$.

Плоскопараллельное движение звена механизма в каждый момент времени может быть представлено как вращение вокруг некоторой точки, которую называют мгновенным центром вращения или *мгновенным центром скоростей* (МЦС). Как известно из теоретической механики МЦС располагается на пересечении перпендикуляров к направлениям скоростей точек звена. Для определения МЦС шатуна 2 в его абсолютном движении, на плане механизма построим $\Delta BP_{V_2}C$ подобный ΔbPc плана скоростей. Таким образом, если мы представим, что точка P_{V_2} принадлежит шатуну (рис. 14), то её скорость будет равна нулю.

Аналогично может быть найдена условная точка, принадлежащая звену, абсолютное ускорение которой в данный момент времени равно нулю. Эта точка называется *мгновенным центром ускорений* (МЦУ) звена. Для этого построим на плане механизма $\Delta BP_{a_2}C$ подобный $\Delta b\pi c$ плана скоростей.

Шарнирный четырёхзвенник.

На рисунке 15 показан план механизма. Исходными данными для анализа являются $\omega_1, l_{AB}, l_{BC}, l_{CD}$. Составим векторные уравнения для построения плана скоростей:

$$\overline{V}_A = 0;$$

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{B/A}^{\perp AB}; \quad V_{B/A} = \omega_1 l_{AB}.$$

Скорость точки C можно определить рассмотрев её вращательное движение относительно точек B и D :

$$\overline{V}_C = \overline{V}_B + \overline{V}_{C/B}^{\perp BC};$$

$$\overline{V}_C = \overline{V}_D + \overline{V}_{C/D}^{\perp CD}.$$

В соответствии с векторными уравнениями строим план скоростей механизма в масштабе μ_V (рис. 15). Отложим из точки P вектор \overline{Pb} , перпендикулярный отрезку AB на плане механизма и направленный в сторону вращения кривошипа. Через точку b проведём линию, перпендикулярную отрезку BC плана механизма. Через полюс P проведём линию, перпендикулярную отрезку CD плана механизма. Так как вектора $\overline{V}_{C/B}$ и $\overline{V}_{C/D}$ должны лежать на этих линиях и приходить в одну точку c , то точка пересечения этих прямых будет являться точкой c плана скоростей. Вектор \overline{Pc} отображает абсолютную скорость точки C , а вектор \overline{bc} – относительную скорость $\overline{V}_{C/B}$. Величины этих скоростей определяются по формулам:

$$V_C = V_{C/D} = \mu_V Pc, \text{ м/с}; \quad V_{C/B} = \mu_V bc, \text{ м/с}.$$

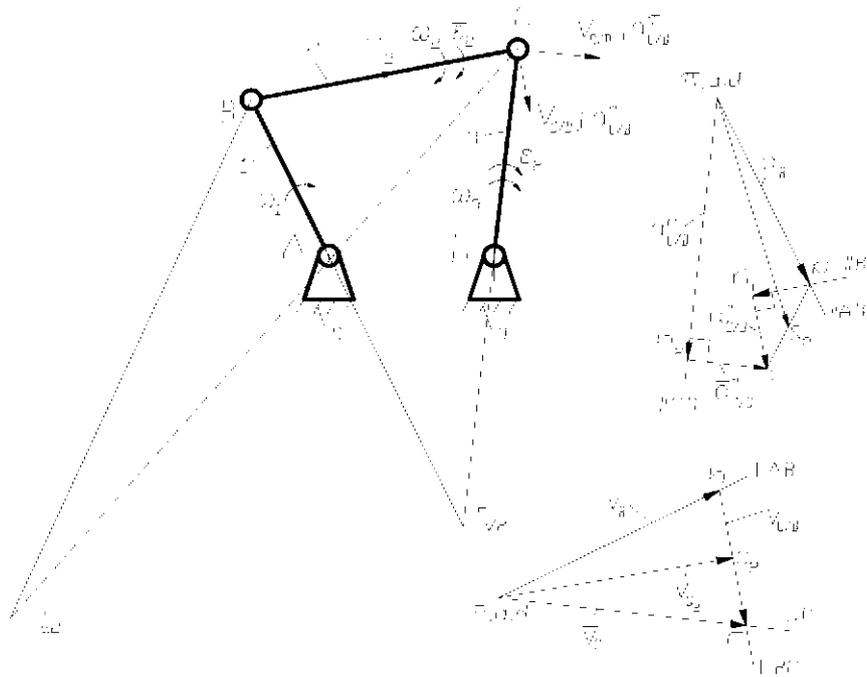


Рис. 15

Определим мгновенные угловые скорости шатуна 2 и коромысла 3:

$$\omega_2 = \frac{V_{C:V}}{l_{BC}}, \text{ с}^{-1}; \quad \omega_3 = \frac{V_{C:D}}{l_{CD}}, \text{ с}^{-1}.$$

Направления ω_2 и ω_3 соответствуют направлениям векторов $\vec{V}_{C:V}$ и $\vec{V}_{C:D}$.

Соединив середину отрезка bc плана скоростей с полюсом получим вектор абсолютной скорости центра масс шатуна \overline{PS}_2 . Величина этой скорости:

$$\overline{V}_{S_2} = \mu_v \cdot PS_2, \text{ м/с}.$$

Составим векторные уравнения для построения плана ускорений:

$$\overline{a}_A = 0;$$

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{B:A}^n + \overline{a}_{B:A}^{\tau},$$

где $a_{B:A}^n = \omega_1^2 l_{AB}, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad a_{B:A}^{\tau} = 0.$

Для вращательного движения точки C относительно точки B можно записать:

$$\overline{a}_C = \overline{a}_B + \overline{a}_{C:B}^n + \overline{a}_{C:B}^{\tau},$$

где $a_{C:B}^n = \omega_2^2 l_{BC}, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

При рассмотрении вращательного движения точки C относительно точки D , можно записать:

$$\overline{a}_C = \overline{a}_D + \overline{a}_{C:D}^n + \overline{a}_{C:D}^{\tau},$$

где $a_{C:D}^n = \omega_3^2 l_{CD}, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

Для построения плана из полюса отложим отрезок pb параллельно звену AB в направлении от B к A , изображающий вектор $\overline{a}_{B:A}^n$. Определим масштабный коэффициент:

$$\mu_a = \frac{a_{B:A}^n}{pb} = \frac{\omega_1^2 l_{AB}}{pb}, \left[\frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right].$$

Для построения вектора $\overline{a}_{C:B}^n$ определим его длину:

$$bn_1 = \frac{a_{C:B}^n}{\mu_a}, \text{ [мм]}.$$

Построим вектор $\overline{bn_1}$ из точки b плана ускорений в направлении от точки C к точке B схемы механизма. Из конца вектора $\overline{bn_1}$ проведём прямую, перпендикулярную BC – направление вектора $\overline{a_{C/B}^c}$.

Определим длину отрезка πn_2 , изображающего вектор $\overline{a_{C/D}^n}$:

$$\pi n_2 = \frac{\overline{a_{C/D}^n}}{\mu_a}, [\text{мм}].$$

Строим вектор $\overline{\pi n_2}$ в направлении от точки C к точке D схемы механизма. Из конца вектора $\overline{\pi n_2}$ проведём прямую, перпендикулярную CD – направление вектора $\overline{a_{C/D}^c}$. Пересечение прямых, соответствующих направлениям векторов $\overline{a_{C/B}^c}$ и $\overline{a_{C/D}^c}$ укажет положение точки c на плане ускорений.

Соединив точку b и точку c получим вектор относительного ускорения точки C относительно точки B . Для построения точки S_2 воспользуемся теоремой подобия. Находим середину вектора \overline{bc} , обозначаем эту точку S_2 и соединяем её с точкой π . Вектор $\overline{\pi S_2}$ является вектором абсолютного ускорения точки S_2 .

Используя план ускорений, определяем:

$$a_C = \mu_a \pi c, \text{ м/с}^2; \quad a_{S_2} = \mu_a \pi S_2, \text{ м/с}^2;$$

$$a_{C/B}^c = \mu_a n_1 c, \text{ м/с}^2; \quad \varepsilon_2 = \frac{a_{C/B}^c}{l_{BC}}, \text{ с}^{-2};$$

$$a_{C/D}^c = \mu_a n_2 c, \text{ м/с}^2; \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{C/D}^c}{l_{CD}}, \text{ с}^{-2}.$$

Направления ε_2 и ε_3 соответствуют направлениям векторов $\overline{a_{C/B}^c}$ и $\overline{a_{C/D}^c}$.

Для определения положений МЦС и МЦУ шатуна 2 на плане механизма строим $\Delta BP_{V_2}C \sim \Delta bPc$ и $\Delta BP_{a_2}C \sim \Delta b\pi c$.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Получить у преподавателя задание на проектирование, включающее тип механизма и входные параметры для его синтеза.

2. Провести синтез механизма путём графических построений в масштабе $\mu_l = 0,001, \left[\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right]$ (рис. 9 или 10).

3. Построить положения полученного механизма, соответствующие максимальным углам давления (рис. 7 или 8). Определить максимальные углы давления, и сравнить их с допускаемыми.

4. Построить крайние положения механизма, определить фазовые углы рабочего и холостого ходов ($\varphi_{\text{рх}}$ и $\varphi_{\text{хх}}$), после чего задаться направлением вращения кривошипа (направлением ω_1) (рис. 2 или 5).

5. На лабораторной модели механизма выставить по соответствующим шкалам полученные при синтезе размеры звеньев, проверить работоспособность механизма, а именно проворачиваемость звеньев, соответствие хода ползуна S_{max} или угла размаха коромысла ψ_{max} заданным значениям.

6. С помощью лабораторной модели механизма снять функцию положения механизма: для кривошипно-ползунного механизма – зависимость перемещения ползуна от угла поворота кривошипа $S(\varphi)$; для кривошипно-коромыслового механизма – зависимость угла поворота коромысла от угла поворота кривошипа $\psi(\varphi)$. Для этого механизм устанавливают в начальное положение (крайнее левое положение выходного звена), которое принимают за нулевое. После чего, поворачивая кривошип в направлении ω_1 с шагом 30° по шкале вала кривошипа, снимают соответствующие показания по шкале перемещений ползуна S или по шкале угла поворота вала коромысла ψ . Таким образом, повернув кривошип на полный оборот (360°), получим 12 точек соответствующей функции положения.

7. По полученным данным построить диаграмму $S(\varphi)$ (для кривошипно-ползунного механизма) или $\psi(\varphi)$ (для кривошипно-коромыслового механизма). Рассчитать масштабные коэффициенты по координатным осям (формулы (16) и (18)).

8. Графически проинтегрировав диаграмму функции положения построить диаграмму аналога линейной $V_q(\varphi)$ или угловой $\omega_q(\varphi)$ скорости выходного звена механизма. Рассчитать масштабные коэффициенты по координатным осям, используя формулы (17) или (18).

9. Графически проинтегрировав диаграмму аналога скорости построить диаграмму линейных $a_q(\varphi)$ или угловых $\varepsilon_q(\varphi)$ ускорений. Рассчитать масштабные коэффициенты по координатным осям диаграммы (формулы (17) и (18)).

10. С помощью построенных диаграмм, рассчитать для заданного преподавателем положения механизма соответствующие кинематические характеристики выходного звена по формулам (10 – 13) при данной частоте вращения входного звена ω_1 , приняв закон движения входного звена $\omega_1 = \text{const}$.

11. Для заданного положения механизма провести кинематический анализ методом планов и определить кинематические характеристики выходного звена. Для этого построить соответствующее положение механизма, план скоростей и ускорений (рис. 14, 15) при заданной скорости вращения кривошипа ω_1 , рассчитать необходимые кинематические параметры. На плане механизма определить положения МЦС и МЦУ шатуна.

12. Сравнить кинематические характеристики выходного звена, полученные методом кинематических диаграмм и методом планов. Сформулировать выводы по работе.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите основные этапы синтеза механизмов.
2. Что понимается под параметрами синтеза механизмов?
3. Какие разновидности имеет шарнирный четырёхзвенный механизм в зависимости от видов движений звеньев?
4. Сформулируйте условие, при котором шарнирный четырёхзвенник будет двухкривошипным.
5. Сформулируйте условие существования кривошипа в шарнирном четырёхзвеннике (теорема Грасгофа).
6. Какой угол называется углом размаха коромысла?
7. Как определяются фазовые углы в механизме?
8. Траекторию движения какой точки называют шатунной кривой?
9. Какое преобразование движения осуществляет кривошипно-ползунный механизм?
10. В каком случае кривошипно-ползунный механизм называют дезаксиальным?
11. Какой параметр называют ходом ползуна?
12. Что характеризует коэффициент изменения средней скорости выходного звена K ?
13. Сформулируйте условие проворачиваемости кривошипа в дезаксиальном кривошипно-ползунном механизме.
14. Дайте определение угла давления ϑ .
15. Какие последствия для работы механизма влечёт увеличение угла давления?
16. Какую зависимость называют функцией положения механизма?
17. Дайте определение кинематических передаточных функций.
18. Какие параметры называют кинематическими характеристиками?
19. Какие задачи решают с помощью методов кинематического анализа механизмов?
20. В чём заключается сущность анализа механизмов методом кинематических диаграмм?
21. В чём заключается сущность кинематического анализа механизмов методом планов скоростей и ускорений?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Теория механизмов и машин: Проектирование / под ред. О.И. Кульбачного – М. : Высш. шк., 1970. – 288 с.
2. Попов, С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / С.А. Попов. – Минск : Высш. шк., 1986. – 295 с.
3. Смелягин, А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование : учебное пособие / А.И. Смелягин. – М. : ИНФРА – М ; Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2008. – 263 с. – (Высшее образование).
4. Тимофеев, Г.А. Теория механизмов и машин : курс лекций / Г.А. Тимофеев. – М. : Высшее образование, 2009. – 352 с. – (Основы наук).
5. Воробьёв, Ю.В. Теория механизмов и машин химических и других производств : лекции к курсу / Ю.В. Воробьёв, Л.Х. Никитина, М.А. Промтов. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003. – 164 с.
6. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; под ред. К.В. Фролова. – 5-е изд., стереотип. – М. : Высш. шк., 2005. – 496 с.
7. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / под ред. А.С. Корняко. – Киев : Высш. школа, 1970. – 332 с.
8. Левитская, О.Н. Курс теории механизмов и машин / О.Н. Левитская, Н.И. Левитский. – М. : Высш. шк., 1978. – 269 с.
9. Юдин, В.А. Теория механизмов и машин / В.А. Юдин, Л.В. Петрокас. – М. : Высш. шк., 1977. – 527 с.